

# 점탄성재료의 진동감쇠특성에 관한 연구

## On Damping Characteristics of Viscoelastic Materials

이 우 식\*

Lee, U-Sik

이 준 근\*\*

Lee, Jon-Keun

### Abstract

Viscoelastic materials are widely used to solve the vibration and noise problems. To apply the well-known damping technologies successfully to the vibration and noise problems, the damping characteristics of the viscoelastic materials applied to the base structures must be thoroughly understood. The objectives of the present study are : 1) to establish the damping measurement technique via modal testing by which the damping characteristics of viscoelastic materials can be measured in the university laboratory environment, and 2) to develop a computer program to draw the reduced-frequency-nomogram by use of restricted number of experimental data, which can be used efficiently for the damping analysis and application.

### 요 약

감쇠재료인 점탄성재료는 여러 산업현장에서 발생하는 소음 및 진동문제를 해결하기 위하여 널리 쓰이고 있다. 기존의 진동감쇠 제어기술을 이용하여 이러한 문제를 성공적으로 해결하기 위해서는 먼저 제어하고자 하는 구조물에 적용될 점탄성재료의 진동감쇠 특성이 명확히 규명되어야 한다. 따라서 본 연구에서는 1) 우리의 일반적인 실험실 환경에서 모우드해석법을 통해 점탄성재료의 진동감쇠특성을 측정할 수 있는 실험이론과 기법을 정립하고 2) 제한된 환경(온도 및 주파수)에서 얻어진 실험 데이터를 이용하여 reduced-frequency-nomogram(RFN)을 그릴 수 있는 전산프로그램을 개발하였으며, 또한 RFN으로부터 확보한 점탄성재료의 진동감쇠특성을 이용하여 감쇠처리된 구조물의 진동해석을 수행하였다.

### 기호설명

$E$  : Young's modulus of the beam after damping treatment

$E_1$  : Young's modulus of the stainless steel beam before damping treatment

$E_2$  : Young's modulus of viscoelastic material

$H_1$  : Thickness of beam

$H_2$  : Thickness of viscoelastic material layer

$I$  : Moment of inertia of the beam after damping treatment

\* 정회원, 인하대학교 기계공학과

\*\* 인하대학교 대학원 기계공학과 박사과정

이 논문에 대한 토론을 1994년 9월 30일까지 본 학회에 보내 주시면 1995년 3월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

- $I_1$  : Moment of inertia of the beam before damping treatment
- $I_2$  : Moment of inertia of viscoelastic material layer
- $\alpha(\omega)$ : Frequency response function (receptance)
- $r^{\circ j}$  : Modal vector
- $\eta_r$  : Modal loss factor
- $\omega_r$  : Natural frequency

### 1. 서 론

진동을 제어하는 방법의 하나로 널리 응용되고 있는 진동감쇠제어기술은 급속한 산업화에 부수되는 불필요한 진동이나 소음을 효과적으로 줄이기 위하여 광범위하게 연구되어 오고 있다. 특히 수동감쇠제어(passive damping control)는 기존의 구조물에 단지 표면처리 등의 간단한 작업을 통해 큰 감쇠효과를 얻을 수 있을 뿐 아니라 수명도 반영구적이고 사용장소의 구애를 거의 받지 않는다는 장점 때문에 그 수요가 증가하고 있는 실정이다. 그러나 대표적인 진동감쇠재료로서 널리 이용되고 있는 점탄성재료(viscoelastic material)는 우수한 감쇠특성을 가지고 있음에도 불구하고, 주위환경에 따라 점탄성 재료의 물성치와 감쇠특성이 민감하게 변화하며 특히 주파수와 온도에 따른 충분한 실험데이터를 확보하는데 많은 제약이 따르고 있다. 이러한 관점에 비추어 볼때 점탄성 재료의 효과적인 사용을 위해서 주위환경(온도, 주파수 등)에 따른 점탄성 재료의 특성을 한눈에 알아볼 수 있도록 하는 방법이 필요로 하게 된다. 이러한 필요성에 의하여 점탄성 재료의 가장 중요한 특성인 온도-주파수 중첩원리(temperature frequency superposition principle)[1]를 이용하여 점탄성 재료의 감쇠특성을 폭넓은 온도와 주파수에 대하여 동시에 나타낼 수 있는 RFN(reduced-frequency-nomogram) 기법[2]이 개발되었다. RFN은 구조물을 보다 효과적으로 감쇠처리하기 위한 데이터를 쉽게 제공할 수 있으며, 또한 점탄성재료로 감쇠처리된 구조물에 대해 실험을 거치지 않고도 관련된 간단한 공식을 통해

감쇠효과를 예측하는데 쉽게 응용할 수 있다[2]. 이 기법을 바탕으로 Jones[3]는 점탄성재료의 비선형성과 복잡성을 선형적인 리오로지 모델(rheological model)로 가정하고 특정온도와 주파수에서 구한 점탄성재료의 감쇠값을 RFN으로 나타내었다. 점탄성재료의 특성을 보다 정밀하게 측정하기 위하여 Chesneau[4]는 Visco-analyzer와 Micro-analyzer란 장치를 고안하여 실험하였다. Bryce[5]는 실험으로부터 얻은 여러 점탄성 재료의 감쇠특성 및 RFN을 데이터베이스(database) 프로그램을 이용하여 쉽게 저장하고 불러들일 수 있도록 하였다. 본 연구에서는 진동감쇠특성을 측정하기 위한 여러가지 실험기법중에서 비교적 널리 통용되고 있는 모우드 해석법(modal testing)을 통해 점탄성 재료로 감쇠처리된 보(beam) 시편으로부터 감쇠값을 구하고 본 연구의 목적에 맞도록 수정된 Ross-Kerwin-Ungar(RKU) 방정식을 이용하여 점탄성 재료만의 감쇠값을 도출하였다. 또한, 제한된 주파수와 온도범위에서 구한 실험 데이터를 이용해 RFN을 도출하기 위하여 점탄성재료의 특성의 하나인 온도-주파수 중첩원리를 바탕으로 최소제곱법(least square method)을 응용한 curve-fitting 기법을 이용하여 보다 폭넓은 온도와 주파수에 대해서도 감쇠값을 제공할 수 있는 RFN의 전산화 과정을 정립하였다. 이 과정에 의해 주어진 점탄성재료의 RFN이 완성될 경우 Jones[3]가 제시했던 점탄성 재료에 대한 복잡한 모델링과정이나 실험이 필요없게 될 뿐 아니라 보다 쉽고 간단하게 점탄성 재료의 특성치를 보다 넓은 주파수와 온도범위에서도 얻을 수 있다는 장점이 있다. 그간, 많은 논문에서 RFN에 대한 일반적인 개념과 이를 이용하여 도출한 여러 점탄성재료에 대한 RFN을 직접 제시하고 있으나, 제한된 실험 데이터로부터 이와같은 RFN을 전산화하여 도출하기 위한 과정을 구체적으로 밝힌 연구는 아직 없었다. 점탄성재료로 진동감쇠처리된 구조물의 진동해석에 유한요소법과 같은 일반적인 해석기법을 적용하는 것이 점탄성재료의 온도 및 주파수 의존성으로 인하여 비교적 쉽지 않다는 점이 지적되어 오고 있다[3]. 따라서 본 연구에서는 RFN으로부터 특정한 온도에 대해 주파수의 함수

로 표현되는 점탄성재료의 진동감쇠함수를 구하여 이를 점탄성재료로 감쇠처리된 빔에 대한 진동 해석(유한요소법)에 직접 응용함으로써 임의의 온도와 주파수에서도 유한요소법의 성공적인 수행이 가능함을 수치해석을 통해 보이고자 한다.

## 2. 실험이론

### 2.1 모우드 해석법

실험적으로 구조물을 해석하는 방법 중 가장 대표적인 것으로 모우드 해석법을 들 수 있다. 그러나, 실용적으로 널리 이용하고 있는 점탄성재료로 제작된 진동감쇠 테이프(vibration damping tape)는 재료의 성질상 모우드 해석법을 직접 적용하는 것이 곤란하기 때문에 본 연구에서는 스테인레스강으로 제작된 보(Beam)시편에 대한 모우드 파라미터(고유진동수, 모우드형상, 손실계수)를 구한 후, 적층구조의 보에 응용할 수 있도록 개발 및 수정된 RKU 방정식을 이용하여 점탄성재료의 손실계수와 탄성계수를 유도하였다. 전달함수로부터 모우드 파라미터를 구할 때 각 모우드간의 간섭과 잡음(noise)의 영향을 배제하기 위하여 Nyquist 선도 형태로 전달함수를 커브-핏팅(curve-fitting)하였다. 실험 결과 보 시편 자체의 모우드가 비교적 잘 분리되어 있어서 전달함수의 해석은 잔차항(residual term)을 상수로 보는 단일모우드법(single mode method)[6]으로 수행하였다. 구조감쇠(structural damping)를 포함하는 진동계의 운동방정식은 다음과 같이 일반화하여 표현할 수 있다.

$$m\ddot{x} + ih\dot{x} + kx = f(t) \tag{1}$$

조화함수로 주어지는 외력  $f(t) = Fe^{i\omega t}$ 에 대한 정상상태 응답을  $x(t) = Xe^{i\omega t}$ 라 가정할 때, 운동방정식(1)을 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$(-\omega^2 m + ih + k) X e^{i\omega t} = F e^{i\omega t} \tag{2}$$

식(2)로부터 리셉턴스(receptance,  $\alpha = x/f$ ) 형태의 전달함수를 구하면 다음과 같다.

$$\alpha(\omega) = \frac{1}{(k - \omega^2 m) + ih} \tag{3}$$

식(3)은 진동계의 고유진동수  $\omega_r = (k/m)^{1/2}$ 의 관계식을 이용하여 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\alpha(\omega) = \frac{1/k}{[1 - (\omega/\omega_r)^2 + i\eta]} \tag{4}$$

여기서  $\eta$ 는 구조물의 손실계수(loss factor)이다. 식(3)을 다자유도계로 확장하여 표현하면 다음과 같다.

$$([K] - \omega^2[M] + ih) = [\alpha(\omega)]^{-1} \tag{5}$$

식(5)의 양변에 모우드 행렬(modal matrix)  $[\Phi]$ 를 곱하면 모우드 행렬의 직교성에 의해 다음의 관계식을 얻을 수 있다.

$$[\alpha(\omega)] = [\Phi] [\lambda_r]^{-1} [\Phi]^T \tag{6}$$

여기서,

$$\lambda_r = \omega_r^2 - \omega^2 + i\eta_r \omega_r^2 \tag{7}$$

이때, 식(6)은 수식적으로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\alpha_{jk}(\omega) = \sum_{r=1}^N \frac{r\Phi_j \Phi_k}{\lambda_r} \tag{8}$$

여기서,  $\omega_r, \eta_r$ 는 각각 r번째 고유진동수와 모우드 손실계수(modal loss factor)를 의미한다.  $r\Phi_j$ 는 r번째 모우드의 j번째 점에서의 모우드 vector이다. 전달함수 이너턴스( $A = \bar{x}/f$ )는 리셉턴스에 비해  $\pi$ (Radian) 만큼의 위상차를 가지므로 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$A_{jk}(\omega) = \sum_{r=1}^N \frac{-\omega^2 r\Phi_j \Phi_k}{\lambda_r} \tag{9}$$

식(9)의 전달함수를 실수부(Re)와 허수부(Im)으로 나누어 각각 제공하여 더하면 다음과 같다.

$$Re^2 + Im^2 = \frac{\omega_r^4 r^2 a_{jk}^2 [(\omega_r^2 - \omega^2)^2 + (\eta_r \omega_r^2)^2]}{[(\omega_r^2 - \omega^2)^2 + (\eta_r \omega_r^2)^2]^2} \tag{10}$$

여기서,  $r_{ajk} = r_{\Phi_j} r_{\Phi_k}$ 이다. 식(10)의 양변에  $\omega^4 / \omega^4$ 을 곱하게 되면 식(10)은 다음과 같은 방정식 형태를 갖게 된다.

$$\left[ \frac{\omega_r^2}{\omega^2} \text{Re} \right]^2 + \left[ \frac{\omega_r^2}{\omega^2} \text{Im} + \frac{r_{ajk}}{2\eta_r} \right]^2 = \left[ \frac{r_{ajk}}{2\eta_r} \right]^2 \quad (11)$$

그런데 구조감쇠를 포함하는 전달함수가 리셀턴스일 때에만 Nyquist 선도상에서 정확한 원을 그리게 되지만, 식(11)에서 보듯이 이너턴스를 사용하는 경우 정확한 원이 되지 않는다. 그러나 공진구역 즉  $\omega \cong \omega_r$ 에서는 식(11)의 실수부와 허수부 앞의 계수가 거의 1에 가깝게 되므로 식(11)은 진동감쇠를 실제로 측정하게 되는 공진구역에서 거의 원에 가까운 식이 된다. 따라서 실험을 통해 구조감쇠를 포함하는 구조물의 이너턴스를 실수축과 허수축상에서 측정하면 공진구역에서 거의 원의 형태를 갖는 Nyquist 선도를 도출할 수 있으므로 이로부터 감쇠처리된 시편의 모우드 파라미터를 결정할 수 있다.

## 2.2 감쇠처리된 시편의 해석

표면감쇠처리된 시편의 전달함수로부터 진동감쇠재료의 진동감쇠특성을 유도하기 위하여 구속층(constraining layer)이 없는 경우에 적용이 가능한 RKU 방정식[2]을 본 연구의 목적에 따라 다음과 같이 수정하여 이용하였다. Fig. 1은 표면 감쇠처리된 보 시편을 나타내며, 여기서  $H_2$ 와  $H_1$ 은 각각 점탄성재료와 시편의 두께이다. 이 보 시편에 대한 RKU 방정식[2]은 다음과 같이 주어진다.

$$\frac{EI}{E_1 I_1} = 1 + e_2 h_2^3 + 3(1 + h_2)^2 \left[ \frac{e_2 h_2}{1 + e_2 h_2} \right] \quad (12)$$

여기서,  $e_2 = E_2 / E_1$ ,  $h_2 = H_2 / H_1$ 이다. 식(12)에서 점탄성 재료의 강성계수만을 복소수항으로 고려하여 실수부와 허수부로 분리하여 각각을 같게 놓으면 다음 두 식을 얻게 된다.

$$\frac{EI}{E_1 I_1} = \frac{1 + 4e_2 h_2 + 6e_2 h_2^2 + 4e_2 h_2^3 + e_2^2 h_2^4}{1 + e_2 h_2} \quad (13)$$

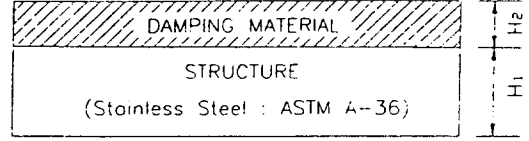


Fig.1 Free layer damping treatment

$$\frac{\eta}{\eta_2} = \frac{e_2 h_2 (3 + 6h_2 + 4h_2^2 + 2e_2 h_2^3 + e_2^2 h_2^4)}{(1 + e_2 h_2) (1 + 4e_2 h_2 + 6e_2 h_2^2 + 4e_2 h_2^3 + e_2 h_2^4)}$$

RKU 방정식으로부터 유도된 식(13), (14)는 보 시편의 손실계수가 점탄성재료의 손실계수에 비해 매우 작을 경우나 등가적인 손실계수  $\eta$ 가 기존 시편의 손실계수  $\eta_1$ 에 비해 뚜렷이 증가했을 때 사용될 수 있는 식이다. 그러나, 실제적으로 보 시편의 손실계수가 점탄성재료의 손실계수에 비해 무시할 수 없는 경우나 감쇠처리된 보 시편의 등가적인 손실계수  $\eta$ 의 증가가 크지않을 경우에는 식(13)과 식(14)를 사용하여 점탄성재료만의 물성치를 도출하기가 어렵다. 따라서, 이러한 경우에는 식(12)의 분모와 분자의 탄성계수항을 모두 복소수항으로 대체하여야 보다 실제적이고 정확한 점탄성재료의 물성치를 도출할 수 있다. 즉,

$$\frac{EI(1+i\eta)}{E_1 I_1 (1+i\eta_1)} = 1 + Q h_2^3 + 3(1+h_2)^2 \frac{|Q h_2|}{|1+Q h_2|} \quad (15)$$

여기서,

$$Q = \frac{E_2(1+i\eta_2)}{E_1(1+i\eta_1)}$$

식(15)는  $e_2 h_2$ 의 값이 무시할 정도로 작은 경우 다음과 같이 간략히 쓸 수 있다.

$$\frac{EI(1+i\eta)}{E_1 I_1 (1+i\eta_1)} = 1 + \frac{E_2(1+i\eta_2)}{E_1(1+i\eta_1)} h_2^3 + 3(1+h_2)^2 \frac{E_2(1+i\eta_2)}{E_1(1+i\eta_1) h_2} \quad (16)$$

식(16)의 분모를 유리화시켜 실수부와 허수부를 같게 놓으면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\frac{EI(1+\eta\eta_1)}{EI_1(1+\eta_1^2)} = 1 + \frac{E_2(1+\eta_2\eta_1)}{E_1(1+\eta_1^2)} h_2^3 + 3(1+h_2)^2 \frac{E_2(1+\eta_2\eta_1)}{E_1(1+\eta_1^2)} h_2 \quad (17)$$

$$\frac{EI(\eta-\eta_1)}{E_1I_1(1+\eta_1^2)} = \frac{E_2(\eta_2-\eta_1)}{E_1(1+\eta_1^2)} h_2^3 + 3(1+h_2)^2 \frac{E_2(\eta_2-\eta_1)}{E_1(1+\eta_1^2)} h_2 \quad (18)$$

여기서,  $\eta_1, \eta_2, \eta$ 는 각각 기존시편의 손실계수, 감쇠재료의 손실계수, 감쇠처리된 시편의 손실계수를 의미한다.

3. 실험방법 및 결과

점탄성재료는 주파수와 온도에 따라 그 특성이 민감하게 변하기 때문에 이 재료로 감쇠처리된 시편의 전달함수를 측정하기 위해서, 실험장치의 구성이 손쉽고 비교적 정확한 측정이 가능한 충격가진법[6]을 택하였다. 실험장치의 구성도는 Fig. 2와 같다. 여기서, 실험에 사용한 시편 재료는 스테인레스강(ASTM-A36)이며, 감쇠재료로서 사용된 점탄성재료는 주식회사 3M에서 제공한 진동감쇠 테이프(SJ-2015 X)이다(Table 1). 충격해머(Impact Hammer)의 특성상[6] 측정주파수의 범위는 2,500Hz로 한정시켰으며 시편의 온도를 20℃에서 80℃까지 10℃ 간격으로 올리면서 전달함수를 측정하였다. Fig. 3은 측정된 전달함수(in-

Table 1. Material properties of stainless steel beam and viscoelastic damping tape

Material Property	Beam (Stainless Steel)	Damping Tape 3M VEM(SJ-2015)
Density(kg /m <sup>3</sup> )	7.88 x 10 <sup>3</sup>	9.80 x 10 <sup>2</sup>
Volume(m <sup>3</sup> )	8.74 x 10 <sup>-5</sup>	8.74 x 10 <sup>-6</sup>
Length(m)	3.64 x 10 <sup>-1</sup>	3.64 x 10 <sup>-1</sup>
Thickness(m)	4.00 x 10 <sup>-3</sup>	4.00 x 10 <sup>-4</sup>
Cross Area(m <sup>2</sup> )	2.40 x 10 <sup>-4</sup>	2.40 x 10 <sup>-5</sup>
Width(m)	6.00 x 10 <sup>-2</sup>	6.00 x 10 <sup>-2</sup>

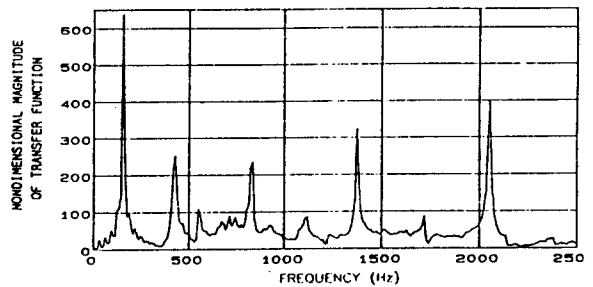


Fig.3 Nondimensional transfer function(inertance) of the damping treated beam

ertance)를 보여주고 있으며 Fig. 2에서처럼 각 센서(sensor)로부터 나오는 힘과 가속도에 상응하는 전압값에 대한 비(A=ẍ/f)로서 무차원 값이다. Table 2와 3은 온도변화에 따른 고유진동수와 손실계수의 변화를 보여주며 Table 4는 순수한 빔 시편의 손실계수를 보여주고 있다. Fig. 4는 시편의 모드 파라미터를 추출하기 위해 측정된 전달함수를 Nyquist 선도로 커브-핏팅한 것이다. Nyquist 선도에서 보는 것처럼 빔 시편의 모드가 비교적 잘 분리되어 있어서 거의 근사적인 원을 형성하고 있으며 따라서 모드 파라미터는 쉽게 도출할 수 있었다. 원점근처에서의 값이 약간

Table 2. Natural frequencies (Hz) of the beam after damping treatment(Experiment)

Mode No.	Before damping treatment	After damping treatment	
		20℃	80℃
1	156.24	155.01	154.46
2	425.41	424.11	422.11
3	836.34	833.92	831.35
4	1385.68	1380.68	1375.48
5	2070.23	2064.71	2059.71

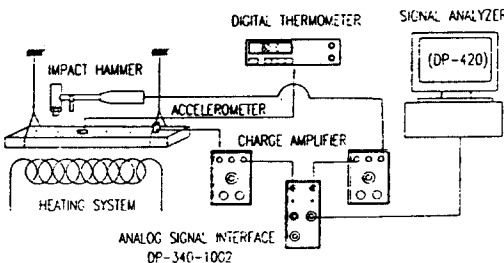


Fig.2 Experimental set-up

Table 3. Modal loss factors of the beam after damping treatment(Experiment)

Mode No.	20℃	40℃	80℃
1	0.0152	0.0139	0.0128
2	0.0130	0.0105	0.0098
3	0.0114	0.0112	0.0104
4	0.0086	0.0087	0.0073
5	0.0073	0.0092	0.0070

Table 4. Modal loss factors and natural frequencies of the beam before damping treatment at room temperature(20℃)

Mode No.	Mode 1 (Hz)	Mode 2 (425.41)	Mode 3 (836.34)	Mode 4 (1385.68)	Mode 5 (2070.23)
$\eta_r$	0.0062	0.0084	0.0098	0.00706	0.00511

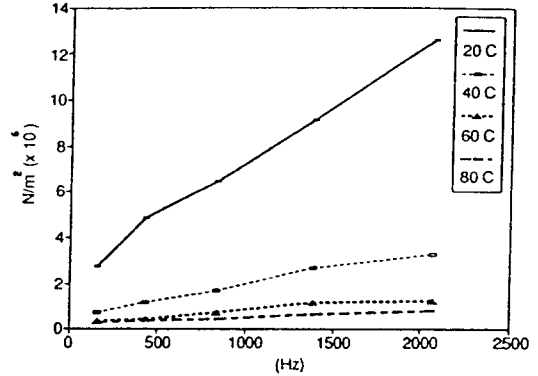


Fig.5 Young's modulus of the damping treated beam

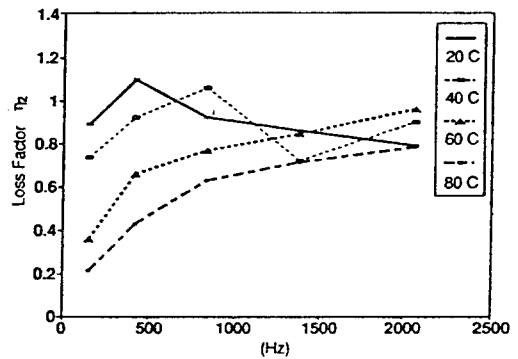


Fig.6 Loss factor  $\eta_2$  of the damping tape(3M SJ-2015 X)

온일때 주파수 변화에 따른 손실계수가 큰 폭으로 변함을 알 수 있다. Fig. 5와 6의 경향을 종합해 볼 때 실험재료로 선정된 점탄성재료는 20℃에서 40℃ 사이의 온도범위와 500Hz 부근의 주파수 범위에서 가장 감쇠효과가 좋을 수 있다.

#### 4. Reduced-Frequency-Nomogram(RFN)의 전산화

본 연구에서 RFN의 전산화를 이루기 위해 개발한 프로그램은 크게 데이터 천이(data shifting) 과정과 커브-핏팅 과정으로 구성되어 있다. 이 프로그램에 대한 흐름도는 Fig. 7과 같다. 점탄성재료는 온도변화에 따른 특성 변화가 주파수 변화에 따른 특성 변화와 일반적으로 상호 대칭적인 양상을 보인다. 이러한 특성에 근거하여 주파수( $\omega$ )와 온도(T)가 재료의 특성에 미치는 효과를

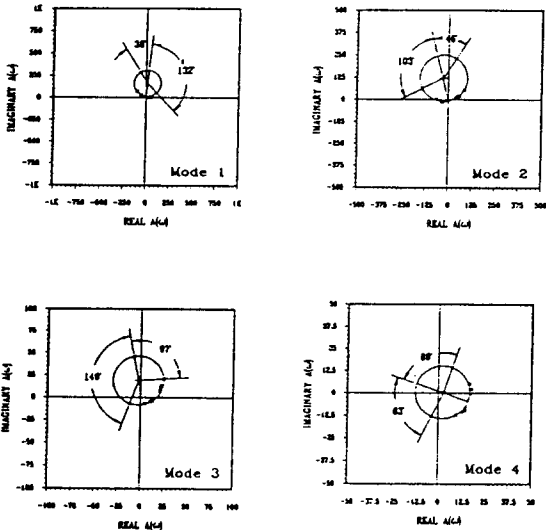


Fig.4 Nyquist plots of the damping treated beam

씩 원의 궤적에서 벗어나고 있는 것은 측정된 전달함수가 이너턴스이고 식(11)에서처럼 이너턴스는 Nyquist선도상에서 정확한 원이 아니기 때문이다. Fig. 5는 실험으로부터 유도된 점탄성재료의 탄성계수를 온도와 주파수 변화에 따라 나타낸 것이다. 그림에서 보는 것처럼 주위환경의 온도가 20℃에서 40℃로 변할때 탄성계수가 급격하게 감소됨을 알 수 있다. 즉 이 구간이 본 연구에서 사용한 점탄성재료의 천이구역(transition region)임을 알 수 있다. Fig. 6은 손실계수의 온도와 주파수 변화양상을 본 것으로 주위환경의 온도가 고

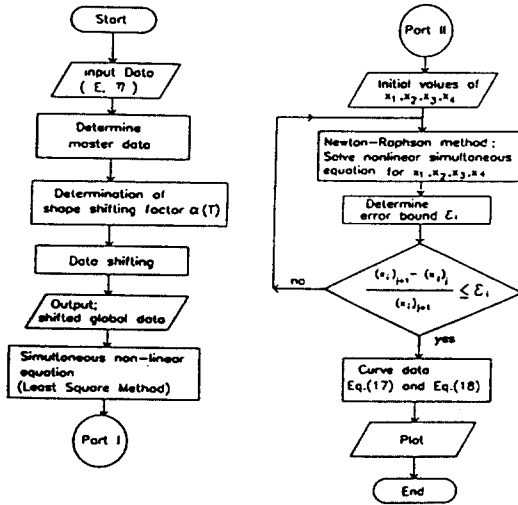


Fig.7 Flow chart for reduced-frequency-nomogram

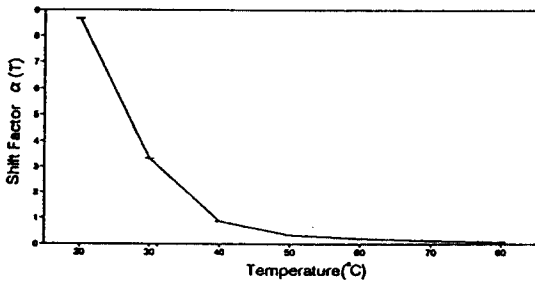


Fig.8 Shape of shift factor on the temperature

중첩하여 나타낼 수 있다는 것이 온도-주파수 중첩원리[1]이다. 이 원리를 이용하여 데이터 천이 과정에서는 실험 가능한 온도에서 측정된 데이터를 이용하여 각 온도별 데이터의 분포형상을 구성하고 그 형상들의 연계성을 찾아낸다. 이 연계성을 나타내는 천이계수(shift factor)  $\alpha(T)$ 를 얻게 되면 이것을 각 온도 데이터에 곱하여 감소된 주파수(reduced frequency),  $f\alpha(T)$ 에 대한 데이터로 전환시킨다. 이때 사용되는 천이계수는 물리적인 의미를 갖지않는 계수로서 다만 실험 가능한 온도와 주파수에서 측정된 데이터들을 RFN상에서 연속적인 곡선으로 나타내기 위하여 사용되는 계수이다. Fig. 8은 실험 데이터로부터 얻어진 온도변화에 따른 천이계수의 양상을 보여주고 있다.

점탄성재료의 온도 및 주파수에 대한 특성은 식 (19)와 같이 나타낼 수 있으며[2] 실험 가능한 온도에서 측정된 데이터를 이용하여 그 형상들의 연계성을 찾아내고 점탄성재료의 특성을 결정하는 상수( $E_{max}$ ,  $E_{min}$ ,  $\beta$ ,  $n$ )의 값을 결정하게 된다.

$$E(\omega) = E_{min} + E_{max} \left[ 1 - \frac{1}{1 + (\beta\omega)^n} \right] \quad (19)$$

여기서  $E_{min}$ 는 최소 탄성계수값,  $E_{max}$ 는 최대 탄성계수값을 나타낸다. 식(19)의  $E_{max}$ ,  $E_{min}$ ,  $\beta$ ,  $n$ 을 최소제곱법을 이용하여 구하기 위해 식(19)로부터 다음식을 얻는다.

$$S = \sum_{k=1}^m \left[ E_k - E_{min} - E_{max} + \frac{E_{max}}{1 + (\beta\omega)^n} \right]^2 \quad (20)$$

여기서,  $m$ 은 데이터의 갯수이다. 최소제곱법을 이용하여  $\partial S / \partial x_i = \alpha_i = 0$ 를 만족시키는 연립방정식을 구성한다. 여기서  $x_1 = E_{min}$ ,  $x_2 = E_{max}$ ,  $x_3 = \beta$ ,  $x_4 = n$ 이 된다. 이때 이 연립방정식은 각 미지수가 연계된 비선형 방정식이므로 Newton-Raphson 방법을 이용하여 계산할 수 있다. 즉  $\alpha_i$ 를 Taylor 급수로 전개시키면 다음 식을 얻는다.

$$(a_r)_{j+1} = (a_r)_j + \sum_{i=1}^4 [(x_i)_{j+1} - (x_i)_j] \frac{\partial (a_r)_j}{\partial x_i} \quad (r=1, 2, 3, 4) \quad (21)$$

식(21)는 4개의 미지수( $x_1, x_2, x_3, x_4$ )에 대한 선형 연립방정식으로 각각의 미지수에 대하여 풀 수 있게 된다. 이때, 각 미지수는 다음 식과 같이 오차의 허용오차범위( $\epsilon_i$ )를 만족시킬때까지 반복 계산하게 된다.

$$\left| \frac{(x_i)_{j+1} - (x_i)_j}{(x_i)_{j+1}} \right| \leq \epsilon_i \quad (22)$$

또한 진동감쇠 처리된 빔의 손실계수  $\eta(\omega)$ 와 탄성계수  $E(\omega)$ 의 관계는 다음과 같다[2].

Table 5. Comparison of the loss factors from RFN obtained from experiment with those provided by 3M Company

Temp. (°C)	0		20		40		80	
	Measured	3M-Co.	Measured	3M-Co.	Measured	3M-Co.	Measured	3M-Co.
100	0.653	0.682	1.012	0.951	0.604	0.630	0.163	0.175
300	0.382	0.412	0.944	1.024	0.841	0.904	0.343	0.372
500	0.283	0.264	0.855	0.815	0.957	0.912	0.453	0.477
700	0.224	0.218	0.792	0.772	0.986	1.052	0.533	0.564
900	0.187	0.205	0.753	0.782	1.003	0.954	0.604	0.625
1000	0.172	0.185	0.705	0.672	1.121	0.952	0.643	0.696
1300	0.167	0.179	0.652	0.701	1.226	0.952	0.656	0.692
1500	0.154	0.179	0.617	0.652	0.805	0.958	0.704	0.725
1700	0.138	0.116	0.624	0.602	0.988	0.882	0.757	0.782
1900	0.115	0.123	0.548	0.526	0.972	1.053	0.724	0.754

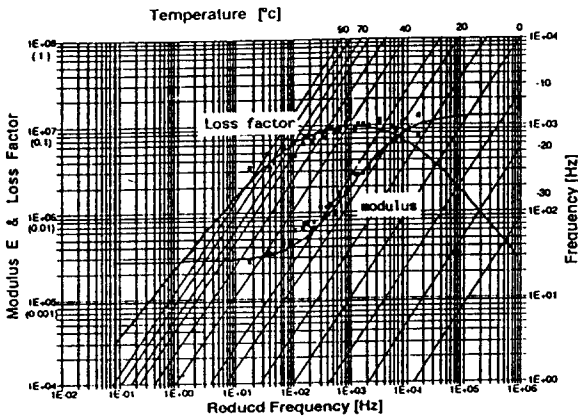


Fig.9 Reduced-frequency-nomogram for damping tape(3M SJ-2015 X) drawn by the computer program developed in present study

$$\eta(\omega) = \frac{n \pi E_{\max} (\beta \omega)^n}{2 E(\omega) [1 + (\beta \omega)^n]^2} \quad (23)$$

식(22)로부터 오차한계 범위내에 드는  $E_{\min}$ ,  $E_{\max}$ ,  $\beta$ ,  $n$ 을 구한 후, 식(23)으로부터 주파수에 따른 진동감쇠 손실계수의 식을 얻을 수 있다. Fig. 9는 본 연구에서 제시한 전산화 과정을 통해 완성된 RFN의 한 예이며, Table 5는 실험 데이터를 이용해 완성한 RFN에서 얻은 점탄성 재료의 손실계수와 주식회사 3M으로부터 제공받은 동일한 점탄성 재료에 대한 손실계수의 비교를 보여주고 있다.

### 5. 이론해석 및 실험해석 결과의 비교

실험으로부터 얻어진 RFN을 이용하여 점탄성 재료로 감쇠처리된 보를 특정온도(20°C, 80°C)에서 유한요소법으로 해석하고자 한다. 이때 감쇠처리된 보의 손실계수는 식(17), (18)로부터 얻어질 수 있으며 이를 다시 Table 6과 같이 손실계수를 주파수의 함수로 바꿀 수 있다. 진동감쇠 처리되기전의 보의 탄성계수를 Table 6에서 구한 손실계수를 이용하여 유한요소의 강성항을 복소수 강성계수  $E = E[1+i\eta(\omega)]$ 로 대치하여 특정한 온도에서의 유한요소해석을 수행하였다. Table 7은 본 연구에서 사용한 유한요소의 형상과 물성치를 나타낸다. 양단고정의 경계조건을 갖는 보에 대해 8개의 분할된 유한요소로 진동해석하여도 만족할 만한 충분한 수렴성을 얻었다. 실험해석은 앞장에서 설명한 바와 마찬가지로 충격가진법에 의한 모우드해석법을 이용하여 수행하였다. Table 8은 특정온도(20°C, 80°C)에서 감쇠처리된 보에 대해 직

Table 6. Polynomial function of loss factor with frequency

Temp(°C)	$\eta(\omega)=a_1+a_2 \omega+a_3 \omega^2+a_4 \omega^3$			
	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$
20	$9.878 \times 10^{-2}$	$-4.293 \times 10^{-5}$	$5.135 \times 10^{-9}$	$2.101 \times 10^{-12}$
80	$7.511 \times 10^{-2}$	$-2.391 \times 10^{-5}$	$3.158 \times 10^{-9}$	$1.951 \times 10^{-12}$

Table 7. Dimensions and material properties of a finite-element of beam

Dimensions of Finite-Element		Material Properties	
Width	Thickness	Young's modulus	Mass Density
0.060m	0.0044m	$1.965 \times 10^{11}$ N/m <sup>2</sup>	7169 kg/m <sup>3</sup>



Table 8. Comparisons of the natural frequencies(Hz) by finite-element-analysis and experiment for the damping treated beam

Mode No.	20 °C		80 °C	
	Experiment	F.E.M.	Experiment	F.E.M.
1	155.01	154.25	154.46	153.42
2	424.11	425.12	422.11	423.03
3	833.92	833.02	831.35	832.75
4	1380.68	1379.56	1375.48	1376.55
5	2064.71	2062.47	2059.71	2058.59

접적으로 실험(모우드 해석법)을 통해 구한 고유진동수와 유한요소해석을 통해 구한 고유진동수를 비교하여 보여주고 있다. 비교 결과 이론해석과 실험해석에 의한 감쇠처리된 보의 고유진동수가 비교적 잘 일치함을 알 수 있다.

### 6. 결 론

본 연구의 결과를 종합하면 다음과 같다.

1. 진동감쇠재료로 널리 사용되고 있는 점탄성재료의 진동감쇠 특성을 온도와 주파수의 변화에 따라 모우드 해석법을 통해 실험적으로 구하고, 제한된 실험데이터를 이용하여 보다 폭넓은 온도와 주파수의 영역에서 진동감쇠 특성을 알 수 있는 RFN을 도출하기 위한 전산 프로그램을 개발하였다.

2. RFN에 의해 제공되는 구조감쇠값을 기존의 유한요소법에 직접 적용하여 이론해석을 수행하였으며, 이 결과 실험을 통해 구한 진동특성치와 비교적 잘 일치함을 확인함으로써, RFN이 제공하는 점탄성재료의 진동감쇠특성을 실제 구조물의 진동해석에 직접 응용할 수 있음을 보였다.

### 후 기

본 연구는 1992년도 인하대학교 연구비 지원에 의하여 수행되었습니다.

### 참 고 문 헌

1. Ferry, J. D., 1980, *Viscoelastic Properties of Polymers*, John Wiley and Sons.
2. Nashif, A. D., 1985, *Vibration Damping*, A Wiley-Interscience Publication.
3. Jones, D. I. G., 1980, "Viscoelastic Materials for Damping Applications", The Winter Annual Meetings of ASME, Chicago, Illinois, pp.27-51.
4. Chesneau, C., 1989, "Complex Modulus Measurements Over a Wide Range of Frequencies and Material Characteristics Through the Confrontations of Two Instruments", Proceeding of Damping '89, West Palm Beach, Florida.
5. Bryce, L. F., 1989, "Interactive Characterization and Database Storage of Complex Modulus Data", Proceeding of Damping '89, West Palm Beach, Florida.
6. Ewin, D. J., *Modal Testing Theory and Practice*, Research Studies Press LTD.
7. Harris, C. M., 1988, *Shock Vibration*(Hand Book), Mcgraw Hill, pp.35-1-35-15.
8. Lewis, T., 1989, "Frequency-Temperature Dependence of Polymer Complex Modulus Properties", Proceeding of Damping 89, Florida, USA.
9. Brigham, E. O., 1988, *The Fast Fourier Transform and It's Applications*, Prentice-Hall, Inc.
10. Inman, D. J., 1989, *Vibration with Control Measurement and Stability*, Prentice-Hall, Inc., pp.183-208.
11. Randall, R. B., 1987, *Frequency Analysis*, B & K Publication.

(접수일자 : 1993. 8. 26)