

공간영역에서 모멘트방법과 개선된 Newton 알고리즘을 이용한 반복 역산란 방법

(Iterative Inversion Using Moment Method and Improved Newton's Algorithm in the Configuration Domain)

朴天錫*, 金貞慧*, 羅正雄*

(Cheon Seok Park, Jeung Hye Kim and Jung Woong Ra)

要約

본 논문에서는, 2차원 유전체에 대하여 모멘트 방법과 개선된 Newton 알고리즘을 이용하여 반복적인 계산에 의해 산란체의 비유전율을 재구성하는 방법을 제시하였다. 이 방법을 적용함에 있어 역산란용 요소의 크기를 산란파 계산용 요소의 크기보다 크게하여 비유전율 분포를 재구성하여 보았다. 수치계산을 행한 결과 유전체 크기가 큰 산란체 및 비균일 유전체에 대하여서도 재구성할 수 있었으며, 또한 이러한 산란체로부터 산란된 전자파에 첨가된 잡음이 재구성된 유전체의 비유전율 분포에 미치는 영향에 대하여 수치계산 해 보면 재현된 비유전율 분포는 잡음의 영향에 민감하지 않음을 알 수 있었다.

Abstract

In this paper, An inversion technique to reconstruct permittivity profiles of 2-D inhomogeneous dielectric objects by iterative process using the moment-method and improved Newton's algorithm is presented. In order to reduce the noise effect in the scattered field on the reconstructed permittivity profiles, the cell size of inverse scattering is made be larger than that of forward scattering. Performing numerical calculations of dielectric scatterer it is demonstrated that this inversion is able to reconstruct dielectric objects having large size and inhomogeneous characteristics, which is insensitive to the noise effect in the scattered field on the reconstructed result.

1. 서론

역산란^{[1][2]}이란 미지의 물체에 입사된 전자파에 의해 산란된 전자파로부터 이 산란체의 물리적 성질인 물체의 모양, 크기, 투자율 및 유전율 등의 분포를 알아 내고자 하는 문제이다. 이러한 역산란 방법중

실제 널리 사용되고 최근까지 연구되고 있는 방법으로는 산란파 내부의 전자파를 입사파로 근사하여 비선형인 산란 적분 방정식을 선형으로 근사하여 유전율 분포를 알아내는 선형 근사 방법이 있다. 이러한 근사 방법으로는 산란체 내부 전자파를 입사 전자파로 근사한 Born 근사^{[3][4]}, 산란체 내부의 복소 위상 변화를 입사파의 위상 변화로 근사한 Rytov 근사^[5] 등이 있다. 이 두 근사법을 기본 식으로 하여 푸리에 회절 투영 이론을 사용한 Diffraction Tomography^[6] 방법이 알려져 있다. 이 방법은 입사파의 주파수

* 正會員, 韓國科學技術院 및 電氣 및 電子工學科
(Dept. of Electrical Eng., KAIST)
接受日字 : 1993年 7月 21日

및 입사방향을 바꾸면서 측정된 산란자료를 이용하는 것이 능하기 때문에 측정된 산란파에 첨가된 잡음의 영향에 민감하지 않은 장점이 있는 반면, 산란체 내부의 전체전계를 입사전계로 근사했기 때문에 이 근사가 잘 맞는 미소 산란체 또는 약산란체의 경우에는 재구성한 결과가 실제 분포와 잘못지만 이 근사의 한계를 넘어서는 거대 산란체 또는 강산란체에 대해서는 비유전율 분포를 재구성하기 어려운 문제가 있다. 이러한 근사 역산란 방법의 한계를 개선하기 위하여 최근에는 Richmond에 의해 개발된 모멘트 방법에 의한 산란파 계산법^{7, 8}을 역으로 이용하여 물체의 유전율 분포를 알아내는 방법이 연구되고있다. 이는 구하고자하는 산란체를 작은 요소(cell)로 나누고 요소내부의 등가 유기 전류를 pulse, sine, sinc등의 기저함수로 표현하여 수치 계산하면 비선형 Fredholm 적분 방정식을 선형 방정식의 합인 matrix 방정식으로 표현이 되며 이 방정식으로 부터 요소 내부의 등가 유기 전류를 구할 수 있다. 이렇게 해서 얻어진 등가 유기 전류로부터 요소 내부의 전계를 구한 다음 이 두 양의 비에 의해 물체의 유전율 분포를 알아내는 방법^{9, 10}이다. 이러한 방법을 역전원 역산란 방법이라 하는데 이러한 역전원 문제는 입사파의 주파수및 입사 방향의 변화에 따라 유전체 내부의 등가 유기 전류 분포가 변하기 때문에 단일 입사만을 이용하여 역산란 하여야 한다. 그런데 이 방법은 유전체의 크기가 커질수록 역변환에 사용되는 행렬의 성격이 나빠지기 때문에 유전체의 크기가 큰 산란체에 대해서는 산란파에 첨가된 미소한 잡음에 의해서도 역산란된 유전율 분포가 크게 악화되는 ill-posedness를 안고있다.

위 역산란 방법들의 단점을 개선하기 위해서 다중 입사를 사용하는 반복 역산란 방법¹³에 의해 잡음의 영향을 다소간 줄일 수 있었지만 뚜렷한 결과를 주지는 못하였다.

본 논문에서는 산란파 계산을 Born 또는 Rytob 근사 보다 비교적 엄밀한 방법인 모멘트 방법을 사용하였으며, 역전원 역산란과는 달리 다중입사가 가능하며, 해상도를 결정해주는 cell의 크기를 산란파 계산시 사용되는 cell의 크기와 달리하여 해상도를 낮춤으로서 첨가된 잡음에 민감하지 않은 반복 역산란 기법을 개발하였다. 이는 초기치로 가정한 유전율 값으로부터 반복 계산을 위한 측정점 위치에서의 산란파를 계산하고 이 값들에 대응하는 측정된 산란파와의 차를 제공하여 합한 값을 구해내고 이를 역산란을 위한 cost function이라 한다. 이 cost function이 최소가 되도록 비유전율 반복계산 하여 이 계산이 수렴

할 때의 비유전율 취하는 방법이다. 다중 입사에 의해 산란된 전자파를 역산란 입력으로 사용하고 해상도를 낮춤으로써 역전원 역산란 방법의 문제가 되고 있는 산란파에 첨가된 미소한 잡음에 의해서도 오차가 크게 증폭되는 현상인 역산란의 ill-posedness를 개선하였고, 산란파 계산시 비교적 엄밀한 식을 사용함으로써 강산란체에 대한 역산란의 가능성을 제시하였다.

Ⅱ장에서는 2차원 산란체에서 산란파를 계산하는 Fredholm 적분방정식에 모멘트 방법을 적용하여 산란파를 계산하는 식을 유도하고, Ⅲ장에서는 Ⅱ장에서 구한 산란파를 이용하는 반복기법 역산란 방법을 제시하였다. Ⅳ장에서는 수치계산 결과로부터 반복기법 역산란의 특징을 검토하였으며, Ⅴ장에서 결론을 기술하였다.

Ⅱ. 산란파 계산방법

그림1과 같이 유전체내의 비유전율 값이 축방향으로 일정하고, 단면 s에서는 비유전율 분포가 $\epsilon(x', y')$ 인 유전체 기둥에 z방향으로 분극된 평면파 u^i 가 입사하여 발생하는 전체전계 u 는 입사파 u^i 와 산란파 u^s 의 합으로

$$u = u^i + u^s \quad (1)$$

이다. 모든 전계는 z방향 있으므로 스칼라량으로 표시된다. 따라서 k번째 입사각 $u^i(k)$ 에 의한 점 (x, y) 에서의 산란파 $u^s(x, y; k)$ 는

$$u^s(x, y; k) = jk_0^2 \iint_S dx' dy' p(x', y'; k) G(\rho, \rho') \quad (2)$$

이다. 여기서 k_0^2 는 s전체 외부 영역에서의 파수(wave number)이고, $p(x', y')$ 유전체 내부 영역 s 내에 유기되는 등가전류이고, G는 시간의존 함수를 $e^{j\omega t}$ 로 하여 얻어진 2차원 그린 함수로서 각각 다음과 같이 주어진다.

$$p(x', y'; k) = [\epsilon(x', y') - 1] u(x', y'; k), \quad (3)$$

$$G(\rho, \rho') = -\frac{j}{4} H_0^{(2)}(k_0 |\rho - \rho'|). \quad (4)$$

여기서 $u(x', y'; k)$ 은 k번째 입사각에 의한 입사파 $u^i(k)$ 에 의해 산란된 유전체 s 내의 전체 전계 이고, $G(\rho, \rho')$ 은 2차원 그린함수이고, $H_0^{(2)}$ 는 제2종 Hankel 함수를 나타낸다. 식(2)를 식(1)에 대입하면

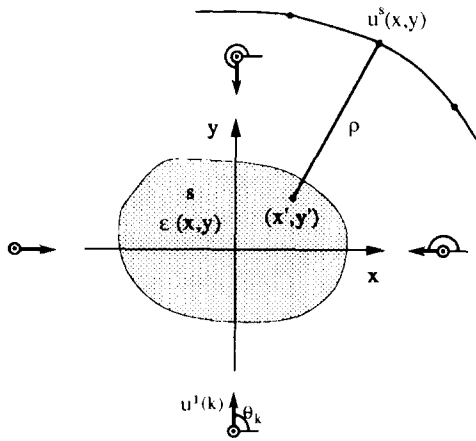


그림 1. 2차원 산란 문제의 구조

Fig. 1. Geometry of 2-dimensional forward scattering problem.

다음과 같은 적분방정식이 얻어진다 :

$$u(x', y'; k) + \frac{jk_0^2}{4} \iint_S [\epsilon(x', y') - 1] u(x', y'; k) \times H_0^{(2)}(k_0|\rho - \rho'|) dx' dy' = u^i(x', y'; k) \quad (5)$$

여기서 $|\rho - \rho'|$ 은 측정점 (x, y) 와 유전체 기둥내의 점 (x', y') 간 거리로 $|\rho - \rho'| = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2}$ 이다. 식 (5)의 적분영역을 여러개의 작은요소(cell)로 나누어 식(5)의 적분방정식을 푸는 방법이 Richmond^{7, 8)}에 의해 개발되었다. 이것은 기둥단면 s 를 그림2와 같이 N 개의 소영역으로 나누어 k 번째 입사각에 의한 n 번째 cell s_n 에서 비유전율 ϵ_n 과 전체전계 u 를 일정한 값인 ϵ_n 과 $u_n(k)$ 로 근사시킨 다음 측정점을 각 cell의 중심으로 두고 그중 한점 (x_m, y_m) 에서의 입사전계 및 전체전계를 각각 $u_m^i(k)$, $u_m(k)$ 로 표시하면 식 (5)는

$$u_m(k) + \frac{jk_0^2}{4} \sum_{n=1}^N (\epsilon_n - 1) u_n(k) \iint_{s_n} dx' dy' H_0^{(2)}(k_0 \rho_{mn}) = u_m^i(k) \quad (6)$$

로 되고, 소영역 s_n 에서의 적분을 s_n 과 면적이 동일한 원형등가 소영역 s_n' 으로 변환하여 해석적으로 적분하면 다음과 같은 선형 방정식이 된다.

$$\sum_{n=1}^N C_{mn} u_n(k) = u_m^i(k), m = 1, \dots, N. \quad (7)$$

여기서 C_{mn} 은 다음과 같이 주어진다.

$$C_{mn} = \begin{cases} 1 + (\epsilon_m - 1) \frac{j}{2} [\pi k_0 a_m H_1^{(2)}(k_0 a_m) - 2j], & \text{for } m = n \\ \frac{j\pi k_0 a_n}{2} (\epsilon_m - 1) J_1(k_0 a_m) H_0^{(2)}(k_0 \rho_{mn}), & \text{for } m \neq n. \end{cases} \quad (8)$$

여기서 $\rho_{mn} = \sqrt{(x_m - x_n)^2 + (y_m - y_n)^2}$ 이고, a_n 는 근사화 시킨 원 s_n' 의 반경이고 J_1 은 1차 Bessel 함수이다. 식(7)의 선형방정식으로 부터 단면 s 내의 N 개의 cell 중심에서의 전체전계 $u_n(k)$ 을 식(2)에 도입하고 그림 2와 같이 소영역으로 나누어진 모형을 쓰면 단면 s 밖의 한점 (x_l, y_l) 에서의 산란전계 $u_l^s(k)$ 는

$$u_l^s(k) = \sum_{n=1}^N D_{ln} u_n(k) \quad (9)$$

로 주어지며 여기서 D_{ln} 은 다음과 같다:

$$D_{ln} = \frac{j\pi k_0 a_n}{2} (\epsilon_n - 1) J_1(k_0 a_n) H_0^{(2)}(k_0 \rho_{ln}). \quad (10)$$

그러므로 산란전계는 입사전계와 유전체의 유전율의 분포값이 주어지면 식(7)과(9)로부터 계산할 수 있다.

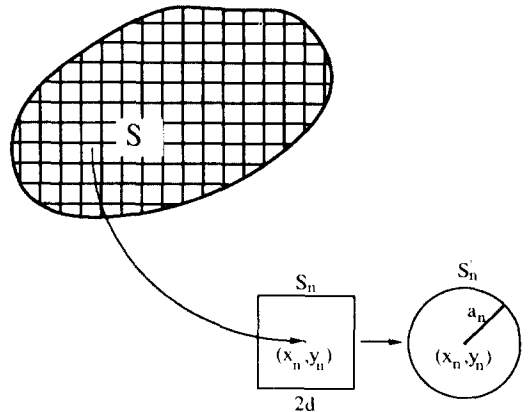


그림 2. 영역 S를 소영역 s_n 의 원형 등가화한 소영역 s_n' 의 합으로 분할

Fig. 2. Partition of S into circular cell s_n' which is equivalent to rectangular cell s_n .

III. 반복기법 역산란 계산 방법

앞절에서는 주어진 유전율 분포에 의해 산란되는 전자파를 모멘트 방법으로 계산하는 방법을 설명하였다.

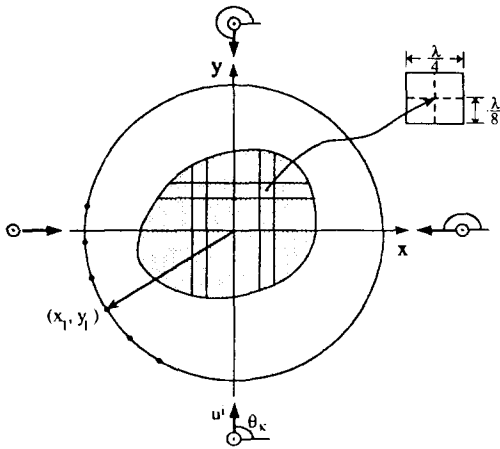


그림 3. 2차원 역산란을 위한 구조
Fig. 3. Geometry for 2-dimensional inverse scattering.

이절에서는 이를 이용하여 다중입사파에 의해 측정된 산란파와 가정한 유전을 분포로부터 계산된 산란파와의 차를 제공하여 합한값이 최소가 되도록 유전을 분포를 반복 계산으로 알아내는 방법이다. 본문에서 사용한 역산란의 기본 구조는 그림3과 같이 역산란에 사용되는 cell 크기와 산란파 계산시 사용되는 cell 크기를 달리한 2차원 사각기둥 구조로 하였다. 산란파를 계산할 때는 0.125λ 인 정사각형 cell로 나누어 모멘트방법에 의해 계산하고 비유전율을 재 구성 할 때는 그림3에서와 같이 이웃하는 4개의 작은 cell의 비유전율 값을 동일하게 두고 4개의 미지수를 1개의 미지수로 줄여 수치계산 하였다. 그림3과 같은 구조에서 측정점 (x_i, y_i) 인 지점에서 다중 입사각 θ_k 로 입사된 입사파에 의해 측정된 산란파를 $u_i^s(x_i, y_i; k)$ 라 하고 i 번째 반복 계산을 통하여 구해진 0.25λ 크기의 정사각형 비유전율 ϵ_n 로 분포된 산란체에 대하여 $u_i^s(x_i, y_i; k)$ 에 대응하는 계산된 산란파를 $F_{jk}(x_i, y_i; k; \epsilon_n)$ 라 하고 이 두 산란파의 차를 오차함수 $u_i^e(x_i, y_i; k; \epsilon_n)$ 라 하면

$$F_{jk}(x_i, y_i; k; \epsilon_n) = u_i^s(x_i, y_i; k) - u_i^e(x_i, y_i; k; \epsilon_n) \quad (11)$$

이고, 식(11)을 열벡터로 표현한 행렬을 오차함수 행렬 \mathbf{F} 라 하면

$$\mathbf{F} = [F_{11} F_{21} \dots F_{L1} F_{12} F_{22} \dots F_{L2} \dots F_{1k} F_{2k} \dots F_{Lk}]^T \quad (12)$$

이다. 여기서 L 은 각각의 입사각에 대하여 측정된 산란파의 갯수이고 K 는 사용되어진 입사파의 갯수를 의미한다. 식(12)의 오차함수 행렬의 요소들을 제공하여 합한 값의 2/1을 반복 계산을 위한 cost function f 라 하면

$$f = \frac{1}{2} \mathbf{F}^T \mathbf{F} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^L F_{ik}^2 \quad (13)$$

이 된다. i 번째 반복계산에 의해 계산된 ϵ_n 의 열벡터 $\epsilon(i)$ 대한 오차 함수 행렬을 \mathbf{F} 라 하고 이것에 의해 $i+1$ 번째 $\epsilon(i+1)$ 을 계산하기 위한 오차함수 행렬의 선형모델을 $\mathbf{M}(i+1)$ 라 하면

$$\mathbf{M}(i+1) = \mathbf{F}(i) + \mathbf{J}(i) \cdot (\epsilon(i+1) - \epsilon(i)) \quad (14)$$

이 된다. 여기서 $\mathbf{J}(i)$ 는 $\mathbf{M}(i)$ 의 Jacobian 행렬로서 $\mathbf{J}(i)$ 의 m 행 n 열 요소를 $J_{mn}(i)$ 이라 하면

$$J_{mn}(i) = \frac{\partial F_m(i)}{\partial \epsilon_n(i)} \quad (15)$$

이 된다. 여기서 F_m 은 열 벡터 \mathbf{F} 의 m 번째 요소이다 식 (14)의 선형 모델 $\mathbf{M}(i+1)$ 로 부터 cost function f 의 이차모델을 $\mathbf{m}(i+1)$ 이라 하면

$$\mathbf{m}(i+1) = \frac{1}{2} \mathbf{M}(i+1)^T \mathbf{M}(i) \quad (16)$$

식(16)의 1차 미분치 $\Delta \mathbf{m}(i+1)=0$ 가 되는 $\epsilon(i+1)$ 을 계산하면

$$\epsilon(i+1) = \epsilon(i) - (\mathbf{J}(i)^T \mathbf{J}(i))^{-1} (\mathbf{J}(i)^T \mathbf{F}(i)) \quad (17)$$

이 된다. 이 식을 Newton 방법에 의한 반복 계산 알고리즘이라고 한다. 그런데 본 논문에서는 Newton 방법을 개선시킨 Levenberg Marquardt 알고리즘을 사용하였다. Levenberg Marquardt 알고리즘에 의한 반복 계산^[12]은

$$\epsilon(i+1) = \epsilon(i) - (\mathbf{J}(i)^T \mathbf{J}(i) + \alpha \mathbf{I})^{-1} (\mathbf{J}(i)^T \mathbf{F}(i)) \quad (18)$$

이다. 여기서 α 는 Levenberg Marquardt parameter라 하고 행렬 \mathbf{I} 는 diagonal term이 $\mathbf{J}(i)^T \mathbf{J}(i)$ 와 같고, off diagonal term이 모두 0인 정방행렬이다. 위에서 기술한 역산란 계산과정을 정리하면 다음의 여덟 과정으로 나누어 설명할 수 있다.

첫째, 산란체를 N 개의 소영역으로 분할하고 측정점 (x_i, y_i) 에 다중입사파에 의해 산란체로부

터 산란된 전체전계를 측정한다. 둘째, 다중 입사파 각각에 대해서 전체 전자파에서 측정된 입사 전자파와 산란전계를 구한다.

셋째, 다중입사파 각각에 대해 가정한 초기치 비유전율을 모멘트 방법에 의해 산란체내의 유기전류를 구한후 이값을 식(9)에 대입하여 산란파를 계산한다.

넷째, 측정된 산란파와 계산된 산란파를 식(11)에 대입하여 오차함수 $F_{jk}(x_i, y_j; k; \epsilon_n)$ 를 구한다.

다섯째, F_{jk} 를 식 (13)에 대입하여 cost function f 를 구한다.

여섯째, 식(18)를 이용하여 개선된 비유전 $\epsilon(i+1)$ 을 구한다.

일곱째, $\Delta\epsilon_n = \epsilon_n(i+1) - \epsilon_n(i) < \delta$ 인 조건을 test 한다. 여기서 δ 는 수렴 반경이고 n 은 cell 번호이다.

여덟째, 만일 모든 n 에 대하여 $\Delta\epsilon_n$ 이 수렴 반경 내에 있으면반복계산을 끝내고, $\Delta\epsilon_n$ 이수렴 반경을 벗어나면세째 단계로 되돌아간다.

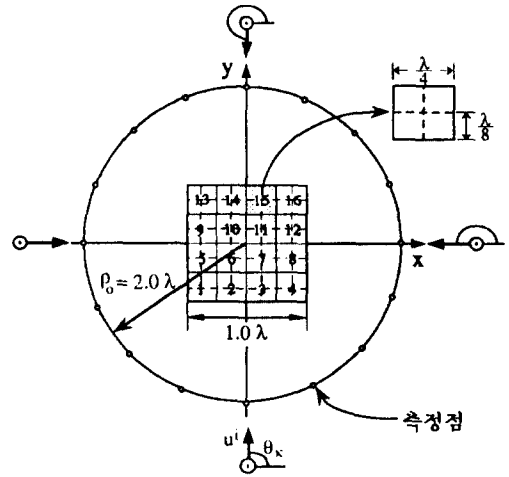


그림 4. 2차원 역산란을 위한 구조
Fig. 4. Geometry of the canonical case used in the numerical simulation.

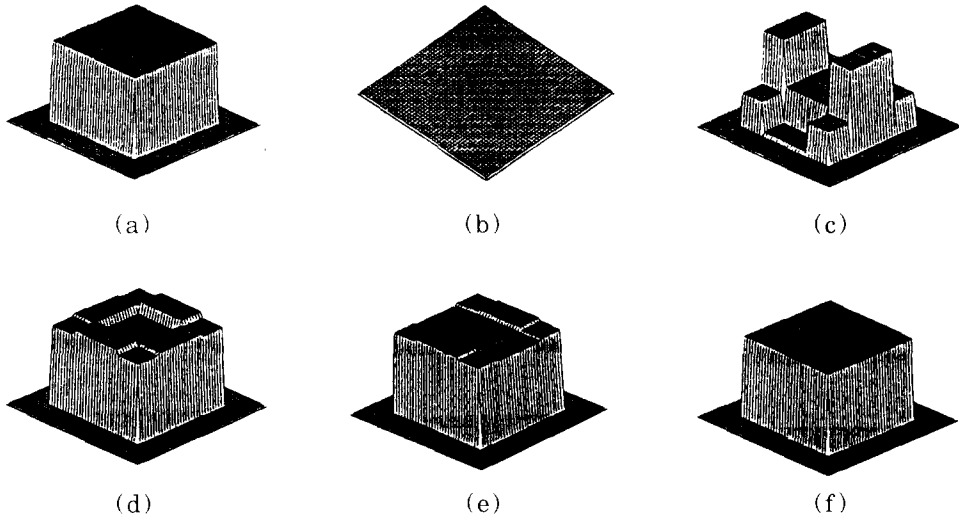


그림 5. 균일한 유전체에서 재구성된 비유전율의 수렴과정: (a) 주어진 분포; (b) 초기값. (c)-(e) 1회에서 3회까지의 반복 계산에 의해 재구성된 비유전율 분포; (f) 5회 반복계산 후의 수렴된 비유전율 분포

Fig. 5. Reconstruction process of homogeneous permittivity versus iteration step: (a) the original distribution; (b) the initial guess; (c)-(e) results from the first iteration to the third iteration; (f) the final convergent permittivity distribution after fifth iteration.

IV. 수치계산

앞 장에서 제시한 역산란 방법의 효율성을 살펴보

기 위하여 그림4와 같은 간단한 모양의 구조 갖는 유전체에 대한 비유전율 분포를 수치계산으로 구하였다. 역산란과 산란파 계산용 요소의 크기는 각각 0.25λ와 0.125λ인 정사각형이고 산란체의 크기는 1.0λ

인 정사각형 구조로 하였다. 모형내의 비유전율 분포는 실수부와 허수부가 각각 1.5와 0인 균일한 분포를 갖도록 하였다. 이러한 기본형의 유전체에 z방향으로 분극된 평면파가 x축 및 -x축 방향으로 입사할 경우, 유전체 중심인 원점에서 2λ(파장) 떨어진 $\rho = \rho_0$ 원

주상에서 x축을 기준으로 각도간격을 22.5°로 하여 얻어진 16점에서의 산란파를 측정하여 안다고 하였다. 실제 측정된 산란전계 값은 모멘트 방법으로 수치 계산 하였다. 이러한 기본형에 대한 수치계산 결과로부터 재구성된 비유전율 분포가 반복적으로 계산해

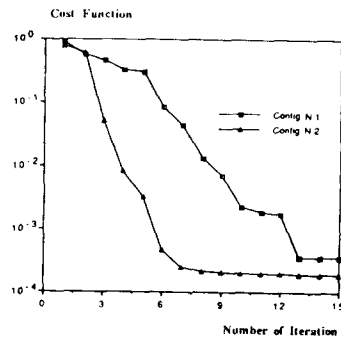
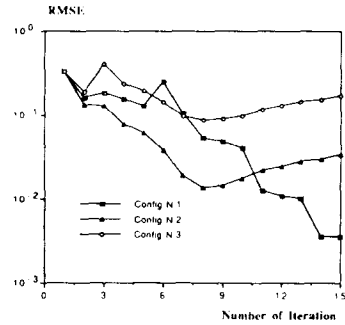
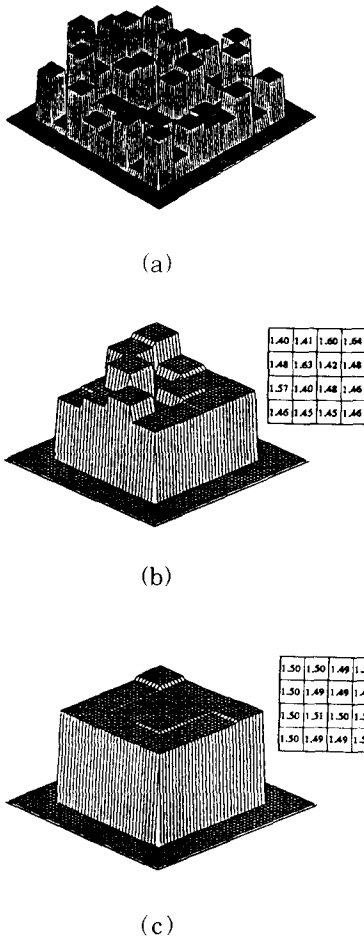


그림 6. 산란파에 첨가된 잡음 (1%0이 4방향의 평면파를 사용하여 재구성된 비유전율 분포에 미치는 영향 (a) 0.125 분해능으로 재구성된 비유전율 분 포; (b) 그림 6 (a)에서 이웃한 4개의 비유전율을 1개로 평균하는 방버으로 재구성된 비유전율 분포; (c) 산란파 계산용 cell 크기와 역산란용 cell 크기를 달리 하여 0.25 분해능으로 재구성된 비유전율 분포; (d) 그림 6(a) [config N.3] , (c) [config N.1] 에 대한 rms 오차의 수렴해가는 과정; (e) cost function의 수렴해가는 과정

Fig. 6. 1% noise effects in the scattered field on the reconstructed permittivity with four plane waves: (a) reconstructed permittivity distribution having 0.125 resolution; (b) permittivity distribution for the average of close 4-cells on Fig. 6(a); (c) permittivity distribution reconstructed by iterative process with the difference between scattering cell size(0.125) and inverse scattering cell size(0.25); (d)convergent process of rms error (RMSE) and (e) cost function for Fig. 6(a) [config N.3] , (b) [config N.2] , (c) [config N.1] .

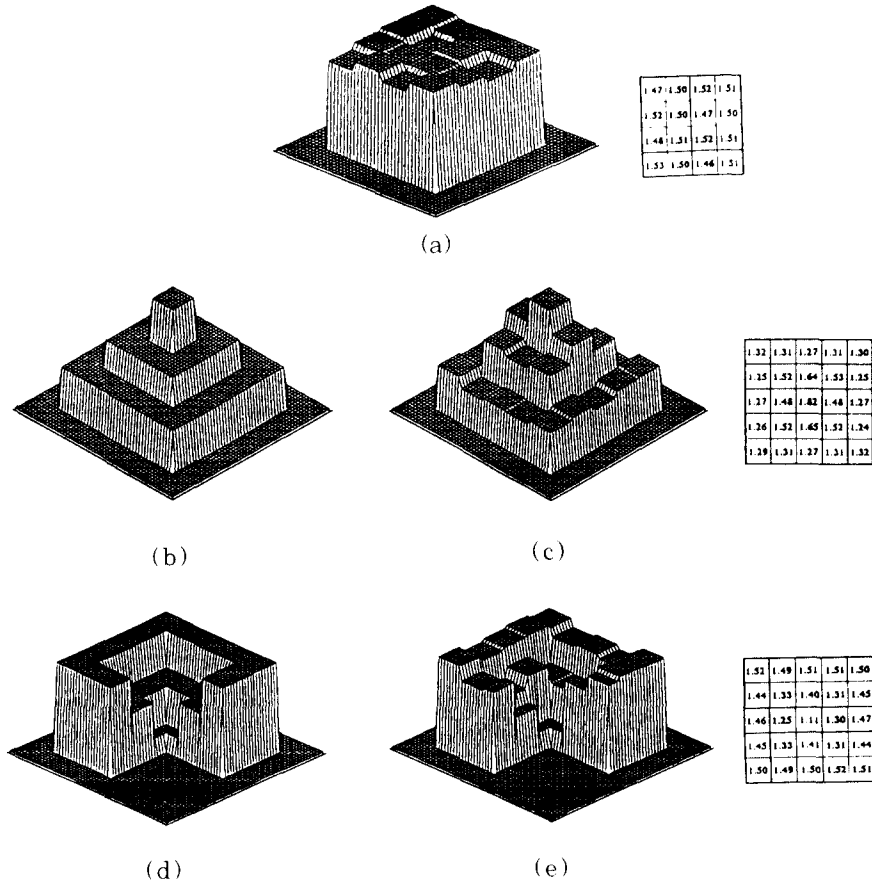


그림 7. 첨가된 잡음(1%)가 2방향의 평면파를 사용하여 재구성된 비유전율에 미치는 영향의 비교: (a) 균일한 유전체에 대하여 재구성된 비유전율 분포: (b) 비균일 유전체의 원래의 분포: (c) 그림 7(b)에 대하여 재구성된 비유전율 분포: (d) 비균일 유전체의 원래의 분포: (e)그림 7 (d)에 대하여 재구성된 비유전율 분포.

Fig. 7. Comparison of 1% noise effect on the reconstructed permittivity using two plane waves: (a) reconstructed permittivity distribution of homogeneous scatterer; (b) original distribution of inhomogeneous scatterer; (c) reconstructed permittivity profiles of Fig. 7 (b); (d) original distribution of inhomogeneous scatterer; (e) reconstructed permittivity profiles of Fig. 7(d).

감에 따라 수렴해가는 과정을 그림5에 나타내었다. 이것에 대한 계산 결과를 보면 그림5에서 보이는 바와 같이 5회 반복계산한 결과 거의 원래의 분포로 수렴했음을 알 수 있다.

그림4에 주어진 경우를 기본형으로 본 논문에서 제시한 역산란 기법의 잡음에 대한 민감도를 보기 위하여 측정된 산란파에 잡음을 첨가하여 비유전율을 재구성하여 보았다.

여기서 사용한 입사파의 갯수는 4개이고 첨가된 잡음

은 Gaussian 분포로서 잡음양은 1.0%로 하였으며 이것에 대한 재구성된 결과를 그림 6(a), 6(b), 6(c)에 나타내었다. 그림 6(a)는 역산란용 요소(cell)와 산란용 요소의 크기를 동일하게 0.125λ로 하여 재현한 결과이고, 그림 6(b)는 6(a)의 재현된 비유전율에서 0.125λ 크기의 이웃한 4개의 비유전율을 평균하여 0.25λ 크기의 하나의 비유전율로 재구성한 결과이며, 그림 6(c)는 산란파 계산용 요소 크기와 역산란용 요소 크기를 각각 0.125λ와 0.25λ로 달리하여 재현

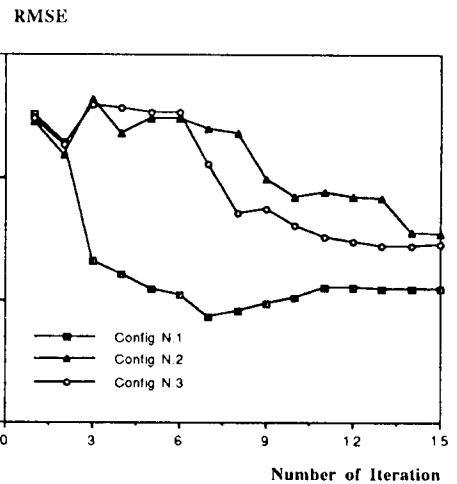
한 결과이다. 이것의 결과를 보면 그림 6(c)가 그림 6(a)나 6(b)에비해서 원래의 분포에 더 가깝게 재현되어 있음을 볼 수 있다. 이를 좀더 자세히 살펴보기 위하여 반복계산 횟수 마다의 주어진 분포에 대한 rms(root mean square)오차(RMSE)를

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^N (\epsilon_m - \epsilon_n)^2}{\sum_{n=1}^N \epsilon_m^2}} \quad (19)$$

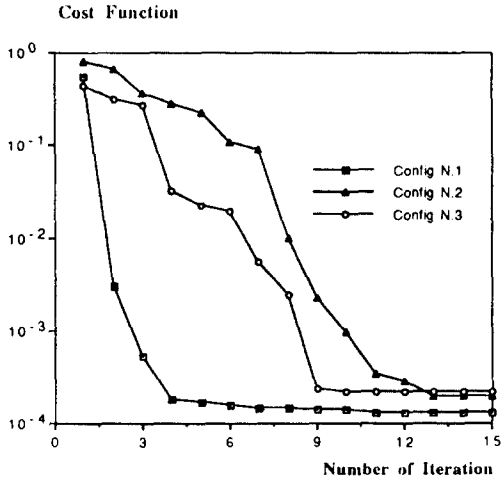
를 이용하였다. 여기서 ϵ_m 와 ϵ_n 은 각각 n번째 cell에 대한 원래의 비유전율 분포와 재현된 비유전율을 나타낸다. 그림 6(a), 6(b), 6(c)에 대한 식(19)에서 정의한 rms오차를 반복계산 횟수 마다 수렴해가는 과정을 그림 6(d)에 나타내었다. 이를 보면 1%의 잡음에 대하여 그림 6(a), 6(b), 6(c)는 17%, 3.4%, 0.36%의 오차로 비유전율 분포가 재구성됨을 알 수 있다. 이는 그림 6(a)와 6(b)는 각각 그림 6(c)에 비해서는 잡음 오차가 약 50배, 10배증가함을 볼 수 있다. 또한 반복계산 횟수마다 개선된 Newton 알고리즘의 수렴해가는 과정을 살펴보기 위하여 cost function의 최소화 진행 과정을 살펴보았다. 이것에 대한 결과를 그림 6(e)에 나타내었다. 이의 결과를 보면 그림 6(a)와 6(c)에 대하여 각각 cost function의 값이 1.88×10^{-4} 와 3.56×10^{-4} 으로 수렴하였다. 그림 6(d)와 6(e)의 결과로부터 cost function은 그림 6(a)가 6(c)에 비해 0.5배로 적지만 비유전율 오차는 거의 50배 증가함을 볼 수 있다. 이는 고분해능을 얻을수록 잡음에 대한 민감도가 급격히 증가해감을 볼 수 있다. 다음은 유전체 단면의 크기와 유전율 분포의 특성이 그림 4에 주어진 기본형과 기본형이 아닌 경우를 비교하여 살펴보았다. 그림 7(a)의 구조는 그림 4와 같은 구조이고 사용한 입사파의 갯수는 2개이다. 그림 7(b)의 구조는 그림 4와 같은 정사각형으로서 한번의 길이가 1.25λ이며 내부 비유전율분포는 3층의 분포를 갖는 비균일 유전체로서 바깥층, 그다음 안층, 맨안층의 비유전율 ϵ_r 이 점점 증가하는 형태를 취하였으며 이 값은 각각 실수부는 1.3, 1.5, 1.8이고 허수부는 모두 0으로 분포되어 있다. 측정반경과 입사파의 갯수는 각각 2.0λ와 2이며 측정점의 수는 각각의 입사파마다 25개로서 도합 50개로 취하였다. 또한 그림 7(d)의 구조는 외부 모양과 크기는 그림 7(b)와 같으나 내부 비유전율 분포는 그림 7(b)와는 반대로 외부로부터 내부로 갈수록 비유전율 ϵ_r 이 작아지는 특성을 갖고있으며 이 값은 외부부터 내부까지 각각 ϵ_r 의 실수부는 1.5, 1.3, 1.1이고 허수부는 모두 0으로 분포되어 있다. 사용된 입사파의 갯수와 측정점의 수는 그림 7(b)와 같게하였다. 이러한 구조들

에 대하여 측정된 산란파에 잡음이 1.0 % 첨가된 경우에 대하여 재구성된 비유전율 분포를 각각 그림 7(a), 7(c), 7(e)에 나타내었다. 이들을 보면 1% 잡음에 대해서도 원래의 분포와 유사하게 재현할 수 있음을 볼 수 있다. 그림 8(a)와 8(b)에서는 그림 7(a), 7(c), 7(e)에 대하여 반복계산 횟수 마다의 rms오차와 cost function이 수렴해가는 과정을 나타내었다. 계산된 결과를 보면 rms오차(RMSE)는 값이 각각 1.26×10^{-2} (1.3% 오차), 3.5×10^{-2} (3.5% 오차), 2.83×10^{-2} (2.8% 오차)로 수렴하였다. cost function의 값은 각각 1.3×10^{-4} , 1.95×10^{-4} , 2.19×10^{-4} 로 수렴하였다. 이는 유전체 모양의 크기가 증가하고 유전체의 유전율 분포가 비균일하더라도 논문에서 제시한 역산란 방법으로 재구성된 유전율 분포에 대한 결과들이 그림 4(a)의 기본모형에 대한 결과 들에 비해 큰 차이를 보이지 않음을 알 수 있다. 그림 9(a)의 구조는 두 번의 길이가 각각 1.75λ와 0.75λ이고 내부의 비유전율 분포는 비대칭적이다. 이때 측정 반경은 4.0λ이고, 입사파의 갯수는 4 개이며 각각의 각도는 45°, 135°, 225°, 315°로 하였다. 이러한 구조에 대하여 측정된 산란파의 잡음이 0%, 1% 첨가된 경우에 대하여 재구성한 결과를 그림 9(b), 9(c)에 나타내었다.

이 결과를 보면 비대칭적인 유전율 분포를 갖는 유전체에 대해서도 잡음이 없는 경우에는 원래의 분포를 재구성할 수 있었고, 1% 잡음이 첨가된 경우에도 원래의 분포와 유사하게 재구성할 수 있음을 볼 수 있다.



(a)



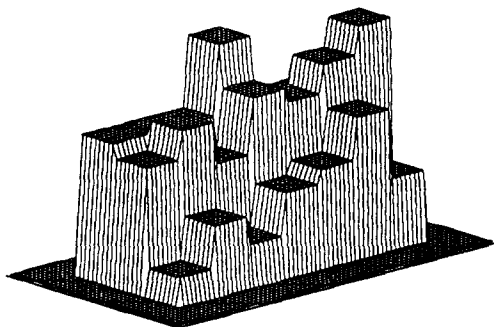
(b)

그림 8. 그림 7에 대하여 비유전율 분포의 rms 오차와 수렴해가는 과정: 그림 7(a) [config N.1] , 7(c) [config N.2] , 7(e) [config N.3] 에 대한 (a) rms 와차와 (b) cost function

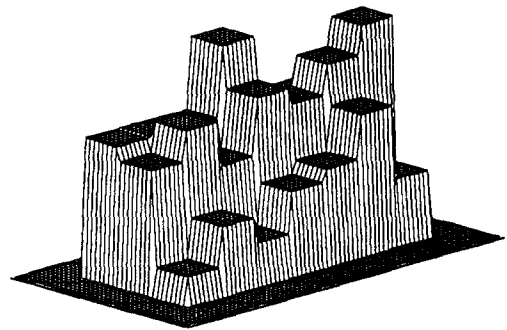
Fig. 8. Convergent process of rms error and cofunction on Fig. 7.: (a) rms error and (b) coon for Fig. 7(a) [config N.1] , 7(c) [config N.2] , 7(e) [config N.3] .

2.0	2.0	2.0	2.5	2.0	2.0	2.0
1.9	2.1	1.8	2.2	2.1	2.3	2.5
1.2	1.5	1.3	1.6	1.7	2.0	1.5

(a)



(b)



(c)

그림 9. 비균일 정도가 심한 경우에 대하여 재구성한 비유전율 분포: (a) 비균일 유전체의 유전율 분포; (b) 잡음이 없는 경우에 대하여 재구성된 유전율 분포; (c) 잡음이 1%인 경우에 대하여 재구성된 유전율 분포

Fig. 9. The reconstructed permittivity distribution of fast varying inhomogeneous scatterer: (a) original distribution of inhomogeneous scatterer; (b) reconstructed permittivity distribution (noise 0%); (c) reconstructed permittivity distribution ((noise 1%).

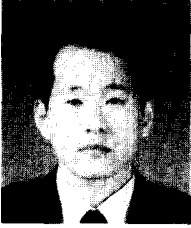
IV. 결론

본 논문에서는 다중입사파를 사용하여 공간영역에서의 반복기법 역산란방법을 균일한 유전체에 대하여 적용시켜 수치계산으로 비유전율 분포를 재구성하여 보았다. 역산란한 결과 재구성된 비유전율 값은 거의 오차가 없는 정확한 값을 구할수 있음을 알 수 있었고, 0.125λ와 0.25λ 분해능을 갖는 역산란 기법들에 의해 재현된 비유전율 분포의 비교로 부터 분해능을 떨어뜨리면 재구성된 비유전율 분포가 산란체에 첨가된 잡음에 영향을 적게 받음을 알 수 있었다. 또한 산란체의 크기가 크고 비유전율의 분포가 비균일한 경우에도 균일한 산란체와 같이 재현된 비유전율 분포가 첨가된 잡음에 민감하지 않음을 알 수 있었다. 그리고 본 논문에서는 2차원 문제만 다루었으나 3차원 문제로 확장할수 있을것이다.

参 考 文 献

- [1] W. C. Chew, *Waves and fields in inhomogeneous media*, Van Nostrand Reinhold, New-York, 1990, pp. 33-37.
- [2] Special issue on inverse methods in electromagnetics, *IEEE Trans. Antennas and Propagat.*, vol. 29, no. 1981.
- [3] S. X. Pan and A. C. Kak, "A computational study of reconstruction algorithms for diffraction tomography: Interpolation versus filtered back-propagation," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. ASSP-31, 1983, pp. 1262-1275.
- [4] M. Slaney, A. C. Kak, and L. E. Larsen, "Limitation of imaging with first-order diffraction tomography," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-32, 1984, pp. 860-873.
- [5] A. J. Devaney, "Inverse scattering theory within the Rytov approximation," *Optics Lett.*, 6, no. 8, 1981, pp. 374-376.
- [6] A. J. Devaney, "A filtered backpropagation algorithm for diffraction images," *Ultrasonic Imaging*, vol. 4, 1982, pp. 336-350.
- [7] J. H. Richmond, "Scattering by a dielectric cylinder of arbitrary cross section shape," *IEEE Trans. Ant. and Prop.*, AP-13, No. 5, pp 334-341, May 1965.
- [8] J. H. Richmond, "TE-wave scattering by dielectric cylinder of arbitrary cross-section shape," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-14, 1966, pp. 460-464.
- [9] S. Y. Kim, J. M. Lee, and J. W. Ra, "Electromagnetic imaging of complex-permittivity profiles by Moment Method in the spectral domain," in *Digest of IEEE AP Symp.*, Syracuse, NY, 1987, pp. 786-789.
- [10] J. M. Lee, S. Y. Kim, and J. W. Ra, "A spectral inversion technique for reconstruction of complex permittivity profiles," *Electron. Lett.*, Vol. p24, 1988, pp. 556-558.
- [11] H. C. Choi, S. Y. Kim, and J. W. Ra, "Regularization of permittivity profiles reconstructed by a spectral inverse scattering scheme," *Microwave and Optical Tech. Lett.*, Vol. 2, No. 1, 1989, pp. 26-29. *IEEE Tran. MTT*, Vol. 39, No. 11, pp. 1801-1809, 1991.
- [12] J. E. DENNIS, JR., "Numerical Methods for unconstrained optimization and nonlinear equations," *Prentice - Hall*, 1983.
- [13] N. Joachimowicz, C. Pichot, and J. P. Hugonin, "Inverse Scattering: An Iterative Numerical Method for Electromagnetic Imaging," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 39, No. 12, pp. 1742-1752, 1991.

著 者 紹 介



朴 天 錫(正會員)

1960年 9月 15日生. 1988年 2月 서울대학교 전기공학과 졸업(공학사). 1990年 2月 한국과학기술원 졸업(공학석사). 1989年 3月 ~ 현재 한국과학기술원 박사과정. 주관심 분야는 Inverse scatter-

ing problem, microwave circuit, scattering 등임.



金 貞 慧(正會員)

1966年 5月 20日生. 1988年 2月 부산대학교 전자공학과 졸업(공학사). 1990年 2月 한국과학기술원 졸업(공학 석사). 1989年 3月 ~ 현재 한국과학기술원 박사과정. 주관심 분야는 Inverse scatter-

ing problem, Sntenna, scattering 등임.

羅 正 雄(正會員) 第 28卷 A編 第 2號 參照

현재 한국과학기술원 전기 및 전자공학
학과 교수