

수직3관절 로봇트 매니플레이터에 대하여 시변슬라이딩레짐을 사용한 가변구조 모델추종 적응제어의 응용

김 중 원*, 강 대 기**, 김 병 오**, 오 현 성**, 정 희 균**

An Application of Variable Structure Model Following Adaptive Control Using Time-Varying Sliding Regime to Robot Manipulator with Vertical 3 Links

Joong-Wan Kim*, Dae-Gi Kang**, Byoung-Oh Kim**, Hyun-Seong Oh**, Hee-Kyun Jung**

ABSTRACT

The design concept of variable structure control is useful not only to stochastic systems but also to adaptive control systems. The Dynamic equation of vertical three linkage robot was derived. And it was simplified according to the scheme of control strategy. And we specify the form of model. Thereafter the error dynamic equation was derived between the real state of the plant and state of the model. Some simulations were performed to control robot manipulator applying the methodology of the variable structure model following adaptive control.

Key Words : Time Varying Sliding Regime(시변슬라이딩레짐, TVSR), Variable Structure Control(가변구조제어, VSC), Model Following Adaptive Control(모델추종적응제어, MFAC), Variable Structure Model Following Adaptive Control(가변구조모델추종적응제어, VSMFAC)

1. 서 론

Lyapunov 안정성과 Hyperstability 이론을 사용한 모델추종 적응제어(MFAC)의 기법이 문헌에 많이 소개되었다.⁽¹⁻³⁾ 이 기법은 설계자가 특별히 제공한 모델의

응답을 실제 플랜트가 추종하도록 한다. 외란이 없거나 확정적 선형시스템 및 시불변 선형시스템에 대한 MFAC는 정상상태에서 시스템의 안정성을 보장하도록 제어기를 설계할 수 있다. 그러나 외란을 추정할 수 없는 시스템 및 불확실한 비선형 시스템에서는 MFAC

* 정희원, 동아대학교 기계공학과

** 동아대학교 기계공학과 대학원

시스템의 총체적 안정성을 보장하는 것과 정상상태에서의 플랜트 거동은 예측할 수 있으나 과도상태에서의 거동을 예측할 수 없는 것이 문제점으로 제시되고 있다. 또한 플랜트 파라미터가 변하는 시변 시스템에서도 응답의 속응성이 저하되는 것으로 보고되었다. 이러한 문제들을 해결하기 위한 방법 중에서 MFAC에 가변구조 제어이론의 도입이 연구되고 있다. Balestrino 등⁽⁴⁻⁶⁾은 가변구조 제어이론과 MFAC를 접목하여 비선형 시변 시스템의 총체적 안정성을 보장할 수 있는 기법을 제안하였다. Fu⁽⁷⁻⁸⁾는 불확실한 시스템을 위하여, Lee⁽⁹⁾ 등은 불확실하고 외란의 변동이 큰 시스템에 대한 가변구조 모델기준 적응제어를 연구하였으며 과도상태의 응답 추정 및 시스템의 안정성을 보장하기 위한 제어기의 구성이 간단하고 용이함을 주장하였다.

본 연구에서는 수직 3관절 로봇 매니퓰레이터의 운동방정식을 Lagrange법으로 유도하고, 제어규약을 설정한 후에 운동방정식을 변환하였으며 관절각의 초기치와 목표치를 고려한 오차 운동방정식을 유도하였다. 적당한 모델을 결정하고 시변슬라이딩레짐에 의한 가변구조 모델추종 적응제어기를 설계하여 로봇 매니퓰레이터의 관절각의 오차 상태를 영으로 수렴시키는 시뮬레이션을 수행하였다.

2. 수직3관절 로봇의 운동방정식

로봇 매니퓰레이터의 운동방정식은 Lagrange법을 이용하여 유도할 수 있다. 일반적인 운동방정식은 다음과 같다.⁽¹⁰⁾

$$T_i = \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_i} - \frac{\partial L}{\partial \theta_i} \quad (1)$$

여기서 T는 입력 토크, L은 Lagrangian, θ 는 일반좌표, i는 일반좌표의 수이다.

Fig. 1은 본 연구에서 고려하고 있는 수직3관절 로봇 매니퓰레이터의 개략도이다.

Fig. 1에서 기반부는 고정되어 있고, 링크1을 구동하는 모터가 설치되어 있다. 링크1의 길이는 l_1 이고 질량은 m_1 이며, 링크1의 끝에는 링크2를 구동하기 위한 질량 M_1 인 모터가 장착되어 있다. 링크2의 길이는 l_2 이고 질량은 m_2 이며, 링크2의 끝에는 링크3을 구동하기 위한 질량 M_2 인 모터가 장착되어 있다. 링크3의 길이는 l_3 이고 질량은 m_3 이며 링크3의 끝에 질량 M_3 인 핸

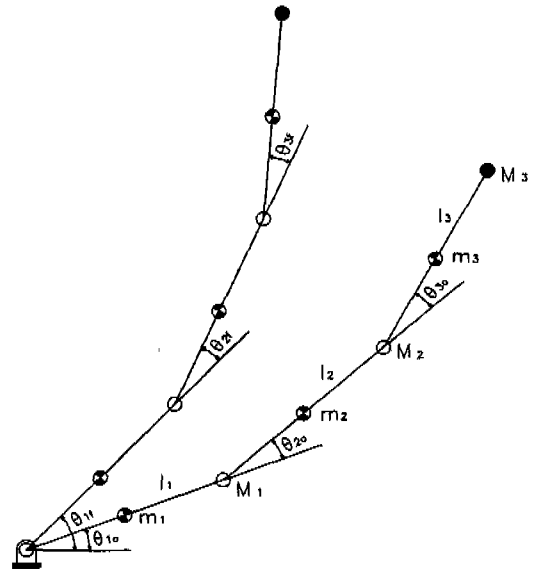


Fig. 1 Schematic diagram of robot manipulator with vertical three links

드가 장착되어 있다. 일반좌표는 수평축인 X축을 기준 한 링크1의 관절각 θ_1 과 링크1의 중심선을 기준한 링크2의 관절각 θ_2 및 링크2의 중심선을 기준한 링크3의 관절각 θ_3 등을 선택한다. Fig. 1의 로봇 매니퓰레이터의 운동방정식을 식(1)을 이용하여 다음과 같이 유도할 수 있다.

Lagrangian은 다음과 같이 정의된다.

$$L = \sum K_i - \sum P_i, \quad i = 1, 2, 3 \quad (2)$$

여기서 K_i 와 P_i 는 각각의 질량요소의 운동에너지와 위치에너지이다.

식(1)과 식(2)로부터 아래와 같은 운동방정식이 유도된다.

$$T_1 = \left\{ \left(\frac{1}{4} m_1 + M_1 + m_2 + M_2 + m_3 \right) l_1^2 + \left(\frac{1}{4} m_2 + M_2 + m_3 + M_3 \right) l_2^2 + \left(\frac{1}{4} m_3 + M_3 \right) l_3^2 + 2 \left(\frac{1}{2} m_2 + M_2 + m_3 + M_3 \right) l_1 l_2 \cos(\theta_2) + 2 \left(\frac{1}{2} m_3 + M_3 \right) l_1 l_3 \cos \right.$$

$$\begin{aligned}
 & (\theta_2 + \theta_3) + 2\left(\frac{1}{2}m_3 + M_3\right)L_2L_3 \cos(\theta_3) \Big\} \ddot{\theta}_1 \\
 & + \left\{ \left(\frac{1}{4}m_2 + M_2 + m_3 + M_3\right)L_2^2 \right. \\
 & + \left(\frac{1}{4}m_3 + M_3\right)L_3^2 \\
 & + \left(\frac{1}{2}m_3 + M_3 + m_3 + M_3\right)L_1L_2 \cos(\theta_2) \\
 & + \left(\frac{1}{2}m_3 + M_3\right)L_1L_3 \cos(\theta_2 + \theta_3) \\
 & \left. + 2\left(\frac{1}{2}m_3 + M_3\right)L_2L_3 \cos(\theta_3) \right\} \ddot{\theta}_2 \\
 & + \left\{ \left(\frac{1}{4}m_3 + M_3\right)L_3^2 \right. \\
 & + \left(\frac{1}{2}m_3 + M_3\right)L_1L_3 \cos(\theta_2 + \theta_3) \\
 & \left. + \left(\frac{1}{2}m_3 + M_3\right)L_2L_3 \cos(\theta_3) \right\} \ddot{\theta}_3 \\
 & - \left(\frac{1}{2}m_2 + M_2 + m_3 + M_3\right)L_1L_2 \sin(\theta_2) \\
 & \quad \dot{\theta}_2(2\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \\
 & - \left(\frac{1}{2}m_2 + M_3\right)L_1L_3 \sin(\theta_2 + \theta_3) \\
 & \quad (\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3)(2\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3) \\
 & - \left(\frac{1}{2}m_3 + M_3\right)L_2L_3 \sin(\theta_3) \\
 & \quad \dot{\theta}_3(2\dot{\theta}_1 + 2\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3) \\
 & + \left(\frac{1}{2}m_1 + M_1 + m_2 + M_2 + m_3 + M_3\right) \\
 & \quad g L_1 \cos(\theta_1) \\
 & + \left(\frac{1}{2}m_2 + M_2 + m_3 + M_3\right)g L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \\
 & + \left(\frac{1}{2}m_3 + M_3\right)g L_3 \cos(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3)
 \end{aligned} \tag{3}$$

$$I_2 = \left\{ \left(\frac{1}{4}m_2 + M_2 + m_3 + M_3\right)L_2^2 \right.$$

$$\begin{aligned}
 & + \left(\frac{1}{4}m_3 + M_3\right)L_3^2 \\
 & + \left(\frac{1}{2}m_2 + M_2 + m_3 + M_3\right)L_1L_2 \cos(\theta_2) \\
 & + \left(\frac{1}{2}m_3 + M_3\right)L_1L_3 \cos(\theta_2 + \theta_3) \\
 & \left. + 2\left(\frac{1}{2}m_3 + M_3\right)L_2L_3 \cos(\theta_3) \right\} \ddot{\theta}_1 \\
 & + \left\{ \left(\frac{1}{4}m_2 + M_2 + m_3 + M_3\right)L_2^2 \right. \\
 & + \left(\frac{1}{4}m_3 + M_3\right)L_3^2 \\
 & \left. + 2\left(\frac{1}{2}m_3 + M_3\right)L_2L_3 \cos(\theta_3) \right\} \ddot{\theta}_2 \\
 & + \left\{ \left(\frac{1}{4}m_3 + M_3\right)L_3^2 + \left(\frac{1}{2}m_3 + M_3\right) \right. \\
 & \quad \left. L_2L_3 \cos(\theta_3) \right\} \ddot{\theta}_3
 \end{aligned} \tag{4}$$

$$\begin{aligned}
 & + \left(\frac{1}{2}m_2 + M_2 + m_3 + M_3\right)L_1L_2 \sin(\theta_2)\dot{\theta}_1^2 \\
 & + \left(\frac{1}{2}m_3 + M_3\right)L_1L_3 \sin(\theta_2 + \theta_3)\dot{\theta}_1^2 \\
 & - \left(\frac{1}{2}m_3 + M_3\right)L_2L_3 \sin(\theta_3)\dot{\theta}_3(2\dot{\theta}_1 + 2\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3) \\
 & + \left(\frac{1}{2}m_2 + M_2 + m_3 + M_3\right)g L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \\
 & + \left(\frac{1}{2}m_3 + M_3\right)g L_3 \cos(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3) \\
 \\
 I_3 = & \left\{ \left(\frac{1}{4}m_3 + M_3\right)L_3^2 + \left(\frac{1}{2}m_3 + M_3\right) \right. \\
 & \quad L_1L_3 \cos(\theta_2 + \theta_3) \\
 & \left. + \left(\frac{1}{2}m_3 + M_3\right)L_2L_3 \cos(\theta_3) \right\} \ddot{\theta}_1 \\
 & + \left\{ \left(\frac{1}{4}m_3 + M_3\right)L_3^2 + \left(\frac{1}{2}m_3 + M_3\right) \right. \\
 & \quad \left. L_2L_3 \cos(\theta_3) \right\} \ddot{\theta}_2 \\
 & + \left(\frac{1}{4}m_3 + M_3\right)L_3^2 \ddot{\theta}_3
 \end{aligned} \tag{5}$$

$$\begin{aligned}
 & + \left(\frac{1}{2}m_3 + M_3\right) l_1 l_3 \sin(\theta_2 + \theta_3) \dot{\theta}_1^2 \\
 & + \left(\frac{1}{2}m_3 + M_3\right) l_2 l_3 \sin(\theta_3) (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 \\
 & + \left(\frac{1}{2}m_3 + M_3\right) g l_3 \cos(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3)
 \end{aligned}$$

식 (3), (4) 및 (5)에서 g는 중력가속도이며 링크의 회전각 θ_1 , θ_2 , 및 θ_3 는 입력 토크 T_1 , T_2 및 T_3 에 연동되어 변하는 변수이다. 즉 링크1의 기저부에 부착된 모터가 회전하면 링크1의 회전 뿐만 아니라 링크2와 링크3의 회전에도 영향을 주게 된다. 링크2의 저단에 부착된 모터의 토크에 의해서도 링크2와 링크3의 운동에 영향을 미치고 링크3을 구동하는 모터의 토크도 링크1과 링크2의 회전에 영향을 준다. 이와 같이 링크들이 서로 연성을 이루는 경우에는 연성항들의 영향때문에 원하는 응답특성을 얻기가 힘들고 정상상태로의 도달시간이 늦어지게 되며 정상상태오차도 남게 된다.

본 연구에서는 원칩 마이크로프로세서로서 수직3관절 로봇 매니퓰레이터를 구동시키는 상황과 유사하게 시뮬레이션하기 위하여 다음과 같은 제어 규약을 정하였다.

1) 링크1을 구동하는 모터에 입력 토크가 인가될 때에는 다른 모터는 링크2와 링크3을 정지토크를 인가한다. 이 경우에 θ_1 은 변수이고 θ_2 와 θ_3 는 상수이다.

$$\text{이 때 } \dot{\theta}_2 = \dot{\theta}_3 = 0$$

2) 링크2을 구동하는 모터에 입력 토크가 인가될 때에는 다른 모터는 링크1과 링크3에 정지 토크를 인가한다. 이 경우에 θ_2 는 변수이고 θ_1 과 θ_3 는 상수이다.

$$\text{이 때 } \dot{\theta}_1 = \dot{\theta}_3 = 0$$

3) 링크3을 구동하는 모터에 입력 토크가 인가될 때에는 다른 모터는 링크1과 링크2에 정지 토크를 인가한다. 이 경우에 θ_3 는 변수이고 θ_1 과 θ_2 는 상수이다.

$$\text{이 때 } \dot{\theta}_1 = \dot{\theta}_2 = 0$$

제어 규약을 적용하여 운동방정식 (3), (4) 및 (5)를 다시 쓰면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 T_1 = & \left\{ \left(\frac{1}{4}m_1 + M_1 + m_2 + M_2 + m_3 + M_3\right) l_1^2 \right. \\
 & \left. + \left(\frac{1}{4}m_2 + M_2 + m_3 + M_3\right) l_2^2 \right.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \left(\frac{1}{4}m_3 + M_3\right) l_3^2 + 2\left(\frac{1}{2}m_2 + M_2 + m_3 + M_3\right) l_1 l_2 \cos(\theta_2) \\
 & + 2\left(\frac{1}{2}m_3 + M_3\right) l_1 l_3 \cos(\theta_2 + \theta_3) \\
 & + 2\left(\frac{1}{2}m_3 + M_3\right) l_2 l_3 \cos(\theta_3) \Big\} \ddot{\theta}_1 \\
 & + \left(\frac{1}{2}m_1 + M_1 + m_2 + M_2 + m_3 + M_3\right) g l_1 \cos(\theta_1) \\
 & + \left(\frac{1}{2}m_2 + M_2 + m_3 + M_3\right) g l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \\
 & + \left(\frac{1}{2}m_3 + M_3\right) g l_3 \cos(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3)
 \end{aligned} \tag{6}$$

$$\begin{aligned}
 T_2 = & \left\{ \left(\frac{1}{4}m_2 + M_2 + m_3 + M_3\right) l_2^2 \right. \\
 & \left. + \left(\frac{1}{4}m_3 + M_3\right) l_3^2 \right. \\
 & + 2\left(\frac{1}{2}m_3 + M_3\right) l_2 l_3 \cos(\theta_3) \Big\} \ddot{\theta}_2 \\
 & + \left(\frac{1}{2}m_2 + M_2 + m_3 + M_3\right) g l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \\
 & + \left(\frac{1}{2}m_3 + M_3\right) g l_3 \cos(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3)
 \end{aligned} \tag{7}$$

$$\begin{aligned}
 T_3 = & \left\{ \left(\frac{1}{4}m_3 + M_3\right) l_3^2 \right. \\
 & \left. + \left(\frac{1}{2}m_3 + M_3\right) g l_3 \cos(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3) \right.
 \end{aligned} \tag{8}$$

운동방정식을 오차 운동방정식으로 변환하기 위하여 오차를 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned}
 e_1 & = \theta_1 - \theta_{1f} \\
 e_2 & = \theta_2 - \theta_{2f} \\
 e_3 & = \theta_3 - \theta_{3f}
 \end{aligned} \tag{9}$$

여기서 e_1 , e_2 , 및 e_3 는 각각 링크1, 링크2 및 링크3의 오차 회전각이고, θ_{1f} , θ_{2f} 및 θ_{3f} 는 각각 링크1, 링크2 및 링크3의 각위치이며 θ_{1f} , θ_{2f} 및 θ_{3f} 는 각각 링크1,

링크2 및 링크3의 최종 각위치이다.
식 (9)로 부터 다음식이 유도된다.

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 &= \dot{\theta}_1 \\ \dot{e}_2 &= \dot{\theta}_2 \\ \dot{e}_3 &= \dot{\theta}_3 \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \ddot{e}_1 &= \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{e}_2 &= \ddot{\theta}_2 \\ \ddot{e}_3 &= \ddot{\theta}_3 \end{aligned} \quad (11)$$

제어규약을 고려하고 식 (9), (10) 및 (11)을 식 (6), (7) 및 (8)에 대입하면 다음과 같은 오차 운동방정식을 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned} T_1 &= \left\{ \left(\frac{1}{4} m_1 + M_1 + m_2 + M_2 + m_3 + M_3 \right) l_1^2 \right. \\ &+ \left(\frac{1}{4} m_2 + M_2 + m_3 + M_3 \right) l_2^2 \\ &+ \left(\frac{1}{4} m_3 + M_3 \right) l_3^2 + 2 \left(\frac{1}{2} m_2 + M_2 + m_3 \right. \\ &+ M_3 \left. \right) l_1 l_2 \cos(e_2 + \theta_{2f}) \\ &+ 2 \left(\frac{1}{2} m_3 + M_3 \right) l_2 l_3 \cos(e_2 + \theta_{2f} + e_3 + \theta_{3f}) \\ &+ 2 \left(\frac{1}{2} m_3 + M_3 \right) l_2 l_3 \cos(e_3 + \theta_{3f}) \left. \right\} \ddot{e}_1 \\ &+ \left(\frac{1}{2} m_1 + M_1 + m_2 + M_2 + m_3 + M_3 \right) \\ &g l_1 \cos(e_1 + \theta_{1f}) \\ &+ \left(\frac{1}{2} m_2 + M_2 + m_3 + M_3 \right) g l_2 \\ &\cos(e_1 + \theta_{1f} + e_2 + \theta_{2f}) \\ &+ \left(\frac{1}{2} m_3 + M_3 \right) g l_3 \\ &\cos(e_1 + \theta_{1f} + e_2 + \theta_{2f} + e_3 + \theta_{3f}) \end{aligned} \quad (12)$$

$$T_2 = \left\{ \left(\frac{1}{4} m_2 + M_2 + m_3 + M_3 \right) l_2^2 \right.$$

$$+ \left(\frac{1}{4} m_3 + M_3 \right) l_3^2 \quad (13)$$

$$+ 2 \left(\frac{1}{2} m_3 + M_3 \right) l_2 l_3 \cos(e_3 + \theta_{3f}) \left. \right\} \ddot{e}_2$$

$$+ \left(\frac{1}{2} m_2 + M_2 + m_3 + M_3 \right) g l_2 \cos(e_1 + \theta_{1f} + e_2 + \theta_{2f})$$

$$+ \left(\frac{1}{2} m_3 + M_3 \right) g l_3 \cos(e_1 + \theta_{1f} + e_2 + \theta_{2f} + e_3 + \theta_{3f})$$

$$T_3 = \left(\frac{1}{4} m_3 + M_3 \right) l_3^2 \ddot{e}_3 \quad (14)$$

$$+ \left(\frac{1}{2} m_3 + M_3 \right) g l_3$$

$$\cos(e_1 + \theta_{1f} + e_2 + \theta_{2f} + e_3 + \theta_{3f})$$

3. 가변구조 모델추종 적응제어기

모델추종 적응제어 시스템에서 기준모델은 다음식으로 표현된다. ⁽¹¹⁾

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} q_m \\ \dot{q}_m \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & I \\ A_{m1} & A_{m2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_m \\ \dot{q}_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ B_{m1} \end{bmatrix} r \\ &= A_m X_m + B_m r \end{aligned} \quad (15)$$

여기서 $X_m = (q_m^T \dot{q}_m^T)^T \in R^{2n}$ 이고, $A_m \in R^{2n \times 2n}$ 과 $B_m \in R^{2n \times n}$ 은 상수매트릭스이며 $r \in R^n$ 은 외부입력이다. 본 연구에서는 식 (15)를 참고하여 기준모델식을 다음과 같이 선택하였다.

$$\begin{aligned} \ddot{\theta}_{m1} &= a_{m11} \theta_{m1} + a_{m12} \dot{\theta}_{m1} + T_{m1} \\ \ddot{\theta}_{m2} &= a_{m21} \theta_{m2} + a_{m22} \dot{\theta}_{m2} + T_{m2} \\ \ddot{\theta}_{m3} &= a_{m31} \theta_{m3} + a_{m32} \dot{\theta}_{m3} + T_{m3} \end{aligned} \quad (17)$$

여기서 시스템 파라미터 a_{mij} 는 기준모델시스템의 안정성과 응답성을 고려하여 결정한다. 기준모델식의 상태변수의 초기값과 최종값 사이의 오차를 고려하여 오

차 기준모델식을 구하면 다음식과 같다.

$$\begin{aligned} \ddot{e}_{m1} &= a_{m11}(e_{m1} + \theta_{m1f}) + a_{m12} \dot{e}_{m1} + T_{m1} \\ \ddot{e}_{m2} &= a_{m21}(e_{m2} + \theta_{m2f}) + a_{m22} \dot{e}_{m2} + T_{m2} \\ \ddot{e}_{m3} &= a_{m31}(e_{m3} + \theta_{m3f}) + a_{m32} \dot{e}_{m3} + T_{m3} \end{aligned} \quad (18)$$

여기서 기준모델의 오차는 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned} e_{m1} &= \theta_{m1} - \theta_{m1f} \\ e_{m2} &= \theta_{m2} - \theta_{m2f} \\ e_{m3} &= \theta_{m3} - \theta_{m3f} \end{aligned} \quad (19)$$

식(19)로 부터 다음식이 유도된다.

$$\begin{aligned} \dot{e}_{m1} &= \dot{\theta}_{m1} \\ \dot{e}_{m2} &= \dot{\theta}_{m2} \\ \dot{e}_{m3} &= \dot{\theta}_{m3} \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \ddot{e}_1 &= \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{e}_2 &= \ddot{\theta}_2 \\ \ddot{e}_3 &= \ddot{\theta}_3 \end{aligned} \quad (21)$$

입력 토크 T_{mi} 는 가변구조제어기로 구성하였다.

$$\begin{aligned} T_{m1} &= -(\psi_{m11}|e_{m1}| + \psi_{m12}|\dot{e}_{m1}|)SGN(\sigma_{m1}) \\ T_{m2} &= -(\psi_{m21}|e_{m2}| + \psi_{m22}|\dot{e}_{m2}|)SGN(\sigma_{m2}) \\ T_{m3} &= -(\psi_{m31}|e_{m3}| + \psi_{m32}|\dot{e}_{m3}|)SGN(\sigma_{m3}) \end{aligned} \quad (22)$$

여기서 ψ_{mij} 는 입력 토크 발생 가중치이고 $SGN(\sigma_{mi})$ 는 σ_{mi} 의 부호에 종속하는 부호함수이며 σ_{mi} 는 상태 변수가 상태공간에서 추종해야할 스위칭표면이다.⁽¹²⁾ 스위칭표면을 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\begin{aligned} \sigma_{m1} &= c_{m1}e_{m1} + \dot{e}_{m1} \\ \sigma_{m2} &= c_{m2}e_{m2} + \dot{e}_{m2} \\ \sigma_{m3} &= c_{m3}e_{m3} + \dot{e}_{m3} \end{aligned} \quad (23)$$

여기서 C_{mi} 는 상태공간에서 기준모델의 오차가 추종해야 할 기준선을 결정하는 파라미터이다.

한편 수직 3관절 로봇 매니플레이터의 오차 운동방정식 (12), (13) 및 (14)에 대한 입력 토크를 가변구조제어기를 이용하여 다음식으로 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} T_1 &= -(\psi_{11}|e_1| + \psi_{12}|\dot{e}_1|)SGN(\sigma_1) \\ T_2 &= -(\psi_{21}|e_2| + \psi_{22}|\dot{e}_2|)SGN(\sigma_2) \\ T_3 &= -(\psi_{31}|e_3| + \psi_{32}|\dot{e}_3|)SGN(\sigma_3) \end{aligned} \quad (24)$$

여기서 ψ_{ij} 는 입력 토크 발생 가중치이고 $SGN(\sigma_i)$ 는 σ_i 의 부호에 종속하는 부호함수이며 σ_i 는 상태변수가 상태공간에서 추종해야할 스위칭표면이다. 스위칭표면을 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= c_1 e_1 + \dot{e}_1 \\ \sigma_2 &= c_2 e_2 + \dot{e}_2 \\ \sigma_3 &= c_3 e_3 + \dot{e}_3 \end{aligned} \quad (25)$$

여기서 C_i 는 상태공간에서 로봇의 각오차가 추종해야 할 기준선을 결정하는 파라미터이다.

이제 수직 3관절 로봇 매니플레이터의 응답이 모델 기준 시스템의 응답을 추종하도록 하기 위하여 가변구조제어에 의한 토크를 가변구조 모델추종 적응제어에 의한 토크로 변환해야 한다. 수직 3관절 로봇 매니플레이터의 응답이 모델기준 시스템의 응답을 추종하는 의미는 수직 3관절 로봇 매니플레이터의 오차 응답이 모델기준 시스템의 오차 응답을 추종하는 것이므로 가변구조 모델추종 적응제어란 수직 3관절 로봇 매니플레이터의 오차 응답과 모델기준 시스템의 오차 응답 사이의 오차를 영으로 수렴시키는 것이 목적임을 알 수 있다. 따라서 새로운 오차를 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned} \epsilon_1 &= e_1 - e_{m1} \\ \epsilon_2 &= e_2 - e_{m2} \\ \epsilon_3 &= e_3 - e_{m3} \end{aligned} \quad (26)$$

그러면 다음식이 유도된다.

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_1 &= \dot{e}_1 - \dot{e}_{m1} \\ \dot{\epsilon}_2 &= \dot{e}_2 - \dot{e}_{m2} \\ \dot{\epsilon}_3 &= \dot{e}_3 - \dot{e}_{m3} \end{aligned} \quad (27)$$

윗식을 수직 3관절 로봇트 매니플레이터의 오차 운동 방정식에 인가되는 입력 토크인 식 (24)에 대입하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} T_1 &= -\left(\psi_{11}|e_1 + e_{m1}| + \psi_{12}|\dot{e}_1 + \dot{e}_{m1}|\right) SGN(\sigma_1) \\ T_2 &= -\left(\psi_{21}|e_2 + e_{m2}| + \psi_{22}|\dot{e}_2 + \dot{e}_{m2}|\right) SGN(\sigma_2) \\ T_3 &= -\left(\psi_{31}|e_3 + e_{m3}| + \psi_{32}|\dot{e}_3 + \dot{e}_{m3}|\right) SGN(\sigma_3) \end{aligned} \quad (28)$$

여기서

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= c_1(e_3 + e_{m3}) + (\dot{e}_3 + \dot{e}_{m3}) \\ \sigma_2 &= c_2(e_3 + e_{m3}) + (\dot{e}_3 + \dot{e}_{m3}) \\ \sigma_3 &= c_3(e_3 + e_{m3}) + (\dot{e}_3 + \dot{e}_{m3}) \end{aligned} \quad (29)$$

식 (28)은 가변구조 모델추종 적응제어에 의하여 발생하는 입력 토크이다. 여기서 SGN함수는 토크의 방향을 전환하는 스위치 역할을 적절하게 수행한다. 그러나 이 함수는 +1 또는 -1의 값을 가지므로 토크의 크기는 유지하면서 방향 전환을 급하게 한다. 이로 인하여 가변구조제어시스템에 채터링이라는 현상을 유발하는 것이다. 이 같은 단점을 보완하기 위한 연구가 많은 학자들에 의하여 이루어져 왔다. 그 결과 부호함수 스위칭논리를 대체하는 스위칭논리 함수로서 포화함수와 수정된 포화함수 및 시변스위칭표면을 함수로 하는 스위칭논리 등이 개발되었다.⁽¹³⁻¹⁵⁾ 본 연구에서는 시변스위칭표면을 함수로 하는 수정된 포화함수 스위칭논리를 적용하기로 한다.

시변 스위칭표면을 다음과 같이 정의하자.

$$\begin{aligned} \sigma_1(t) &= c_1(t) (e_3 + e_{m3}) + (\dot{e}_3 + \dot{e}_{m3}) \\ \sigma_2(t) &= c_2(t) (e_3 + e_{m3}) + (\dot{e}_3 + \dot{e}_{m3}) \\ \sigma_3(t) &= c_3(t) (e_3 + e_{m3}) + (\dot{e}_3 + \dot{e}_{m3}) \end{aligned} \quad (30)$$

여기서

$$c_i(t) = c_{i \min} + (c_{i \max} - c_{i \min})H_i(t), \quad i = 1, 2, 3 \quad (31)$$

$$H_i(t) = \begin{cases} \sin(h_i t), & h_i t < \pi/2, \\ 1, & h_i t < \pi/2 \end{cases} \quad i = 1, 2, 3$$

여기서 $C_{i \min}$ 과 $C_{i \max}$ 및 h_i 는 적절한 상수이다. 시변스위칭표면을 함수로 하는 수정된 포화함수 스위칭논리를 다음식으로 쓸 수 있다.

$$MOD_i = sat[\sigma_i(t)/(pN_i(\cdot))] \quad i = 1, 2, 3 \quad (32)$$

여기서

$$sat_i = \begin{cases} 1 & , \quad \sigma_i(t)/(p_i N_i(\cdot)) > 1 \\ \sigma_i(t) / (p_i N_i(\cdot)), & 1 > \sigma_i(t)/(p_i N_i(\cdot)) > -1 \\ -1 & , \quad \sigma_i(t)/(p_i N_i(\cdot)) < -1 \end{cases} \quad (33)$$

$$N_i(\cdot) = |e_i + e_{mi}| + |\dot{e}_i + \dot{e}_{mi}|$$

여기서 p 는 임의의 상수이다.

시변스위칭표면으로 구성된 가변구조제어법칙을 시변슬라이딩레짐이라 할 수 있다. 따라서 본 연구에서는 시변슬라이딩레짐에 의한 가변구조 모델추종 적응제어법칙에 의한 입력 토크를 아래식과 같이 결정하였다.

$$\begin{aligned} T_1 &= -\left(\psi_{11}|e_1 + e_{m1}| + \psi_{12}|\dot{e}_1 + \dot{e}_{m1}|\right) MOD_1 \\ T_2 &= -\left(\psi_{21}|e_2 + e_{m2}| + \psi_{22}|\dot{e}_2 + \dot{e}_{m2}|\right) MOD_2 \\ T_3 &= -\left(\psi_{31}|e_3 + e_{m3}| + \psi_{32}|\dot{e}_3 + \dot{e}_{m3}|\right) MOD_3 \end{aligned} \quad (34)$$

4. 시뮬레이션 및 고찰

본 연구에서는 수직3관절 로봇트 매니플레이터를 가변구조 모델추종 적응제어하기 위하여 오차운동방정식 (12), (13) 및 (14)를 유도하였고 모델기준 시스템을 식 (17)로 선택하였다. 모델기준 시스템에는 가변구조 제어입력을 식 (22)로 인가하고 수직3관절 로봇트 매니플레이터에 대하여는 시변슬라이딩레짐에 의한 가변구조 제어입력과 시변슬라이딩레짐에 의한 가변구조 모델추종 적응제어 입력을 인가하여 시뮬레이션을 수행하였다.

시물레이션 조건은 다음과 같다.

1) 수직 3관절 로봇 매니플레이터의 시물레이션 조건

$$\begin{aligned}
 l_1 &= 0.5(m), \quad l_2 = 0.4(m), \quad l_3 = 0.3(m) \\
 m_1 &= 0.3(kg), \quad m_2 = 0.25(kg), \quad m_3 = 0.2(kg) \\
 M_1 &= 0.3(kg), \quad M_2 = 0.3(kg), \quad M_3 = 0.2(kg) \\
 g &= 9.81(m/s^2) \\
 \theta_{10} &= \theta_{20} = \theta_{30} = 10^\circ, \\
 \theta_{1f} &= 30^\circ, \theta_{2f} = 25^\circ, \\
 \theta_{3f} &= 20^\circ \\
 \psi_{11} &= 40, \psi_{12} = 20, \psi_{21} = 20, \\
 \psi_{22} &= 10, \\
 \psi_{31} &= 10, \psi_{32} = 5 \\
 c_{1 \min} &= c_{2 \min} = c_{3 \min} = 1, \quad c_{1 \max} = c_{2 \max} \\
 &= c_{3 \max} = 5 \\
 h_1 &= h_2 = h_3 = 4, p_1 = p_2 = p_3 = 1
 \end{aligned}$$

2) 모델기준 시스템의 시물레이션 조건

$$\begin{aligned}
 a_{m11} &= -400, a_{m12} = -40, a_{m21} = -225, \\
 a_{m22} &= -30, a_{m31} = -100, a_{m32} = -20 \\
 \theta_{m10} &= \theta_{m20} = \theta_{m30} = 10^\circ, \theta_{m1f} = 30^\circ,
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \theta_{m2f} &= 25^\circ, \theta_{m3f} = 20^\circ \\
 \psi_{m11} &= 40, \psi_{m12} = 20, \psi_{m21} = 20, \\
 \psi_{m22} &= 10, \psi_{m31} = 10, \psi_{m32} = 5 \\
 c_{m1} &= c_{m2} = c_{m3} = 5
 \end{aligned}$$

기준모델 시스템이 가변구조 제어입력 식(22)에 대하여 응답한 각오차의 시간궤적을 Fig. 2(a)에, Fig. 2(b)에는 속도오차의 시간궤적을 도시하였다. 각오차의 응답은 오버슈트 없이 1초 이내에 목표치로 수렴함을 알 수 있다. 실제 플랜트인 로봇 매니플레이터도 Fig. 2와 같은 응답을 추종하여야 한다.

Fig. 3은 수직3관절 로봇 매니플레이터에 시변슬라이딩레짐에 의한 가변구조 제어입력을 인가하였을 때의 응답을 나타내고 있다. 기준모델의 각오차 거동과 비교하면 응답특성이 매우 나쁘다는 것을 알 수 있다. 여기서 유의할 점은 기준모델은 가상의 시스템이며 애초에 응답성이 좋도록 본 연구자가 임의로 선택하였다는 사실이다.

한편 Fig. 3에 보이는 파동현상을 제거하기 위하여, 또한 기준모델의 응답을 추종하도록 하기 위하여, 시변슬라이딩 레짐에 의한 가변구조 모델추종 적응제어 입력을 수직3관절 로봇 매니플레이터에 적용한 시물레이션 결과를 Fig. 4에 도시하였다. 각오차 거동과 각속도의 거동이 기준모델의 거동을 추종하고 있음을 명확하게 볼 수 있다. 이로부터 시변슬라이딩레짐에 의한 가변구조 모델추종 적응제어가 성공적임을 알 수 있다.

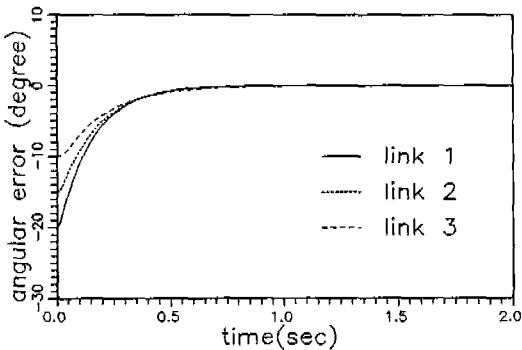


Fig. 2 (a) Time trajectories of angular errors of each links

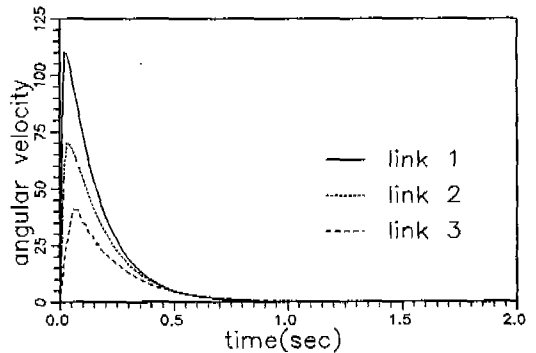


Fig. 2(b) Time trajectories of angular velocities of each links

Fig. 2 Time trajectories of states of model using variable structure control

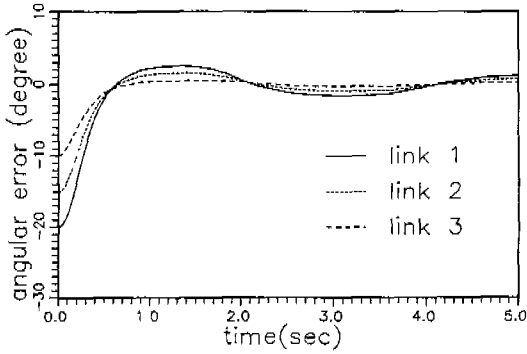


Fig. 3(a) Time trajectories of angular errors of each links

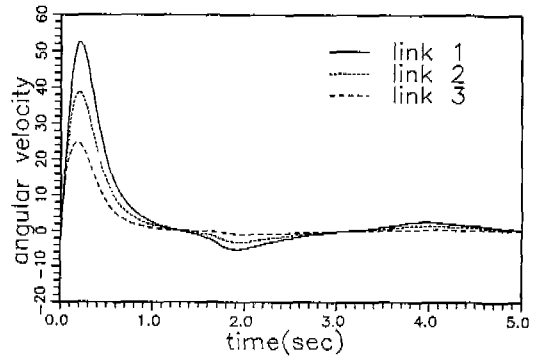


Fig 3(b) Time trajectories of angular velocities of each links

Fig. 3 Time trajectories of robot applying VSC using time varying sliding regime

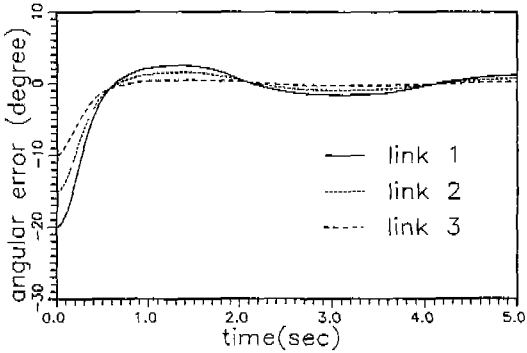


Fig. 4(a) Time trajectories of angular errors of each links

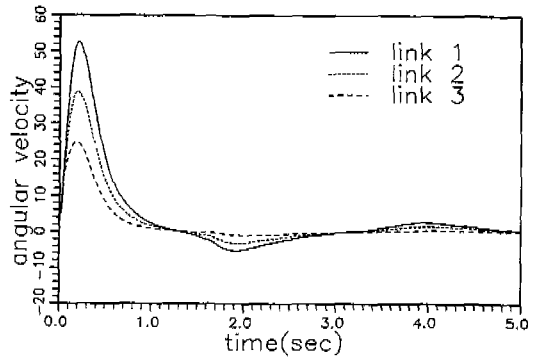


Fig. 4(b) Time trajectories of angular velocities of each links

Fig. 4 Time trajectories of robot applying VSMFAC using time varying sliding regime

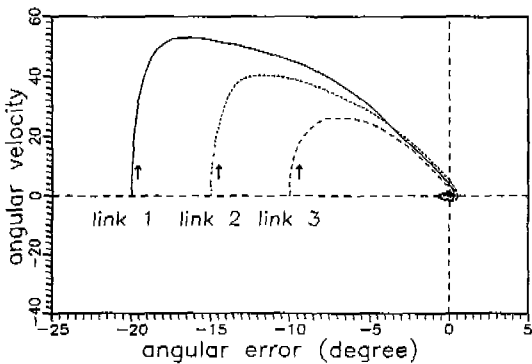


Fig. 5 The trajectories of error state variables applying VSMFAC using time varying sliding regime

Fig. 4의 각각의 링크의 각오차와 각속도오차를 상태변수로 하여 상태공간에 도시한 것이 Fig. 5이다. 여기서 오차상태변수가 영으로 수렴하는 거동과 슬라이딩 거동이 뚜렷하게 보인다. 스위칭표면과 경계층은 플랜트의 상태오차 및 모델의 상태오차와 연관되어 변동하기 때문에 상태공간에 표시하지 않았다.

5. 결론

본 연구에서는 수직3관절 로봇 매니퓰레이터를 시변슬라이딩제에 의한 가변구조 모델추종적응제어를 수행하기 위하여 운동방정식과 오차운동방정식을 유도하였다. 기준모델식을 선택하고 모델추종 적응제어의

개념에 의한 가변구조 제어입력을 구하였으며 시변슬라이딩레짐을 이용하였다. 가변구조 제어입력 만을 사용한 응답특성 보다 시변슬라이딩레짐에 의한 가변구조 모델추종 적응제어 입력을 사용하여 얻은 응답특성이 양호하였다.

후 기

본 연구는 1992학년도 동아대학교 학술연구조성비 지원에 의하여 수행되었기에 관계자 여러분에게 감사드립니다.

참고문헌

1. Balestrino, A., G. De Maria and L. Sciacivico, "Adaptive model following control system for a class of nonlinear multi-valiable plants", *Ricerche Automatica*, 11, pp.95-110, 1980
2. Young, K. K. D., "Asymptotic stability of model reference systems with variable structure control", *IEEE Trans. Auto. Control*, AC-22, pp.279-281, 1977
3. Balestrino, A., G. De Maria and L. Sciacivico, "An Adaptive model following control for robotic manipulators", *Trans. ASME J. Dynamic Syst. Measurement Control*, pp.105, 1983
4. Drazennovic, B., "The invariable conditions in variable structure systems", *Automatica*, 5, pp.287-295, 1969
5. El-Ghezawi, O.M.E., A.S.I.Zinober and S.A. Billings, "Analysis and design of variable structure systems using a geometrical approach", *Int. J. Control*, 38, pp.657-671, 1983
6. El-Ghezawi, O.M.E., A.S.I.Zinober, D.H.Owens and S.A. Billings, "Computation of the zeros and zero directions of linear multivariable systems", *Int. J. Control*, 36, pp.833-843, 1982
7. Li-Chen Fu, "A Robust Model Reference Adaptive Control Using Variable Structure Adaptation for a Class of Plants", *American Control Conference*, pp.2291-2296, 1989
8. Li-Chen Fu, "A New Robust Model Reference Adaptive Control Using Variable Structure Adaptation for Plants with Relative Degree Two", *American Control Conference*, Vol.1-3, pp.73-78, 1990
9. S. S. Lee, J. K. Park, J. J. Lee, "Sliding Mode-MFAC Power System Stabilizer", *J. of KIEE*, Vol.5, No.1, pp.1-7, 1992
10. D. T. Greenwood, *Classical Dynamics*, P-H, pp.48-56, 1977
11. Landau, I. D., *Adaptive Control, The Model Reference Approach*, Marcel Dekker, 1979
12. Itkis. U, *Control Systems of Variable Structure*, Kater Publishing House, 1976
13. J. J. E. Slotine and J. A. Coetsee, "Adaptive sliding controller synthesis for nonlinear systems", *Int. J. Control*, Vol.43, No.6, pp.1631-1651, 1986
14. Landau, I. D. and B. Courtiol, "Design of multi-variable adaptive model following control systems", *Automatica*, Vol.10, pp.488-494, 1974
15. Slotine, J. J. and S. S. Sastry, "Tracking control of nonlinear systems using sliding surfaces with applications to robot manipulators". *Int. J. Control*, Vol.38, pp.465-492, 1983