

# Reed-Solomon/Trellis 연접 부호변조 시스템의 비트오율 해석

## (An Analysis of Bit Error Probability of Reed-Solomon/Trellis Concatenated Coded-Modulation System)

金炯洛\*, 李相坤\*\*, 文相在\*\*\*

(Hyeong Rag Kim, Sang Gon Lee and Sang Jae Moon)

### 要約

TCM(trellis coded modulation)의 부등심볼 오율특성을 해석하고, 이를 RS(Reed-Solomon)/Trellis 연접 부호변조 시스템의 비트오율 유도에 적용한다. TCM의 부등오율 특성을 이용하여 RS 부호와 연접된 TCM의 심볼오율 상한식을 구하고, 이를 RS/Trellis 연접 부호변조 시스템의 비트오율의 상한식 유도에 적용한다. 본 논문에서 구한 연접부호의 상한식은 기존의 다른 상한식 보다 더 정확하다.

### Abstract

The unequal symbol error probability of TCM(trellis coded modulation) is analyzed and applied to the derivation of bit error probability of RS/Trellis concatenated coded-modulation system. An upper bound of the symbol error probability of TCM concatenated with RS code is obtained by exploiting the unequal symbol error probability of TCM, and it is applied to the derivation of the upper bound of the bit error probability of the RS/Trellis concatenated coded-modulation system. Our upper bounds of the concatenated codes are tighter than the earlier established other upper bounds.

### 1. 서론

일반적으로 채널부호의 부호율이 높을 수록 대역폭은 줄어들지만 오류정정 능력이 저하되고, 부호율이 낮아지면 오류정정 능력은 향상되지만 대역폭이 증가하는 단점이 있다. TCM(Trellis 부호변조)<sup>[1]</sup>은 채널부호화와 변조를 일체화한 방식으로 이러한 단점을 보완하여 대역폭과 전력의 효율성이 높아 이동통신 채널처럼 오류가 빈번하고 대역폭이 제한된 채널에 효과적으로 사용될 수 있다.<sup>[2,3]</sup> TCM의 복호법으로는 최대공산복호법(maximum likelihood decoding)인 연관정 Viterbi복호법<sup>[4,5]</sup>이 널리 이용되고

\*正會員, (株)金星社

(Gold Star Co., LTD.)

\*\*正會員, 昌信 專門大學 電子通信科

(Dept. of Elec. Comm., Changshin Junior College.)

\*\*\*正會員, 慶北大學校 電子工學科

(Dept. of Elec. Eng., Kyungpook Nat'l univ.)

※이 연구는 93년도 한국과학재단 연구비 지원에 의한 결과의 일부임.

接受日字 : 1994年 3月 2日

있다. 이것은 수신신호가 송신신호와 다르게 복호될 확률을 최소로 하는 최적복호법으로 부호설계의 목표는 부호화된 열사이의 최소 유클리디언 거리 (Euclidean distance)를 최대화 하는 것이다. TCM의 성능해석을 위해서는 전달함수를 이용하여 평균비트오율을 구한다.<sup>[6, 7]</sup>

동일한 부호율을 가정할 때 오류정정능력은 연접부호가 단일부호 보다 다소 떨어지지만 복호가 여러단으로 나누어지므로 복호기의 복잡도는 훨씬 경감되는 장점이 있다. 가장 보편적인 연접부호화 방법은 GF(2)상의 2원 내부호(inner code)와 GF(2<sup>b</sup>)상의 비 2원 외부호(outer code)를 이용한 2중 부호화 방법이다. 외부호로는 RS부호가 주로 사용된다. 그 이유로 RS부호는 maximum distance부호이고 블럭크기, 심볼크기 그리고 부호율 등의 선택이 다양하며, Berlekamp-Massay 알고리즘과 같은 효율적인 복호법을 사용할 수 있기 때문이다.<sup>[8]</sup>

[9]에서는 길쌈부호의 부등 심볼오율특성을 이용하여 RS/길쌈 연접부호의 비트오율을 기존의 방법<sup>[10]</sup>보다 더 정확하게 해석하였다. 본 논문에서는 이 연구의 후속 연구로 TCM의 부등 심볼오율특성을 해석하고, 이를 이용하여 RS/Trellis 연접 부호변조 시스템의 비트오율을 해석한다. RS/Trellis 연접 부호변조 시스템의 비트오율은 GF(2<sup>b</sup>)상의 RS 부호의 오류정정 심볼 수 t, 부호어 길이 N, 그리고 TCM 복호기 출력에서의 b 비트 길이 심볼오율의 함수이다. RS 부호의 오류정정 심볼 수 t와 부호어 길이 N은 RS 부호의 구조에 의해서 결정되므로, TCM의 심볼오율은 연접부호의 성능척도가 된다.

본 논문에서는 첫째로 정보 오류심볼의 형태별 발생확률이 서로 다를 수 있다는 사실을 적용하여 정보 오류심볼의 부등 오율특성에 관하여 체계적으로 밝히고, AWGN 채널상에서 컴퓨터 시뮬레이션을 한 후 이론치와 실험치를 비교 검토한다.

둘째로는 응용으로써 부등 심볼오율특성을 적용한 b 비트 심볼오율의 상한식을 구하고, 기존의 방식으로 구한 결과와 비교 검토해 본다. 기존의 방식에서는 Viterbi 복호중 발생하는 오류경로상의 영 심볼(zero symbol)도 오류 심볼로 산입하여 상한식을 구하므로 좀 덜 정확(loose)함을 알 수 있다. 그러나 부등 심볼오율특성을 적용하면 오류경로상에서 발생하는 영 심볼을 제외한 각 오류심볼의 형태별 오율을 구한 후 이를 합하여 심볼오율의 상한식으로 계산함으로써 보다 정확한 상한식을 구할 수 있다. RS/Trellis 연접부호 변조 시스템의 비트오율 해석을 위하여 b 비트로된 심볼별 오율을 구하려면 k 비트를

단위가지로 하는 TCM의 전형적인 격자상도(trellis diagram)에서 바로 구하기는 어렵다. 따라서 본 논문에서는 b 비트를 단위가지로 하는 초 격자상도(super-trellis diagram)<sup>[9]</sup>를 구성하고 이를 이용하여 심볼오율을 계산하는 컴퓨터 프로그램을 개발하였다.

셋째로 TCM에서 기존의 방식을 적용한 심볼오율의 상한식과 본 논문에서 구한 상한식을 이용한 RS/Trellis 연접 부호변조 시스템의 두 비트오율식을 비교 검토하고, 컴퓨터 시뮬레이션으로 확인 해 본다.

## II. Trellis 부호 변조(TCM)

### 1. TCM의 부호화 및 구조적 성질

그림 1은 일반적인 TCM 시스템의 블럭선도이다. Trellis 부호기는 m 비트 정보어를 받아서 길쌈부호화된 m+1 비트의 부호어를 생성하고, 이 부호어는 사상기(mapper)에 전달된다. 사상기는 사상규칙에 따라 m+1 부호어를 2<sup>m-1</sup>-ary 신호공간의 한 신호점으로 사상시킨다. 사상된 신호는 변조기에서 변조된후 채널을 통해 전송된다. 수신된 신호는 복조기를 거친후 trellis 복호기에서 m 비트 정보어로 복호되어 출력되는데 복호기는 Viterbi 알고리즘을 사용한다.

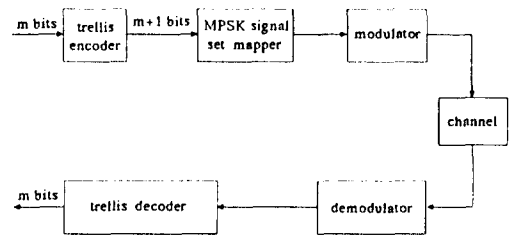


그림 1. TCM 시스템의 블럭선도

Fig. 1. Block diagram of the trellis coded modulation system.

TCM 성능의 주요한 요소인 자유 유클리드 거리를 최대로 하기 위해 Ungerboeck이 제안한 다음과 같은 "mapping by set partitioning"<sup>[11]</sup>이라는 사상규칙을 적용한다. trellis 부호를 변조심볼에 사상하기 위하여 다음의 예와 같이 변조심볼의 집합분할(set partitioning)을 행한다. 그림 2에 8-PSK의 집합분할 예를 나타내었다. 여기서 분할될 레벨은 부호의 구조적 특징에 의존한다. 일반적으로 m 비트의 정보신호 중에서  $\bar{m}$  비트는 부호기로 입력되어  $\bar{m}+1$  비트로 부호화된다. 부호기의 출력  $\bar{m}+1$  비트들은

$2^{m-1}$  개의 가능한 부집합 가운데 1개를 선택하는데 사용되고, 부호화되지 않은  $m-m$  비트는 부집합내의  $2^{m-m}$  비트가운데 1개의 신호점을 선택하는데 사용된다. 따라서 집합분할은  $m+1$  번이 필요하다.

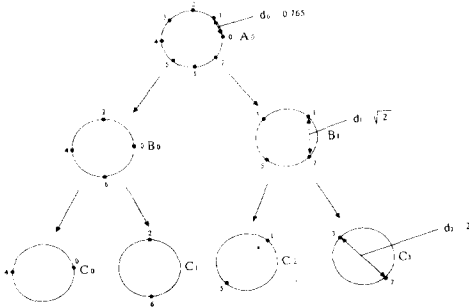


그림 2. 8-PSK의 집합분할  
Fig. 2. Set partitioning of 8-PSK.

그림 3은 부호율이 1/2 이고 4개의 상태를 갖는 길쌈부호기를 사용한 부호율 2/3인 조직(systematic) TCM 부호기이다. 부호기의 구조는 기억소자 개수  $\mu$  와  $\mu$  차 패리티 검사 다항식 (parity check ploynomial)으로써 표현된다.<sup>[1]</sup> 이것의 패리티 검사 다항식은 8진수로 표시하여  $H=(05, 02)$ 이다. 그림 3에서 부호기의 상태  $S_1, S_2$  그리고 한 정보비트 ( $I_1$ )에 의해서  $Y_1$ 과  $Y_0$ 가 결정된다.  $Y_1$ 과  $Y_0$  는 부집합 C의 4개 가운데 1개를 선택한다. 부호화 되지 않은 나머지 한비트( $I_2$ )는  $Y_2$ 가 된다. 이것은 부호기의 출력에 의해서 결정된 부집합 C의 두 신호점 가운데 한개를 선택하는데 사용된다.

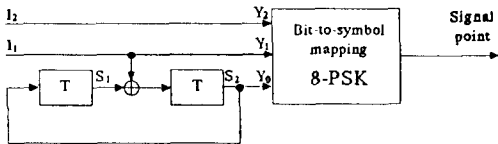


그림 3. TCM 부호기  
Fig. 3. TCM encoder.

집합분할에 의하여 부집합들을 구성한 후, 격자상도의 상태천이(state transition)에 이들 부집합들의 신호들을 적절히 할당해서 부집합들 간의 자유 유클리디언 거리가 최대화 되도록 해야한다. 부집합을 상태천이에 할당할 때의 사상규칙을 8-PSK에 대해서 예를 들면 다음과 같다.

a) 모든 신호들은 동일한 빈도, 규칙성 그리고 대칭

성을 가지고 발생되어야 한다.

- b) 같은 상태에서 시작하는 천이들은 부집합  $B_0$  나  $B_1$ 의 신호들을 할당한다.
- c) 같은 상태로 합류하는 천이들은 부집합  $B_0$  나  $B_1$ 의 신호들을 할당한다.
- d) 병렬천이는 부집합  $C_0, C_1, C_2, C_3$ 의 신호들을 할당한다.

2. 비트오율

TCM의 성능은 부호기 출력사이의 유클리드 거리 분포에 의존한다. 제 1류 오류확률(the first event error probability)  $P_e$ 의 상한(upper bound)은 가능한 모든 정확한 경로와 합류하는 모든 오류경로 쌍의 발생확률들의 평균값으로 표현된다.<sup>[6, 12]</sup>

$$P_e \leq \sum_{d=d_{free}}^{\infty} A_d Q\left(\sqrt{\frac{dE_s}{2N_0}}\right) \tag{1}$$

여기서  $d$  는 두 신호열 사이의 제곱된(squared) 유클리디언 거리이며,  $A_d$  는 어떤-특정 신호열과 거리가  $d$  인 오류경로의 평균갯수인데, 평균은 부호의 모든 가능한 신호열에 대하여 취한다.  $E_s$  는 심볼의 평균에너지이고,  $N_0$  는 잡음의 단축 주파수대 전력밀도이다.  $d_{free}$ 는 최소 자유 유클리디언 거리이다. 식 (1)에서

$$P_d = Q\left(\sqrt{\frac{dE_s}{2N_0}}\right) \tag{2}$$

라 두면 이것은 올바른 경로와 거리가  $d$  에 있는 오류경로의 발생확률이다.

제곱된 유클리디언 거리가  $d$  인 경로들 중에서 복호된 입력 정보비트 "1"의 갯수가  $i$  개인 오류경로의 수를  $A(d, i)$  라 두면  $A(d) = \sum_{i=1}^m A(d, i)$  될것이다. 오류비트의 확률적 평균을 비트오율이라 둘 수 있고,  $r = m / (m + 1)$  인 부호의 매 시점마다 입력되는 비트 수가  $m$  이므로

$$P_b \leq \frac{1}{m} \sum_{d=d_{free}}^{\infty} \sum_{i=1}^m i \cdot A(d, i) P_d \tag{3}$$

이다. TCM의 생성함수<sup>[5]</sup> 를

$$T(D, L, I) = \sum_{d, l, i} A_{d, l, i} D^d L^l I^i \tag{4}$$

로 나타낸다. 여기서  $A_{d, l, i}$  는 제곱된 유클리디언 거리가  $d$ , 길이  $l$ , 오류 정보비트 수가  $i$  개인 오류경로의 수이다. 따라서 식 (3)은 식 (5)로 표현된다.

$$P_b \leq \frac{1}{m} Q \left( \sqrt{\frac{d_{free}^2 E_s}{2N_0}} \right) \exp \left( \frac{d_{free}^2 E_s}{4N_0} \right) \frac{\partial}{\partial I} T(D, L, I) \Bigg|_{L=1, I=1, D=e^{-\frac{E_s}{4N_0}}} \quad (5)$$

$A_{d,t,h}$ 는 상태수가 작은 경우에는 전달함수를 사용하여 구할 수 있으나 상태수가 큰 경우에는 전산 프로그램으로 구하는 것이 효율적이다.<sup>[7]</sup> 신호대 잡음비가 매우 큰 경우에 부호의 오율성능은 식 (3)의 첫째항인  $d_{free}^2$  항만으로 평가된다. 그러나 신호대 잡음비가 작은 경우에는  $d_{free}^2$  보다 큰 거리를 갖는 오류경로의 영향도 무시할 수 없을 정도로 커지므로  $d_{free}^2$  이외 몇몇 항을 더 고려 하여야 한다.

### III. RS/Trellis 연결 부호변조 시스템의 비트 오율 해석

#### 1. TCM의 부등 심볼오율 특성

TCM에서도 길쌈부호와 마찬가지로 부등 심볼오율 특성을<sup>[9,13]</sup> 고찰할 수 있다.  $r = 2/3$ ,  $\mu = 3$ ,  $H = (011, 02, 04)$ 인 TCM의 격자상도를 그림 4에 나타내었다. 상태(000)에서 상태(001)로 천이하는 가지의 010/01은 입력벡터 (01)과 출력벡터 (010)를 의미한다. 최소 자유 유클리디언 거리는  $d_{free}^2 = 4.586$ 이고 세개의 경로가 있다. 모두 영인 경로를 기준으

로 해서 최소 자유 유클리디언 거리를 갖는 세개의 오류경로에 대한 심볼열은 (01)(00)(00)(01), (11)(01)(00)(01) 그리고 (11)(11)(11)이다. 이들 중 오류심볼 (01)과 (11)의 발생빈도가 (10)에 비해 높을 수 있다.

오류심볼 형태 (01), (10), (11)를 각각  $h = 1, 2, 3$ 으로 표시하기로 한다. 임의의 오류경로에 대한 입력심볼 열에서 어떤 오류형태  $h \in \{1, 2, 3\}$ 의 구성 수를  $t$ 로 표시한다. 그리고  $A(d, t; h)$ 는 오류경로의 수인데, 이들은 각기 해당 입력 심볼 열에서  $h$  형태의 심볼수가  $t$ 임을 의미한다. 여기서  $d \geq d_{free}^2$ ,  $t \geq 1$ 이다. 그리고 부호율이  $r = k/n$ 인 일반적인 경우에는  $1 \leq h \leq 2^k - 1$ 이다. 길쌈부호에서와 마찬가지로 만약 임의의 TCM에서 모든  $A(d, t; h)$ 를 얻을 수 있으면 심볼  $h$ 에 대한 오율상한은

$$P(h) \leq \sum_{d=d_{free}}^{\infty} \sum_{t=1}^{\infty} t \cdot A(d, t; h) P_d \quad (6)$$

이다.<sup>[13]</sup>

TCM의 부등 심볼오율특성을 고찰하기 위하여  $r = 2/3$ ,  $\mu = 3$ ,  $H = (011, 02, 04)$ 인 부호기를 예로 든다. 이 부호에 대한  $A(d, t; h)$ 는 표 1과 같고, 각 심볼별로 서로 다른 값을 가짐을 볼 수 있다. 수신 부호어  $c'$ 와 송신 부호어  $c$ 의 배타 논리합

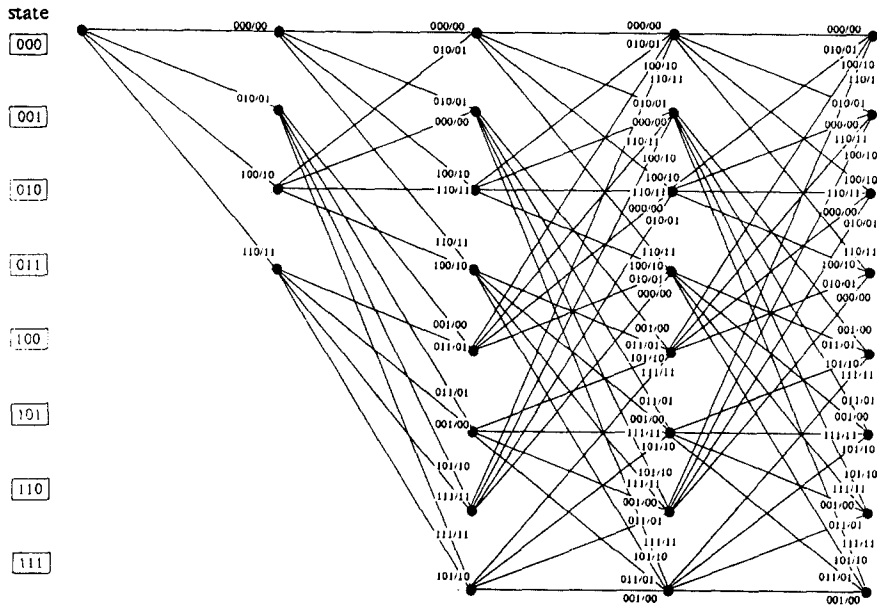


그림 4.  $r=2/3$ ,  $\mu = 3$  그리고  $H=(011, 02, 04)$ 를 갖는 TCM의 격자상도  
Fig. 4. Trellis diagram for the TCM of  $r=2/3$ ,  $\mu = 3$  and  $H=(011, 02, 04)$ .

(exclusive OR)을  $e_a$  하면  $e_a$  {011, 111}인 경우에는 8개의 부호어와 이에  $e_a$ 가 더해진 수신 부호어

표 1.  $r=2/3, \mu=3$  그리고  $H=(011, 02, 04)$ 를 가지는 TCM에 대한 오류경로 수  $A(d, t; h)$  ( $d, t; h$ )

Table 1. Number of error path  $A(d, t; h)$  for the TCM of  $r=2/3, \mu=3$  and  $H=(011, 02, 04)$ .

t	h	A(d, t; h)					
		d=4, 586	5, 172	5, 758	6, 0	6, 344	6, 586
1	1				1		2.5
	2				1		2.5
	3	0.5	1	1.875		3.5	1.5
2	1	1.5	2.75	5.75		10.9375	2.0
	2						
	3		1.75	2.75		6.4375	1
3	1						
	2						
	3	0.5		2.0		2.5	2.4375
4	1						
	2			0.625		2.4375	
	3		0.25			1.9375	
5	1						
	2						
	3			0.125			
6	1					0.0625	
	2						
	3					0.0625	

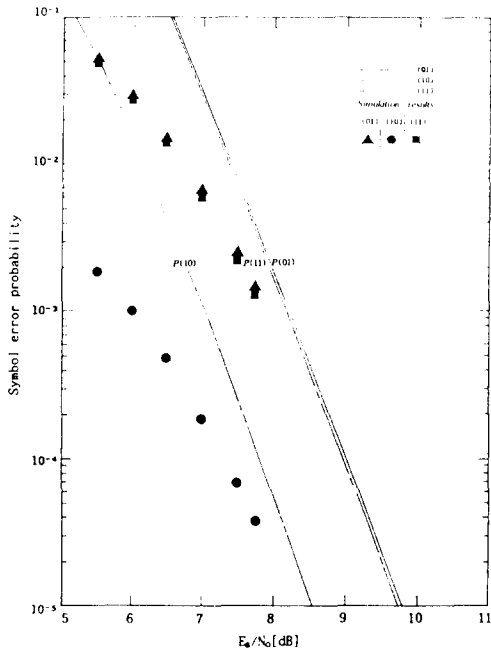


그림 5.  $r=2/3, \mu=3$  그리고  $H=(011, 02, 04)$ 인 TCM의 부등 심볼오율특성

Fig. 5. Unequal symbol error probability for the TCM of  $r=2/3, \mu=3$  and  $H=(011, 02, 04)$ .

사이의 유클리디언 거리는 두 종류로 각각 4개씩 있다. 따라서  $e_a$  {001, 111}인 trellis 상의 단일 오류까지는 두 종류의 유클리디언 거리를 가지며 각각의 가중치를 1/2로 하여 유클리디언 거리 분포를 구하게 된다.<sup>[6,7]</sup> 따라서 표 1에서와 같이 TCM의  $A(d, t; h)$ 는 소수값을 갖게된다. 표 1과 식 (6)을 사용하여 심볼오율을 구해보면 그림 5와 같이 서로 다른 부등 심볼오율특성을 볼 수 있다.

2. RS/Trellis 연접 부호변조 시스템을 위한 TCM의 심볼오율

그림 6은 RS/Trellis 연접 부호변조 시스템의 블록선도이다. RS부호가 외부호(outer code) 그리고 TCM이 내부호(inner code)이다. Viterbi 복호과정에서 생기는 오류는 주로 연접오류이다. 한개의 RS 부호어내에 오류 정정능력 이상의 오류심볼이 발생하면 정정이 불가능하므로 인터리버를 사용하여 RS부호기에 산발적인 심볼오류가 입력되도록 한다. 부호율  $k/n$ 인 trellis 부호기는 형태에 따라 feedforward 부호기와 feedback 부호기로 구분할 수 있다. feedforward 부호기는 다시 직렬형과 병렬형으로 구분된다. 병렬형에서는  $k$ 개의 쉬프트레지스터 중 가장 긴 길이를 기억차수(memory order)  $m$ 이라 하여  $(n, k, m)$  trellis 부호를 정의한다.<sup>[15]</sup> 그리고 직렬형에서는 쉬프트레지스터의 길이를  $L$ 이라할 때 이를 구속장으로 하여 부호율  $k/n$ , 구속장  $L$ 인 trellis 부호기를 정의한다.<sup>[16]</sup> 본 논문에서는 feedback 부호기를 사용하고 기억소자수를  $\mu$ 라 할 때 이를 구속장으로 하여 부호율  $k/n$ , 구속장  $\mu$ 인 trellis 부호기를 정의한다.

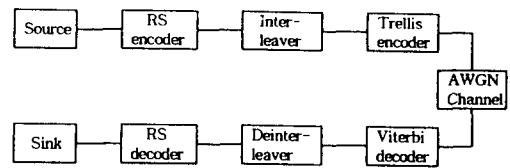


그림 6. RS/Trellis 연접 부호변조 시스템의 블록선도  
Fig. 6. The block diagram of RS/Trellis concatenated coded-modulation system.

$GF(2^b)$ 상의  $(N, K)$  RS 부호를 외부호로 사용하는 RS/Trellis 연접 부호변조 시스템의 비트오율은

$$P_b \leq \frac{2^{b-1}}{2^b - 1} \sum_{i=1}^N \frac{i+1}{N} \binom{N}{i} P_{sb}^i (1 - P_{sb})^{N-i} \quad (7)$$

이다. <sup>[14]</sup> 여기서  $t$  는 RS 부호의 오류정정 능력,  $N$  은 RS 부호의 부호어 길이,  $P_{sb}$  는 TCM의 복호기 출력에서의  $b$  비트 심볼오율이다.  $t$  와  $N$  은 RS 부호의 구조에 의해서 결정되므로, TCM의 심볼오율이 사실상 연결부호의 성능척도가 된다. 따라서 TCM의 심볼오율은 정확하게 구하여야 할 것이다.

[10,11] 에서 구한 길쌈부호나 TCM의  $b$ 비트 심볼오율의 상한식  $SER_b$  는 다음과 같이 표현된다.

$$SER_b \leq \sum_{d=d_{free}}^{\infty} \sum_{l=m_{min}+1}^{\infty} (l - E^* m_{min} + b/k - 1) A(d,l) P_d \quad (8)$$

여기서  $A(d,l)$ 는 제공된 유클리디언 거리가  $d$  이며 벡터 길이  $l$  인 오류경로수, 심볼오율의 상한식  $P_d$ 는 제공된 유클리디언 거리  $d$  인 오류경로의 발생 확률이다. 그리고  $E^*$  는 feedforward 부호기일 경우는 1이며, feedback 부호기일 경우는 0 이다.  $m_{min}$ 은 오류경로가 발생되기 위하여 맨 마지막에 입력되어야 할 최소한의  $k$  비트 "0" 심볼 개수를 의미하는데, feedforward 부호기의 병렬형에서는 쉬프트레지스터의 최소길이에 해당하고, 직렬형에서는  $m_{min} = \lfloor (L-k)/\mu \rfloor$  정의된다. 여기서  $\lfloor \cdot \rfloor$ 보다 적은 가장 큰 정수를 나타낸다. 그리고 feedback 부호기에서는  $m_{min} = 0$  이 된다.

식 (8)은  $b$  가  $k$  의 정수배인 경우에만 가능하다. 그림 7에  $r=2/3, \mu=2$  인 부호에서  $l=10$ 인 오류경로에 대한 4 비트 오류심볼 계산의 예를 보였다. 예에서 알 수 있듯이 "0" 심볼도 오류심볼로 계산되므로 식 (8)의 상한식은 보다 더 개선될 여지가 있다.

부등 심볼오율식 (6)을 오류심볼 형태  $h$ 에 대하여 합하면  $k$  비트 심볼오율이 되며

$$P_{sb} = \sum_{h=1}^{2^k-1} P(h) \quad (9)$$

과 같이 주어진다. 식 (9)를 확장하여 [9]의 방식을 TCM에 적용하면, 기존의 것보다 더 정확한 trellis 부호의  $b$  비트( $k$ 의 정수배) 심볼오율 상한식을 구할 수 있다.  $b = ck$ ( $c$ 는 상수)인  $b$  비트 심볼오율을 해석하기 위하여 부호율  $k/n$  trellis 부호 격자상도의 연이은  $c$ 개 가지를 병합하여 가지당  $b$  비트로 구성된 초 격자상도(super trellis diagram)를 구성한다. <sup>[9]</sup> 초격자상도의 오류경로수  $A(d,t:h)$ 를  $A_b(d,t:h)$ 라 두자.  $A_b(d,t:h)$ 를 구하고 식 (10)으로부터  $b$  비트 심볼오율을 구한다.

$$P_{sb} = \sum_{h=1}^{2^k-1} P(h) \leq \sum_{h=1}^{2^k-1} \sum_{d=d_{free}}^{\infty} \sum_{t=1}^{\infty} t \cdot A_b(d,t:h) P_d \quad (10)$$

식 (10)을 식 (7)에 대입하면 연결 부호변조 시스템의 비트오율이 된다.

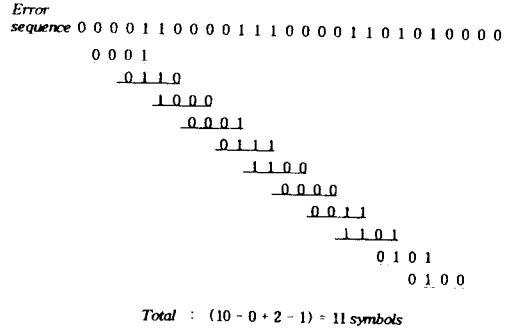


그림 7.  $r=2/3, \mu=2$  그리고  $H=(05, 02)$ 인 TCM의 4비트 오류심볼 계산 예

Fig. 7. 4-bit error symbol count example for  $r=2/3, \mu=2$  and  $H=(05, 02)$ .

#### IV. 심볼오율식의 비교, 시뮬레이션 및 고찰

##### 1. 심볼오율식의 비교

본 절에서는 본 논문에서 구한 상한식을 기존의 상한식과 비교한다. 식 (8)과 식 (10)을 비교해 볼 때 차이점은

$$\sum_{l=m_{min}+1}^{\infty} (l - E^* m_{min} + b/k - 1) A(d,l) \quad (11)$$

과

$$\sum_{h=1}^{2^k-1} \sum_{t=1}^{\infty} t \cdot A_b(d,t:h) \quad (12)$$

이며, 이들은 각 식에서 해당 제공된 유클리디언 거리  $d$  인 오류경로에서 발생한 전체 심볼오류 수이다. 부호율  $r = 2/3, \mu = 2, 4$  및  $6$  을 가지는 feedback부호기에 대하여 두 상한식을 비교한다.

각 부호에 대한 식 (11)과 식 (12)의 값을 구하는 전산 프로그램을 개발하여 계산한 결과를 표 2에 나타내었다. 표 2의 값은 식(11)과 식(12)의 값을  $d$ 에 대하여 합한 값이다. 표에서 보듯이 기존의 방식보다 본 논문의 방식에 의한 결과가 더 정확함을 알 수 있다.

본 논문의 수식이 보다 더 정확해 질 수 있는 이유는 기존의 상한식은 오류경로상에서 발생하는 영 심볼을 전체 심볼 오류수에 포함시키지만 본 논문의 상한식은 이들을 효과적으로 없앨 수 있으므로 더 정확하게 된다.

표 2. TCM의 오류심볼 수의 비교

상한식 a : 본 논문의 상한식  
 상한식 b : Perez 또는 Costello의 상한식

Table 2. Comparison of symbol error count between TCM.

bound a : this paper's upper bound  
 bound b : upper bound of Perez or Costello.

(a)  $r=2/3, \mu=2, H=(05, 02)$

symbol size	Bound	4,000	4,586	5,172	5,758	6,344	6,930
2 bit	a	1	8	24	56	128	288
	b	1	12	36	96	240	576
4 bit	a	2	16	36	88	204	464
	b	2	16	44	112	272	640
6 bit	a	3	20	48	116	268	604
	b	3	20	52	128	304	704
8 bit	a	4	24	60	136	312	704
	b	4	24	60	144	336	768

(b)  $r=2/3, \mu=3, H=(011, 02, 04)$

symbol size	Bound	4,586	5,172	5,758	6,000	6,344	6,586
2 bit	a	5.0	11.0	28.0	2.0	64.0	12.5
	b	7.5	21.5	57.0	2.0	142.0	19.0
4 bit	a	8.5	19.0	47.5	3.0	109.0	20.5
	b	9.5	25.5	65.0	3.0	158.0	23.5
6 bit	a	11.5	25.5	61.0	4.0	140.5	27.5
	b	11.5	29.5	73.0	4.0	174.0	28.0
8 bit	a	13.5	32.3	73.5	5.0	167.5	32.5
	b	13.5	33.5	81.0	5.0	190.0	32.5

(c)  $r=2/3, \mu=4, H=(023, 04, 016)$

symbol size	Bound	5,172	5,758	6,000	6,344	6,586	6,93
2 bit	a	7.5	14.9	3.0	26.5	12.0	78.2
	b	14.0	33.1	3.0	58.6	46.0	198.2
4 bit	a	13.5	26.9	4.0	46.5	19.0	138.8
	b	16.3	37.4	4.0	64.7	20.0	215.8
6 bit	a	17.5	35.1	5.0	61.4	24.0	182.2
	b	18.5	42.4	5.0	70.8	24.0	233.5
8 bit	a	20.2	42.5	6.0	72.6	28.0	217.9
	b	20.7	47.0	6.0	76.8	28.0	251.0

(d)  $r=2/3, \mu=5, H=(045, 016, 034)$

symbol size	Bound	5,758	6,000	6,344	6,930	7,172	7,516
2 bit	a	15.0	2.0	16.3	13.6	11.5	104.2
	b	29.0	2.0	37.6	49.3	19.8	253.8
4 bit	a	25.8	3.0	28.1	23.6	19.8	179.5
	b	33.0	3.0	41.6	53.3	22.8	273.8
6 bit	a	33.5	4.0	37.9	32.4	25.5	233.8
	b	37.0	4.0	45.6	57.3	25.8	293.8
8 bit	a	39.0	5.0	45.6	40.6	28.8	278.0
	b	41.0	5.0	49.6	61.3	28.8	313.8

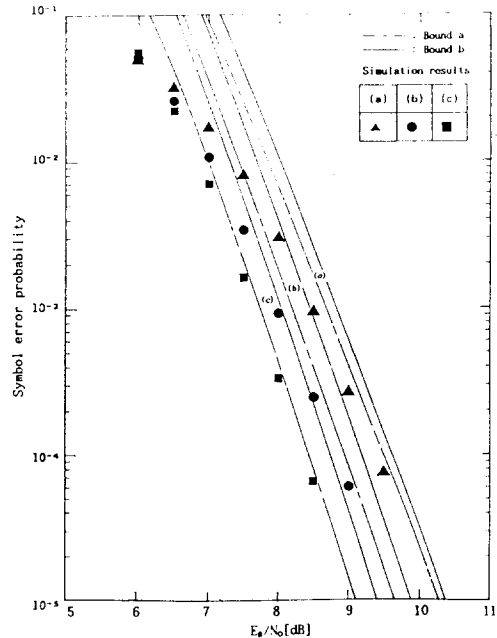
(e)  $r=2/3, \mu=6, H=(0103, 030, 066)$

symbol size	Bound	6,344	7,172	7,516	8,000	8,344	8,688
2 bit	a	20.2	38.5	77.4	10.0	188.1	387.0
	b	54.4	80.5	217.6	15.5	472.1	1207.6
4 bit	a	35.4	65.0	130.6	17.0	300.1	683.9
	b	59.7	90.5	232.2	18.5	510.7	1272.3
6 bit	a	46.1	85.0	178.3	21.5	435.3	927.3
	b	64.9	100.5	246.7	21.5	549.3	1336.9
8 bit	a	58.9	100.5	211.4	24.5	513.3	1099.6
	b	70.2	110.5	281.2	24.5	587.8	1401.5

2. 시뮬레이션 및 고찰

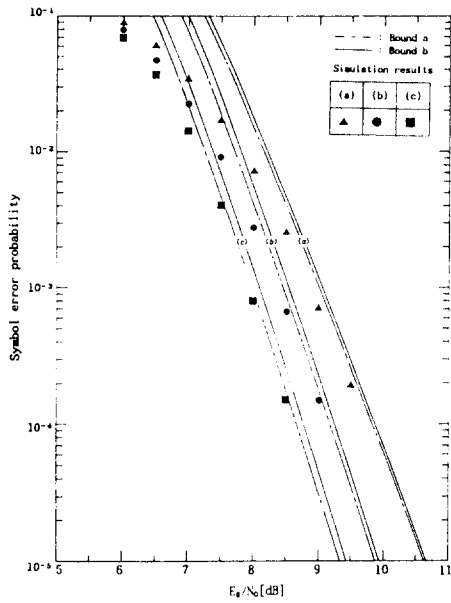
그림 8은  $c=b/k=1$ , 부호율  $2/3, \mu=2, 4$  및  $6$ 인 TCM에 대한 이론적 심볼오율과 컴퓨터 시뮬레이션 결과이고, 그림 9는  $c=4, r=2/3, \mu=2$ 와  $c=3, r=2/3, \mu=4$  및  $6$ 의 부호에 대한 이론적 심볼오율과 컴퓨터 시뮬레이션 결과를 나타내었다. 예를들어 부호율  $r=2/3, \mu=4, c=3$ 인 경우  $E_s/N_0=8$  [dB] 에서 기존 상한식과 본 논문의 상한식에 의한 심볼 오율은 각각  $1.5 \times 10^{-3}$  과  $9.0 \times 10^{-4}$ 이므로, 본 논문의 상한식이 보다 더 정확함을 알 수 있다. 시뮬레이션 결과는 이론값과 부합하는 추세이다.

그림 10과 11은 식 (7)에 식 (8)또는 식 (10)을 대입하여 구한 RS/Trellis 연결 부호변조 시스템의 이론적 비트 오율 성능과 시뮬레이션 결과를 나타낸다. (63, 47) RS 부호와  $r=2/3, \mu=6, H=(0103, 030, 066)$ 인 trellis 부호를 사용한 연결 부호변조 시스템의 경우  $E_b/N_0=4.75$  [dB] 에서 본 논문의 심볼오율 상한식을 대입한 것에 비하여  $3.4 \times 10^{-3}$ 에서  $7.5 \times 10^{-4}$ 으로 감소하였다. 따라서 그림 9에 보인 심볼오율 상한식의 격차가 연결 부호변조 시스템의 비트오율에서 그대로 반영됨을 알 수 있다.



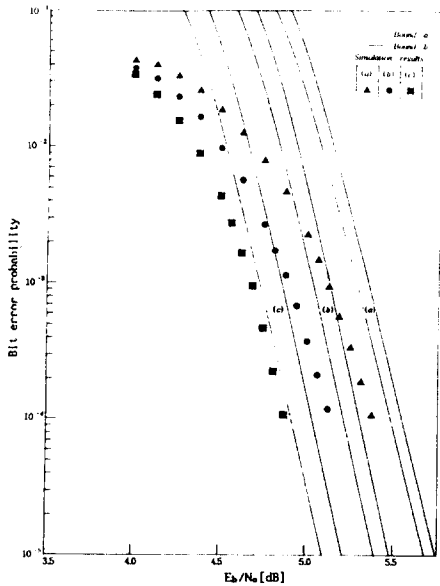
(a)  $r=2/3, \mu=2, H=(05, 02), c=1$   
 (b)  $r=2/3, \mu=4, H=(023, 04, 016), c=1$   
 (c)  $r=2/3, \mu=6$  and  $H=(0103, 030, 066), c=1$

그림 8. TCM의 심볼오율과 시뮬레이션 결과  
 Fig. 8. The symbol error probability of TCM and simulation results.



- (a)  $r=2/3, \mu=2, H=(05, 02), c=4$
- (b)  $r=2/3, \mu=4$  and  $H=(02, 05), c=3$
- (c)  $r=2/3, \mu=6, H=(0103, 030, 066), c=3$

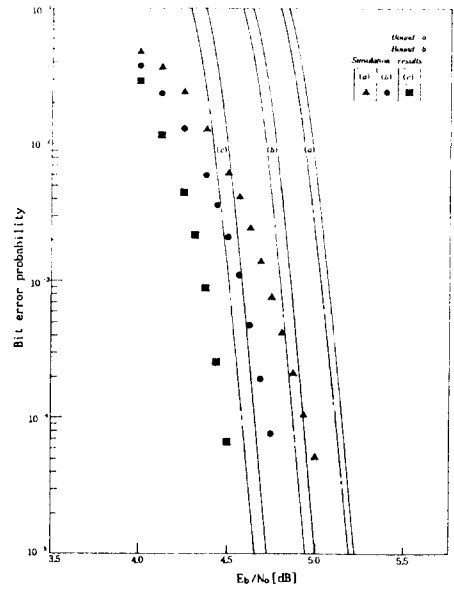
그림 9. TCM의 심볼오율과 시뮬레이션 결과  
 Fig. 9. The symbol error probability of TCM and simulation results.



- (a) (15, 11)RS + TCM of  $r=2/3, \mu=2, H=(05, 02), c=2$
- (b) (15, 11)RS + TCM of  $r=2/3, \mu=4, H=(023, 04, 016), c=2$
- (c) (15, 11)RS + TCM of  $r=2/3, \mu=6, H=(0103, 030, 066), c=2$

그림 10. RS/Trellis 연접 부호변조 시스템의 비트오율과 시뮬레이션 결과

Fig. 10. The bit error probability of RS/Trellis concatenated coded-modulation systems and simulation results.



- (a) (63, 47)RS + TCM of  $r=2/3, \mu=2, H=(05, 02), c=3$
- (b) (63, 47)RS + TCM of  $r=2/3, \mu=4, H=(023, 04, 016), c=3$
- (c) (63, 47)RS + TCM of  $r=2/3, \mu=6, H=(0103, 030, 066), c=3$

그림 11. RS/Trellis 연접 부호변조 시스템의 비트오율과 시뮬레이션 결과

Fig. 11. The bit error probability of RS/Trellis concatenated coded-modulation systems and simulation results.

시뮬레이션에서는  $N \times \lambda$  블럭인터리버를 사용하였다. b비트 심볼을 단위로 하여 인터리빙시에는 N 개의 심볼씩 가로로 입력하고  $\lambda$  심볼씩 세로로 읽어 출력시킨다. 디인터리빙은 인터리빙의 역과정을 수행한다.  $\lambda$  를 크게하면 성능은 좋아지나 지연시간이 길어지므로 적절한 trade off가 필요하다. 시뮬레이션에서는  $\lambda$  를 4로 하여 성능을 고찰하였고, 그 결과는 이론치와 잘 부합하는 추세이다.



## V. 결론

본 논문에서는 TCM의 부등심볼 오율특성을 체계적으로 밝히고 이를 RS/Trellis 연결 부호변조 시스템의 비트오율 해석에 적용하였다.

TCM의 부등 심볼오율 상한식을 유도하고 이를 이용한 계산과 시뮬레이션으로 조사해본 결과 오류 심볼 형태별로 서로 다른 오율을 나타냄을 확인하였다. 예로써 부호율  $r=2/3$ ,  $\mu=3$ ,  $H=(011,02,04)$ ,  $c=1$  인 부호의 심볼별 상한식에서  $E_b/N_0 = 8$  [dB] 일 때 (01) 심볼의 오율은  $1.8 \times 10^{-3}$  심볼의 오율은  $5.5 \times 10^{-4}$  그리고 (11) 심볼의 오율은  $1.6 \times 10^{-3}$ 으로 서로 다르게 나타남을 확인할 수 있었다.

RS부호와 연결된 TCM의 심볼오율의 상한식을 부등 심볼오율 특성을 적용한 방식과 기존의 방식으로 각각 구하여 보았다. 그 결과 본 논문의 방식으로 구한 상한식이 더 정확하였다. 예로써 부호율  $r=2/3$ ,  $\mu=6$ ,  $H=(0103,030,066)$ ,  $c=1$  인 trellis 부호변조에서  $E_b/N_0 = 8$  [dB] 일때 본 논문의 심볼오율 상한식이 기존의 심볼오율 상한식에 대하여  $1.1 \times 10^{-3}$ 에서  $4.2 \times 10^{-4}$ 으로 감소하였다.

본 논문의 방식과 기존의 방식으로 구한 TCM의 심볼오율 상한식 각각을 RS/Trellis 연결 부호변조 시스템의 비트오율 해석에 적용해 보았다. 그 결과 본 논문의 방식으로 구한 비트오율 상한식이 더 정확하게 나타났다. 예로써 (63, 47) R S 부호와  $r=2/3$ ,  $\mu=6$ ,  $H=(0103,030,066)$ ,  $c=2$ 인 TCM을 사용한 연결 부호변조 시스템에서  $E_b/N_0 = 4.75$  [dB] 일 때 본 논문의 방식으로 구한 비트오율이 기존의 방식으로 구한 것에 대하여  $3.4 \times 10^{-3}$ 에서  $7.5 \times 10^{-4}$ 으로 감소하였다.

## 參考文獻

- [1] G. Ungerboeck, "Channel Coding with Multiple/Phase Signals," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. IT-28, Jan. 1982.
- [2] D. Divsalar and M.K. Simon, "The Design of Trellis Coded Modulation for MPSK for Fading Channels : Performance Criteria," *IEEE Trans. Commun.*, vol. COM-36, pp. 1004-1012, Sept. 1988.
- [3] D. Divsalar and M.K. Simon, "The Design of Trellis Coded Modulation for MPSK for Fading Channels : Set Partitioning for Optimum Code Design," *IEEE Trans. Commun.*, vol. COM-36, pp.1013-1021, Sept. 1988.
- [4] A.J. Viterbi, "Error Bounds for Convolutional Codes and Asymptotically Optimum Decoding Algorithms," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. IT-13, pp. 260-269, April 1967.
- [5] J.A. Heller and I.M. Jacobs, "Viterbi Decoding for Satellite and Space Communication," *IEEE Trans. Commun. Tech.*, vol. COM-19, pp. 835-848, Oct. 1971.
- [6] E. Zehavi and J.K. Wolf, "On the Performance Evaluation of Trellis Codes," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. IT-33, no. 2, March, 1987.
- [7] M. Rouanne and D.J. Costello, "An algorithm for Computing the Distance Spectrum of Trellis Codes," *IEEE Journal SAC*, vol. 7, no. 6, pp. 929-940, August 1989.
- [8] R.E. Blahut, *Theory and Practice of Error Control Codes*, Addison-Wesley, Massachusetts, 1983.
- [9] 이상근, 문상재, "Reed-Solomon/길쌈 연결부호의 비트오율 해석," 대한전자공학회 논문지, 제 30-A권 8호, pp.19-26, 1993년 8월
- [10] R.J. McEliece and I.M. Onyszchuk, "A Symbol Error Upper bound for Convolutional Codes," *Proceedings of the 27th Annual Allerton Conference on Communications, Control, and Computing*, Allerton House, Monticello, Illinois, pp. 334-335, Sept. 1989.
- [11] L.C. Perez and D.J. Costello, Jr., "An Upper Bound of the Symbol Error Rate of Convolutional and Trellis Codes," *Proceedings of the 1990 International Symposium of Information Theory and Its Applications*, Hawaii, U.S.A., pp. 27-30, Nov. 1990.
- [12] A.J. Viterbi, "Convolutional Codes and Their Performance in Communication System," *IEEE Trans. Commun. Tech.*, vol. COM-19, pp. 751-772, Oct.

772, Oct. 1971.

[13] 임종수, 이상곤, 문상재, "길쌘부호를 사용한 embedded DPCM 방식에 관한 연구," 대한 전자공학회 논문지, 제 28-a권 1호, pp. 1-7, 1991년 1월

[14] G. Clark, Jr. and J. Cain, *Error-Correction Coding for Digital Communications*, Plenum press, New York, chap. 8, 1981.

[15] S. Lin and D. J. Costello, Jr., *Error*

*Control Coding: Fundamentals and Applications*, Prentice Hall, New Jersey, 1983.

[16] D.G. Daut, J.W.M. Modestinae, and L.D. Wismer, "New Short Constraint Length Convolutional Code Constructions for Selected Rational Rates," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. IT-28, pp. 794-800, Sept. 1982.

---

著 者 紹 介

---



金 炯 洛(正會員)  
 1967年 3月 14日生. 1992年 2月  
 경북대학교 전자공학과(공학사).  
 1994年 2月 경북 대학교 대학원  
 전자공학과(공학석사). 1994年 3  
 月 ~ 현재 (주)금성사 영상미디어  
 연구소, 주관심 분야는 부호기술,  
 디지털 통신 시스템 등임.

李 相 坤(正會員) 第 30卷 A編 第 8號 參照  
 현재 창신전문대학 전자통신과  
 조교수

文 相 在(正會員) 第 26卷 第 3號 參照  
 현재 경북대학교 전자공학과 교수