

이송 물체의 질량 측정 속도 및 정밀도 향상 모사 연구

이 우 갑*, 정 진 원*, 김 광 표*

Development of Speed and Precision in the Mass Measurement of Moving Object

Woo Gab Lee*, Jin Wan Chung* and Kwang Pyo Kim*

ABSTRACT

This study presents an algorithm and related techniques which could satisfy the important properties of check weighers and conveyor scales. The algorithm of Recursive Least Squares Regression is described for the weighing system simulated as a dynamic model of the second order. Using the model and the algorithm, model parameters and then the mass being weighed can be determined from the step input.

The performance of the algorithm is illustrated in digital simulation. Discussions are extended to the development of fast converging algorithm. It turns out that the algorithm shows several desirable features suitable for microcomputer assisted real-time signal processing, which are high precision and stability in noisy environment.

Key Words : dynamic weighing (동적 질량측정), recursive least squares regression method (재귀형 최소자승법), exponential weighting function (지수가중함수), digital filter (디지털 필터), simulation(모사 실험)

1. 서 론

이송 물체의 질량 측정 기술을 응용하는 분야는 질량 선별기(checkweigher), belt scale, can-fill weigher, hopper scale 등이 있다⁽¹⁾. 이 가운데 신속한 시간과 정밀도를 최고로 요구하는 것은 질량 선별기이다. 질량 선별기는 선진국에서 1960년대 중반에 상품화되었다. 그 당시에 차동변환기(differential trans-

former)가 사용되어 선정된 기준값(set point)으로부터 차이를 측정하는데 이용되었다. 1980년대 초반에 로드셀이 사용되어 이송물체의 절대 질량값을 측정하는데 이용되었다. 1990년대 초반부터 이송 물체의 고정밀 측정 수용에 맞추어 전자력 저울이 소개되었다.

이 측정기들은 측정기에 가해지는 질량, 스프링 혹은 로드셀로 만들어진 감지부로 이루어지며 이차 동적 시스템으로 묘사될 수 있다⁽²⁾.

* 한국표준과학연구원

측정계의 판위에 질량이 가해지면 가해진 질량과 측정계 자체의 질량은 진동을 시작하며 진동의 진폭은 시간이 지나면서 감소한다. 따라서 이송 물체의 질량 측정이라함은 측정계의 진동이 기대 수준 이하로 감쇄되기 이전에, 즉 측정계가 아직 변환 과정에 있을 때, 가해진 질량을 결정하는 방법을 의미한다.

T. Ono⁽³⁾는 측정계의 하중에 의한 중력 방향의 변위, 속도, 가속도의 측정값들의 조합 즉 ADV(acceleration displacement velocity), DV, V 방법을 제안하였다. 이 방법들은 측정계를 묘사하는 이차 미분방정식의 적분해를 기초로 하여 질량을 결정한다.

재귀형 최소 자승법(Recursive Least Squares Regression Method)^(4,5)은 공정 제어의 변수 결정 및 예측(system identification)에 사용되고 있다. 재귀형 최소 자승법을 이용하여 공정제어에와 같은 방법으로 동적 상태의 이송 물체의 질량을 측정하고자한다. 스프링과 댐퍼로 구성되는 질량 측정계를 모델로하고 그의 미지수 가운데 하나는 초기에 질량을 아는 샘플로부터 교정 혹은 결정될 수 있다.

따라서 본 논문에서는 이송 물체 질량 측정에 응용이 되지 않았던 재귀형 최소 자승법과 지수가중함수(Exponential Weighting Function)을 활용하여 수렴이 빠르도록하고 노이즈에 안정성이 있는 측정계를 개발하고자 하였다.

2. 재귀형 최소 자승법의 이용

이송 물체 질량 측정기에서의 주요 부품으로는 이송 물체에 의하여 발생되는 변위를 측정하는 로드셀, 측정 물체의 이송에 쓰이며 로드셀에 연결되어 있는 이송 벨트 그리고 마이크로 프로세서이다. 움직이는 물체가 측정기 위에 놓여지면 놓여진 물체의 질량에 따라 결정되는 변위가 로드셀에서 일어나며, 마이크로프로세서는 로드셀에서 그 변위 신호를 받아들이고 처리하여 그 올려진 물체의 질량을 결정하는 알고리즘에 중점을 둔다.

이송 물체 질량 측정기의 중요 특성 가운데 하나는 신속한 측정 능력에 있다. 이는 특히 질량선별기에서 더욱 강조되고 있다. 따라서 질량 측정기를 하나의 수학적인 모델(model)로 할 때에 그 모델은 단순하여 변위 신호를 빨리 처리할 수 있어야 한다. 더우기 변위 신호를 해석하기 위하여 재귀형 최소 자승법을 사용할 때 계산 시간을 단축시키기 위하여 즉 수렴 속도를 빠

르게하기 위하여 지수 가중 함수를 사용하는 것을 고려하여야 한다.

2.1 측정계 모델링

Fig. 1에 스프링과 댐퍼로 구성된 이차 미분식으로 표현되는 질량 측정계가 나타나있다. 이 계의 동적 특성은 스프링 상수 C_0 , 댐핑 계수 C_1 , 측정계에 가해지는 동적 질량 M , 그리고 질량 M 이 놓여지기 이전에 하중 센서가 감지하는 받침대등의 본래 질량 m 에 의하여 결정된다.

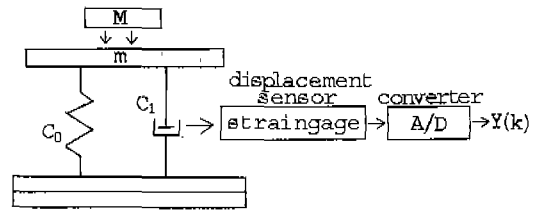


Fig. 1 Deterministic model for dynamic weighing

초기의 변위를 0으로 하고 초기에 하중 받침대의 속도가 0이라하면 이 계를 나타내는 미분방정식은 아래와 같다.

$$\begin{aligned}
 Y &= 0 & \text{at } t = 0 \\
 dY/dt &= 0 & \text{at } t = 0 \\
 (m + M) \frac{d^2Y}{dt^2} + C_1 \frac{dY}{dt} + C_0 Y &= Mg & (1)
 \end{aligned}$$

여기서 Y는 로드셀의 스트레인 게이지에 의해 측정될 수 있는 변위, mm, 이고 t는 시간, s, 이고 g는 중력가속도이다.

이 계의 특성에 영향을 미치는 각 인자에 대하여 예를 들면 다음과 같다. 동적 질량의 크기에 대한 영향이 Fig. 2에 표시되었다. $m=2$ kg, $C_0=1000$ N/mm, $C_1=60$ N/(s/mm)의 경우에서 동적 질량이 $M=1$ 에서 3 kg으로 커지면 strain이 증가되고 진동이 오래 지속된다. 스프링 상수 C_0 에 대한 영향은 Fig. 3에 표시되었다. $m=2$ kg, $M=1$ kg, $C_1=60$ N/(s/mm)의 조건에서 C_0 가 500에서 1000 N/mm로 커지면 strain은 작아지고 진동 주기가 짧아지며 빨리 안정화 된다. Fig. 4에는 감쇄 상수 C_1 의 영향이 표시되어 있다.

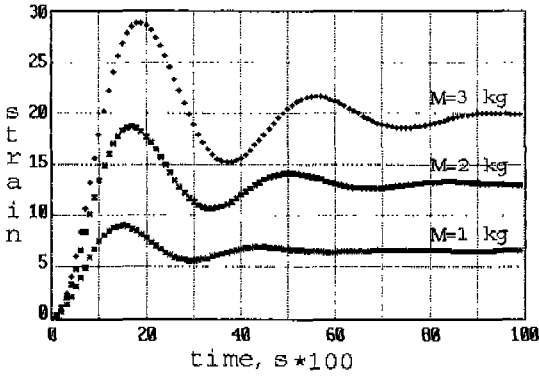


Fig. 2 Dynamic characteristics due to load change

$m=2$ kg, $M=1$ kg, $C_0=1000$ N/mm의 조건에서 감쇄 상수 C_1 이 커지면 1차 미분계의 특성을 보이고 작아지면 진동 주기가 빨라지고 진폭이 커진다.

따라서 크립(creep)을 고려한 장기적 안정성, 질량의 변화에 의한 스트레인 변화인 감도의 증가, 진동의 감쇄 시간 등의 최적 조건을 만족하는 C_0 , C_1 , M , m 을 선정하여 측정계를 설계하여야 한다. 여기서는 더욱 나아가 동적 특성을 활용하여 진동이 목표 수준이하로 감쇄되기 이전에 질량을 결정하고자 한다. 즉 진동이 빨리 감쇄되기 위하여 감도를 희생하였던 종전의 방법을 개선하여 진동이 진행중에 질량을 측정하고자 한다.

$Y(t)$ 가 시간 t 에서 측정기에 가해지는 질량 M 의 단위 step function에 의한 변위이므로 식 (1)에 상응하는 Z-변환식으로 변위 $Y(z)$ 와 단위 step function

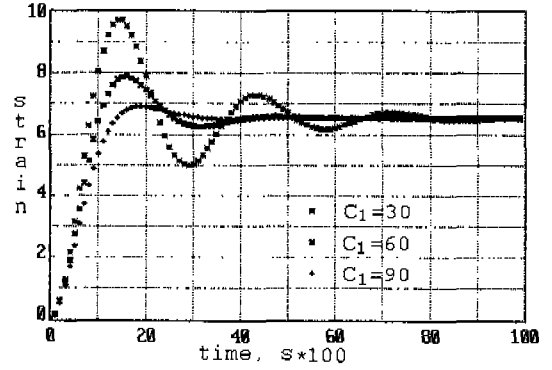


Fig. 4 Dynamic characteristics due to change of damping coefficient

$U(z)$ 의 관계식을 표현하면 아래와 같다.

$$\frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{Mg}{C_0} \frac{(a_1 - b + 1)z + a_2 + b}{z^2 + a_1z + a_2} \quad (2)$$

여기서,

$$a_1 = -2 \exp(-aT) \cos(bT), a_2 = \exp(-2aT),$$

$$a = \frac{C_1}{2(M+m)}, \quad b^2 = \frac{C_0}{M+m} - a^2$$

T =샘플링 주기.

디지털 데이터 처리를 위하여 샘플링 주기를 T 로 하는 차분식으로 나타내면 식 (2)는,

$$\begin{aligned} Y(nT) &= -a_1 Y(nT - T) - a_2 \\ &\quad Y(nT - 2T) + a_3 \end{aligned} \quad (3)$$

$$a_3 = \frac{Mg}{C_0} (a_1 + a_2 + 1),$$

$$a_1 = -2 \exp(-aT) \cos(bT), a_2 = \exp(-2aT),$$

$Y(nT)$ 는 시간 nT 에서의 변위,

$Y(nT-T)$ 는 시간 $(nT-T)$ 에서의 변위,

$Y(nT-2T)$ 는 시간 $(nT-2T)$ 에서의 변위.

따라서, 일련의 차분식 데이터로부터 관계계수 a_1 , a_2 , a_3 가 정해지면 질량 M 이 결정된다.

$$M = \frac{C_0}{g} \frac{a_3}{(a_1 + a_2 + 1)} \quad (4)$$

여기서, C_0/g 는 C_0 의 정의로부터 혹은 식 (2)의 최

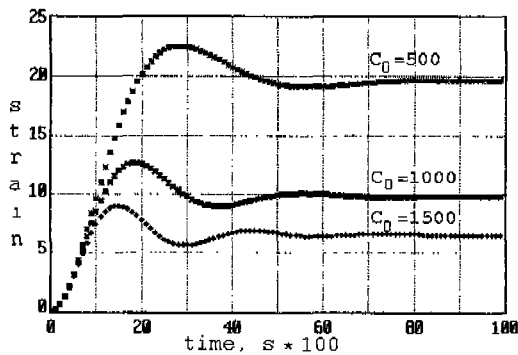


Fig. 3 Dynamic characteristics due to change of spring constant

중값 정리로부터 얻어질 수 있다. 즉 질량을 아는 시편을 이용하여 교정하므로써 결정될 수 있다.

2.2 재귀형 최소 자승법

식 (3)의 관련 계수를 결정하기 위하여 여기서는 재귀형 최소자승법을 이용한다. 우선 matrix와 vector를 이용하여 식 (3)을 표현하면,

$$X_0 = X^T A \quad (5)$$

여기서 $X^T = (X_1 X_2 \dots X_n)$, $A^T = (A_1 A_2 \dots A_n)$ 이며, 윗첨자 T는 vector/matrix transpose를 표시한다. $X^T A$ 는 vector inner product이다.

그리고 X_0 의 관찰값 Y 에 노이즈가 발생되었다고 하면,

$$Y_i = X_i^T A + e_i$$

K개의 샘플을 갖는 계의 비용함수 Q를 표시하면,

$$Q = \sum_{i=1}^k [X_i^T \hat{A} - Y_i]^2 = \sum_{i=1}^k e_i^2 \quad (6)$$

여기서 최소자승법에 의해 Q의 변수 즉 A의 추정치인 \hat{A}_i 에 의한 편미분값을 0으로 놓게 되며 다음의 관계식을 얻는다.

$$\left[\sum_{i=1}^k X_i X_i^T \right] \hat{A}_k - \sum_{i=1}^k X_i Y_i = 0 \quad (7)$$

매트릭스 $\sum X_i X_i^T$ 이 non-singular이면 식 (7)의 해는 다음과 같이 쓰일 수 있다.

$$\hat{A} = P_k B_k \quad (8)$$

여기서,

$$P_k = \left[\sum_{i=1}^k X_i X_i^T \right]^{-1}; B_k = \sum_{i=1}^k X_i Y_i$$

식 (8)은 재귀형으로 k번째의 추정치는 (k-1)번째의 값과 보정치와의 선형 합으로 계산될 수 있다.

즉,

$$P_k^{-1} = P_{k-1}^{-1} + X_k X_k^T \quad (9)$$

$$B_k = B_{k-1} + X_k Y_k \quad (10)$$

매트릭스 벡터의 성질을 이용하여 식 (9)와 식 (10)을 정리하면 \hat{A}_k 에 대한 재귀형 해가 다음과 같이 표시된다.

$$\hat{A}_k = \hat{A}_{k-1} - K_k [X_k^T \hat{A}_{k-1} - Y_k] \quad (11)$$

$$K_k = P_{k-1} X_k [1 + X_k^T P_{k-1} X_k]^{-1} \quad (12)$$

$$P_k = P_{k-1} - K_k X_k^T P_{k-1} \quad (13)$$

벡터 \hat{A} 와 매트릭스 P의 초기 값 \hat{A}_0, P_0 이 주어져야 한다. k가 증가함에 따라 매트릭스 p의 요소들이 지수적으로 작아지므로 10⁶정도의 큰 값을 갖는 요소들로 이루어진 P와 임의의 유한한 \hat{A}_0 는 수렴을 하게된다.

그리고 $[1 + X_k^T P_{k-1} X_k]$ 항이 스칼라 항으로 전환된 것으로 matrix inversion이 필요없게 되어 계산 시간을 상당히 단축시키게 된다. 이는 이송 물체의 질량 측정에 매우 적합한 결과이다.

3. 지수가중함수 응용

재귀함수의 구하는 매개 변수 추정치의 평균과 분산이 시간의 함수가 아니며 그 추정 평균과 분산은 전체의 모집단에서 평균을 구하는 것보다 일정 시간동안의 샘플로부터 평균이 추정될 수 있다. 따라서 기준 시각보다 오래된 데이터의 중요도를 낮출 수 있다. 이를 활용하는 방법이 지수가중함수이다⁽⁶⁾. 이의 개념은 Fig. 5에 그려진 바와 같이 과거 값의 중요도를 지수적으로 감소시킨다. 따라서 초기 설정값이 중요도가 크지 않다.

이 개념을 이용하여 비용 함수 Q를 나타내면,

$$Q = \sum_{i=1}^k [X_i^T \hat{A} - Y_i]^2 \alpha^{k-i} \quad (14)$$

여기서, $0 < \alpha < 1$ 이다.

앞에서 이용된 방법을 활용하면 다음과 같은 결과를 얻는다.

$$\hat{A} = P_k B_k \quad (15)$$

$$P_k^{-1} = \alpha P_{k-1}^{-1} + X_k X_k^T \quad (16)$$

$$B_k = \alpha B_{k-1} + X_k Y_k \quad (17)$$

위의 식들을 이용하여 마침내 Recursive Least Squares Regression Algorithm이 아래의 식들로 표현된다.

$$\hat{A}_k = \hat{A}_{k-1} - K_k [X_k^T \hat{A}_{k-1} - Y_k] \quad (18)$$

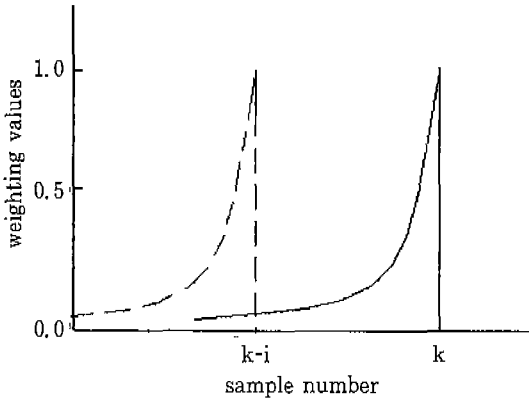


Fig. 5 History of exponential weighting function

$$K_k = P_{k-1} X_k [\alpha + X_k^T P_{k-1} X_k]^{-1} \quad (19)$$

$$P_k = [P_{k-1} - K_k X_k^T P_{k-1}] / \alpha \quad (20)$$

여기서 상수 α 를 변수 α_k 로 변환시키는 것이 초기의 발산을 방지하는 것으로 밝혀졌다. 초기의 값은 작은 값이며 점점 α 에 접근 하도록 한다. α_k 는 다음과 같이 표현되어 사용될 수 있다.

$$\alpha_k = \lambda_0 \alpha_{k-1} + (1 - \lambda_0)\alpha \quad (21)$$

여기서 예로 α_0 와 λ_0 의 값은 각각 0.95, 0.99일 수 있다.

4. 컴퓨터 모사 실험

컴퓨터를 이용한 모사 실험이 일련의 m, M, C_0, C_1 값을 이용하여 이루어졌다. Step input $MgU(k)$ 와 노이즈 $e(k)$ 가 측정기에 부가되면, 노이즈가 첨가된 $Y(k)$ 가 발생되고 디지털 필터를 거쳐 재귀형 최소자승법 알고리즘을 거쳐 질량 $M(k)$ 를 결정하게 된다.

식 (1)의 해석적 해로부터 변위 $Y(t)$ 가 계산될 수 있다.

$$Y(t) = \frac{Mg}{C_0} \left(1 - \exp(-at) \frac{\cos(\phi + bt)}{\cos(\phi)} \right) \quad (22)$$

여기서,
$$\phi = \tan^{-1} \left(\frac{-a}{b} \right)$$

신호 크기의 상대 최대 진폭 5%를 갖는 백색 noise가 $Y(t)$ 에 부가되었다. 식 (2) 각각의 정의로부터 a_1, a_2

그리고 b 의 값이 선정된다.

$$a_1 = -2, a_2 = 1, b = 0 \quad (23)$$

이 값들이 \hat{A} 와 P 의 초기 설정 값으로 활용된다.

$$\hat{A}_0 = [-2, 1, 10^{-n}]^T, P_0 = 10^n I \quad (24)$$

여기서 사용된 n 는 6이다.

모사실험 결과가 $m=2$ kg, $C_0=500-1500$ N/mm, $C_1=30-90$ N/(mm/s) and $M=1-3$ kg범위에서 수행되었다. 샘플링 주기는 0.01초이다. 그림에서 종축은 변위 혹은 스트레인으로 최종 값이 1이 되도록 조정하였다.

Fig. 6에 지수가중합수의 효과가 보여졌다. 이 함수를 사용하였을 때 최종값의 추정값을 사용하지 않았을 때보다 3배이상의 시간 단축 효과를 유발한다.

사용된 디지털 필터는 Butterworth형이다⁶⁾. 3차 Butterworth필터의 전달함수 $H(f)$ 는 차단 주파수 W_c 로 표시하면 다음과 같다.

$$H(f) = \frac{(1+z)^2 W_c^2}{z^2(1+W_c^2+W_c) + 2z(W_c^2-1) + (1+W_c^2-W_c)} \cdot \frac{(1+z)W_c}{W_c - 1 + z(1+W_c)} \quad (25)$$

즉, 전달함수는 2차 함수 필터와 1차 함수 필터의 곱으로 표시된다. 따라서 cascade형으로 첫번째 필터의

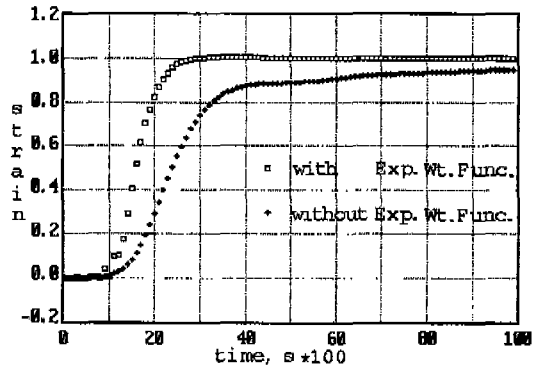


Fig. 6 Shortening of convergence time by exponential weighting function

결과가 두번째 필터를 들어가 다시 처리된다. 이 두 필터에 의한 시간 지연은 0.1초 혹은 10개의 sampling에 해당한다.

Fig. 7은 $C_0=1000$ N/mm, $C_1=30$ N/(mm/s) 그리고 $M=1$ kg의 조건에서 상대 최대노이즈의 진폭이 0.05인 경우의 변위값의 변화를 보여준다. Fig. 8은 Fig. 7의 변위를 RLSR 방법을 거친 결과 즉 질량 $M(k)$ 의 추이를 보여준다.

노이즈의 상대 진폭을 변화시켜봄으로써 알고리즘의 안정성이 시험되었다. $M(k)$ 로부터 $M(k-4)$ 까지의 5개의 이동 평균값과 $M(k)$ 의 값 차이가 0.005 %보다 작으면 질량이 결정되어 한회의 계산이 마무리되었다. 표 1은 노이즈의 최대 상대 진폭이 각각 0.01, 0.05, 0.1 인 경우의 차단 주파수에 따른 소요시간을 샘플링 수로 표시하였다.

차단 주파수 W_c 가 약 0.2에서 0.5 rad/s일때 세경우의 노이즈에 대하여 빠른 수렴 즉 안정성을 보여준다고 간주할 수 있다. 노이즈의 상대 최대 진폭이 0.2보다 클 때 최종 값과 다른 값으로 이동 평균값을 제공하는 불안정성을 보여주었다.

본 모사는 Intel 80386 20 MHz processor와 80387 coprocessor를 갖춘 personal computer로 수행되었다. Program은 Quick Basic 4.5로 짜여졌으며 compile 시켜 이용되었다. 100회의 Recursive Least Squares Regression 계산에 0.5초 걸렸다. 노이즈의 상대 최대 진폭이 0.05이고, 이동 평균의 상대

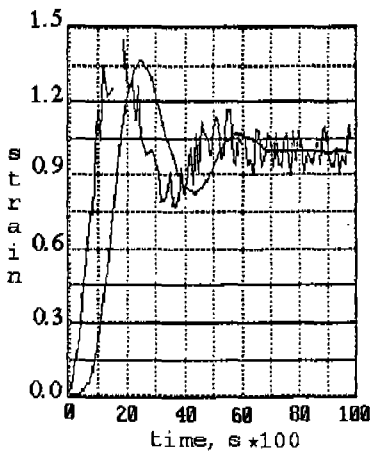


Fig. 7 Filtered signals and time lag due to filtering

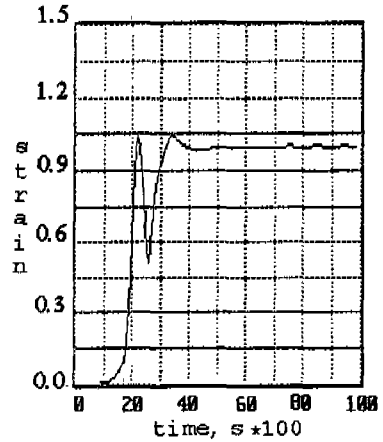


Fig. 8 Output of RLSR algorithm with input data of Fig. 7

Table 1. Effects of noise

noise \ W_c	0.01	0.05	0.10
0.1	63	62	63
0.15	47	49	51
0.2	34	38	42
0.3	33	44	40
0.4	34	48	50
0.5	41	38	40
0.6	46	50	57
0.7	46	50	43
0.8	46	50	47
0.9	42	42	49

적인 차이가 1/1,000보다 작을 때 계산이 멈추도록 하였을 때 약 40회의 계산이 소용되었다. 여기서 아날로그 디지털 변환 시간은 고려되지 않았다. 본 예시 모사를 질량 선별기에 예로하면 한 측정예 0.2초, 1분에 300개의 물체를 상대 불확도 1/1,000수준으로 판별할 수 있게 된다.

본 모사에 이어지는 연구에서 data sampling, 실시간 processing에 관한 기술이 개발되어야 할 것이다.

5. 결 론

1. 모사 실험 결과로부터 이송물체의 질량 M 이 재귀

형 최소자승법을 이용하여 성공적으로 결정됨을 보였다.

2. 재귀형 최소자승법의 신속한 수렴에 지수가중합수가 적합하게 활용될 수 있었다.

3. 3차 Butterworth 필터가 사용되어 백색 노이즈의 상대 최대 진폭이 신호의 0.1보다 적은 경우에 빠르고 안정적인 노이즈 감쇄 효과를 보여주었다.

참고문헌

1. Osawa Masao, New Technology in Weight Control with Checkweighers and Automatic Combination Weighers, 91 공장자동화 관련 기술 세미나, 첨단 월간 자동화 기술, 1991.

2. C.V.Colett and A.D.Hope, Engineering Measurements, 2nd. ed., Pitman Publishing Inc., Massachusetts, 1983.
3. T.Ono, "Dynamic Weighing of Mass", Instrumentation and Automation, Vol.12, No.2, 35(1984)
4. P. Yong, Recursive Estimation and Time Series Analysis, spring-Verlag, Tokyo, 1984.
5. Franklin, G.F, Powell, J.Dacid, Digital Control of Dynamic Systems; Addison-Wesley Pub. Co., London, 1980, pp.207.
6. Hamming, R.W., Digital Filters, 3rd. ed., Prentice Hall, New Jersey, 1989.