

## 이완변수를 고려한 영상의 정칙화 반복 복원

正會員 洪 性 鏞\* 正會員 李 泰 鴻\*

### Regularized Iterative Image Restoration with Relaxation Parameter

Sung Yong Hong\*, Tae Hong Lee\* *Regular Members*

#### 要 約

잡음이 섞인 흐려진 영상의 복원에서 구속 조건으로서 이완 변수와 정칙화 변수를 적용한 정칙화 반복 복원 방법을 제시 하였다.

Blemond등에 의해 제시된 종전의 정칙화 반복 복원 방법은 정칙화 연산자로서 리플라시안 여파기를 사용하였으나 정칙화 변수와 이완 변수를 고정된 상수로 처리한 반면, 본 논문에서는 (I-H)를 정칙화 연산자로서 사용하였고, 영상의 사전 정보를 고려하여 각 화소마다 적응성있게 가변되는 두 종류의 구속조건을 정칙화 반복 복원 방법에 적용하였다.

실험 결과를 통하여 제시한 방법이 윤곽부분에서는 피분현상이 감소하였으며, 평면부분에서는 잡음의 억제가 현저하였음을 알 수 있었다.

#### ABSTRACT

We proposed the regularized iterative restoration method considering relaxation parameter and regularization parameter in order to restore the noisy motion-blurred images.

We used (I-H) as a regularization operator and these two kinds of constraints were applied while conventional regularized iterative restoration method proposed by Jan Blemond et al used the 2-D Laplacian filter and a predetermined regularization parameter value and relaxation parameter to 1.

Through the experimental results, we showed better results compared with those by a conventional method and or regularized iterative restoration method just considering only a regularization parameter.

These two kinds of constraints have good effects when applied into the regularized iterative restoration method for noisy motion-blurred images.

---

\* 嶺南大學校 電子工學科  
論文番號 : 94 - 10

Ⅰ. 序 論

영상처리에 있어서 훼손된 영상의 복원은 중요한 문제 중의 하나이다. 영상을 처리할 경우, 영상처리 장치의 불완전함에 의해 흐려지게 되고 가산잡음에 의해 훼손되어 지는데, 가산잡음은 영상의 형상, 선, 단, 저장과정에서 임의로 영상에 섞이게 된다. 반면 영상이 가산잡음에 의해 훼손되었을 경우 훼손된 영상을 원 영상에 근사하는 영상으로 복원하는 것은 더욱 어려워진다.

영상 훼손 과정은 선형적인 흐려짐(linear blur)과 가산잡음에 의한다<sup>(1)</sup>. 선형적인 흐려짐에는 움직임(motion), 비초점(defocusing), 대기의 산란등에 의한 흐려짐등이 있고, 가산잡음은 백색 가우시안 잡음과 임펄스 잡음이 있다. 원영상이 선형적인 흐려짐에 의해 흐려지고 가산잡음에 의해 훼손되었을 경우 영상 훼손 모델은

$$g = H \cdot f + n \quad (1)$$

과 같다.

이때 g, f, n은 각각 잡음이 섞인 훼손된 영상, 원 영상, 가산잡음을 표현한다. H는 영상처리 장치의 전달함수로서 점 확산 함수(point spread function)라고 한다.

식(1)과 같이 주어짐 모델에서 영상복원의 궁극적인 목적인 원 영상에 근사하는 영상을 구하는 것이다. 이때 훼손된 영상 g와 점 확산 함수 H를 이미 알고있다고 가정한다.

훼손된 영상으로부터 복원된 영상을 구하는 방법은 많이 알려져 있는데, 이중의 하나가 반복 처리 방법(iterative scheme)이다. 반복 처리 방법은 잡음이 섞인 흐려진 영상을 복원하는데 사용되어질 수 있으며

- (1) 일반적인 반복복원방법과는 달리, 점 확산 함수 H의 역행렬을 구할 필요가 없다.
- (2) 복원과정에서 원 영상에 대한 사전정보(a priori information)를 사용할 수 있다.
- (3) 복원과정을 관찰(monitor)할 수 있다.
- (4) 잡음의 증폭을 억제하고 수렴속도를 가속화하기 위하여 구속조건(constraints)를 사용할 수 있다.

과 같은 장점을 갖는다<sup>(2)</sup>.

그러나 일반적인 반복 처리 방법의 경우 가산잡음의 증폭을 억제하기가 힘들다. 이러한 잡음이 섞인

흐려진 영상을 복원하는 경우 정칙화 반복 처리 방법(regularized iterative method)을 사용할 수 있다. 이방법은 구속조건을 이용하여 윤곽(edge)을 복원하고 수렴속도(convergence ratio)를 가속할 수 있는 장점을 지닌다.

Katsaggelos<sup>(3)</sup>와 Biemond<sup>(4)</sup> 등은 잡음의 증폭을 억제하기 위하여 정칙화 반복 복원방법의 정칙화 변수로서 시각함수(visibility function)를 제시하였다. 그러나 이완변수에 대하여 연구를 한 경우는 드물다.

본 논문에서는 정칙화변수와 이완 변수를 고려한 정칙화 반복 복원 방법을 제시한다. 이 변수들은 종전에 사용되어진 변수들과는 달리 최소자승법(least squares estimate)에 의하여 유도되어진 것들로서 정칙화 변수의 경우 평탄한 영역(flat region)에 존재하는 잡음의 증폭과 과분 효과(ringing effect)를 억제하는데 효과적이고, 이완변수는 윤곽을 복원하고 수렴속도를 가속화하는데 효과적이다.

본 논문은 2절에 정칙화 반복 복원 방법을, 3절에 구속조건을 서술하였고, 실험결과와 결론은 각각 4절과 5절에서 논의하였다.

Ⅱ. 정칙화된 반복 복원 방법<sup>(4)</sup>

식(1)로부터 역여파기(inverse-filter)를 이용하여 훼손된 영상 g를 직접 복원하는 것이 가능하다. 역여파기를 이용하여 잡음이 섞인 흐려진 영상을 복원한 경우의 식은

$$\hat{f} = H^{-1} \cdot g = H^{-1} \cdot (H \cdot f + n) = f + H^{-1} \cdot n \quad (2)$$

과 같다. 단 역행렬 H<sup>-1</sup>는 존재한다고 가정한다. 식(2)로부터 복원된 해는 원영상과 여파된 잡음으로 구성되어 있음을 알 수 있다. 만약 점확산함수 H가 0 또는 0에 근사하는 고유치(eigenvalue)들을 갖는다고 하면 역행렬 H<sup>-1</sup>가 존재하지 않거나 여파된 잡음량은 매우 큰 값을 갖게된다. 그러므로 복원된 해는 의미가 없게된다. 이를 "약조건 문제(ill-conditioned problem)"라고 한다. 만약 점확산함수 H가 동적인 흐려짐(motion blurring) 또는 비초점 흐려짐(defocusing blurring) 함수라고 하면 약조건 문제는 더욱 심각하게 된다. 이 문제를 극복하기 위해 약조건을 갖는 역행렬을 구하지 않고 안정된 역과정을 구하는 방법이 필요하게 된다. 이때 도입되는 방법이 반복

복원 방법과 Tikonov-Miller 정칙화 방법등 몇가지가 있다. 이 방법중의 하나가 Tikhonov-Miller 정칙화 방법이다.

### II-1. Tikhonov-Miller 정칙화 방법

Tikhonov-Miller 정칙화 방법은 해의 집합으로부터 가장 적합한 복원해를 구하기 위한 기준(criterion)을 정의한다. 복원해가 만족해야하는 기준중의 하나는

$$\Phi(\hat{f}) = \|g - H \cdot \hat{f}\| \leq \|n\| = \epsilon \quad (3)$$

과 같다. 이때  $\epsilon$ 는 잡음이 섞인 흐려진 영상  $g$ 에 존재하는 잡음항이며  $g$ 의 평편한 영역으로부터 구할 수 있다.

또하나의 기준은 정칙화 기준으로서

$$\Omega(\hat{f}) = \|C \cdot \hat{f}\| \quad (4)$$

과 같다. 이때  $C$ 는 정칙화 연산자이다.

정칙화 해는 식(3)의 조건을 만족하는 상태에서 식(4)을 최소함으로서 구해진다. 따라서

$$\Omega(\hat{f}) = \|g - H \cdot \hat{f}\| + \alpha \|C \cdot \hat{f}\| \quad (5)$$

의 정칙화기준을 만족하는 해를 구할 수 있다. 이때  $\alpha$ 는 정칙화 변수이다.

복원해  $f$ 에 대해서 식(5)을 미분함으로써

$$\nabla \hat{f} \cdot \Omega(\hat{f}) = 0 \quad (6)$$

에서 복원해  $\hat{f}$ 를 구할 수 있다. 이때 복원해  $\hat{f}$ 는

$$\hat{f} = (H^T \cdot H + \alpha C^T \cdot C)^{-1} \cdot H \cdot g \quad (7)$$

과 같다. 단  $(H^T \cdot H + \alpha C^T \cdot C)$ 는 역행렬이 존재한다고 가정한다. 식(7)으로부터 복원오차  $E(f)$ 는

$$\begin{aligned} E(f) &= \|f - \hat{f}\| \\ &= \left\| f - \frac{H^T \cdot H \cdot f + H^T \cdot n}{H^T \cdot H + \alpha C^T \cdot C} \right\| \\ &\leq \left\| \frac{\alpha C^T \cdot C \cdot f}{H^T \cdot H + \alpha C^T \cdot C} \right\| + \left\| \frac{H \cdot n}{H^T \cdot H + \alpha C^T \cdot C} \right\| \end{aligned}$$

$$= E_r(\alpha) + E_n(\alpha) \quad (8)$$

과 같이 구할 수 있다. 이때  $E_r(\alpha)$ 와  $E_n(\alpha)$ 는 각각 정칙화와 가산잡음의 증폭에 의한 오차이다.

식(8)에서 정칙화 변수  $\alpha$ 를 0으로 하면 정칙화 오차  $E_r(\alpha)$ 를 최소화할 수 있으나, 가산 잡음 증폭 오차  $E_n(\alpha)$ 는 매우 큰값을 갖는다. 반대로  $\alpha$ 를 큰값으로 두면 잡음증폭오차  $E_n(\alpha)$ 는 최소화할 수 있으나 정규화오차  $E_r(\alpha)$ 는 큰값을 갖는다. 그러므로 두 오차  $E_r(\alpha)$ ,  $E_n(\alpha)$ 를 함께 고려하여 최적의 값을 구할 필요가 있다. 따라서 본논문에서는 정칙화 변수와 이완 변수를 동시에 도입하려고 한다.

### II-2. 정칙화 연산자

일반적으로 화소가 갖는 에너지는 저역 공간주파수 영역에 집중되어 있다. 그러나 가산잡음은 일양분포(uniform distribution)의 특성을 지녔으며 공간주파수 전역에 확산되어 있다. 윤곽영역에서 파문현상이 발생하므로 식(4)에서의 정칙화 연산자  $C$ 는 고역 통과 여파기의 성격을 지닌다.

일반적으로 정칙화 연산자로 사용되어진 고역여파기는 2차원 Laplacian 여파기이다. 그러나 2차원 Laplacian 여파기는 파문현상과 가산잡음의 증폭과 같은 인공잡음(artifact)을 발생시킨다.

2차원 Laplacian 여파기를 정칙화 연산자로서 사용할 경우 정칙화 변수  $\alpha$ 의 적용 가능 범위는 매우 협소하고  $\alpha$ 의 작은 변화에도 민감하게 동작하므로 훼손된 영상의 복원에 적용하기가 까다롭고 효과가 감소된다.

이러한 문제를 해결하기 위하여 본 논문에서는 (I-H) 함수를 정칙화 연산자로서 사용하였다. 전대역 통과 여파기에서 저역 통과 여파기를 감산한 형태인 (I-II) 함수를 정칙화 연산자로 사용할 경우 Biemond와 Kastaggelos에 의해 사용되어진 2차원 Laplacian 여파기<sup>(2)(3)</sup>에 비하여  $\alpha$ 의 적용 가능 범위가 0~1로 증대되어 적용효과가 뛰어나고 파문현상이 덜 발생한다. 또한 2차원 Laplacian 여파기는 윤곽을 2차 미분한 형태로 나타남으로 파문현상이 심화되지만 (I-H)에서는 1차 미분한 형태로 파문현상이 덜하다.

### II-3. Tikhonov-Miller 반복 복원 방법

식(7)과 같은 종건의 비반복 Tikhonov-Miller 정칙화 방법의 경우, 만약 역행렬  $(H^T \cdot H + \alpha C^T \cdot C)^{-1}$ 이 약조건일 경우 복원이 불가능하거나 많은 계산량

이 필요하게 된다.

이 문제를 해결할 수 있는 방법으로서 반복 Tikhonov-Miller 방법이 있다. 이 반복 복원 방법은

- (1) 해를 구하는 과정이 종간의 방법에 비하여 용이하다.
- (2) 반복 복원방법은 복원효과를 증대시키기 위하여 구속조건을 사용할 수 있다.

는 같은 장점을 지닌다.

Tikhonov-Miller 반복 복원 방법을 구하기 위하여 식(7)을

$$\hat{f} = \hat{f} + \beta[H^T \cdot g - (H^T \cdot H + \alpha C^T \cdot C) \cdot \hat{f}] \quad (9)$$

과 같이 수정한다. 반복 처리 방법의 일종인 연속 근사 방법(method of successive approximation)을 이용하여 식(9)로부터

$$\hat{f}_{k+1} = \hat{f}_k + \beta[H^T \cdot g - (H^T \cdot H + \alpha C^T \cdot C) \cdot \hat{f}_k] \\ = (1 - \alpha\beta C^T \cdot C) \cdot \hat{f}_k + \beta H^T \cdot (g - H \cdot \hat{f}_k) \quad (10)$$

와 같은 Tikhonov-Miller 반복 복원 방법을 구할 수 있다. 이때 식(10)의 초기치는

$$\hat{f}_0 = H^T \cdot g \quad (11)$$

로 둔다.  $\alpha$ 가 0일경우 식(10)은 Ichioka의 reblurring 반복 복원 방법<sup>10)</sup>이 된다.

식(10)에서 정규화 인산자 C가 모역동력 이계기와 같이 동작하기 때문에  $(1 - \alpha\beta C^T \cdot C)$ 항은 자역동력 이계기와 같다. 이 특성을 고려하여 Katsaggelos<sup>11)</sup>는 이항을 Wiener 이계기의 전달함수 C로 대체하여

$$\hat{f}_{k+1} = C_s \cdot \hat{f}_k + \beta H^T \cdot (g - H \cdot \hat{f}_k) \quad (12)$$

과 같이 제시하였다. 이때

$$C_s = \frac{\sigma_f^2}{\sigma_f^2 + \sigma_n^2} \quad (13)$$

이다. 여기서  $\sigma_f^2$ ,  $\sigma_n^2$ 는 각각 원영상과 가산 잡음으로부터 구해진 공분산 값이다.

그러나 식(12)에 제시한 방법은 Tikhonov-Miller 방법에 사용되는 정규화 인산자가 지니는 단순한 기능만을 Wiener 이계기로 대체하였을 뿐, 본래의 수식 및 기능이 포함되어 있지 않았으며, 다음 문단과 같

은 정규화 변수를 고려한 이치가 없다는 것이다. 따라서 본 논문에서는

$$\hat{f}_k = (1 - \alpha_k(t))C^T \cdot C \cdot \hat{f}_{k-1} + \beta_k(t)H^T \cdot (g - H \cdot \hat{f}_{k-1}) \quad (14)$$

와 같은 정규화 반복 복원 방법을 제시한다. 단

$$\alpha_k(\cdot, \cdot) = \alpha_k(t, t) \beta_k(t, t) \quad (15)$$

이며  $k=1, 2, \dots, 255$ ;  $k$ : 반복 회수이다.

$\alpha_k(\cdot, \cdot)$ ,  $\beta_k(\cdot, \cdot)$ : III장에서 다음 구속변수로서, 사전 정보(a priori information)를 이용하여 처리하는 각화소마다 주변정보를 고려하면서 적응성있게 가변된다.

### III. 구속 정규화 반복 복원 방법

식(8)에서의 오차는 정규화 변수  $\alpha$ 의 값에 종속되며, 식(11)에서는 이완변수  $\beta$ 가 최적값을 가장 상응 빠른 수렴비를 나타낸다. 그런데  $\alpha$ 와  $\beta$ 는 서로 상충관계가 있다. 따라서 본 논문에서는 각각의 화소에 대해 적응의 증폭을 위해 상호 동시에 수렴비를 빠르게 얻 수 있도록 구속변수  $\alpha_k(\cdot, \cdot)$ ,  $\beta_k(\cdot, \cdot)$ 를 제시한다.

#### III-1 이완 변수(Relaxation parameter)

식(10)에서 제시한 반복 Tikhonov-Miller 방법에서 이완 변수  $\beta$ 를  $\beta_k(\cdot, \cdot)$ 를 사용하는 주된 목적은 이완 변수를 적용한 적분 방법의 결과에 비하여 빠른 수렴속도를 얻기 위함이다. 본 논문에서는 최소 제곱법(Least Squares method)을 이용하여 이완 변수  $\beta_k(\cdot, \cdot)$ 를 유도하였다.

잡음이 없는 처리관형상의 경우 오차  $\epsilon(t)$ 는

$$\epsilon(t) = g - H \cdot \hat{f} \quad (16)$$

과 같이 표현할 수 있다. 식(14)으로부터 반복 복원된 영상  $\hat{f}_k$ 를 식(16)에 대입하여 정리하면

$$\epsilon(\hat{f}_k) = g - H \cdot \hat{f}_k \quad (17)$$

과 같다. 단  $\hat{f}_k$ 는 식(14)에서  $\alpha = 0$ 일때의 복원결과라고 가정하면

$$\hat{f}_{k+1} = \hat{f}_k + \beta_k H^T \cdot (g - H \cdot \hat{f}_k) \quad (18)$$

이 된다. 최적의  $\beta_k(\cdot, \cdot)$ 를 구하기 위해

$$\nabla_{\beta_k} \epsilon(\hat{f}_k) = 0 \quad (19)$$

이라두면, 이완변수  $\beta_k(i, j)$ 는

$$\beta_k(i, j) = \frac{[H^T \cdot (g - H \cdot \hat{f}_k(i, j))]^2}{[H^T \cdot H \cdot (g - H \cdot \hat{f}_k(i, j))]^2} \quad (20)$$

이 된다. 그런데 반복 복원 처리의 일반적인 수렴범위는 0~2이다. 따라서 이완변수  $\beta_k(i, j)$ 의 가변 범위는 0~2이 된다<sup>(10)</sup>.

$\epsilon(\hat{f}_k)$ 가 큰값을 갖는 윤곽영역의 경우  $H \cdot \epsilon(\hat{f}_k)$ 가  $H^T \cdot H \cdot \epsilon(\hat{f}_k)$ 보다 큰 값을 갖게되어 이완 변수  $\beta_k(i, j)$ 는 2에 근사하는 값을 갖게되어 식(14)의 정칙화 반복 복원 방법을 이용하여 훼손된 윤곽을 복원하는데 수렴속도를 빠르게 할 수 있으며, 잡음이 섞인 평탄한 영역의 경우  $\epsilon(\hat{f}_k)$ 는 1의 값을 갖게 된다.

### III-2 정칙화 변수

식(10)의 반복 Tikhonov-Miller 방법에서 정칙화 변수  $\alpha_k(\cdot, \cdot)$ 는 가산잡음의 증폭을 억제하기 위해 사용된다. 만약 식(4)의 정칙화 기준에서 상한치를 E라고 하면

$$\Omega(f) = \|C \cdot f\| \leq E \quad (21)$$

와 같고,

$$(\epsilon/E)\|C \cdot \hat{f}\| \leq \epsilon \quad (22)$$

과 같이 변형할 수 있다. 식(3)의 잡음의 증폭항과 식(22)의 정칙화 오차항을 통합하여 식(22)과 (3)의 제곱한 값을 더함으로써

$$\|g - H \cdot \hat{f}\|^2 + (\epsilon/E)^2 \|C \cdot \hat{f}\|^2 \leq 2\epsilon^2 \quad (23)$$

가 되며, 이식을 식(5)를 비교하면 정칙화 변수  $\alpha_k(\cdot, \cdot)$ 는  $(\epsilon/E)$ 과 같음을 알 수 있다. 이때  $\epsilon$ 와 각각 복원하는 과정에서 발생하는 잡음의 증폭과 정칙화에 의한 오차이다. 그러므로  $\epsilon$ 와 E를

$$\epsilon = \|n\|$$

$$E = \|C \cdot \hat{f}\| \leq \|C\| \cdot \|\hat{f}\|$$

과 같이 표현하면 정칙화 변수  $\alpha_k(\cdot, \cdot)$ 를

$$\alpha_k(\cdot, \cdot) = \frac{\|n\|^2}{\|C\|^2 \cdot \|\hat{f}(\cdot, \cdot)\|^2} \quad (24)$$

과 같이 구할 수 있다. 이식에서  $\|C\|$ 의 값은 상수이므로  $\alpha_k$ 는 신호대 잡음비(SNR)에 반비례함을 알 수 있다. 그러므로 본 논문에서는 정칙화 변수를

$$\alpha_k(i, j) = \frac{1}{1 + \sigma_f^2(i, j)/\sigma_n^2} \quad (25)$$

과 같이 제시한다.

원영상의 분산값이 큰 윤곽영역의 경우 식(25)의 정칙화 변수  $\alpha_k(\cdot, \cdot)$ 는 0에 근사하게 되어 식(14)의 정칙화 반복 복원 방법은 Ichioka의 reblurring 방법과 동일하게 되며, 잡음이 섞인 평탄한 영역의 경우 원영상의 분산값이 잡음의 분산값보다 작게되어  $\alpha_k(\cdot, \cdot)$ 는 1에 근사하는 값을 갖게 되어 정칙화 반복 복원 방법을 이용한 복원의 경우 잡음의 증폭을 억제할 수 있다. 이때의  $\alpha_k(i, j)$ 의 값은 SNR에 따라서 0~1의 값을 갖는다.

## IV. 실험결과

본 실험에서는 영상처리 장치를 이용하여 잡음이 섞인 흐려진 영상을 복원하였다. 실험에 사용된 표준 영상은 256x256개의 화소를 갖는 "Lena"영상이다.

흐려진 영상을 얻기 위해 사용된 점 확산 함수는 1x9의 크기를 갖는 동적 흐려짐이며

$$H(n) = \begin{cases} \frac{1}{L} & , 0 \leq n \leq L-1 \\ 0 & , \text{otherwise.} \end{cases} \quad (26)$$

과 같다.

정칙화 연산자는 (I-H)를 사용하였다. 이 연산자는 Biemond 등<sup>(2)(3)</sup>에 의해 사용되어진 라플라시안 함수에 비해 과분현상이 적고 정칙화 변수  $\alpha_k(\cdot, \cdot)$ 의 적용효과가 우수하다. 공간시간영역에서의 정칙화 연산자의 형태는

$$C(n) = [\delta(n) - H(n)] \quad (27)$$

이다.

그림 1은 식(26)와 (27)에 의한 점 확산 함수와 정칙화 연산자를 공간 주파수 영역에서 표현한 것이다. 점확산 함수는 저역 통과 여파기, 정칙화 연산자는 고역 통과 여파기의 형태를 갖고 있음을 알 수 있다.

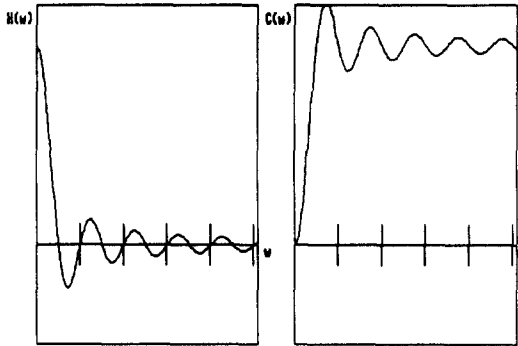


그림 1. 공간 주파수 영역에서의 점확산 함수 H(omega)와 정칙화 연산자 C(omega)  
Fig 1. Representation of PSF H(omega) and the regularization operator C(omega) in the spectral domain

점 확산 함수에 의해 흐려진 영상에 의사 가우시안 백색 잡음(pseudo gaussian white noise)을 섞는다. 이때 흐려진 영상의 신호대 잡음비 BSNR(Blurred SNR)의 식은

$$BSNR = \frac{\text{variance of blurred image}}{\text{variance of additive noise}} = \frac{\sigma_{H \cdot g}^2}{\sigma_n^2} \quad (28)$$

과 같다.

본 논문에서 제시한 정칙화 변수  $\alpha_k(i, j)$ 는

$$\alpha_k(i, j) = \frac{\sigma_n^2}{\sigma_i^2(i, j) + \sigma_n^2}, \quad i, j = 0, \dots, 255 \quad (29)$$

과 같다. 이식에서, 잡음의 분산값은 매 반복횟수마다 반복 복원된 영상내의 5x5 크기의 평탄한 영역으로부터 추출하였으며, 원영상의 분산값  $\sigma_i^2(i, j)$ 은 5x5의 사각창을 적용한 반복 복원된 영상  $\hat{f}_k$ 에서 추출하였다. 식(29)로부터 정칙화 변수  $\alpha_k(\cdot, \cdot)$ 는 SNR에 반비례함을 알 수 있다.

그림 2는 복원 영상으로부터 산출된 정칙화 변수의 값을 표현한 것이다. 실선은 복원된 영상의 단면도를

표시한 것이며, 점선은 각각의 화소값으로부터 산출된 정칙화 변수의 값이다. III-2에서 밝힘마와 같이 비교적 평탄한 영역에서는  $\alpha_k(\cdot, \cdot)$ 는 1에 근사함으로써 잡음의 증폭을 억제할 수 있으며, 윤곽영역에서는  $\alpha_k(\cdot, \cdot)$ 는 0에 근사하는 값을 갖음으로서 윤곽의 흐려짐을 방지할 수 있게 된다. 이때 정칙화 변수의 가변 범위는 식(29)에 의하여 0~1이 된다.

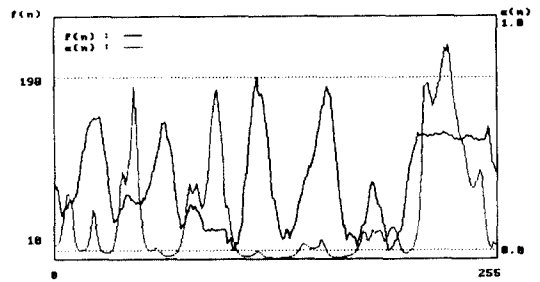


그림 2. 복원된 영상으로부터 산출된 정칙화 변수  $\alpha_k(\cdot, \cdot)$   
Fig 2. The representation of the regularization parameter  $\alpha_k(\cdot, \cdot)$  estimated in the restored image.

식(20)의 이완 변수  $\beta_k(i, j)$ 는

$$\beta_k(i, j) = \frac{|H \cdot g(i, j) - H \cdot \hat{f}_k(i, j)|^2}{|H \cdot H \cdot g(i, j) - H \cdot \hat{f}_k(i, j)|^2} \quad (29)$$

로 구한다. 이때 "\*"는 2차원 convolution이다.

그림 3는 복원된 영상의 각 화소값에서 구하여진 이완 변수  $\beta_k(i, j)$ 의 값을 표현한 것이다. 그림에서 실선은 복원된 영상의 단면도이고, 점선은 각 화소에

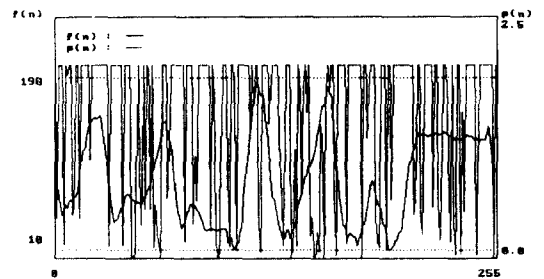


그림 3. 복원된 영상으로부터 산출된 이완 변수  $\beta_k(\cdot, \cdot)$ .  
Fig 3. The representation for the relaxation parameter  $\beta_k(\cdot, \cdot)$  estimated in the restored image.

대한 이완 변수  $\beta_k(\cdot, \cdot)$ 의 값을 나타낸 것이다. 윤곽영역의 경우 이완 변수는 2.0에 근사하는 값을 가짐으로서 수렴속도를 빠르게 하며, 잡음이 섞인 평탄한 영역의 경우 1.0이하의 값을 가짐으로서 잡음의 증폭을 억제할 수 있다. 그러므로 이완 변수를 사용하지 않은 방법에 비하여 수렴속도를 빨리할 수 있다.

그림 4은 식(14)의  $\gamma_k(\cdot, \cdot)$ 를 표시하였다. 식(15)에서  $\gamma_k(\cdot, \cdot)$ 는  $\alpha_k(\cdot, \cdot)$ 와  $\beta_k(\cdot, \cdot)$ 의 곱으로 나타내어지며, 그림 2의  $\alpha_k(\cdot, \cdot)$ 와 비교할 경우  $\gamma_k(\cdot, \cdot)$ 는 윤곽영역에서는 급격히 감소하는 값을 가지며, 평면에서는 비교적 큰값을 갖는다. 식(25)에 의해  $\alpha_k(\cdot, \cdot)$ 의 가변 범위는 0~1, 수렴조건을 고려하므로 식(20)에 의해 구하여진  $\beta_k(\cdot, \cdot)$ 는 0~2 이므로  $\gamma_k(\cdot, \cdot)$ 의 가변 범위는 0~2이다.

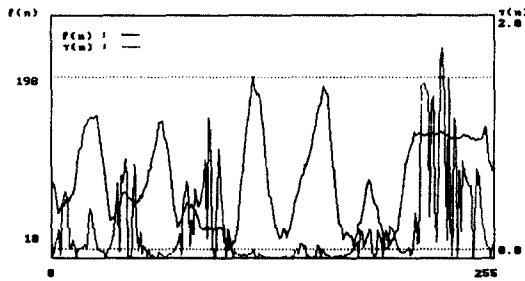


그림 4.  $\gamma_k(\cdot, \cdot)$  표현  
Fig 4. The representation for the variation of  $\gamma_k(\cdot, \cdot)$

실험에 사용한 원영상과 신호대 잡음비가 BSNR = 20dB인 잡음이 섞인 훼손된 영상을 그림 5에 나타내었다.



그림 5. 원영상과 BSNR = 20dB에서의 잡음이 섞인 훼손된 영상  
Fig 5. Original image and noisy-blurred image for BSNR = 20dB

본 논문에서 제시한 구속 변수  $\alpha_k(\cdot, \cdot)$ 와  $\beta_k(\cdot, \cdot)$ 를 정칙화 반복 복원 방법에 적용했을 때의 효능을 검증하기 위해 Biemond등<sup>(2)</sup>에 의해 제시된  $\alpha=0.5$ ,  $\beta=1.0$ <sup>(2)</sup>로 고정한 경우의 결과와 Katsaggelos에 제시된 정칙화 변수의 값만을 가변시켰을 경우의 결과를 서로 비교하여 처리된 영상을 그림 6에 나타내었고, 그 단면도를 그림 7에 나타내었다. 그림 6, 7로부터 두개의 구속 변수를 사용했을때의 결과가 가장 우수함을 알 수 있다. 이때 각각 처리된 평균 자승 오차 (Mean Square Error)는 표 1과 같다.

표 1로부터 정칙화 변수  $\alpha_k(\cdot, \cdot)$ 와 이완 변수  $\beta_k(\cdot, \cdot)$ 를 모두 사용한 방법의 결과가 다른방법에 비해 우수함을 알 수 있다. 또 본 논문에서 정칙화 연산자로서 (I-H)를 사용한 결과가 2-D Laplacian 여파기를 사용한 경우보다 평균 자승 오차가 적고, 시각적으로 잡음의 증폭이 적음을 알 수 있다.

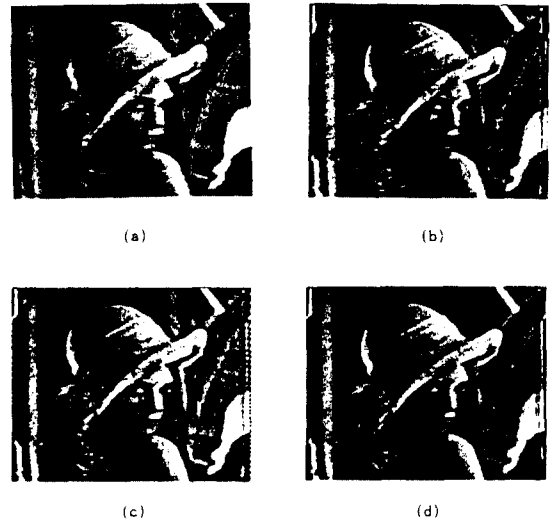


그림 6. 복원 결과  
Fig 6. Restoration results  
(a) Noisy-blurred image for BSNR = 20dB  
(b) Restored image by regularized iterative method, in which  $\alpha_k(\cdot, \cdot)$  is the regularization parameter we proposed and  $\beta=1$   
(c) Restored image by regularized iterative method in which C is replaced by the 2-D Laplacian filter and  $\alpha=0.5$ ,  $\beta=1.0$   
(d) Restored image by regularized iterative method using proposed constraints  $\alpha_k(\cdot, \cdot)$ ,  $\beta_k(\cdot, \cdot)$

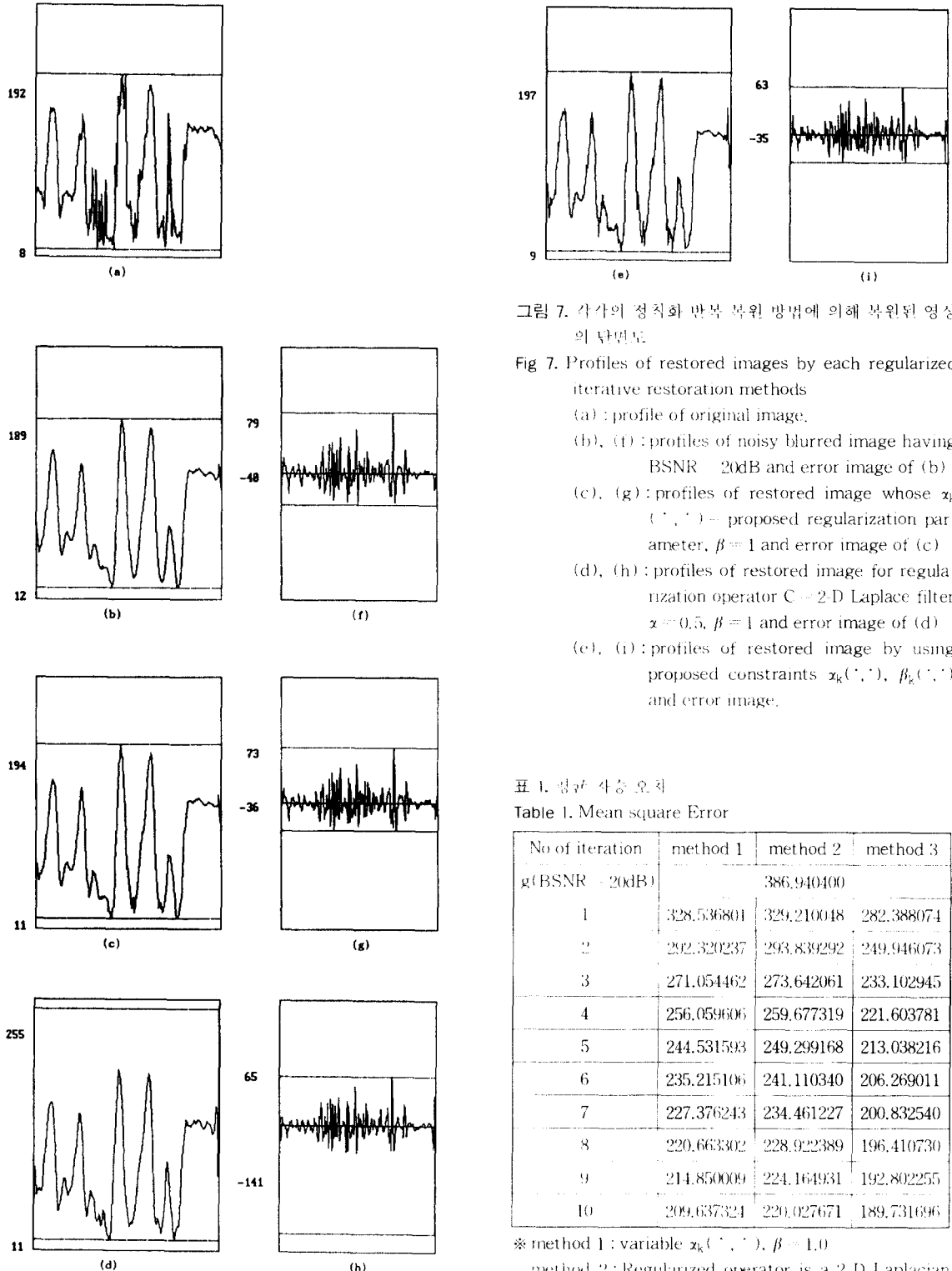


그림 7. 각각의 정규화 반복 복원 방법에 의해 복원된 영상의 단면도

Fig 7. Profiles of restored images by each regularized iterative restoration methods

- (a) : profile of original image.
- (b), (f) : profiles of noisy blurred image having BSNR = 20dB and error image of (b)
- (c), (g) : profiles of restored image whose  $\alpha_k(\cdot, \cdot)$  - proposed regularization parameter,  $\beta = 1$  and error image of (c)
- (d), (h) : profiles of restored image for regularization operator C = 2-D Laplace filter  $\alpha = 0.5$ ,  $\beta = 1$  and error image of (d)
- (e), (i) : profiles of restored image by using proposed constraints  $\alpha_k(\cdot, \cdot)$ ,  $\beta_k(\cdot, \cdot)$  and error image.

표 1. 평균 제곱 오차

Table 1. Mean square Error

No of iteration	method 1	method 2	method 3
$g(\text{BSNR} = 20\text{dB})$	386.940400		
1	328.536801	329.210048	282.388074
2	292.320237	293.839292	249.946073
3	271.054462	273.642061	233.102945
4	256.059606	259.677319	221.603781
5	244.531593	249.299168	213.038216
6	235.215106	241.110340	206.269011
7	227.376243	234.461227	200.832540
8	220.663302	228.922389	196.410730
9	214.850009	224.164931	192.802255
10	209.637324	220.027671	189.731696

\* method 1 : variable  $\alpha_k(\cdot, \cdot)$ ,  $\beta = 1.0$

method 2 : Regularized operator is a 2-D Laplacian



filter and  $\alpha = 0.5, \beta = 1.0$ .  
 (by Jan Biemond et al.)<sup>(2)</sup>  
 method 3: Variable  $\alpha_k(\cdot, \cdot)$  and  $\beta\alpha_k(\cdot, \cdot)$   
 (propose method.)

### V. 結 論

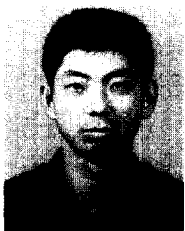
본 논문은 구속 조건을 이용한 정칙화 반복 복원 방법에 관하여 연구하였다. 제안한 구속 조건은 영상의 사전 지식을 이용하여 화소마다 값을 산출하여 정칙화 반복 복원방법에 적용하였다. 이완 변수는 윤곽 영역의 복원에 효과적이며, 정칙화 변수는 평면에서의 잡음의 증폭을 억제할 수 있었다.

실험결과를 통하여, 본논문에서 제시한 구속 조건을 이용한 정칙화 반복 복원의 결과가 기존의 Bienond나 Katsaggelos에 의하여 제안된 방법이나 이완 변수를 사용하지않고 정칙화 변수만을 사용한 방법의 결과와 비교하여 시각적으로나 평균 자승 오차면에서 우수함을 알 수 있었다.

### 參 考 文 獻

1. H.C.Andrews and B.R.Hunt, Digital Image Restoration, Englwood Cliffs, NJ :Prentice-Hall, 1977
2. Aggelos K.Katsaggelos, Jan Biemond, Ronald W. Schafer and Russell M. Mersereau, "A Regularized Iterative Image Restoration Algorithm," IEEE trans. signal processing, Vol.39, No.4, pp.914-929, April, 1991

3. Reginald L. Lagendijk, Jan Biemond and Dick E. Boeke, "Regularized Iterative Image restoration with Ringing Reduction," IEEE trans. ASSP, Vol.36, No.12, pp.1874-1888, December, 1988
4. Reginald L. Lagendijk and Jan Biemond, Iterative Identification and Restoration of Images, pp.71-88, Kluwer Academic Publishers, 1991
5. J.S.Lim, Two-Dimensional Signal and Image processing, pp.524-561, Prentice-Hall, 1990
6. Ronald W. Schafer, Russell M. Mersereau and Mark A. Richards, "Constrained Iterative Resoration Algorithms," Proceeding of the IEEE, Vol.69, No.4, pp.432-450, April.1981
7. Reginald L. Lagendijk, Jan Biemond and Russell M. Mersereau, "Iterative methods for Image Deblurring," Proceeding of the IEEE, Vol.78, No.5, pp.856-883, May, 1990
8. Y. Ichioka, Y. Takubo, K. Matsuoka and T. Suzuji, "Iterative Image Restoration by a method of Steepest-Descent," J.Optics, Vol.12, No.1, pp.35-41, 1981
9. Satoshi Kawata and Yoshiki Ichoka, "Iterative Image Restoration for linearly Degraded Images. I. Basis," J.Opt.Soc.Am., Vol.70, No.7, pp. 762-768, July, 1980
10. Satoshi Kawata and Yoshiki Ichoka, "Iterative Image Restoration for linearly Degraded Images. II. Reblurring Procedure," J.Opt.Soc.Am., Vol.70, No.7, pp.768-772, July, 1980



洪 性 鏞(Sung Yong Hong) 正會員  
 1964年 4月 20日生  
 1987年 2月: 嶺南大學校 電子工學  
 科 卒業(工學士)  
 1989年 2月: 嶺南大學校 大學院 電  
 子工學科 卒業(工學碩  
 士)  
 1989年 2月~現在: 嶺南大學校 大  
 學院 電子工學科 博士  
 課程

※주관심분야: 영상복원

李 泰 鴻(Tae Hong Lee) 正會員  
 1952年 7月 27日生  
 1975年 2月: 서울大學校 工業教育學科 卒業  
 1976年 5月~1979年 10月: 東洋精密(株) 中央研究所 勤務  
 1980年 2月: 서울大學校 大學院 工業教育學科 卒業(碩士)  
 1980年 1月~1981年 2月: 金星電氣(株) 技術研究所 勤務  
 1981年 3月~現在: 嶺南大學校 電子工學科 教授  
 1984年 3月~1987年 2月: 서울大學校 大學院 電子工學科  
 修了(博士)  
 1990年 9月~1991年 8月: 미국 Syracuse University 客員  
 教授

※주관심분야: 신호처리, 영상복원