

직선형 도립 진자의 퍼지-PID 제어에 관한 연구

김 종 무*, 이 석 규*

A Study on Fuzzy-PID Control of a Straight Line Type Inverted Pendulum

Jong-Moo Kin*, Suck-Gyu Lee*

ABSTRACT

This paper proposes a fuzzy tuning PID controller for straight line type inverted pendulum. The conventional PID controller which is used widely in industrial field has fatal drawback on determining control gains for practical system. The proposed controller tunes the gains automatically based on fuzzy rule derived from the experience of expert operator. The results of simulation and experiment show the efficiency of the proposed control method comparing with conventional PID control method in terms of rising time, overshoot, and overall errors.

Key Words : Inverted Pendulum(도립진자), Fuzzy Control(퍼지제어)

1. 서 론

도립 진자는 비선형성이 강한 대표적인 불안정한 시스템으로 새로운 제어 이론의 유효성을 실증하고 평가기에 적합한 시스템이다. 본 논문에서는 PID 제어기의 비례 이득, 적분 이득 및 미분 이득을 결정하는 방법을 현재 제어 대상의 상태를 파악하여 이에 상응하는 규칙을 정하고 이를 토대로 퍼지 연산을 통하여 이득을 자동으로 저장하는 퍼지 동조 PID 제어기를 구성하고 도립 진자 실험을 예로 들어 제어기의 유효성을 입증하였다. 많은 현대 제어 이론이 개발되어 왔음에도 산업현장에서는 PID 제어기가 주종을 이루고 있는 것이 현실이다. 플랜트의 파라미터 변화에 대해 상태공간 개념을

이용한 현대 제어 이론을 바탕으로 구현한 제어기보다 플랜트 제어에서 PID 제어가 좋은 성능을 가지기 때문이다. 이는 PID 제어기가 구조는 간단하면서도 적분기를 통해 정상상태 오차를 제거하고 미분기를 통해 예측을 하는데 기인한다. PID 제어기는 구조가 단순하여 구현하기가 용이하면서도 목표치 추종이나 외란 감쇄 효과에 탁월한 특성을 보이고 있어 산업 현장에서 많이 사용하고 있다. PID 제어기가 좋은 성능을 유지하기 위해서는 공정의 동특성에 따라 적절한 제어기 구조를 선정하고 제어 이득을 조절하는 과정이 필요하며 이를 동조라 한다. 산업 현장에서 가장 널리 사용되는 PID 제어기의 동조법은 Ziegler와 Nichols에 의해서 처음으로 제시되었다. Ziegler와 Nichols는 제어기를 동조

* 영남대학교 전기공학과

하는 방법으로 프로세스 반응 곡선(Process Reaction Curve)에 의한 방법과 임계 감도 방법(Ultimate Sensitivity Method)을 제시하였으며, 이 가운데 하나를 사용하여 파라미터를 구하고 제어기의 이득을 계산한다. 이 방법의 간단하고, 신뢰성이 높아 인해서 널리 사용되고 있다. 그러나, 산업 현장에 설치되어 있는 대부분의 PID 제어기는 Ziegler Nichols 방법으로 이득을 결정된 후에 숙련된 기술자에 의해 경험으로 최적의 이득을 찾기 위해 반복적으로 운전과 수정에 의해 동조시키고 있으며, 이 경우 많은 시간과 경비가 소요된다. 또한 프로세스 모델의 불확실성이 존재하는 경우 프로세스 동작점에 따라 최적 이득이 다른 경우 프로세스 운전자가 이득 조정에 익숙하지 않는 경우 동 많은 경우에 제어기의 이득이 잘못 결정되어 만족할 만한 제어 성능을 얻을 수 없는 것이 현실이다. 매 순간 전문가나 숙련된 기술자가 프로세스의 변화 정도에 따라 제어기의 이득을 조정한다고 가정하면 PID 제어 알고리즘은 여러 가지 경험적인 규칙들에 의해 운전되는 것으로 볼 수 있으므로 이러한 경우 대상 플랜트에 대한 운전자의 경험적인 규칙들을 근거로 제어 규칙을 구성하여 제어기를 구성한다면 만족할 만한 성능을 얻도록 할 수 있다. 이때 경험적인 규칙들을 퍼지 연산을 위한 규칙으로 나열하고 이를 퍼지 연산을 통한 출력값을 제어기의 이득으로 동조 시킨다면 숙련된 기술자가 프로세스의 변화 추이를 관찰하여 동조시키는 작업을 대신 할 수 있다.

이러한 제어대상으로 도립진자가 많이 연구되어져 왔으며^[1-6], 본 논문에서는 직선형도립 진자의 모델을 제시하고, 이 모델을 Lagrangian Method에 의해 운동 방정식을 구하고, 도립 진자를 예로 들어 Ziegler Nichols 동조법과 본 논문에서 제시하는 퍼지 동조법으로 PID 제어기를 구성하고 도립 진자의 안정화 실험을 통하여 비교한다.

2. 직선형 도립 진자의 운동 방정식

직선형 도립 진자를 Fig. 2.1에 나타내며, 그 모델을 Fig. 2.2에 나타내고 있다.

2.1 Lagrangian Method에 의한 운동 방정식

Fig. 2.2와 같이 모델링된 도립진자는 Lagrangian Method를 이용하여, 다음과 같은 운동방정식을 구할

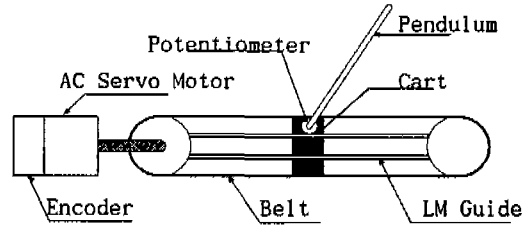


Fig. 2.1 Straight line type inverted pendulum

수 있다.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\gamma}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \gamma} = U \quad (2.1)$$

여기서 Lagrangian $L(\gamma, \dot{\gamma}) = K(\gamma, \dot{\gamma}) - P(\theta)$ 는 각각 운동 에너지와 위치 에너지이다.

먼저, 대차(Cart)의 운동 에너지를 구하면,

$$\begin{cases} x_0 = \gamma \\ y_0 = 0 \end{cases} \quad (2.2)$$

$$\therefore K_0 = \frac{1}{2} m_o v_0^2 = \frac{1}{2} m_o \dot{\gamma}^2 \quad (2.3)$$

이다.

다음에 진자(Pendulum)의 운동 에너지를 구하면,

$$\begin{cases} x_1 = \gamma + l \sin \theta \\ y_1 = l \cos \theta \end{cases} \quad (2.4)$$

$$\begin{aligned} \therefore K_1 &= \frac{1}{2} J_1 \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} m_1 v_1^2 \\ &= \frac{1}{2} J_1 \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} m_1 (\dot{\gamma}^2 + 2\dot{\gamma}l \cos \theta \cdot \dot{\theta} + l^2 \dot{\theta}^2) \end{aligned} \quad (2.5)$$

이 된다. 여기서, J_1 은 진자의 관성 모멘트이다.

따라서 대차와 진자의 운동 에너지 합은

$$\begin{aligned} K &= K_0 + K_1 = \frac{1}{2} J_1 \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} (m_o + m_1) \dot{\gamma}^2 \\ &\quad + m_1 \dot{\gamma} l \cos \theta \cdot \dot{\theta} + \frac{1}{2} m_1 l^2 \cdot \dot{\theta}^2 \end{aligned} \quad (2.6)$$

이다. 그리고 대차의 위치 에너지는 $P_0=0$, 진자의 위치 에너지는

$$P_1 = m_1 g l \cos \theta \quad (2.7)$$

이며, 위치 에너지의 합은,

$$P = P_0 + P_1 = m_0 g l \cos \theta \quad (2.8)$$

이다.

또, 각 축의 점성은

$$\begin{aligned} D_0 &= \frac{1}{2} C_0 \dot{\gamma}^2 \\ D_1 &= \frac{1}{2} C_1 \dot{\theta}^2 \end{aligned} \quad (2.9)$$

이다. 여기서, C_0 , C_1 은 각각 대차와 진자의 점성계수이다.

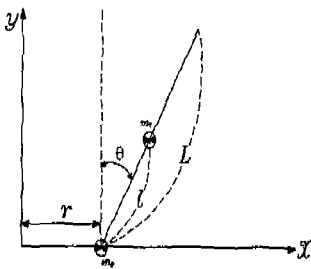
이것을 식 2.1에 대입하여 전개하면,

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} m_0 + m_1 & m_1 l \cos \theta \\ m_1 l \cos \theta & J_1 + m_1 l^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\gamma} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} C_0 & -m_1 l \sin \theta \cdot \dot{\theta} \\ 0 & C_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\gamma} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} 0 \\ -m_1 g l \sin \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.10)$$

의 운동 방정식을 얻는다.

2.2 선형화

2.1절에서의 도립 진자의 운동 방정식은 비선형이다. 이는 정상 상태에서 $\theta \approx 0$ 이므로,



- γ : 대차의 위치
- θ : 진자의 각도
- m_0 : 대차의 질량
- m_1 : 진자의 질량
- L : 진자의 길이
- l : 대차에서 무게 중심까지의 거리

Fig. 2.2 Model of a straight line type inverted pendulum

$$\begin{cases} \sin \theta \approx \theta \\ \cos \theta \approx 1 \\ \dot{\theta} \approx 1 \end{cases} \quad (2.11)$$

로 근사화 할 수 있다. 식 2.10를 다시 정리하면, 선형화된 운동 방정식,

$$D_i \ddot{\gamma} + C_i \dot{\gamma} + G_i \gamma = U \quad (2.12)$$

을 얻는다. 여기서,

$$\begin{aligned} D_i &= \begin{bmatrix} m_0 + m_1 & m_1 l \\ m_1 l & J_1 + m_1 l^2 \end{bmatrix} \\ C_i &= \begin{bmatrix} C_0 & 0 \\ 0 & C_1 \end{bmatrix} \\ G_i &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -m_1 g l \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.13)$$

이다.

3. PID제어기의 이득 결정 방법

PID 제어기의 전달함수는

$$G_c(S) = K_p + \frac{K_i}{S} + K_d S \quad (3.1)$$

이며, 이때 K_p , K_i 와 K_d 는 비례 이득(Proportional Gain), 적분 이득(Integral Gain)과 미분이득(Derivative Gain)을 말한다. 식 3.1은 흔히 다음과 같이 쓴다.

$$G_c(S) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i S} + T_d S \right) \quad (3.2)$$

여기서, $T_i = K_p / K_i$ 이고 $T_d = K_d / K_p$ 이다. 또, T_i 와 T_d 는 각각 적분 시간(Integral Time, Reset Time)과 미분 시간(Derivative Time)이라 한다.

3.1 Ziegler Nichols 이득 결정법

1942년 Ziegler와 Nichols는 계통의 PID 제어기에 최적의 PID 이득을 결정하는 Ziegler Nichols 방법(ZNM)을 개발하여 해석적 설계를 가능케 하였다. Ziegler와 Nichols는 제어기를 동조하는 방법으로 프로세스 반응 곡선(Process Reaction Curve)에 의한 방법과 임계 감도 방법(Ultimate Sensitivity Method)이 있다. 첫번째 방법은 시간 영역법으로 지배적인 과도 감쇄가 1주기의 발진 후에 원래의 약 1/4

로 되는 0.25의 감쇄비에 바탕을 둔 제어기의 설계법이며 이때의 1/4 감쇄는 빠른 응답과 적합한 안정 여유간의 적절한 타협점이다. 본 논문에서 다루게 될 두번째 방법은 주파수 영역법으로 식 3.2의 PID 제어기를 갖는 폐환 제어계에서 비례 제어 성분만을 이용한 상태에서 비례 이득을 조금씩 증가시켜 지속적인 진동이 발생되는 순간의 이득과 주기 즉, 임계 이득(Ultimate Gain, K_u)과 임계 주기(Ultimate Period, T_u)로부터 PID 제어기의 이득을 결정하는 것이다. 표 3.1은 Ziegler Nichols 동조법에 의해서 얻은 최적의 이득값이다.

Table 3.1 Gains of PID controller by Z-N Method

제어기 형태	비례 이득 K_p	적분 시간 T_i	미분 시간 T_d
P	$0.5K_u$	-	-
PI	$0.45K_u$	$T_u/1.2$	-
PID	$K_u/1.7$	$T_u/2$	$T_u/8$

Ziegler Nichols 동조법은 제어기의 이득이 한번 결정되면 고정되어 일정한 이득으로 운전 되어짐으로 모든 상태에 대해 최적의 운전 조건을 충족시키지 못하는 문제점이 있으며 그 외에도 다음과 같은 단점이 있다. 첫째, 모든 시스템에 적용이 가능하지 않고 둘째, 안정 경계 영역에서 시스템을 동작시키는 것은 위험하므로 임계 주기는 발진 진폭이 아주 작은 때 측정하여야 하고 셋째는 동조된 PID 제어기 계수를 사용한 폐환 제어 시스템의 성능이 만족스럽지 못한 경우 시행착오에 의해 경험적으로 이득을 수정하여야 하는 문제점이 있다.

3.2 퍼지 추론에 의한 이득 조정법

3.1절에서 설명한 Ziegler Nichols 동조 PID 제어기는 이득이 고정됨으로 야기되는 문제점들을 가지고 있다. 일반적으로 PID 제어기의 이득을 결정할때 Ziegler Nichols 동조법에 의해 초기값을 결정한 후 숙련된 기술자에 의해 실제 플랜트에 적용하여 운전 시험을 하면 최적의 이득을 찾는다. 그러나, 이 경우 모든 상태를 만족하는 이득은 존재하지 않는다. 본 절에서는 플랜트의 운전 중 발생할 수 있는 여러 상황에서 이득을 정하고 이를 규칙을 세워 퍼지 연산을 통하여 이득을 구하는 퍼지 동조 PID 제어기를 구성한다.

Fig. 3.2는 퍼지 이득 조정기를 가진 PID 제어기이다.

이득 K_p , K_d 의 값은 식 3.3에 의해 $[K_p \text{ min}, K_p \text{ max}]$ 와 $[K_d \text{ min}, K_d \text{ max}]$ 로 제한한다.

$$K_p \text{ min} = 0.2500K_u \quad K_p \text{ max} = 0.60K_u$$

$$K_d \text{ min} = 0.0125K_u T_u \quad K_d \text{ max} = 0.15K_u T_u \quad (3.3)$$

여기서, K_u 와 T_u 는 3.1절의 Ziegler Nichols 동조법에 의해 구한 임계 이득과 임계 주기이다.

편의상 K_p , K_d 를 0과 1사이의 값으로 선형 변환한다.

$$\dot{K}_p = (K_p - K_p \text{ min}) / (K_p \text{ max} - K_p \text{ min})$$

$$\dot{K}_d = (K_d - K_d \text{ min}) / (K_d \text{ max} - K_d \text{ min}) \quad (3.4)$$

Fig. 3.2의 이득 조정기는 오차 $e(k)$ 와 오차 변화분 $\Delta e(k)$ 을 참조하여 결정한다. 적분 시간 상수는 미분 시간 상수에 의해 식 3.5에 의해 구해진다. 여기서 $e(k)$ 는 기준입력에 대한 출력오차를 나타낸다.

$$T_i = \alpha T_d \quad (3.5)$$

그리고, 적분 이득 K_i 는 다음과 같이 구해진다.

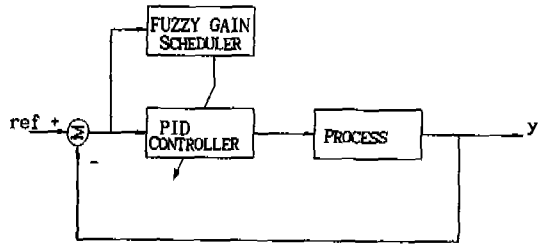


Fig. 3.2 Fuzzy tuning PID controller

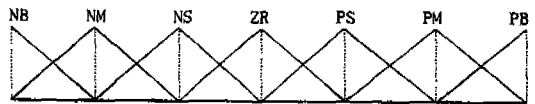


Fig. 3.3 Membership function of $e(k)$ and $\Delta e(k)$

$$K_i = K_p / (\alpha T_d) = K_p^2 / (\alpha K_d) \quad (3.6)$$

매개 변수 \dot{K}_p , \dot{K}_d 와 α 는 다음의 퍼지 규칙 집합에 의해 정의된다.

IF $e(k)$ is A_i and $\Delta e(k)$ is B_j ,

Then \dot{K}_p is C_i , \dot{K}_d is D_j and α is α_i .

$$i = 1, 2, L, m, \quad (3.7)$$

Fig. 3.3은 $e(k)$ 와 $\Delta e(k)$ 의 멤버십 함수를 나타낸다.

퍼지 집합 C_i 와 D_j 는 Small, Medium과 Big으로 나누고 이때의 멤버십 함수를 Fig. 3.4에 나타내었다.

식 3.5의 α 의 멤버십 함수를 Fig. 3.5에 있으며, 식 3.7의 퍼지 규칙은 운전자의 경험에 의해 결정된다.

표 3.2, 표 3.3과 표 3.4에 퍼지 연산을 위한 \dot{K}_p , \dot{K}_d 와 α 의 퍼지 동조 규칙을 정의한다. 이 값들은 플랜트의 상태에 따른 PID 제어기에서 이득의 상대적인 값이며 Fig. 3.3, 3.4와 3.5에 의해 정의된다.

식 3.4와 식 3.6에 의해 식 3.8을 얻는다. 퍼지 연산에 의해 구한 \dot{K}_p , \dot{K}_d 와 α 을 식 3.8에 대입하면 PID 제어기의 이득 K_p , K_d 와 K_i 를 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} K_p &= (K_p \text{ max} - K_p \text{ min})\dot{K}_p + K_p \text{ min} \\ K_d &= (K_d \text{ max} - K_d \text{ min})\dot{K}_d + K_d \text{ min} \\ K_i &= K_p^2 / (\alpha K_d) \end{aligned} \quad (3.8)$$

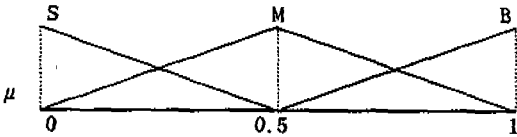


Fig. 3.4 Membership function of \dot{k}_p and \dot{k}_d



Fig. 3.5 Membership function of α

Table 3.2 Fuzzy turning rule of \dot{k}_p

E \ ΔE	NB	NM	NS	ZR	PS	PM	PB
NB	2	2	2	2	2	2	2
NM	2	2	3	3	3	2	2
NS	2	3	4	5	4	4	2
ZR	2	3	5	5	5	3	3
PS	2	3	4	5	4	3	2
PM	2	2	3	4	3	2	2
PB	2	2	2	2	2	2	2

Table 3.3 Fuzzy turning rule of \dot{k}_d

E \ ΔE	NB	NM	NS	ZR	PS	PM	PB
NB	B	B	B	B	B	B	B
NM	B	B	M	M	M	B	B
NS	B	S	S	S	M	M	B
ZR	B	S	S	S	S	M	B
PS	B	S	S	S	M	M	B
PM	B	M	M	M	M	B	B
PB	B	B	B	B	B	B	B

Table 3.4 Fuzzy turning rule of α

E \ ΔE	NB	NM	NS	ZR	PS	PM	PB
NB	2	2	2	2	2	2	2
NM	2	2	3	3	3	2	2
NS	2	3	4	5	4	4	2
ZR	2	3	5	5	5	3	3
PS	2	3	4	5	4	3	2
PM	2	2	3	4	3	2	2
PB	2	2	2	2	2	2	2

Fig. 3.6에 ZNM 동조법과 퍼지 동조 PID 제어의 모의 실험 결과가 나타나있다. 그리고, 퍼지 동조 PID 제어기의 K_p , K_d , K_i 의 변화를 Fig. 3.7에서 알수있다.

4. 독립 진자 실험

표 4.1에 진자와 대차의 파라미터를 보인다.

4.1 실험

실험 장치는 진자, 신호 입출력부, 모터 구동부 그리

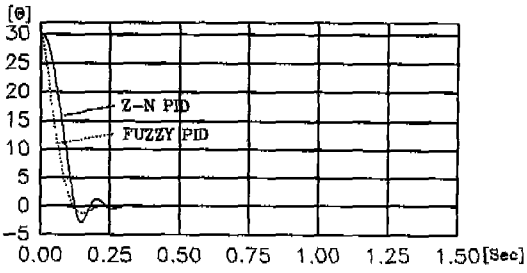


Fig. 3.6 Simulation results of fuzzy tuning PID and Z-N PID

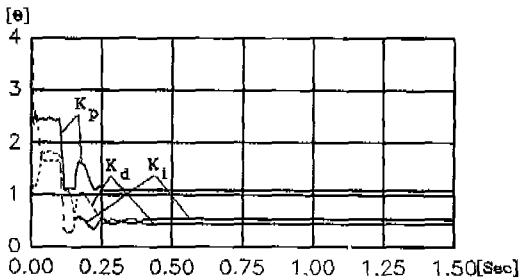


Fig. 3.7 Simulation results of K_p , K_d , and K_i by fuzzy tuning PID controller

고 제어부로 구성한다. 진자부는 대차와 진자로 이루어져 있으며 Fig. 2-1과 같이 직선형 도립 진자로 구성하였다. 신호 입출력부는 로타리 엔코더를 사용하여 대차의 위치를 검출하고 포텐서미터를 이용하여 진자의 각도를 검출하여 제어기의 출력값을 모터에 속도에 비례한 구형 펄스로 보낸다. 구동부는 AC 서보 모터에 벨트를 이용하여 대차가 왕복 운동을 하도록하고, 제어부

Table 4.1 Parameters of the pendulum and cart

파라미터	수치값	단위
m_0	1.3795	Kg
m_1	0.1655	Kg
C_0	0.200	$Kg \cdot m^2/s$
C_1	0.000522	$Kg \cdot m^2/s$
l	0.3335	m
L	0.6670	m
J_1	0.008114	$Kg \cdot m^2$
g	9.800	m/s^2

는 IBM/PC를 이용하여 제어를 한다. Fig. 4.1는 실험 장치의 구성도를 나타낸다.

Ziegler Nichols PID 제어기와 퍼지 동조 PID 제어기의 실제 실험 결과를 비교한 그래프를 Fig. 4.2에 나타낸다.

Fig. 4.1의 실험 장치에 의해 다음의 결과를 얻었다. 먼저, Fig. 4.2에 진자의 초기 각도가 30° 일때 Ziegler Nichols PID 제어기와 퍼지 동조 PID 제어기의 실험 결과를 보인다. 이때 퍼지 규칙에 의해 구한 PID 제어기의 이득 K_p , K_d 와 K_i 의 변화 곡선은 Fig. 4.3에 나타나있다.

4.2 결과 및 검토

본 논문에서 제시한 퍼지 동조 PID 제어기와 기존에 많이 사용하는 Ziegler Nichols 동조 PID 제어기의 성능을 비교한다. 먼저 상승시간 T_r 은 진자가 27° (10%)에서 3° (90%)로 도립하는데 소요되는 시간이다. 정착시간 T_s 는 진자가 안정되어 $\pm 0.3^\circ$ (1%)이내 범위로 수렴될 때 까지 소요되는 시간이다. 오버슈트 Y_{os} 는 최대 오버슈트 비이다. IAE(Integral of the Absolute Error)는 오차의 절대치의 합이며, ISE(Integral of the Squared Error)는 오차 자승

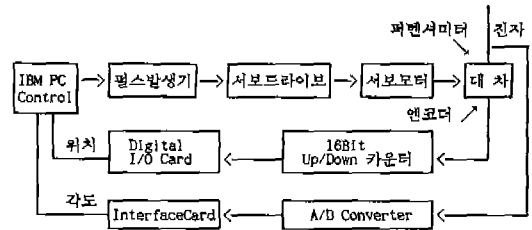


Fig. 4.1 Structure of experimental apparatus

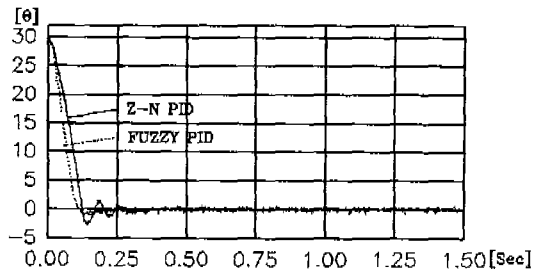


Fig. 4.2 Experimental results of fuzzy tuning PID and Z-N PID

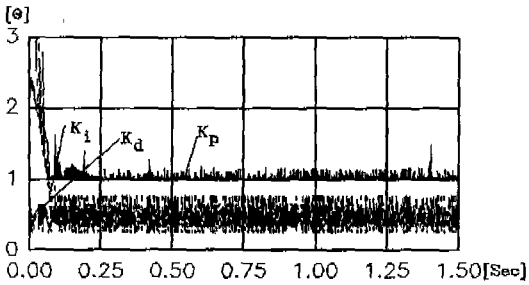


Fig. 4.3 Experimental results of K_p , K_i and K_d with fuzzy tuning PID and Z-N PID

Table 4.3 Performance estimation of Z-N tuning PID and fuzzy tuning PID controller

구 분	Z-N PID 제어기		퍼지 PD 제어기	
	모의실험	실 험	모의실험	실 험
상승시간 T_r	0.09846 Sec	0.09058 Sec	0.07913 Sec	0.07250 Sec
정착시간 T_s	0.27610 Sec	0.36100 Sec	0.19962 Sec	0.22803 Sec
오버슈트 Y_{os}	9.51 %	8.62 %	4.14 %	3.84 %
IAE	4.41736	4.45086	4.04825	3.99014
ISE	0.37841	0.38025	0.35746	0.35105

합의 평방근이다.

5. 결 론

기존의 제어 이론으로는 제어 대상이 복잡하거나 잘 파악하기 어려운 경우 또는 파라미터의 변동이 심한 경우 제어기를 설계하기가 곤란하며 사람 즉 운전자의 도움을 필요로 하게 된다. 이런 경우 운전자는 기존의 경험과 지식을 바탕으로 제어 대상을 조작하게 된다. 이때 숙련된 운전자의 경험과 지식을 기초로 제어기를 구성할 수 있다면 경비절감에 많은 기여를 할 수 있게 될 것이다.

본 논문에서는 이러한 필요성을 인식하고 숙련된 운전자나 전문가의 경험과 지식을 바탕으로 제어 규칙을 설정하고 이를 퍼지 논리 연산을 통하여 제어기의 파라미터 즉, 이득을 실시간으로 구하는 퍼지 이득 동조형 PID 제어기를 구성하여 기존의 PID 제어기의 장점과

퍼지 제어기의 장점만을 합하여 특성이 우수한 새로운 제어기를 설계 구성하였다.

기존의 Ziegler Nichols 동조 PID 제어기에 비해 새로운 퍼지 동조 PID 제어기는 상승시간은 약 20%가 향상되었고 정착(settling time)시간은 약 33% 빨라졌고 특히 오버슈트는 약 56%나 개선되는 아주 우수한 결과를 얻었다.

본 논문에서 제시한 퍼지 PID 제어는 다음과 같은 효과를 기대 할 수 있다. 첫째는 산업 현장에서 기존에 사용하고 있는 PID 제어기를 그대로 사용할 수 있어 비용 추가를 최소화 하면서 좋은 효과를 얻을 수 있다. 둘째는, 숙련된 운전자 또는 전문가의 경험이나 지식을 바탕으로 제어 규칙을 설계하므로 제어기 설계가 용이하다. 마지막으로, 운전자의 경험으로 설계된 제어기를 사용하므로 똑같은 효과를 얻으면서 운전 인원과 운전 경비를 절감 할 수 있어 원가를 줄일 수 있다.

참고문헌

1. J. F. Schaefer and R. H. Cannon, "On the Control of Unstable Mechanical Systems" Proc. IFAC. World Congr., London, pp.6C. 1-13, 1966.
2. W. R. Sturgeon and M. V. Loscutoff, "Application of Modal Control and Dynamic Observers to Control of a Double Inverted Pendulum", Proc. JACC, Stanford, pp.857-865, 1972.
3. Shozo Mor, Hiroyoshi Nishimura and Katsuhisa Furuta, "Control of Unstable Mechanical System-Control of Pendulum", Int. J. CONTROL, Vol 23, No.5, pp.673-692, 1976.
4. Katsuhisa Furuta, Hiroyuki Kajiwara and Kazuhiro Kosuge, "Digital Control of a Double Inverted Pendulum on an Inclined Rail", Int. J. CONTROL, Vol.32, No.5, pp.907-924, 1980.
5. W. Maletinsky, M. F. Senning and F. Wiederkehr, "Observer Based Control of a Double Pendulum", Proc. IFAC. World Congr., pp.3383-3387, 1981.

6. Katsuhisa Furuta, T. Ochiai and N. Ono, "Attitude Control of a Triple Inverted Pendulum", INT. J. CONTROL, Vol.39, No.6, 1351-1365, 1984.
7. H. Merizer Zu Farwig and H. Unbehauen, "Discrete Computer Control of a TRiple Inverted Pendulum", SICE'92, Demo. Section, pp.21-27, 1992.
8. Nobutomo MATAUNAGA and Sigeyasu KAWAJI, "The Experiment of Fuzzy Control of Revolution-type Inverted Pendulum", SICE '92, Demo. Section, pp.21-27, 1992.
9. Chin E. Lin and Y. R. Sheu, "A Hybrid-Controller Theory: Limit Theorems for Linear Fuzzy Control Rules", Automatica, Vol.25, No.3, pp.469-472, 1989.
10. J. J. Buckley and H. Ying, "Fuzzy Controller Theory: Limit Theorems for Linear Fuzzy Control Rules", Automatica, Vol.25, No.2, pp.404-435, 1990.
11. C. C. Lee, "Fuzzy Logic in Control Systems: Fuzzy Logic Controller", IEEE z Tranjs. syst. Man Cybern., Vol.20, No.2, pp.404-435, 1990.
12. K. Furuta and M. Yamakita, "Swing Up Control of Inverted Pendulum" IEEE Int IECON '91, pp.2193-2198, 1991.
13. Magnus Wiklund, Anders Kristenson and Karl J Astrom, "A New Strategy for Swinging Up an Inverted Pendulum", Proc. WIFA World Congr., Vol.9, pp.151-154, 1993.
14. D. E. Kirk, "Optimal Control Theory, An Introduction", Pretice-Hall Inc., 1970.
15. J. A. Cadzow and H. R. Martens, "Discrete Time and Computer Control Systems" Pretice Hall Inc., 1970.
16. V.I.Utkin, "Variable Structure Systems with Sliding Modes", AUTOMATIC CON., Vol.22, No.2, pp.212-222, 1977.