

접합요소를 이용한 볼트 접합부의 유한요소해석

Finite Element Analysis of Bolted Connections using Joint Elements

변 대 근*

Byon, Dae-Kun

윤 성 기**

Yoon, Sung-Kee

박 성 수***

Park, Sung-Soo

요 약

볼트 접합부의 정확한 해석을 위하여 접합 요소와 볼트 요소 및 셸 요소를 사용한 방법을 개발하였다. 접합면을 단순하게 이상화시키는 접합 요소와 장력을 갖는 볼트 요소를 도입하였고, 전체적인 계산과정은 2단계, 즉 제안된 방법에 의한 초기 강성의 결정과 뉴턴-랩슨법에 근거하는 호장법을 이용한 비선형 거동의 추적으로 구분하여 행함으로써 계산의 효율성을 증대시켰다.

앵글을 사용한 반강접 접합부와 모멘트 판을 사용한 강접 접합부를 해석하여 기존 실험 및 해석과 비교함으로써 제안한 방법의 정확성과 적용성을 입증하였다. 또한 볼트 접합부의 정확한 해석을 위해서는 접합면에서 발생하는 미끄러짐의 고려가 반드시 필요하며 접합부를 구성하는 판재의 3차원적인 변형의 해석도 무시할 수 없는 역할을 하는 사실을 보여주었다.

Abstract

In this study, the finite element analysis using joint elements, bolt elements, and shell elements is presented to investigate the behavior of bolted connections. The contact of plates and the high-strength, pretensioned bolts are simply idealized by joint elements and bolt elements, respectively. The initial stiffness is determined through the presented method and the non-linear analysis is achieved by a constant-arc-length method based on Newton-Raphson method.

The analysis results of a semi-rigid connection(web & flange angles) and a moment connection (shear & moment plates) demonstrate the exactness and applicability of the presented method. And the results indicates that the consideration of slip and 3-dimensional deformation is needed for an accurate prediction of bolted connections.

* 부산대학교 생산기술연구소 연구원
 ** 부산대학교 건축공학과 부교수
 *** 부산대학교 건축공학과 교수

이 논문에 대한 토론을 1994년 12월 31일까지 본 학회에 보내주시면 1995년 6월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

1. 서 론

철골 골조에서 접합부, 특히 모멘트 저항 접합부는 가장 중요한 부분의 하나이며, 근래에 고강도 볼트의 사용이 증가되면서 볼트 접합부의 거동에 대한 정확한 정보가 더욱 요구되고 있다. 이러한 접합부는 접합방식에 따라서, 강접이나 반강접 또는 중간적인 성질을 보이며 탄성영역에서도 비선형 거동을 나타낼 수 있으므로, 합리적이고 안전한 설계를 위해서는 실질적인 거동이 파악되어야 하기 때문이다. 또한, 시공과 경제적인 면에서도 구조 부재의 단면조절보다는 접합방식의 개선이 더욱 유리할 수 있다. 즉, 접합부의 회전 강성을 조절하여 휨 모멘트의 분배를 최적화시키는 것이 가능하기 때문이다.

볼트 접합부에 대한 연구는 실험과 수치해석 그리고 이론식 또는 설계식의 유도와 같은 방향으로 다양하게 진행되고 있다.^{1,6)} 실험자료를 토대로 하여 접합부의 연성을 예측하는 이론식을 유도하는 방법^{4,6)}이 가장 정확하지만, 접합방식에 따라서 적용범위가 제한되어 많은 실험이 필요하며 국내의 접합부에 그대로 적용하기 곤란하다. 정확하며 적용범위가 넓은 수치해석 방법의 개발에 대한 많은 연구가 있었으며, 주로 트러스 요소, 2차원 평면 요소 그리고 3차원 브릭 요소를 각각 또는 조합하여 사용한 유한요소 모델^{1,3,5)}이 제안되었다. 이러한 유한요소해석은 많은 계산량에 비하여 정확도가 떨어지고 있다. 그 원인은 접합면에서 발생하는 미끄러짐과 변형, 즉 접합부를 구성하는 판재와 앵글 등과 같은 개별 요소들이 볼트로 접합되어 하중을 받음으로써 일으키는 입체적인 변형이 제대로 해석되지 않았기 때문이다.

이 연구에서는 접합면을 단순하게 이상화시키는 접합요소를 도입하여 3차원 쉘 요소를 사용하는 해석 모델을 개발하고, 볼트 접합면에서 발생하는 미끄러짐과 접합부를 구성하는 판재의 3차원적인 변형 그리고 재료적인 비선형성을 고려함으로써 얻어지는 정확성과 적용성을 입증하고자 한다.

2. 유한요소해석 방법

2-1. 요소강성의 유도

볼트 접합부를 구성하는 형강과 앵글 및 보강판과 같은 판재를 쉘 요소로 이상화하고, 이러한 판재의 상호작용을 접합 요소와 볼트 요소로써 이상화하여, 전체 접합부의 거동을 해석한다.

평면 쉘 요소는 4절점의 판 요소(discrete Kirchhoff plate element)와 막요소(Allman's plane stress element)를 중첩시켜 구성하며, 탄소성 응력은 von Mises 항복조건과 흐름 법칙을 적용하고 쉘 분할 방식(discrete layered method)으로 계산한다.⁷⁾

접합 요소로는 쉘 요소의 절점 사이를 연결하며 압축력에 대해서만 축 강성을 가지는 2절점 요소(truss element)를 이용한다. 그리고 접합면에 벌어짐(gap)이 있는 경우는, 그 틈새에서 계산되는 압축 변위의 합이 벌어짐의 크기 이상일 때에 축 강성을 부여한다.

볼트 요소는 전단변형을 고려한 2절점 요소(Timoshenko beam element)를 사용하며, 절점의 자유도가 6개인 강성행렬을 구한다. 단, 전단 강성행렬은 록킹(locking)현상을 수정·보완하기 위하여 한점 가우스 적분으로 계산한다. 계산된 결과는 식 (1)과 같고, 여기서 사용한 변수는 식 (2)와 같다.

$$[K] = \begin{bmatrix} A & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -A & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ S & 0 & 0 & 0 & S \cdot H & 0 & -S & 0 & 0 & 0 & S \cdot H & 0 \\ S & 0 & -S \cdot H & 0 & 0 & 0 & 0 & -S & 0 & -S \cdot H & 0 & 0 \\ T & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -T & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ B+S \cdot D & 0 & 0 & 0 & S \cdot H & 0 & B+S \cdot D & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ B+S \cdot D & 0 & -S \cdot H & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -B+S \cdot D & 0 & 0 & 0 \\ A & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ S & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -S \cdot H & 0 & 0 \\ S & 0 & S \cdot H & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ T & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ SYMM. & & & & & & & & & & & B+S \cdot D \\ & & & & & & & & & & & 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$H = 0.5L$$

$$D = 0.25L^2$$

$$A = \frac{EAs}{L}$$

$$S = \frac{GAs'}{L} = \frac{E}{2(1+\nu)} \frac{0.9As}{L} \quad (2)$$

$$T = \frac{GJ_B}{L} = \frac{E}{2(1+\nu)} \frac{\pi R^4}{32L}$$

$$B = \frac{EI_B}{L} = E \frac{\pi R^4}{64L}$$

식 (2)에서 E는 영 계수, ν는 포와송 비, L은 볼트의 길이, R은 볼트의 공칭 직경, As는 stress area^{8,9)}이다.

볼트의 회전 강성은 3차원 쉘 요소의 강성과 조합을 위한 것이며, 실제 접합부의 거동에서 볼트의 휨이나 비틀림의 역할은 대단히 작으므로 원형 단면보의 강성을 그대로 사용한다.

볼트의 축방향으로 작용하는 압축력은 볼트로써 결합되는 판재의 접합면으로 전달되므로, 볼트의 축 방향력에 대한 강성은 압축력에 대해서는 접합 요소와 같은 값으로, 인장력에 대해서는 항복응력과 최대응력까지 일반적인 3개의 선형관계 (tri-linear relation)로 가정한다. 이때 항복은 von Mises 조건식으로 검토한다.

전단력에 대한 볼트의 강성은 전단응력이 발생하지 않는 마찰저항의 상태와 미끄러짐에 발생한 후의 탄성상태 그리고 항복응력과 최대응력까지로 구분하여 4개의 선형관계로 가정한다.

고력볼트의 미끄러짐에 대한 저항력은 Galambos가 제안한 통계자료¹⁰⁾에 근거하여 주어, 긴 하중상태에서 재계산되는 볼트의 장력에 따라서 결정한다.

$$\mu = F_s / T_i \quad (3)$$

$$F = \mu T \quad (4)$$

여기서, μ는 마찰계수, Fs는 저항력의 통계값 (표 1 참조), Ti는 볼트의 초기장력 그리고 F와 T는 각각 하중하에서의 저항력과 볼트의 장력이다.

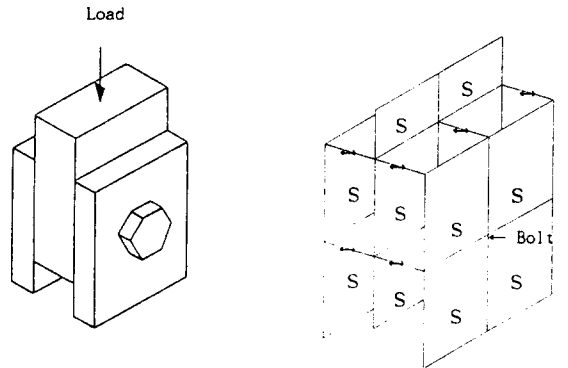
이 연구에서 볼트의 초기장력 Ti는 볼트의 최대 인장강도의 70%로 가정하며 볼트의 절점 하중으로 가한다. 절점 변위의 계산결과로부터 접합 요소의 강성을 결정하고, 볼트의 장력을 구하여 식 (4)에 따라서 미끄러짐에 대한 저항력을 재계산한다.

표 1. 미끄러짐에 대한 저항력의 통계치¹⁰⁾

접합면	볼트	휨방식	저항력	편차	
CMS	A325	TN	0.32AsU	0.22	CMS=clean mill scale
CMS	A490	TN	0.29AsU	0.23	BC=blast cleaned
CMS	A325, A490	CW	0.26AsU	0.22	TN=turn-of-nut
BC	A325	TN	0.48AsU	0.19	CW=calibrated wrench
BC	A325	TN	0.42AsU	0.18	As=stress area
BC	A325, A490	CW	0.39AsU	0.17	U=tensile strength

미끄러짐이 발생한 후, 고력볼트는 지압을 받으며 부분적인 소성화가 진행되거나 볼트구멍에 따라서 큰 변형이 생기는 등의 이유로 정확한 강성을 평가하기 곤란하다. 따라서, 강성은 Crawford의 A325 고력볼트 전단실험¹¹⁾과 비교하여 결정한다. 고력 볼트의 기계적인 성질은 ASTM기준⁸⁾에 따르며 시방서에서 명시된 인장에 대한 항복 응력과 최대 응력을 사용하여 전단에 대한 변형을 해석한다.

시험체¹¹⁾와 유한요소 모델은 그림 1과 같고, 하중-변위의 관계는 그림 2와 같다. 그림 2의 해석 결과는 Galambos의 통계자료¹⁰⁾와 von Mises 항복식으로부터 하중 25.2kips에서 미끄러짐이, 57.98kips에서 항복이 계산되어 실험결과와 비슷한



S : 14 Shell elements
 → : 10 Joint elements
 — : 2 Bolt elements

PLATE : A36 4x4"
 (clean mill scale)
 E = 28000 ksi
 ν = 0.3
 E_T = 0.02E
 σ_y = 36 ksi
 σ_u = 80 ksi

BOLT : A325 ¾"
 (turn-of-nut)
 E = 30000 ksi
 ν = 0.3
 E_T = 0.02E
 σ_y = 92 ksi
 σ_u = 120 ksi
 A_s = 0.334 in²

그림 1. 볼트 시험체와 유한요소 모델

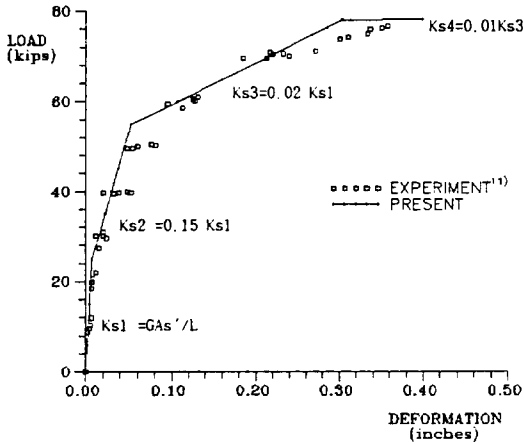


그림 2. 볼트의 하중-변형 비교

양상을 보인다. 여기서, K_{s1} 은 식 (1)로써 계산된 탄성상태의 강성, K_{s3} 은 E_T 에 따라서 감소된 소성상태의 강성, K_{s4} 는 최대응력에 도달하여 강성이 없어지는 상태, 그리고 K_{s2} 가 미끄러짐이 시작된 후의 강성이며 이 연구에서는 K_{s1} 의 15%로 가정한다. 그림 2에서 실험의 5회 측정치¹¹⁾는 미끄러짐이 시작된 후에 0.03in 정도의 편차를 보이는데, 볼트 구멍의 여분이 0.0625in라는 점을 감안할 때 피할 수 없는 것으로 생각된다. 전체적으로 미끄러짐을 고려하는 4개의 선형관계가 적합하게 나타난다.

2-2. 비선형 해석방법

이 연구에서 볼트 접합부는 쉘 요소의 집합들이 접합 요소와 볼트 요소로써 상호지지된다.(그림 1, 그림 4, 그림 7 참고) 이때, 접합 요소의 강성은 접합부의 형상과 하중조건에 따라서 계산되는 변위에 의하여 결정한다.

하중이 없는 상태에서 접합 요소로써 이상화한 접합면은 고력볼트의 장력에 의하여 압축력을 받게 되지만, 하중의 증가에 따라서 불규칙하게 압축력과 인장력이 발생되면서 접합 요소의 강성이 재평가되고 불균형력이 발생한다. 볼트 장력에 의하여 접합면에 발생하는 압축력보다 작은 범위에서 하중을 충분한다면 접합 요소의 초기 강성의

결정과 강성의 변화에 따르는 불균형력의 수렴이 용이하지만, 최대하중까지의 해석은 불가능할 정도로 계산 효율이 떨어진다. 재료의 탄성한도내에서 비교적 큰 하중으로 증분을 하게 되면, 압축력을 받는 판재 사이의 접합면에서만 가정하는 큰 압축강성이 전체 강성행렬의 수치계산에 있어 상당한 영향을 미치게 되어 구조물이 복잡해짐에 따라서 계산량이 급격히 증가된다. 즉, 전체적인 계산은 변위에 따라서 강성을 재평가하여 불균형력을 구하는 과정의 반복이 되는데, 접합 요소의 강성이 결정되지 않은 상태에서 구해지는 불균형력으로써 계산되는 증분변위를 더하여 강성과 변위를 동시에 수렴하기는 어렵게 되기 때문이다.

예를 들어, 기존 비선형 해석프로그램 ADINA¹²⁾를 사용하여 쉘, 트러스 및 보 요소로써 볼트접합부의 해석모델을 만들고, 트러스나 보의 재료성질을 압축과 인장에 대하여 완전히 다르게 주는 방식으로 접합면을 고려하면, 접합면이 동시에 인장과 압축을 받는 경우에는 증분/반복 계산을 통하여 불균형력의 수렴이 거의 되지 않는다.

따라서, 본 해석에서는 다음과 같은 방법을 사용한다.

- ① 접합 요소의 강성을 모두 무시하고, 증분 하중과 볼트 장력을 가하여 계산되는 변위에 따라서 접합 요소의 강성을 정하고 불균형력을 검토한다.
- ② 동일한 하중과 전단계에서 결정된 강성으로

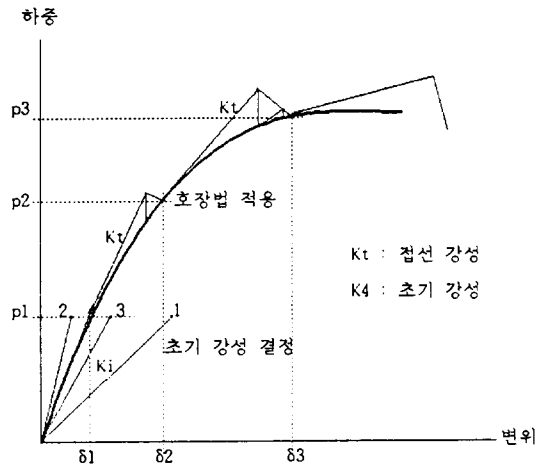


그림 3. 비선형 문제의 해법

써 변위를 재계산하여 접합 요소의 강성과 불균형력을 검토한다.

③ 강성의 변화와 기준이상의 불균형력이 없을 경우를 초기 강성으로 결정한다. 그렇지 않은 경우 ②의 과정을 반복한다.

④ 두번째 하중증분부터 최대하중까지의 반복 계산은 뉴턴-랩슨법에 근거하는 호장법을 사용하여 증분/반복 계산을 행한다.

이 과정은 그림 3에 나타낸 바와 같으며, 과정 ①, ②, ③을 통하여 초기 강성을 결정한 후 과정 ④로써 최대하중까지를 해석한다.

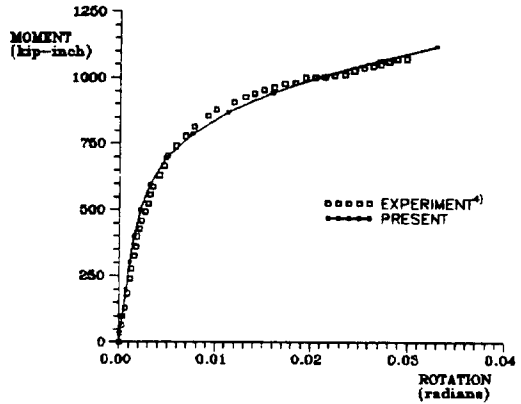


그림 5. 모멘트-회전의 비교

3. 볼트 접합부의 해석

3-1. 반강접 접합부

Azizinamini가 실험한 반강접 접합부⁴⁾를 해석하여 비교한다. 플랜지 상하와 웨브에 앵글을 사용한 볼트 접합이며, 상하좌우 대칭의 시험체이므로 기둥과 보의 단면을 각각 1/4과 1/2을 해석한다. 대칭선에 대하여 직각방향의 면내변위와 평행

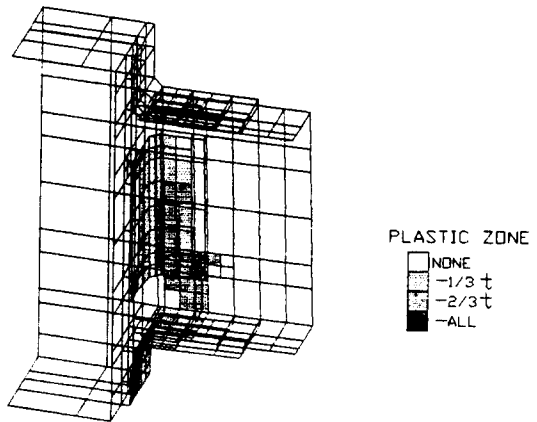
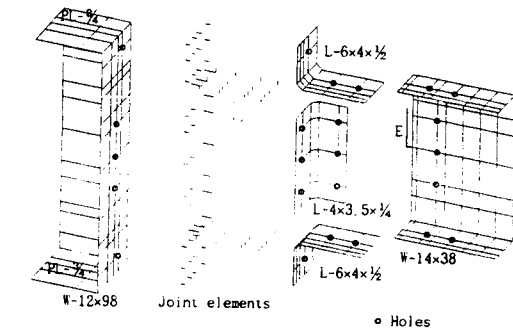
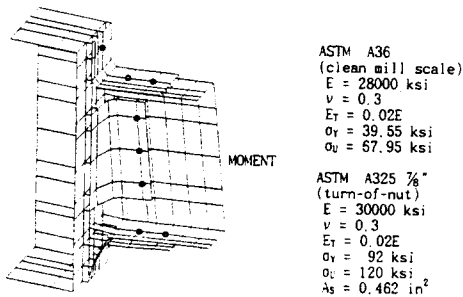


그림 6. 모멘트 942 kip-in에서 소성역



② 접합부의 구성



③ 최대하중후 변형과 재료 성질

그림 4. 반강접 접합부의 유한요소 모델

한 방향의 회전을 구속시킨다.

유한요소 모델은 그림 4 ㉔와 같고, 그림 4 ㉕의 최대하중후 변형에서 인장력을 받는 플랜지 앵글과 웨브 앵글의 3차원적인 인장변형이 잘 나타나고 있다.

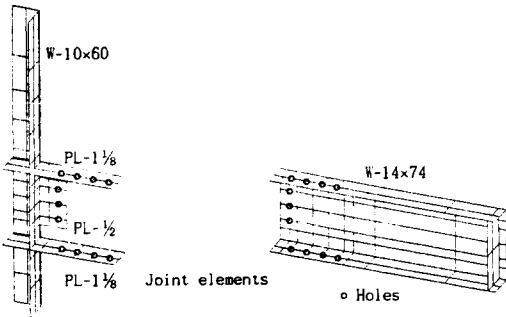
모멘트와 보 웨브단(그림 4에서 E부분) 회전의 관계는 그림 5에서 실험⁴⁾과 비교한다. 해석결과에서 초기강성은 정확히 평가되고 있으나, 미끄러짐이 시작되면서 다소 강하게, 소성화가 진행되면서는 다소 약하게 나타나고 있다. 이는 앵글의 국부적인 소성변형에 원인이 있는 것으로 생각된다. 기존 실험에서 앵글의 인장을 받는 부분이 필렛의 끝부분에 국부적인 항복이 생긴후 볼트의 근처에 소성힌지가 생성되는 것으로 나타났지만, 이 연구

에서 그 부분을 쉘 요소 4×1개로 분할함으로써 오차가 발생하는 것 같다. 앵글에 소성역이 더 넓게 전파되면서 최대 모멘트에 이르게 되는 942kip-inch 이상에서는 회전 강성이 실험과 잘 일치하고 있다.

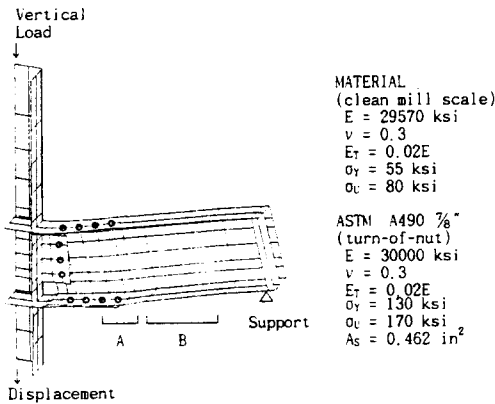
모멘트 942kip-in에서 계산된 소성역은 그림 6과 같다. 소성역은 한 요소당 4개의 가우스점에서 각각 두께방향으로 6개의 위치에서 계산하였다. 소성역은 하부 플렌지 앵글이 기둥에 접합되는 부분에서 가장 많이 나타나고 있으며 웹 앵글로 전파되고 있다.

3-2. 강접 접합부

Chen과 Patel이 실험하고 NON-SAP을 이용하여 해석한 강접 접합부^{2,3)}를 해석하여 비교한다. 플렌지 상하에 모멘트 플레이트를, 웹에 전단 플레이트를 사용한 접합으로 기둥과는 공장 용접



㉔ 접합부의 구성



㉕ 최대하중후 변형과 재료 성질

그림 7. 강접 접합부의 유한요소 모델

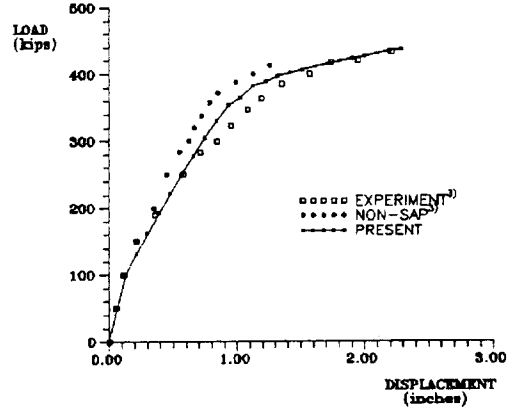


그림 8. 하중-변위의 비교

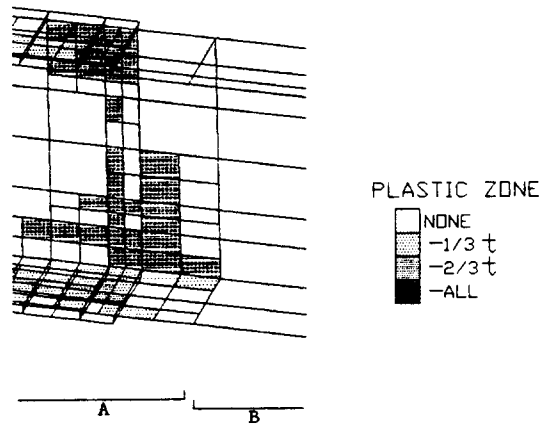


그림 9. 하중 330kips에서 소성역(A부분)

되고 보와는 현장 볼트로 접합되는 방식이다. 시험체는 상하좌우 대칭이므로 기둥과 보의 단면을 각각 1/4과 1/2을 해석하며, 대칭선에 대하여 직각방향의 면내변위와 평행한 방향의 회전을 구속시킨다. 유한요소 모델은 그림 7 ㉔와 같고 그림 7 ㉕의 최대하중후 변형에서 웹 플레이트의 미끄러짐이 나타나고 있다.

하중-변위의 관계는 그림 8에서 기존 해석 및 실험^{2,3)}과 비교한다. 제안한 해석결과는 실험치와 비교하여 초기 강성과 미끄러짐이 진행되는 하중 0-280kips의 범위에서는 강성이 정확히 평가되고 있으나, 소성이 진행되는 하중 280-400kips에서 오차를 나타낸다. 실험보다 다소 강하게 나타내며 하중 380kips에서 급격한 강성의 감소가 일

어난다. 전단면에 걸쳐서 소성역이 전파되는 400kips 이상의 하중에서 강성과 변위 및 최대하중이 실험치에 접근하는 점에서 볼 때, 볼트 주변의 응력집중과 판재의 국부적인 소성변형에 오차의 원인이 있으며 용접부분도 영향을 미치는 것으로 생각된다.

하중 330kips에서 계산된 변형과 소성역은 그림 9와 같다. 소성역은 한 요소당 4개의 가우스점에서 각각 두계방향으로 6개의 위치에서 계산하였다. 모멘트 플레이트가 끝나는 부분(그림 7과 9의 A부분)에서 웹의 인장축으로 많은 소성이 나타나고, 하부 모멘트 플레이트와 보의 플렌지 사이가 벌어지면서 인장축 플렌지가 압축축보다 더 많은 소성이 나타난다. 약 380kips에서 보의 웹 전체(B부분)로 소성역이 전파되면서 약 430kips에서 파괴된다. 그림 8에서 나타낸 바와 같이, 하중-변위의 관계는 전체적으로 실험치와 잘 일치한다.

기존 해석³⁾과 비교하면 실험치에 더욱 근접한 결과를 보이고 있다. Patel은 볼트의 강성을 3개의 트러스로 이상화하고 평면응력 요소와 결합하여 NON-SAP으로써 해석하였다.³⁾ 볼트의 강성은 본 해석에서 사용한 값과 거의 동일하지만, 접합면에서 발생하는 미끄러짐과 접합부를 구성하는 판재의 3차원적인 변형의 영향으로 결과에서 상당한 차이를 보이는 것으로 판단된다.

4. 결 론

볼트 접합면에서 발생하는 미끄러짐과 접합부를 구성하는 판재의 3차원적인 변형을 정확히 해석하기 위하여 접합 요소와 볼트 요소 및 셸 요소를 사용한 유한요소해석 방법을 개발하였다. 접합면을 단순하게 이상화시키는 접합 요소와 장력을 가지는 볼트 요소를 도입하고, 전체적인 계산과정을 2단계, 즉 제안된 방법에 의한 초기 강성의 결정과 뉴턴-랩슨법에 근거하는 호장법을 이용한 비선형 거동의 추적으로 구분하여 행함으로써 계산의 효율성을 증대시켰다.

앵글을 사용한 반강접 접합부와 모멘트 플레이트를 사용한 강접 접합부를 해석하고 기존 실험

및 해석^{2,3,4)}과 비교하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 초기 강성은 실험치와 비교하여 정확하게 평가되며, 최대 하중과 파괴상태의 회전 및 변위의 해석결과는 실험치와 잘 일치한다.

2. 소성화가 진행되는 하중 범위에서 접합방식에 따라서 다르게 나타나는 국부적인 소성화를 해석하기 위해서는 응력집중의 고려 또는 집중적인 요소의 분할이 필요하지만, 소성화가 완료되는 하중과 거동의 해석 결과에 큰 오차를 보이지는 않는다.

3. 볼트 접합부의 정확한 해석을 위해서는 접합면에서 발생하는 미끄러짐의 고려가 반드시 필요하며 접합부를 구성하는 판재의 3차원적인 변형의 해석도 무시할 수 없는 역할을 하고 있다.

제안한 해석방법은 접합방식에 거의 영향을 받지 않으며, 기존의 방법보다 정확한 결과를 보인다. 그리고 비교적 계산량이 적은 3차원 해석이므로 비대칭형 접합부 또는 비틀림 하중과 같은 방향의 연구에 유용하리라 기대된다.

참 고 문 헌

1. Krishnamurthy, N., "Modelling and Prediction of Steel Bolted Connection Behavior", Computers & Structures, Vol. 11, 1980, pp. 75-82.
2. Chen, W. F. and Patel, K. V., "Static Behavior of Beam-to-Column Moment Connections", Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 107, No. ST9, 1981, pp. 1815-1838
3. Patel, K. V. and Chen, W. F., "Analysis of a Fully Bolted Moment Connection using NONSAP", Computers & Structures, Vol. 21, No. 3, 1985, pp.505-511
4. Azizinamini, A. and Radzimirski, J. B., "Static and Cyclic Performance of Semirigid Steel Beam-to-Column Moment Connections", Journal of the Structural Engineering, ASCE, Vol. 115, No. 12, 1989, pp.2979-2999
5. Kukreti, A. R., Ghassemieh, M. and Murray, T. M., "Behavior and Design of Large-Ca-

- capacity Moment End Plates”, Journal of the Structural Engineering, ASCE, Vol. 116, No. 3, 1990, pp.809-827
6. Kishi, N. and Chen, W. F., “Moment-Rotation Relations of Semirigid Connections with Angles”, Journal of the Structural Engineering, ASCE, Vol. 116, No. 7, 1990. pp. 1813-1834
 7. 변대근, 박성수, “경량 형강 압축재의 극한 하중과 변형의 해석에 관한 연구”, 대한건축학회 논문집 9권 6호 통권 56호, 1993년 6월, pp.155-166
 8. American Society for Testing and Materials, “Standard Specification for High-Strength Bolts A325-88a”
 9. American Society for Testing and Materials, “Standard Specification for Heat-Treated Steel Structural Bolts A490-88a”
 10. Galambos, T. V., Reinhold, T. A. and Ellingwood, B., “Serviceability Limit : Connection Slip”, Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 108, No. ST12, 1982, pp. 2668-2680
 11. Crawford, S. F. and Kulak, G. L., “Eccentrically Loaded Bolted Connections”, Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 97, No. ST3, 1971, pp.765-783
 12. ADINA theory and modeling guide. Report AE 84-4, ADINA Engineering Inc., 1984

(접수일자 : 1994. 2. 24)