

論文94-31A-5-4

개선된 Born 역산란과 반복계산 기법을 이용한 cross borehole Tomography

(Cross Borehole Tomography Using Improved Inversion And Iterative Scheme)

金貞慧*, 金相基* 朴天錫* 羅正雄*

(Jeung Hye Kim, Sang Gi Kim, Cheon Seok Park and Jung Woong Ra)

要約

개선된 Born 역산란과 반복계산 방법을 이용하여 cross borehole 구조에서 2차원 원통형 산란체에 대한 비유전을 분포를 구하는 방법을 제안하였다. 본 논문에서 제안한 방법에서는 산란체의 비유전율이 배경매질과 차이가 많은 강산란체에 의해 영상이 열화되는 것은 개선된 Born 역산란을 이용하여 개선하고 측정 구조의 제한으로 인해 영상이 열화되는 것은 반복계산 방법을 적용하여 개선함으로써 제한된 구조에서 강산란체에 대한 비유전을 분포를 기존의 방법에 비해 실제 비유전을 분포에 가깝게 재구성하려고 한다. 반복계산을 적용한 개선된 Born 역산란에 의한 영상을 Born 역산란에 의한 영상과 개선된 Born 역산란에 대하여 컴퓨터 모의계산으로 비교하였다. 비교한 결과 Born 역산란과 개선된 Born 역산란 결과에 비해 반복계산으로 재구성한 비유전을 분포가 실제 비유전을 분포에 가깝게 나타났다.

Abstract

An inversion technique, by using an improved Born inversion and an iterative process in cross borehole structure, is suggested to reconstruct relative permittivity profiles of cylindrical scatterer. The degraded image resulting from the violation of the Born condition and the restriction of measured structure is improved by improved Born inversion and an iterative process, respectively. The simulation results show that this inversion technique give better reconstruction of original profile distribution than a conventional Born or an improved Born technique.

1. 서론

전자파를 이용한 유전체 산란체에 대한 역산란 문제에서 Born 근사를 이용한 회절단층법은 매우 효과적인 영상 재현 방법으로 많은 연구가 이루어졌다.

^{[1] - [4]} 이들 방법은 산란체 내부에서 산란파의 크기가 입사파에 비하여 작다고 가정하여 산란체 내부의 전계 전계를 입사파로 근사하는 1차 Born 근사를 이용해서 산란파와 비유전을 분포간의 관계가 Fourier 변환식으로 되어 Fourier 회절 투영법 ^{[1] - [4]} 을 사용할 수 있는 편리한 점이 있지만 Born 근사의 한계로 인해 산란체와 배경매질의 비유전율이 비슷한 경우에만 적용 가능하다. ^[4] Vezzetti와 Aks ^[5] 과 Chew ^{[6] - [7]} 등이 Born 근사의 한계를 극복하기 위해서 몇

* 正會員, 韓國科學技術院 및 電氣 및 電子工學科
(Dept. of Electrical Eng., KAIST)

接受日: 1993年 7月 21日

가지 방법을 제안했는데 이들 방법은 Born 근사의 한계 내의 산란체에 대하여 실제 비유전율 분포에 가까운 결과를 주지만 Born 근사의 한계를 넘어서는 물체에 대하여 적용하기는 어렵다.

개선된 Born 근사 역산란 방법은 다중 주파수 되산란파로부터 산란체의 크기를 알아내고 Born 역산란으로 재구성한 물체의 비유전율에 대한 투영함수를 교정하여 Born 근사 한계를 10배 정도 확장했다.^[8] 개선된 Born 역산란 방법은 다중 주파수 산란파로부터 Fourier 회절 투영법으로 투영함수를 계산한 다음 산란체와 배경 매질과의 속도차에 의해 투영함수가 늘어나거나 줄어든 것을 투영함수의 시작점으로부터 알아낸 물체의 크기에 맞게 비례적으로 교정하여 영상을 개선한다. 이 방법은 물체가 완전히 회전할 수 있거나 송수신점이 모든 각도로 움직일 수 있다고 가정했을 경우에 대한 연구이다. 그러나 실제 상황에서는 물체의 회전이 제한되거나 측정구조가 제한되는 경우가 많다.

측정 구조가 제한되면 물체의 비유전율 분포에 대한 Fourier 스펙트럼 영역의 분포는 모든 방향에서 측정했을 때의 분포 영역 중 일부분만 채워진다.^[10] 이러한 스펙트럼 영역의 데이터 부족으로 재구성한 영상이 열화된다.^[10] 제한된 구조에서 보다 정확한 영상을 얻기위한 연구가 많이 이루어졌다.^{[10], [12]} 이러한 연구들은 Born 영상을 초기치로하고 산란체의 외곽모양은 정확히 안다고 가정하고 내부 유전율 분포를 반복계산에 의해 재구성하는 것이다. 반복계산 방법은 Born 영상과 투영함수를 초기치로하고 이차원 영상 중에서 이미 알고 있는 물체 외곽 밖은 영상 값을 0으로 둔다. 이 영상으로부터 측정구조의 제한으로 구할 수 없었던 방향의 투영함수를 정의식에 의해 계산한다. 이렇게 계산한 투영함수와 초기치의 투영함수를 합하면 모든 방향의 투영함수를 알 수 있다. 이러한 투영함수로부터 새로운 영상을 계산한다. 위의 과정들을 반복한다. 이 방법은 Born 역산란 결과를 초기치로하고 물체의 모양을 미리 알아야 하기 때문에 물체의 모양에 대한 사전정보가 없거나 유전체가 강산란체인 경우는 적용하기 어렵다.

본 논문에서는 측정구조가 cross borehole 로 제한되어 있고 산란체의 비유전율이 배경 매질과 차이가 많은 강산란체의 비유전율 분포를 재구성하고자 한다. 측정구조가 cross borehole로 제한되어 있기 때문에 위의 반복계산에 의해 투영함수를 구할수 없는 방향의 투영함수를 다시계산해서 영상을 계산하고자 한다. 그런데 유전체가 강산란체이기 때문에 초기치를 개선된 Born 역산란의 영상과 투영함수로 둔다.

그리고 물체의 모양에 대한 사전정보를 모를 경우에 적용하기 위해 투영함수의 시작점으로부터 일부 방향에 대해 알아낸 물체 모양으로부터 보간법에 의해 모든 방향의 물체 모양을 유추하여 물체의 외곽형태로 둔다. Cross borehole 구조에서 산란파를 측정하면 모든 방향에 대하여 되산란파를 측정할 것과 비교하면 Fourier 스펙트럼 영역의 데이터가 일부분에 분포하게 되어 개선된 Born 역산란으로 투영함수를 교정하더라도 방향에 따라 투영함수의 분해능이 다르고 일부 방향에서는 투영함수를 구할 수 없다.

이러한 투영함수의 특성때문에 측정 구조가 제한되어 있는 경우에는 개선된Born 역산란 결과가 Born 산란에 의한 영상에 비하여 실제 유전율 분포에 가깝지만 모든 방향으로 측정할 개선된 Born 영상에 비해 재구성한 비유전율의 값이 작고 영상의 모양도 열화되어 나타난다. 투영함수로부터 물체의 비유전율을 구하는 방법은 filtered backprojection 알고리즘을 사용하였다.^[9] 측정구조가 cross borehole로 제한되는 것에 의해 영상이 열화되는 것을 보상하기 위해서는 분해능이 낮아 투영함수의 값이 의미가 없거나 값이 없는 방향에 대해서는 위의 반복계산으로 투영함수를 다시 계산해서 영상을 개선한다.

위의 반복계산을 적용한 개선된 Born 역산란법은 물체의 비유전율 차에 의한영상의 열화를 개선할 수 있는 동시에 측정 구조가 cross borehole로 제한되어 생기는 영상의 열화도 개선할 수 있음을 컴퓨터 모의 계산으로 보였으며, Born역산란에 의한 영상과 개선된 Born 역산란에 의한 영상 그리고 반복계산을 적용한 개선된 Born 역산란에 의한 영상을 비교하였고 단면에 대한 정량적인 결과도 비교하였다. 다음 II장에서는 산란파와 물체의 비유전율에 관한 적분 방정식으로부터 Born근사에 의한 역산란 과정을 설명하고, III장에서는 개선된 Born 역산란 방법을설명하고, IV장에서는 반복계산을 적용한 개선된 Born 역산란 과정을 기술하고 컴퓨터 모의계산으로 세방법에 대한 결과를 비교 검토하고 V장에서는 결론을 맺는다.

II. Born 근사에 의한 역산란

그림 1과 같이 특성을 알고자 하는 물체가 평행한 두개의 borehole 사이에 있고 물체의 중심을 좌표의 원점으로 하고 borehole과 수직인 축을 x축, 평행한 축을 y축으로 하고 산란체는 z축으로 일정한 2차원 원통형 구조라 하자. 산란체 외부매질 매질은 비유전율이 일정하고 산란체가 있는 부분만 배경 매질과 비

유전율차가 있다고 가정한다. Borehole 1에서는 송신점을 움직여 선전류를 입사시키고 borehole 2에서는 수신점을 움직여 산란파를 측정할 때 수신점 $\rho = (x, y)$ 에서의 산란파 $u^s(x, y)$ 는 다음과 같이 제 2종 Fredholm 형 적분 방정식으로 표현된다.

$$u^s(x, y) = -j \frac{k^2}{4} \iint_S d\rho' \{ \epsilon(\rho') - 1 \} u(r') H_0^{(2)}(k|\rho - \rho'|). \quad (1)$$

여기에서 $k^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon_b$ 로 배경매질의 전파상수이고, ϵ_b 는 산란체의 비유전율이고, ϵ 는 산란체의 비유전율과 배경매질의 비유전율의 비이고, $u(\rho')$ 는 유전체 내부에서의 전체 전계이고, $H_0^{(2)}$ 는 제 2종 0차 Hankel 함수를 의미하고, S 는 산란체가 있는 영역을 나타낸다.

같이 쓸 수 있다.

$$H_0^{(2)}(k|\rho - \rho'|) \equiv \sqrt{\frac{2}{\pi k \rho}} \exp\left(j \frac{\pi}{4}\right) \exp(-jk\rho) \times \exp(jk_s \cdot r), \quad (2)$$

$$H_0^{(2)}(k|\rho' - \rho_i) \equiv \sqrt{\frac{2}{\pi k \rho_i}} \exp\left(j \frac{\pi}{4}\right) \exp(-jk\rho_i) \times \exp(jk_i \cdot r). \quad (3)$$

여기서 k_i 와 k_s 는 입사파와 산란파의 전파 방향을 나타내는 파수벡터인데 크기는 배경 매질의 파수와 같다. 즉 $|k_i| = |k_s| = k$ 이다.

식(3)와 (3)을 식(1)에 대입하면 산란파는

$$u^s(\rho) \equiv -\frac{k}{8\pi} \frac{e^{-jk(\rho, \rho)}}{\sqrt{\rho, \rho}} \iint_S d\rho' \{ \epsilon(\rho') - 1 \} \exp\{-j(k_i - k_s) \cdot \rho'\} \quad (4)$$

로 근사된다. 식(4)에서 산란파를 적분식 앞의 계수로 표준화하고 (x, y) i 좌표계에 대해서 벡터 $\kappa = k_i - k_s$ 와 x 축이 이루는 각인 θ 만큼 회전한 좌표계를 (ξ, η) 라 하면 표준화한 산란파 u_N^s 는

$$u_N^s(\theta, \xi) \equiv \frac{u_i(\rho)}{-\frac{k}{8\pi} \frac{jk(\rho_i + \rho)}{\sqrt{\rho_i + \rho}}} \equiv \iint_S d\xi d\eta \{ \epsilon(\rho') - 1 \} \exp(-jk\xi) \quad (5)$$

로 되는데, 여기에서 κ 는 입사파와 산란파의 파수의 차에 대한 크기로

$$\kappa = |k_i - k_s| = 2k \cos(\beta/2) \quad (6)$$

로 표현된다. 여기에서 β 는 그림 1에서 알 수 있듯이 송신점과 수신점이 좌표 중심과 이루는 각이다.

식(5)를 η 에 대해 선적분하면

$$u_N^s(\theta, \kappa) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} d\kappa p(\theta, \xi) \exp(-jk\xi) \quad (7)$$

가 되는데 여기에서 θ 방향의 투영함수 $p(\theta, \xi)$ 는 비유전율차의 공간분포인 $\epsilon(\xi, \eta) - 1$ 을 η 에 대해 선적분한 함수인데

$$p(\theta, \xi) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} d\eta \{ \epsilon(\xi, \eta) - 1 \} d\eta \quad (8)$$

로 표현된다. 따라서 식(7)에서 알 수 있듯이 $u_N^s(\theta, \kappa)$ 는 θ 방향에 대한 투영함수의 Fourier 변환 이며

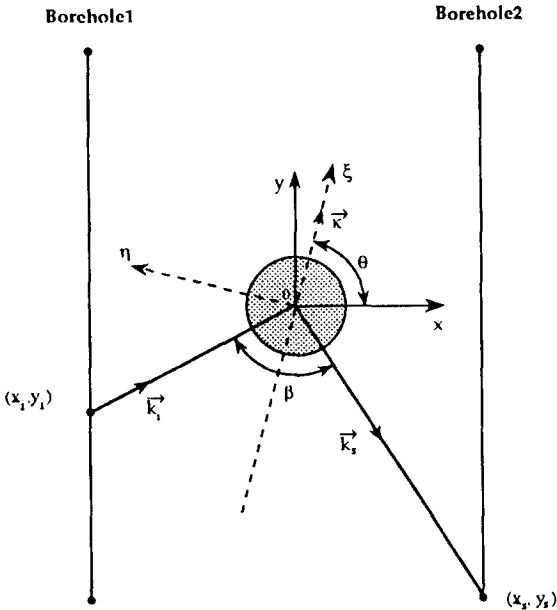


그림 1. Cross Borehole 구조
Fig. 1. Cross Borehole configuration.

만약 산란체의 비유전율이 배경매질의 비유전율과 거의 같아 유전체 내부의 산란파가 입사파에 비해 크기가 아주 작다면 유전체 내부의 전체 전계를 입사파로 근사할 수 있다. 이러한 근사를 1차 Born 근사라 하는데 Born 근사의 필요 조건은 산란체를 통과한 전체전계와 입사파와의 위상차인 $kD\delta n$ 가 π 보다 작다는 것인데, D 는 산란체의 최대 크기이고 δn 는 $\sqrt{\epsilon} - 1$ 이다. 입사파는 ρ_i 점에서 선전원이 있을 때의 전계라면 $H_0^{(2)}(k|\rho - \rho_i)$ 가 된다. 또한 송신점과 측정점이 좌표 중심에 이르는 거리에 비해 물체의 크기가 작다면 Hankel 함수를 far field 근사하여 아래와

로 θ 방향에 대한 Born 근사 역산란에 의한 투영함수 $p_B(\theta, \xi)$ 를 구하려면 $u_N^s(\theta, k)$ 를 κ 에 대해 역 Fourier 변환하면 된다. 즉

$$p_B(\theta, \xi) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\kappa u_N^s(\theta, \kappa) \exp(j\kappa\xi) \quad (9)$$

가 된다. 여기에서 κ 는 식(6)에서 알 수 있듯이 송수신 위치와 주파수의 함수인데 송수신 위치를 고정하고 주파수를 변화시키면 k 를 변화시킬 수 있다. 이때 음의 주파수에 대한 성분은 물체와 배경 매질이 무손실이면 양의 주파수에 대한 응답의 켈레 복소수와 같다.

θ 를 변화시킬 때는 물체를 회전시키는 대신 송수신 위치를 borehole 내에서 움직여 산란파를 측정하고 식(9)에 의해 θ 방향에 대한 투영함수를 계산한다. Borehole 구조에서 송수신 점을 움직여 θ 를 변화시키면 같은 주파수를 사용하더라도 θ 에 따라 β 가 변하고 β 가 변하면 식(6)에 의해 k 의 크기가 변하기 때문에 같은 주파수 대역을 사용하더라도 투영함수의 분해능이 달라지고 borehole의 길이가 무한대가 될 수 없으므로 제한된 각 내에서만 산란파를 얻을 수 있어 일부 방향에서는 투영함수를 얻을 수 없다.

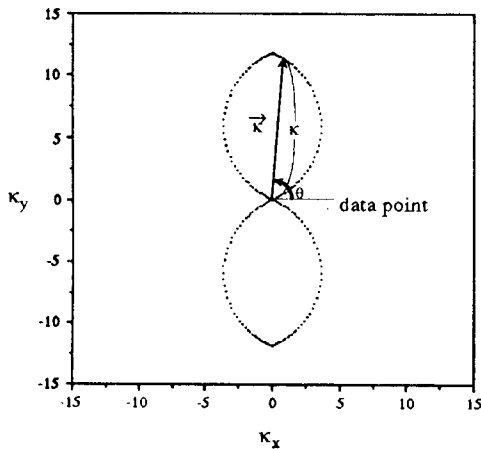


그림 2. Cross Borehole 측정에 의한 비유전율 차에 대한 푸리에 스펙트럼 영역의 분포: $f=100\text{MHz}$, $\epsilon_b=10.0$, borehole의 간격(Ld)=30m, borehole의 길이(Ld)=60m

Fig. 2. Spectrum distribution for the cross borehole measurement: $f=100\text{MHz}$, $\epsilon_b=10.0$, borehole의 간격(Ld)=30m, borehole의 길이(Ld)=60m.

이러한 특성을 조사하기 위해 본 논문에서 제안하는 측정방법인 4가지 세트에 대한 산란파를 아래와 같이 측정한다고 하자. 첫번째 세트는 송신점을 borehole 1의 가장 윗쪽에 고정하고 수신점을 borehole 2의 위에서 아래로 등간격으로 움직여 산란파를 측정한다. 두번째 세트는 첫번째 세트와 같은데 송신점을 borehole 1의 가장 아랫쪽에 둔다. 세번째 세트는 수신점을 borehole 2의 가장 윗쪽에 고정하고 송신점을 borehole 1의 위에서 아래로 등간격으로 움직여 산란파를 측정한다. 네번째 세트는 세번째 세트와 같은데 수신점을 borehole 2의 가장 아랫쪽에 둔다. 이 때 u_N^s 가 비유전율차에 대한 스펙트럼 영역에서 놓이는 위치는 κ 이다. 스펙트럼 영역에서 u_N^s 가 놓이는 위치를 점(\cdot)으로 표시하면 표시하면 그림 2와 같이 타원 형태로 된다. 이것을 보면 k_x 축과 이루는 각이 클수록 κ 값이 커서 분해능이 좋은 투영함수를 얻을 수 있는 반면에 k_x 축과 이루는 각이 작은 방향에서는 κ_x 의 크기가 작아 분해능이 나쁜 투영함수가 얻어진다. 이 때 배경 매질의 비유전율은 10으로 하고 주파수는 100MHz로 하였다.

III. 개선된 Born 역산란

II장에서 Born 근사에 의한 역산란에 대해서 기술했는데 산란체와 배경 매질과의 비유전율차가 큰 강산란체에 대해서 유전율 분포를 재구성하면 영상이 열화된다.^[8] 개선된 Born 역산란 방법에서는 Born 역산란에서 영상의 열화가 일어나는 원인 중 산란체 내부의 전자파 속도가 배경 매질에서의 속도와 다른데 Born 근사에서는 산란체 내부의 속도도 배경 매질과 같다고 가정하기 때문에 재구성한 투영함수가 실제 물체 크기와 다르게 늘어나거나 줄어들어 보이는 현상에 의한 것이 있다는 것을 알아내어 투영함수를 실제 크기에 맞게 줄이거나 늘이는 형태로 교정하여 영상을 개선한다.^{[8], [9]} 이 방법은 1차원 유전체 층이 있을 때 Born 역산란에 의해 재구성한 유전율 분포를 교정한 원리와 비슷하다.^[14]

Borehole 사이의 거리는 30m이고, borehole의 길이는 60m이고, 산란체는 직경 D가 2m이고 비유전율이 25인 원통형 유전체일 때 산란파를 borehole 구조에서 구할 수 있으면 식(9)에 의해 Born 근사 역산란에 의한 투영함수를 θ 에 따라 계산할 수 있을 것이다. 주파수를 1 MHz에서 100MHz까지 1 MHz 간격으로 측정했을 때 $\theta = \pi/2$ 인 경우의 투영함수를 그림 3(a)에 나타내었다. 그림 3(a)를 보면 Born 역산란에 의한 투영함수는 투영함수의 넓이가 실제 물

체크기에 비해 크게 나타난다. Born 근사에 의한 투영함수(p_B)를 양 방향의 투영함수의 시작점으로 구한 물체의 크기에 맞게 비례적으로 교정한투영함수를 p_c 라 하면 p_B 와 p_c 의 관계는 아래와 같다.

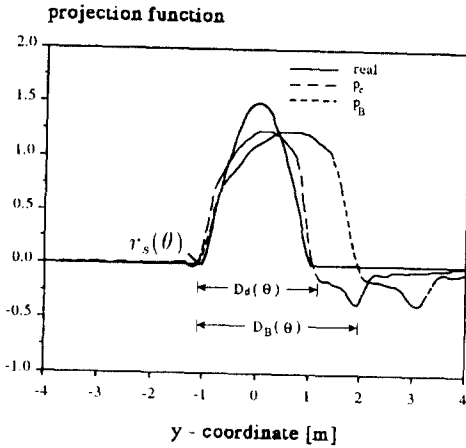
$$p_c(\theta, \bar{\xi}) = p_B(\theta, \xi). \tag{10}$$

이 때 ξ 와 $\bar{\xi}$ 와의 관계식은 아래와 같다.

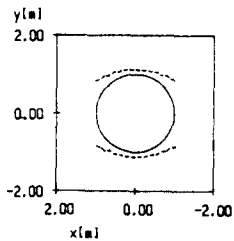
$$\bar{\xi} = r_s(\theta) + \frac{D_d(\theta)}{D_B(\theta)} \{ \xi - r_s(\theta) \}. \tag{11}$$

여기에서 $r_s(\theta)$ 는 그림 3(a)에서와 같이 θ 방향에서의 Born 투영함수의 시작점이고, $D_d(\theta)$ 는 θ 와 $\theta + \pi$ 에서의 r_s 간의 거리로 θ 방향에서 측정된 물체의 크기이고 $D_B(\theta)$ 는 Born 투영함수의 시작점과 끝나는 점 간의 거리이다. $r_s(\theta)$ 를 모든 방향에 대해 모으면 물체의 외곽 형태가 된다. 이것을 그림 3(b)에 나타내었는데 측정구조의 제한으로 인해 일부 θ 에서는 물체의 모양을 알 수 없다. Born 투영함수로 filetered backprojection에 의해 구한 영상을 Born 영상이라 하고 교정한 투영함수로 구한 영상을 개선된 Born 영상이라 하자.

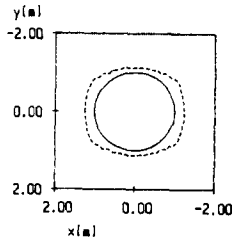
Born 영상과 개선된 Born 영상을 각각 그림4(a)와 (b)에 나타내었는데 이것을 보면Born 영상은 물체의 크기에 비해 넓게 분포되어 있고 실제 비유전율 분포와 달리물체 외곽에 4개의 어깨가 나타나 영상이 열화된다. 개선된 Born 영상은Born 영상에 비해 실제 물체의 유전율 분포에 가깝게 나타나고 물체 외곽의 어깨도 없어져서 영상이 개선 되었다. 그림 4의 영상을 정량적으로 해석한 결과를 그림 5에 나타내었다. 이것을 보면 Born 역산란에 의한 결과보다 개선된 Born 역산란에 의한 결과가 실제 비유전율 분포에 가까우나 두 방법에 의한것 모두 비유전율 값이 실제 값과 많은 차이를 보이고 x축의 결과가 y축의 결과에 비교해 모양이 퍼져서 나타난다. 이러한 현상이 있는 이유는 그림 2에서 알 수있듯이 측정 구조의 제한으로 스펙트럼 영역의 분포가 θ 에 따라 다르기 때문에 방향에 따라 분해능이 다르고 κ_x 축 가까운 방향에서는 데이터가 없어 투영함수를 구할 수 없고 값이 있더라도 스펙트럼 양이 부족해 분해능이 나쁘고 값도 거의 0에 가깝다. Borehole의 길이가 borehole 사이의 거리의 두배가 되고 위의 사용 주파수 대역에서는 x축과 이루는 각이 38° 이하가 되면 투영함수의 크기가 거의 영에 가깝다. 이러한 방향에서는 투영함수 값이 없다는 뜻으로 θ 를 θ_{empt} 라 하자. 여기에서 첨자 $empt$ 는 투영함수 값이 없는 각이라는 뜻이다. 그 외 방향에서는투영함수를 구할 수 있는데 이 때의를 θ_{full} 로 정의한다. 여기에서 $full$ 은 투영함수 값을 구할 수 있는 방향이라는 뜻이다. θ_{empt} 방향의 투영함수를 의미있는 값으로 대체할 수 있으면 구조의제한에



(a)



(b)



(c)

그림 3. 배경 매질의 비유전율이 10일 때 직경이 2m이고 비유전율이 25인 균일한 원통 유전체에 대한 역산란 (a) 투영함수 : Born (· · · ·): 개선된 Born(- - -)과 실제 투영함수 (—), (b) 투영함수의 시작점으로 알아낸 물체 모양(- - -)과 실제 물체 모양 (—), (c) 보간한 물체 모양(- - -)

Fig. 3. Inversion for a homogeneous circular dielectric cylinder of $\epsilon_{r_o} = 5$ and $D = 2m$ in the background medium of $\epsilon_{r_b} = 10$: (a) reconstructed projection function of conventional Born(- - -): improved Born(- - -), and real(—), (b) real shape(—) and detected shape(- - -), (c) interpolated shape (- - -).

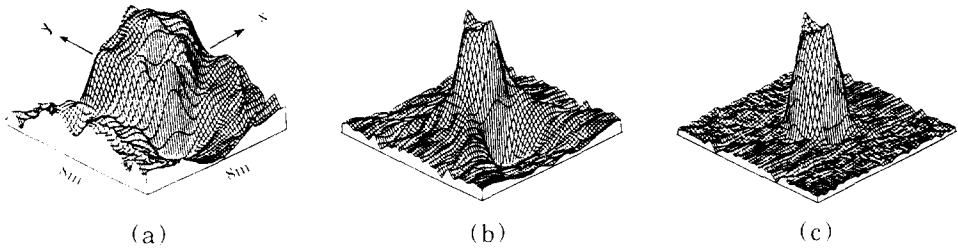


그림 4. 그림 2의 유전체에 대해 재구성한 영상 (a) Born 역산란: (b) 개선된 Born 역산란: (c) 반복계산을 적용한 개선된 Born 역산란(5번 반복계산)

Fig. 4. Reconstructed image for a homogeneous circular dielectric cylinder same as in Fig. 2.: (a) Born inversion: (b) improved Born inversion: (c) iterative improved Born inversion (5 iteration).

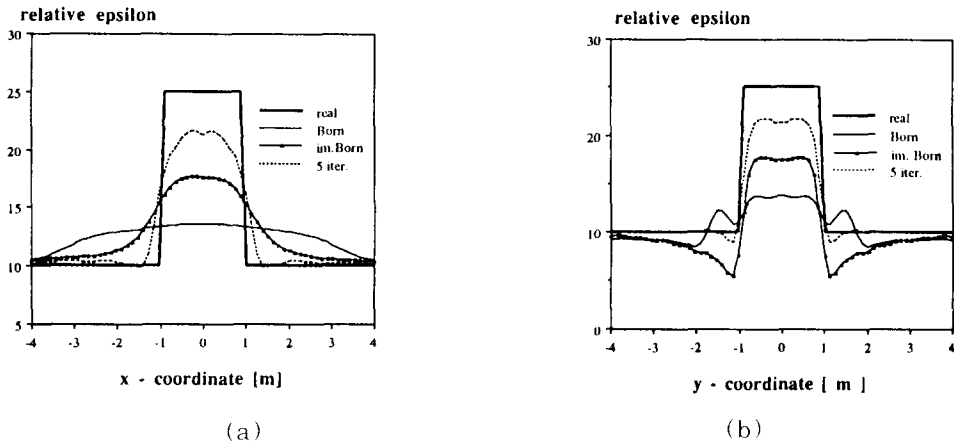


그림 5. Born(---), 개선된 Born(---), 반복계산(---)에 의한 역산란 결과와 실제 유전율 분포의 (---) (a) x-축과 (b) y-축을 따른 단면에 대한 정량적인 비교

Fig. 5. Cross sectional profile of Born(---), improved Born(---), and iterative improved Born(---) with original profile(---) along the (a) x-axis and (b) y-axis.

의한 영상의 열화를 개선할 수 있을 것이다.

IV. 반복계산을 적용한 개선된 Born 근사 역산란과 수치계산에 의한 결과 검토

θ_{empt} 방향에 대한 투영함수를 의미있는 값으로 대체하기 위해 다음과 같은 방법으로 반복계산 했다. 먼저 III장에서 구한 개선된 Born 영상을 반복계산전의 영상이라 하자. 그리고 그림 3(b)에서와 같이 $r_s(\theta)$ 부분적으로 알아낸 물체의 모양에서 값이 없는 방향의 $r_s(\theta)$ 를 cubic Spline⁽¹⁵⁾으로 보간하여 그림 3(c)에서와 같이 물체의 모양을 유추한다. 다음은 반복계

산 전의 영상 중에서 유추한 물체외곽 바깥 영역은 값을 0으로 대치하고 이 영상으로부터 θ_{empt} 방향의 투영함수를 식(8)의 정의식에 의해 계산한다. 이렇게 계산한 투영함수를 $p_{iter}(\theta_{empt})$ 라 하자. 여기에서 첨자 $iter$ 는 반복계산에 의해 구해진 투영함수라는 뜻이다. $p_c(\theta_{full})$ 과 $p_{iter}(\theta_{empt})$ 를 합쳐 새로운 영상을 구한다. 이것을 1번 반복계산에 의한 영상이라 한다. 이런 과정을 반복하여 영상을 개선한다. 반복 계산 과정을 단계별로 요약하면 아래와 같다.

1단계 : 식(9)에 의해 θ_{full} 방향에 대한 투영함수를 계산한다.

2단계 : 식(10), (11)를 이용하여 Born 투영함수를

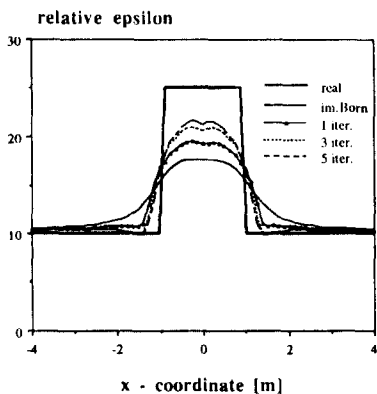
교정하여 $p_c(\theta_{full}, \xi)$ 를 계산하고 θ_{empt} 에 대한 투영함수는 0으로 둔다.

- 3단계 : Born 투영함수의 시작점으로부터 $r_s(\theta_{full})$ 을 알아내고, $r_s(\theta_{empt})$ 는 cubic Spline으로 보간하여 물체의 외곽 형태를 유추한다. (그림3(b)와 (c) 참조)
- 4단계 : 2단계에서 계산한 투영함수를 filtered backprojection 알고리즘에 적용하여 개선된 Born 영상을 구한다.
- 5단계 : 재구성한 2차원 영상에서 3단계에서 유추한 물체의 외곽 형태 바깥영역은 값을 0으로 대체한다.
- 6단계 : 5단계의 영상으로 식(8)에 의해 θ_{empt} 방향의 투영함수($p_{iter}(\theta_{empt})$)를 계산한다.
- 7단계 : 2단계에서 계산한 $p_c(\theta_{full})$ 과 6단계에서 계산한 $p_{iter}(\theta_{empt})$ 를 합쳐 새로운 영상을 구한다.
- 8단계 : 5, 6, 7의 단계를 반복한다.

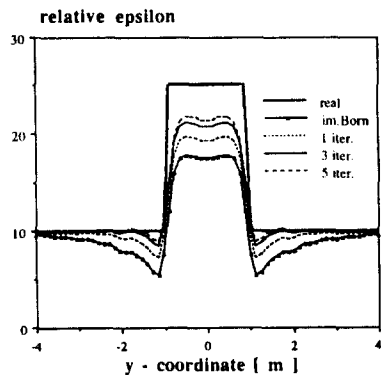
위의 반복계산에 의해 재구성한 비유전율 값이 반복계산 횟수에 따라 실제 유전율 값에 어떻게 근접해가는가를 보기 위해서 비유전율이 25인 물체에 대해서 반복계산 전(개선된 Born 역산란), 1번 반복계산 후, 3번 반복계산 후, 5번 반복계산 후의 역산란 결과를 x축과 y축의 단면 분포를 각각 그림 6(a), (b)에 나타내었다. 그림 6(a)를 보면 실제 유전체는 직경이 2m인 원통이고 유전율이 25인데, 반복계산 전의 영상에서 x축을 따른 1차원 결과를 보면 비유전율 분

포가 실제 유전율 분포에 비해 퍼진 형태로 나타나 물체 크기가 4m 이상되는 것으로 보이고 비유전율의 최대값도 17.8로 나타나 실제 유전율 값과의 차가 많다. 1번 반복계산에 의한 결과를 보면 물체의 크기가 2.8 m 정도로 나타나고, 비유전율 값의 최대치는 19.5로 반복계산 전에 비해 1.7 증가했다. 3번 반복계산에 의한 것은 비유전율 값의 최대치가 21.1로 변했고 5번 반복계산에 의한 것은 21.9로 변해 증가하는 폭이 점점 줄어드는데 이는 반복계산 횟수가 증가함에 따라 반복계산 전에 비해 실제 유전율에 가까운 일정한 값으로 수렴해 가는 것을 볼 수 있다. 그림 6(b)는 y축에 대한 결과인데 반복계산 전의 비유전율 분포를 보면 유전체의 경계면 밖의 영역에서 비유전율 차가 음인 것으로 나타나고 물체 크기는 약 2.4 m로 보여 x축에 비해 실제 크기에 가깝게 나타난다. 그런데 비유전율 값의 최대치는 17.8로 x축의 결과와 같다. 1 번, 3 번, 5 번 반복계산을 한 후의 결과에 의하면 물체의 크기는 각각의 경우에 2.3, 2.25, 2.23m로 거의 변화가 없다. 그러나 반복계산 횟수가 증가함에 따른 비유전율 최대치의 변화는 y축의 결과와 비슷하다.

Born 역산란과 개선된 Born 역산란 그리고 반복계산을 적용한 개선된 Born 역산란 방법의 성능을 비교하기 위해 그림 4에는 그림 6에서와 같은 물체에 대해 Born 영상, 개선된 Born 영상 그리고 5번 반복계산에 의한 영상을 비교하여 나타내었다. 이것을 보면 Born 영상은 실제 물체 크기에 비하여 훨씬 넓



(a)



(b)

그림 6. 반복계산 전의 역산란 (개선된 Born 역산란) (——), 1번(——), 3번(——) 5번 반복계산 (——)의 역산란 결과를 실제 유전율 분포(——)와 같이 비교: (a) x-축, (b) y-축

Fig. 6. Cross sectional profile of improved Born(——), 1(——), 3(——) and 5 iteration (——) with original profile(——) along the (a) x-axis and (b) y-axis.

게 분포되어 있고 물체 외곽 밖에 어깨가 나타나 영상이 열화되어 실제 유전율 분포 모양과는 많은 차이를 보인다. 개선된 Born 영상은 Born 영상에 비해 실제 물체 모양에 가깝게 나타나고 물체 외곽의 어깨

도없어져 Born 영상에 비해 개선된 것을 볼 수 있다. 그런데 개선된 Born 영상도 Born 영상과 같이 x축에 가까운 방향의 모양은 y축에 비해 물체 외곽 형태가 분명하게 나타나지 않는다. 5번 반복계산에 의

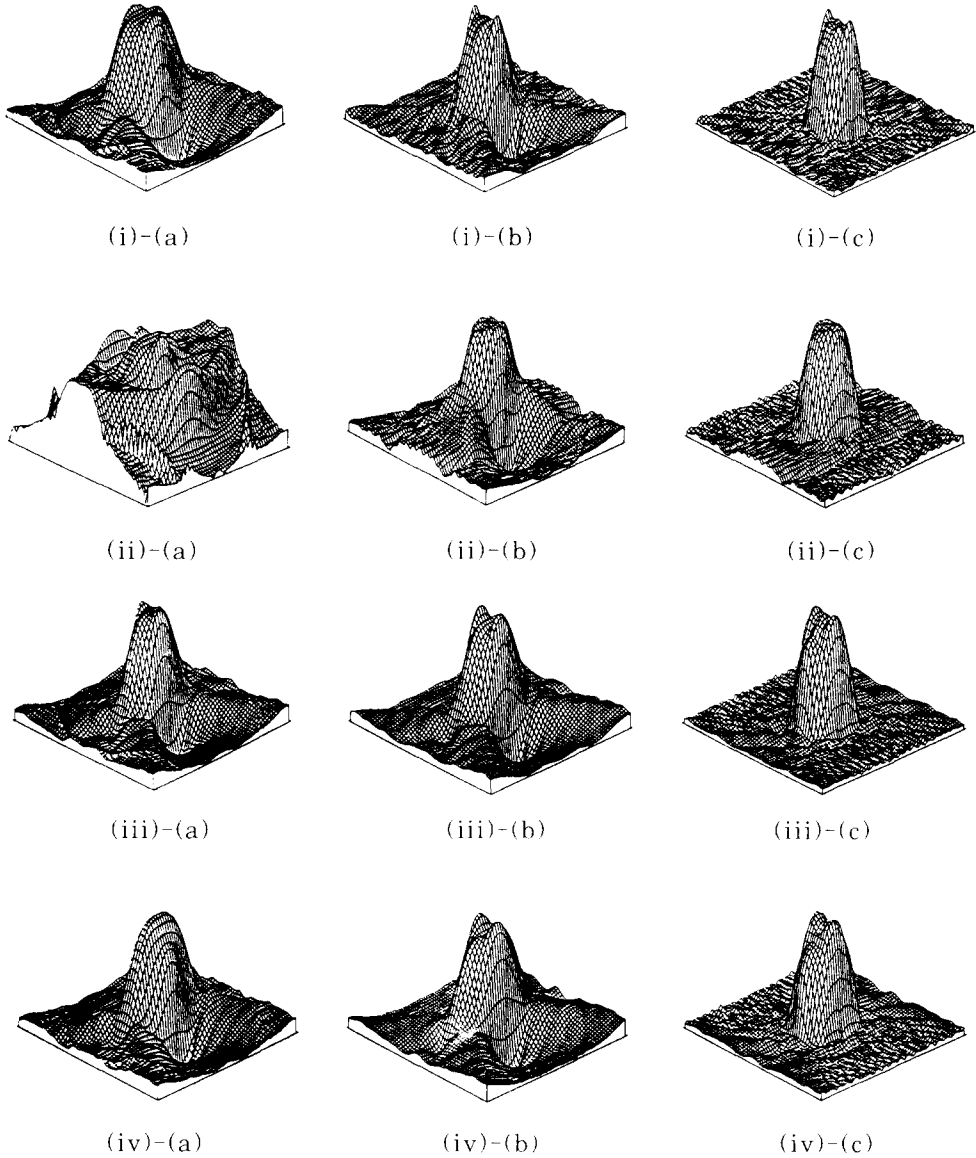
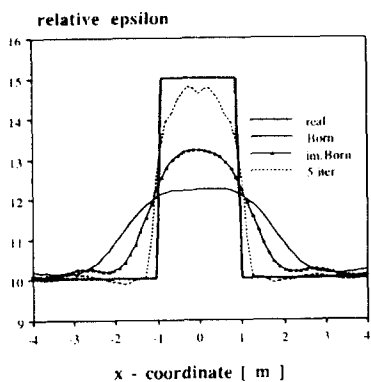
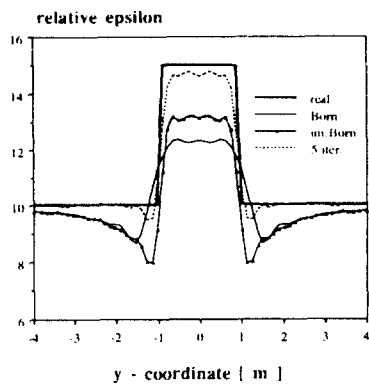


그림 7. 그림 2와 모양이 같고 비유전율이 15.0(i), 50.0(ii), 8.0(iii), 6.0(iv)인 유전체에 대해 재구성한 영상의 비교: (a) Born 역산란: (b) 개선된 Born 역산란: (c) 반복계산을 적용한 개선된 Born 역산란(5번 반복계산)

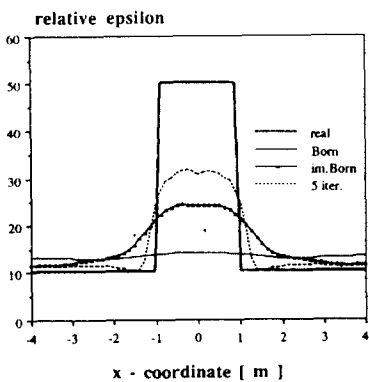
Fig. 7. reconstructed image for the same geometry as in Fig. 2 with $\epsilon_r=15.0$ (i), 50.0(ii), 8.0 (iii) and 6.0(iv): (a) Born inversion: (b) improved Born inversion: (c) iterative inversion(5 iteration).



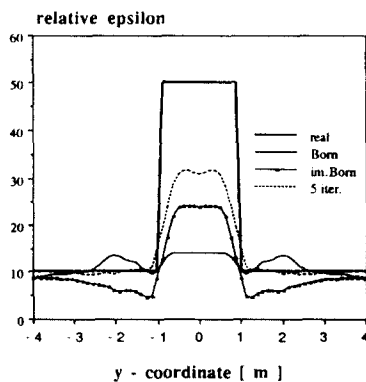
(i)-(a)



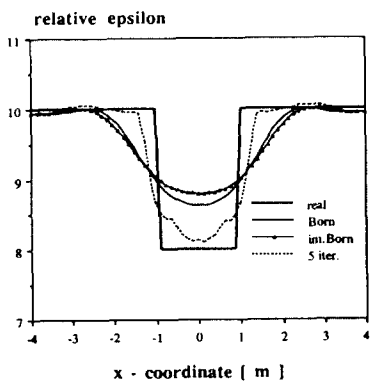
(i)-(b)



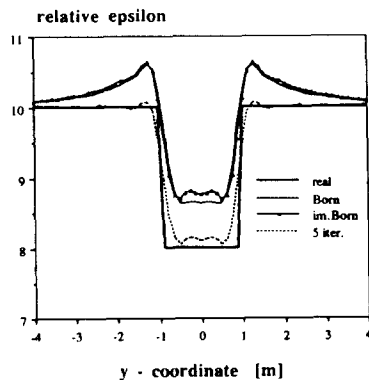
(ii)-(a)



(ii)-(b)



(iii)-(a)



(iii)-(b)

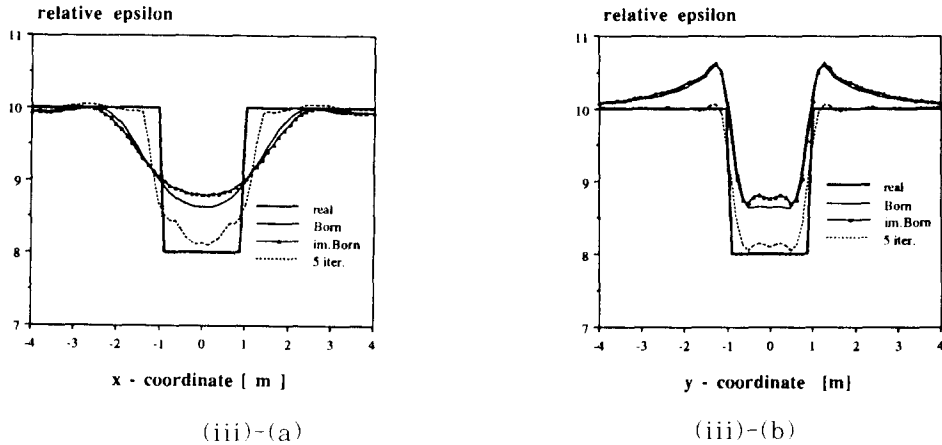


그림 8. 유전율에 따른 정량적인 결과: Born 역산란(——), 개선된 Born(——)과 반복계산(——)과 실제 분포(· · · · ·): (a) x-축과 (b) y-축: $\epsilon_0=15.0$ (I), 50.0(ii), 8.0(iii), 6.0(iv)
 Fig. 8. Cross sectional profile of Born (——), improved Born (——), and iterative(——) with original profile (· · · · ·) along the (a) x-axis and (b) y-axis: $\epsilon_0=15.0$ (I), 50.0(ii), 8.0(iii), 6.0(iv).

한 영상은 물체의 실제유전율 분포 모양과 거의 비슷한 형태로 x, y축 모두 외곽 형태를 분명하게 구분할 수 있다.

세 방법에 대한 정량적인 결과를 비교하기 위해 x축과 y축 방향에서의 단면에 대한 비유전율 값을 각각 그림 5(a), (b)에 나타내었다. 그림 5(a)에 것과 같이 x축에서의 Born 역산란 결과를 보면 물체의 크기가 7m이상인 것처럼 나타나고, 비유전율의 최대치도 13.6으로 나타나 실제 비유전율 값과는 거리가 멀다. 개선된 Born 역산란의 결과는 물체의 크기가 4m정도로 보이고 비유전율 값의 최대치는 17.8로 Born 역산란 결과에 비해 개선된 결과를 준다. 5번 반복계산에 의한 결과는 물체 크기가 2.8m 정도로 보이고 비유전율 값의 최대치는 21.1로 나타나 Born 역산란이나 개선된 Born 역산란에 비해 실제 유전율 분포에 많이 근접했음을 알 수 있다. 위의 세 방법에 의해 재구성한 비유전율과 실제 유전율 분포와의 오차를 보기 위해 x축에 대한 오차($error_x(\%)$)를

$$error_x(\%) = \frac{\int_{-4}^4 \{ \Delta \epsilon_{real}(x,0) - \Delta \epsilon_{recon}(x,0) \}^2 dx}{\int_{-4}^4 \Delta \epsilon_{real}(x,0)^2 dx} \times 100 \quad (12)$$

로 정의하여 각각의 경우에 대하여 오차를 계산하면 Born 역산란은 68%, 개선된 Born 역산란은 34%이고 5번 반복계산에 의한 역산란은 13%로 반복계산에

의한 결과가 다른 두 방법에 비해 오차가 작음을 알 수 있다. 여기에서 첨자 $_{real}$ 은 실제의 비유전율 분포라는 뜻이고 첨자 $_{recon}$ 은 재구성한 비유전율 분포라는 뜻이다. 그림 5(b)의 y축에 대한 비유전율 값을 보면 Born 역산란은 물체의 크기가 약 4m로 보이고 비유전율의 최대치는 14.0으로 나타나는데 개선된 Born 역산란은 물체의 크기가 2.3m로 나타나고 비유전율 값의 최대치는 17.8로 나타나서 Born 역산란에 의한 결과보다 개선된 Born 역산란에 의한 결과가 개선된 것을 볼 수 있다. 그런데 두 방법 모두 x에 대한 결과보다 물체 크기에 대한 오차는 작다. 5번 반복계산에 의한 역산란은 물체의 크기가 2.21 m 인 것으로 나타나고 비유전율 값의 최대치는 22로 x축의 결과와 비슷했다. 식(12)에 x 대신 y를 대입하여 y축에 대한 오차를 계산하면 Born 역산란은 63%, 개선된 Born 역산란은 39% 이고 반복계산에 의한 역산란은 12%로 개선된 Born 역산란은 Born 역산란에 비해 오차가 작고 반복계산에 의한 역산란은 개선된 Born 역산란에 비해 오차가 작고 이러한 양상은 x축과 비슷하다. 비유전율 값도 위 두 방법에 비해 실제 분포와 가깝게 나타난다.

그림 7.8에는 물체의 비유전율을 15, 50, 8, 6으로 바꿔가면서 재구성한 결과를 나타내었다. 이것을 보면 물체의 비유전율이 배경 매질에 비해 클 때나 작을 때 모두 Born 영상과 개선된 Born 영상에 비해 반복계산에 의한 영상이 실제유전율 분포에 가깝게

나타나고 유전체와 배경매질의 비유전율 차가 클수록 반복계산에 의한 영상도 실제 유전율 분포와의 차가 점점 커진다는 것을 알 수 있다.

V. 결론

본 논문에서는 cross borehole 측정 구조에서 강산란체에 대한 유전율 분포를 구하기 위해 개선된 Born 역산란 방법과 반복계산 기법을 이용하여 영상을 개선하였다. 이 방법을 반복계산을 적용한 개선된 Born 역산란이라 할 때 Born 영상과 개선된 Born 영상에 비교하여 반복계산을 적용한 개선된 Born 역산란의 영상의 특성을 보기위해 컴퓨터 모의계산으로 고찰하였다. 비교한 결과 Born 영상과 개선된 Born 영상에 비교하여 반복기법을 적용한 개선된 Born 영상이 실제 유전율 분포에 가까운 것을 보였고, 산란체가 배경매질에 비해 유전율이 클 경우와 작을 경우 모두 본 논문에서 제안한 방법이 기존의 방법에 비하여 특성이 좋은 것을 보였다. 이 때 사용한 주파수는 1MHz에서 100MHz까지 사용하였고, 배경 매질의 비유전율은 10이었으며 산란체의 비유전율은 6, 8, 15, 25, 50에 대해서 고찰하였다.

參考文獻

- [1] S. X.an and A. C. Kak, "A Computational Study of Reconstruction Algorithms for Diffraction Tomography: Interpolation Versus Filtered Back Propagation", *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Proc.*, Vol. ASSP-31, No.5, Oct. 1983, p. 1262-1275.
- [2] T. H. Chu and N. H. Farhat, "Frequency-swept Microwave Imaging of Dielectric Objects", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol. MTT-36, No.3, 1988, p. 489-493.
- [3] A. J. Devaney, "A Computer Simulation Study of Diffraction Tomography", *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, Vol. BME-30, No. 7, July 1983, p. 377-386.
- [4] M. Slaaney, A. C. Kak, and L. E. Larsen, "Limitations of Imaging with First-Order Diffraction Tomography," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol. MTT-32, No. 8, Aug. 1984, p. 860-874.
- [5] D. J. Vezetti and S. Q. Aks, "Reconstructions from Scattering Data: Analysis and Improvements the Inverse Born Approximation" *IEEE Ultrasonic imaging* 1, p. 333-345, 1979.
- [6] Wang Y. M. and W. C. Chew "An Iterative Solution of two Dimensional Electromagnetic Inverse Scattering problem" *Int. Jour. Imaging Sys. Tech.* 1: p. 100-108.
- [7] Chew W. C. and Y. M. Wang "Reconstruction of Two-dimensional ermittivity Distribution Using the Distorted Born Iterative Method." *IEEE Trans. Med. Imag.* June 1990.
- [8] S. G. Kim, K. W. Suh, and J. W. Ra, "Improved Born Inversion for Frequency-Swept Microwave Imaging of Dielectric Cylinder", *Microwave and Optical Tech. Lett.*, Vol. 5, p. 340-343, June 1992.
- [9] 서경환, 김상기, 나정웅, 김세윤, "투영함수를 이용한 Born 근사하에영상 개선을 위한 고찰", 전자공학회 논문지, 제 28 호 A 편 제 2 호, 1991년 2월, p. 12-18.
- [10] C. Q. Lan, K. K. Xu, and Glen Wade, "Limited Angle Diffraction Tomography and Its Applications to lanar Scanning Systems", *IEEE Trans. Sonics and Ultrasonics*, Vol. SU-32, No. 1, Jan. 1985, p.9-16.
- [11] Jerry M. Harris, "Diffraction Tomography with Arrays of Discrete Sources and Receivers", *IEEE Trans. on Geoscience and Remote Sencing*, Vol. GE-25, No. 4, July 1987, p. 448-445.
- [12] J. H. Kim, K. Y. Kwak, S. B. ark and Z. H. Cho, "Projection Space Iteration Reconstruction - Reprojection", *IEEE Trans. on Medical Imaging*, Vol. MI-4, No. 3, Sept. 1985, p. 139-143.
- [13] M. Abramowitz and I. A. Stegun, *Handbook of Mathematical Functions*.

Dover, New York, 1970.

- [14] W. Tabbara, "Reconstruction of ermittivity rofiles from a Spectral Analysis of the Reflection Coefficient", *IEEE Trans. Antennas ropagat.*, Vol.

AP-27, No. 2, March 1979, p. 241-244.

- [15] Melvin J. Maron, *Numerical Analysis a ractical Approoach*, Macmillian uplishing Co. Inc., p. 257-261, 1982.

著 者 紹 介



金貞慧(正會員)

1966年 5月 20日生. 1988年 2月 부산대학교 전자공학과 졸업(공학사). 1990年 2月 한국과학기술원 졸업(공학 석사). 1989年 3月 ~ 현재 한국과학기술원 박사과정.

주관심 분야는 Inverse scattering problem, Sntenna, scattering 등임.



朴天錫(正會員)

1960年 9月 15日生. 1988年 2月 서울대학교 전기공학과 졸업(공학사). 1990年 2月 한국과학기술원 졸업(공학 석사). 1989年 3月 ~ 현재 한국과학기술원 박사과정.

주관심 분야는 Inverse scattering problem, microwave circuit, scattering 등임.

金象基(正會員) 第28卷 A編 第2號 參照

현재 국방과학연구소 선임 연구원

羅正雄(正會員) 第28卷 A編 第2號 參照

현재 한국과학기술원 전기 및 전자과 교수