
 論 文

大韓造船學會論文集
 第 31 卷 第 1 號 1994年 2月
 Transactions of the Society of
 Naval Architects of Korea
 Vol. 31, No. 1, February 1994

프로펠러 단독시험에 있어서 불확실성 해석

최군일*, 전호환*, 김재신*, 이정목**

Uncertainty Analysis for the Propeller Open Water Test

by

G.I. Choi*, H.H. Chun*, J.S. Kim* and C.M. Lee**

요 약

프로펠러 단독시험에 대한 불확실성 해석을 수행하였다. 계측 값 및 계측 값으로부터 얻어진 결과에 대한 오차 원인, 요소 오차, 추정 오차, 오차 전파 및 이들의 감도 등에 대해서 자세히 언급하였다. 현대선박해양연구소에서 수행한 프로펠러 단독시험 결과에 대한 오차 한계는 일반 시험 결과의 오차 한계 $\pm 2\%$ 보다 적은 $\pm 1\%$ 로 나타났다. 이러한 불확실성 해석 수행으로 주요 오차 원인들을 쉽게 파악할 수 있으며 아울러 시험 정도 향상에도 유용하게 쓰여짐을 알 수 있었다.

Abstract

Recently, an interest in the uncertainty analysis on measurement and prediction has been growing. An uncertainty analysis method is applied to the P.O.W test where error sources, estimated errors, their propagation route and their sensitivities to the uncertainty items are clearly illustrated. The uncertainty range for the results obtained from the HMRI Propeller Open Water test is within $\pm 1\%$ which is assumed to be lower than an usual measurement error range of $\pm 2\%$. It has been noticed that the uncertainty analysis can be used quite usefully for detecting dominant error sources and hence improving the experimental measurement accuracy.

기 호 설 명

- B : 고정오차한도
 D : 추진기 직경 혹은 전차 구동륜 직경

발 표 : 1993년도 대한조선학회 춘계연구발표회 (1993. 4. 17)
 접수일자 : 1993년 8월 26일, 재접수일자: 1993년 10월 18일
 *정회원, 현대중공업(주) 선박해양연구소
 *정회원, 포항공과대학

DRE: Data Reduction Equation

- J : 추진기 전진비
 K_T : 추력계수
 K_Q : 토크 계수
 n : 추진기 회전수 혹은 전차 구동륜 회전수
 P : 프로펠러 피치
 P_x : 반복 오차 한도
 Q : 토크
 RSS : Root Sum Square
 S_x : 정밀도
 T : 추력
 U : 불확실성 값
 V : 전차속도
 V_a : 추진기 전진 속도
 η_o : 추진기 단독 효율

1. 서론

실험실에서 계측한 어떤 물리량에 대한 불확실성 해석의 목적은 측정값에 대한 오차를 정량화 하여 실험에 대한 신뢰성을 높이는 데 있다. 선형 결정 및 선박의 운항성능을 추정하기 위해 수반되는 모형시험에 있어서 측정치의 신뢰도는 대단한 중요성을 가진다. 신뢰할 수 있는 시험 결과를 얻기 위해서는 모형시험 중 불가피하게 수반되는 각종 오차의 한계를 정확히 파악하고 정량화하여 어떤 객관적인 지표를 얻는 것이 바람직하다. 이 지표는 다른 수조에서 수행한 시험 결과들과 비교할 수 있으며 또한 시험 방법의 개량점 검토에도 사용되어 질 수 있다.

국제 예인 수조 협의회(ITTC)에서는 1987년에 개최된 제 18차 회의에서 평가 절차 분과 위원회(Panel on Validation Procedures)를 신규로 설정하여 실험 및 계산 결과 정도의 향상을 도모하기 위한 방법을 강구하라는 임무를 주었다. 3년 후 개최된 ITTC 제 19차 총회에서 이 분과 위원회 활동 보고[1]가 있었다. 이 보고서의 문헌 목록속에 1990년까지의 실험 및 계산 결과 불확실성 해석에 관련된 문헌이 거의 다 수록이 되어 좋은 참고 자료로 사용할 수 있게 되었다. 이 분야를 처음으로 공부하기 위한 사람들을 위해서는 Coleman 및 Steele[2]의 책이 좋은 참고서가 되리라 믿는다. 이 책에 사용되는 기초 통계 이론은 Young[3]의 저서를 추천하고 싶다.

ITTC 보고서[1]에는 모형선 시험에서의 오차 분석

방법이 요약되어 있고 응용 예로 모형선 저항 시험, 조종성 시험, 속도와 마력 시험에서의 불확실성 분석 방법을 수록하고 있다. 이 후에 일본에서 발표된 조선 분야에 관련된 불확실성 분석에 관한 문헌으로는 저항 시험에 관련된 것으로는 Mori[4]와 Himeno et al[5] 그 외로 자항 시험에 관련된 것으로는 Nishio et al[6][7]이 있다. 또 Sakagi 및 Nagano[8]는 일반적인 계측의 불확실성에 관한 강좌를 3회에 걸쳐 일본의 "터보기계" 학술지에 발표하였다. 미국에서 발간된 보고서로는 실선 시험에서의 계측 불확실성에 관한 보고[9]와 모형선 저항과 자항 시험에서의 계측 불확실성에 관한 보고[10]가 있다.

선박의 모형시험을 수행하는 중요한 목적 중 하나는 모형 시험 결과로부터 실선의 성능 추정이기 때문에 실선 성능 추정에 대한 불확실성 해석이 최종 목표이기는 하나 이에 대한 해석은 간단하지가 않을 것으로 생각된다. 왜냐하면 실선 성능 추정(예로서 속도)은 저항시험, 프로펠러 단독시험 및 자항시험 등의 3가지 독립적인 시험을 통해서 어떤 실선 성능 추정법에 따라 수행하기 때문에 3가지 각각의 시험에 부수되는 여러 오차들이 여러 경로를 통해서 최종 까지 전파되며 또 이들의 오차들은 서로 영향을 주고 받는 상관관계가 있는 것들도 있다. 이러한 오차의 전달 경로 및 상관관계를 규명하는 것은 쉬운 일이 아니며 우선적으로 저항시험, 프로펠러 단독시험 및 자항시험 등의 각각에 대해서 불확실성 해석법을 확립하는 것이 그러한 목적의 첫번째 단계라고 본다. 저항시험, 프로펠러 단

독시험 및 자항시험 각각에 대한 불확실성 해석을 수행하여 오차 한계를 파악한 후에 실선 성능 추정에 대한 불확실성 해석을 수행하는 것이 시간을 절감할 수 있는 하나의 방법이라고 본다.

본 연구는 먼저 86K 재화중량을 가지는 원유 운반선의 모형 프로펠러(HP227)의 단독 시험으로부터 계측 및 결과에 대한 불확실성 해석을 수행한 결과이다. 불확실성 해석의 방법에 대해서 지금까지 언급한 여러 참고문헌에 근거하여 간략하게 언급하였다.

2. 불확실성해석(Uncertainty Analysis) 방법

2.1 오차의 정의와 종류

계측에서의 오차의 정의는 측정값에서 참값을 뺀 차로 되고 이의 오차를 총 오차 δ_k 라 부르고 Fig.1에서 보여주듯이 일정하게 한쪽으로 기울어져서 고정적으로 나타나는 고정오차(bias or fixed error) β 와 계측시 인위적으로 통제될 수 없는 반복오차(precision error, random or repeatability error, 우연오차) ϵ_k 로 나누어진다.

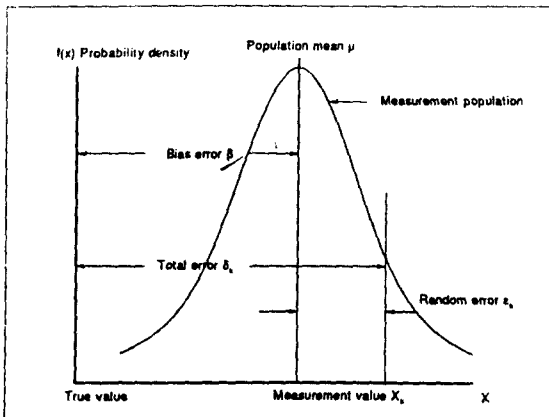


Fig. 1 Definition of errors

2.2 측정치에 대한 불확실성 값 U 추정

불확실성 해석은 시험에 의해 측정된 값 혹은 이 측정된 값들로부터 구해지는 어떤 물리적인 양에 포함된 고정오차 β 와 반복오차 ϵ_k 를 추정하여 보편화 및 정량화 하는 것이다. 고정오차 β 에 대해서는 β 의 상한값에 대한 추정값으로 고정오차한도 B (Bias Limit)를 사용해서 나타낸다. 표준편차 σ 는 반복오차

ϵ_k 의 확률 분포를 표시하는 하나의 지표이지만 불확실성 해석에서는 유한개의 계측치에 대한 표준편차 혹은 정밀도 S(Precision Index, 일반적으로 실험 표준편차라 부름)로 나타낸다.

$$S_x = \left[\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2 \right]^{1/2} \quad (1)$$

여기서 \bar{X} : N 개에 대한 측정치의 평균 값
 X_i : 평균 값 \bar{X} 를 얻기 위해 택한 N개의 측정치

$v = N-1$ 로서 식(1)에 대한 자유도를 나타낸다. N의 값이 크면 클수록(자유도가 크면 클수록) 확률적으로 보다 정확한 S_x 를 구할 수 있다.

수조시험의 경우 어떤 시간 동안 측정된 평균 값을 데이터로 취하기 때문에(예로서 추력 및 토크는 유한시간 동안 얻어진 데이터의 평균 값으로 취한다) 이러한 경우에는 측정치의 정밀도는 아래의 공식으로 향상되어진 결과로 된다.

$$S_{\bar{x}} = \frac{S_x}{\sqrt{N}} \quad (2)$$

반복오차의 한도는 식(1) 혹은 (2)로 주어진 실험 표준 편차를 구하여 어떤 신뢰도(confidence level) 범위내에서(실험의 경우 보통 95% 신뢰도로 구함) 아래의 식으로 구하는 것이 일반적이다.

$$P_x = t S_x \quad (3)$$

$$\text{혹은 } P_{\bar{x}} = t S_{\bar{x}} = t S_x / \sqrt{N} \quad (4)$$

여기서 t는 어떤 통계적인 의미를 가지는 수치값으로서 보통 student t 값이라고 불리며 신뢰도(c)와 자유도(v)의 함수로서 Table 6에 의해서 구해진다. t의 값은 자유도(데이터 취득 수)가 증가하면 2에 수렴한다.

일반적으로 불확실성 값 추정법에는 2가지가 있는데 하나는 자승의 평방근법(Root Sum Square, 이후 RSS라 사용)으로서 다음과 같다.

$$U_{x-RSS} = (B^2 + P_x^2)^{1/2} \quad (5)$$

$$\text{혹은 } U_{\bar{x}-RSS} = (B^2 + P_{\bar{x}}^2)^{1/2} \quad (6)$$

B 와 P_X 혹은 $P_{\bar{X}}$ 가 95%의 신뢰도를 가지고 있으면 U_{RSS} 또한 95%의 신뢰도를 가지게 된다. 다른 하나는 가산법(ADD)으로서

$$U_{X:ADD} = B + P_X \tag{7}$$

혹은 $U_{\bar{X}:ADD} = B + P_{\bar{X}}$ (8)

로 주어진다. B와 P가 95%의 신뢰도를 가지면서 B 혹은 P 중 어느 하나가 다른 것에 비해 아주 미소하지 않을 경우 U_{ADD} 는 99%의 신뢰도를 갖는다. 하지만 B 혹은 P중 하나가 다른 것에 비해 아주 미소한 값인 경우에는 95%의 신뢰도를 갖게 된다.

2.3 불확실성값들의 전파(Propagation of Uncertainties)

일반적인 경우로 J개의 실험계측 값 ($X_i : i=1, 2, \dots, J$. 예로서 X_1 =온도, X_2 =속도 등)으로부터 어떤 하나의 물리적인 값 r을 얻을려고 한다면 r 는 X_i 의 함수로서

$$r = r(X_1, X_2, \dots, X_J) \tag{9}$$

로 쓸 수 있다. 이식은 DRE (Data Reduction Equation) 라고 부르며 X_i 에 있어서 미소한 오차는 Taylor 전개로 부터

$$r = (X_i + \epsilon_i) = r(X_i) + \epsilon_i \left(\frac{\partial r}{\partial X_i} \right) + \frac{(\epsilon_i)^2}{2!} \left(\frac{\partial^2 r}{\partial X_i^2} \right) + \dots \tag{10}$$

로 되고 근사적으로 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$r = (X_i + \epsilon_i) - r(X_i) \approx \epsilon_i \left(\frac{\partial r}{\partial X_i} \right) \tag{11}$$

따라서 전체 변수들에 대한 불확실성 값 계산은

$$U_r = \left[\left(\frac{\partial r}{\partial X_1} U_{x1} \right)^2 + \left(\frac{\partial r}{\partial X_2} U_{x2} \right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial r}{\partial X_J} U_{xj} \right)^2 \right]^{1/2} \tag{12}$$

로 되고 U_{x_i} 는 측정치 X_i 들에 대한 불확실성 값들이다. 위 식에는 r이 관심의 영역에서 연속이고 또한 적어도 1차 미분이 존재해야 되며 측정값 X_i 들은 서

로 독립적(상관관계가 없음)이어야 된다는 가정이 포함되어 있다. 편미분들은 절대 영향계수(absolute sensitivity coefficient) 혹은 영향계수(influence coefficient)라고 부르며

$$\theta_i = \frac{\partial r}{\partial X_i} \tag{13}$$

을 사용하면 식(12)는 아래로 간단히 쓸 수 있다.

$$U_r = \left[\sum_{i=1}^J \theta_i^2 U_{x_i}^2 \right]^{1/2} \tag{14}$$

측정치 X_i 들 간에 독립적이 아니고 서로 상관관계(correlation)가 있다고 한다면 식(14)는 아래로 된다.

$$U_r = \left[\sum_{i=1}^J \left[\theta_i^2 U_{x_i}^2 \sum_{k=1}^J \theta_k \theta_i \rho_{ik} U_{x_i} U_{x_k} (1 - \delta_{ik}) \right] \right]^{1/2} \tag{15}$$

여기서 Kronecker delta 함수는

$$\begin{aligned} \delta_{ik} &= 1 & i &= k \\ &= 0 & i &\neq k \end{aligned}$$

이고 X_i 와 X_k 사이의 상관계수(correlation coefficient) ρ_{ik} 는 1과 -1 사이의 값이며 서로 독립적일 때는 0의 값을 갖고 교환성이 있다(즉 $\rho_{ik} = \rho_{ki}$).

2.4 불확실성해석의 간단한 일례 (추력계수계산)

지금까지 언급한 불확실성 해석법의 이해를 돕기 위해 추력계수에 적용해서 추력계수 K_T 의 불확실성 값 U_{K_T} 를 구하는 과정을 설명하여 본다.

수조시험실에서 추진기 단독시험 동력계로 프로펠러의 추력(T)과 회전수(n)를 측정하여 추력계수 K_T 는

$$K_T = T / \rho n^2 D^4 \tag{16}$$

로 구해지며 이때 K_T 에 대한 DRE는 아래의 함수 형태로 된다.

$$r = r(T, \rho, n, D) \tag{17}$$

여기서 ρ 는 밀도, D 는 프로펠러의 직경이다. 한편 밀도를 결정하기 위해서는 부수적으로 물의 온도 (T_{em})을 측정하여야 한다. 식(9)와 (17)을 비교하면 변수가 4개인 DRE 임을 알 수 있고 이들 변수들 간에는 서로 독립적이다. 따라서 식(12)로부터

$$U_{K_T} = \left[\left(\frac{\partial K_T}{\partial T} U_T \right)^2 + \left(\frac{\partial K_T}{\partial \rho} U_\rho \right)^2 + \left(\frac{\partial K_T}{\partial n} U_n \right)^2 + \left(\frac{\partial K_T}{\partial D} U_D \right)^2 \right]^{1/2} \quad (18)$$

로 된다. 추력계수에 대한 불확실성 값 U_{K_T} 추정은 4가지 변수 즉, 추력, 밀도, 회전수 및 프로펠러 직경에 대한 불확실성 값 추정과 각각에 대한 영향계수들을 계산해야 가능함을 알 수 있다.

영향계수 추정

이 경우에는 식(16)으로부터 각 변수에 대해서 미분하여 해석적으로 아래와 같이 구할 수 있다.

$$\frac{\partial K_T}{\partial T} = \frac{1}{\rho n^2 D^4} = \frac{K_T}{T} \quad (19)$$

$$\frac{\partial K_T}{\partial \rho} = -\frac{K_T}{\rho} \quad (20)$$

$$\frac{\partial K_T}{\partial n} = -\frac{2K_T}{n} \quad (21)$$

$$\frac{\partial K_T}{\partial D} = -\frac{4K_T}{D} \quad (22)$$

각 변수들에 대한 불확실성 값 추정

우선 추력 값 T 에 대한 불확실성 값(U_T) 추정에 대해서 생각해 보자. 식(6)에 주어진 대로 T 에 대한 고정오차한도 B 와 우연오차 한도(정밀한도) $P_{\bar{X}}$ 를 우선적으로 추정해야 된다. 추력을 측정하기 위해서는 여러 계측 장비들(동력계, A-D 변환기 등등)을 사용한다. 따라서 측정된 추력 값의 오차에는 이러한 여러 계측 장비들의 오차들이 복합적으로 포함되어 있으며 이러한 오차들을 요소오차(elemental error)라고 한다. 일반적으로 요소오차들의 계산에는 RSS 법이 사용된다.

M 개의 중요한 요소오차들로부터 i 번째 변수에 대한 오차한도는 아래의 식으로 주어지고

$$B_{X_i} = \left[\left(B_{X_i} \right)_1^2 + \left(B_{X_i} \right)_2^2 + \dots + \left(B_{X_i} \right)_M^2 \right]^{1/2} \quad (23)$$

$$= \left[\sum_{K=1}^M \left(B_{X_i} \right)_M^2 \right]^{1/2}$$

정밀도 S_{X_i} 는 다음 식으로 주어진다.

$$S_{X_i} = \left[\left(S_{X_i} \right)_1^2 + \left(S_{X_i} \right)_2^2 + \dots + \left(S_{X_i} \right)_M^2 \right]^{1/2} \quad (24)$$

$$= \left[\sum_{K=1}^M \left(S_{X_i} \right)_M^2 \right]^{1/2}$$

정밀한도 P_X 혹은 $P_{\bar{X}}$ 는 식(3) 혹은 (4)로부터 구하며 t 에 대한 자유도는 시료의 수 (sample population)가 많은 경우 ($N > 30$) 2로 취한다. 시료의 수가 적을 경우 ($N < 30$)에는 자유도의 결정이 다소 복잡하며 아래에 설명해 두었다.

마찬가지로 다른 3가지 변수들(밀도, 회전수 및 프로펠러 직경)에 대해서 식(23)로부터 고정오차한도 B 를 모두 구하고 식(24)와 (3) 혹은 (4)로부터 정밀한도 P 를 구한 후 식(5) 혹은(6)으로부터 각 변수들에 대한 불확실성 값 U_{X_i} 혹은 $U_{\bar{X}_i}$ 를 구한다. 최종적으로 식(18)로부터 K_T 에 대한 불확실성 값 U_{K_T} 를 구하며 참 K_T 의 값은 아래의 범위안에 있게 된다.

$$K_T - U_{K_T} < K_{T,true} < K_T + U_{K_T} \quad (25)$$

시료의 수가 적을 경우 자유도(ν) 계산

시료의 수가 적을 경우($N < 30$) 식(24)로 주어진 정밀도 S_{X_1} 에 대한 자유도수는 다음의 Welch-Satterthwaite 공식[2]에 의해서 구한다.

$$\nu_{X_i} = \frac{\left[\sum_{k=1}^M \left(S_{X_i} \right)_k^2 \right]^2}{\sum_{k=1}^M \left[\left(S_{X_i} \right)_k^4 / \left(\nu_{X_i} \right)_k \right]} \quad (26)$$

$$\text{여기서 } \left(\nu_{X_i} \right)_K = \left(N_{X_i} \right)_K - 1$$

DRE에 있는 각 변수 $X_i (i=1, 2, \dots, N)$ 들에 대한 정밀도 S_{X_i} 와 자유도를 일단 구하면 최종적으로 구할려고 하는 물리량 r 에 대한 S_r 은 다음 식으로 주어진다.

$$S_r = \left[\left(\frac{\partial r}{\partial X_1} S_{X_1} \right)^2 + \left(\frac{\partial r}{\partial X_2} S_{X_2} \right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial r}{\partial X_j} S_{X_j} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (27)$$

이에 대한 자유도 (u_r)는 다시 아래의 Welch-Satterthwaite 공식으로 구한다.

$$J_r = \frac{\left[\sum_{i=1}^J (\theta_i S_{x_i})^2 \right]^2}{\sum_{i=1}^J \left[(\theta_i S_{x_i})^4 / v_i \right]} = \frac{S_r^4}{\sum_{i=1}^J \left[(\theta_i S_{x_i})^4 / v_i \right]} \quad (28)$$

2.5 요약(Summary)

앞 절에서 추진기 단독시험으로 구한 추력계수 K_T 에 대한 불확실성 값 추정에 대한 과정을 예로서 언급하였다. 이 과정을 일반적인 경우로 확대하여 Fig. 2에 흐름도를 통해서 이해할 수 있게 하였으며 요약하면 아래와 같다.

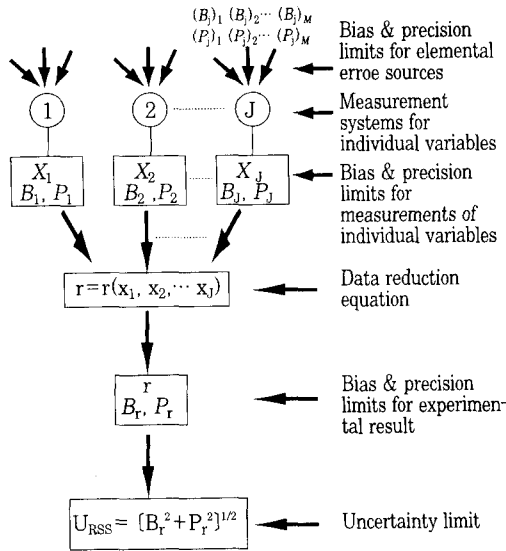


Fig.2 Schematic diagram for uncertainty analysis procedure

- i) 계측 대상들에 대해 오차원인이 되는 요소오차들을 열거하고
- ii) 이 요소오차들에 대한 고정오차한도와 정밀한도를 추정한 후
- iii) 각 계측 대상들에 대해서 RSS 법으로 고정오차한도와 정밀도를 각각 식(23)와 (24)에 의해 구한다
- iv) DRE를 각 계측 대상에 대해 미분함으로서 영향계수를 구하고
- v) 각 계측 대상에 대한 고정오차한도와 정밀한도를

영향계수와 곱해서
vi) 이들은 RSS 법으로 합해서 식(12)로부터 U 를 구한다.

단 시료의 수가 적은 ($N(30)$ 경우에는) 정밀도를 구할 때 자유도를 앞 절에서 언급한 Welch-Satterthwaite 공식에 의해 구한다.

3. 프로펠러 단독시험에 대한 불확실성 해석 순서

프로펠러의 특성을 나타내는 모든 계수들은 아래와 같다.

$$J = \frac{V}{nD} \quad (29)$$

$$K_T = \frac{T}{\rho n^2 D^4} \quad (30)$$

$$K_Q = \frac{Q}{\rho n^2 D^5} \quad (31)$$

$$\eta_o = \frac{J K_T}{2\pi K_Q} \quad (32)$$

- 여기서
- V : 프로펠러 전진속도
 - T : 추력
 - Q : 토크
 - n : 프로펠러 회전수
 - J : 전진계수
 - ρ : 물 밀도

따라서 프로펠러 단독시험에 있어서 불확실성 해석은 시험에 관련된 계측량 및 시험 결과의 해석에 쓰인 값들 전부를 대상으로 해야 된다. Table.1에 주어진 대로 프로펠러 단독시험에 있어서 불확실성 해석은 제 1단계로서 계측된 항목들(즉 추력, 토크 등등)에 대한 고정오차한도와 정밀도를 구하고 제 2단계로서는 계측된 양으로부터 최종 결과(여기서는 프로펠러 효율)를 얻기까지의 해석 과정에서 오차의 전파 및 새로이 발생하는 오차들에 대한 불확실성 해석 수행이다. 오차 원인의 누락을 될 수 있는 대로 적게하려는 것과 동시에 불확실성 해석의 방법을 간결하고 알기 쉽게 수행하기 위해서는 시험 작업의 순서에 따라서 수행하는 것이 좋다. Fig. 3에 모형시험의 준비에서 시험 결과의 해석에 이르기까지 프로펠러 단독시

독시험의 과정과 시험의 각 단계에서 해야될 불확실성 해석 단계를 나타내었다.

Table 1 Object of uncertainty analysis for p.o.w. test

Measurement	
D	Propeller Diameter
Tem	Temperature
T	Thrust
Q	Torque
n	Propeller Revolution
V	Carriage Speed
Analysis	
ρ	Density
ν	Kinematic Viscosity
V_a	Propeller Advance speed
K_T	Thrust Constant
K_Q	Torque Constant
J	Advance Constant
η_o	Propeller Open Efficiency

원유 운반선에 부착된 프로펠러 HP227을 축적비 33.727로 제작한 알루미늄 모델로서 주요 제원은 Fig. 2

Table 2 Principal Particulars of Model Propeller(HP227)

Propeller No.	HP227
Diameter (mm)	237.20
Hub Ratio	0.150
P/D at Blade Root	0.6649
P/D at 0.7R	0.7661
P/D at Blade Tip	0.6324
Expanded Area Ratio(EAR)	0.5647
No. of Blades, Z	4
Type of Section	NACA66

에 주었다.

4.1 모형 프로펠러 정도

프로펠러 직경에 대한 오차가 식(29)~(32)에서 보여주는 대로 여러 계수들에 영향을 미친다. 프로펠러 직경에 대한 오차는 $\pm 0.1\text{mm}$ 로 측정되었다.

4.2 계측기기의 정도에 관한 오차

프로펠러 단독시험으로 계측되는 속도, 추력, 토크 및 회전수는 Fig 4에 표시된 계측장비들의 순서대로 통과하여 얻어진다. 각각의 기기에는 모두 계측 정도의 한계가 있고 그것에 따라 계측 값에 오차가 발생한다. 대부분 메이커의 카타로그에 오차의 한계가 기재되어 있다. Table 3에 동력계, A-D 변환기 Low-Pass Filter 및 DC Amplifier에 대한 오차의 정확도가 기재되어 있다. 동력계의 transducer를 통해 입력된 시그날은 전차 및 주변 환경의 소음을 포함하고 있기 때문에 Low-Pass Filter를 통해 그러한 소음을 제거한 후(cut frequency는 10 Hz) A-D 변환기를 거쳐 PC에 입력된다. 따라서 각각의 계측 장비들로부터 발생한 오차들이 PC를 통해 출력한 최종 결과에 포함되어 있다. 추력 동력계의 상호간섭(mutual interference) 항은 static calibration device로 calibration 할 때 토크 하중을 주었을 때 본래는 '0'의 추력이 되어야 하나 약간의 추력이 발생하는 것을 말하며 $\pm 0.3\%$ F.S (Full Scale)로서 상당히 큰 항목이다. 그러나 뒤에서 언급되어 있듯이 P.O.W 시험에서 측정되는 추력은 프로펠러를 부착 후 측정된 추력과 부착하지 않은 상태 즉, boss 만 부착했을 때의 추력과의 차이이기 때문에 고정 오차에는 기여되지 않음을 알 수 있다.

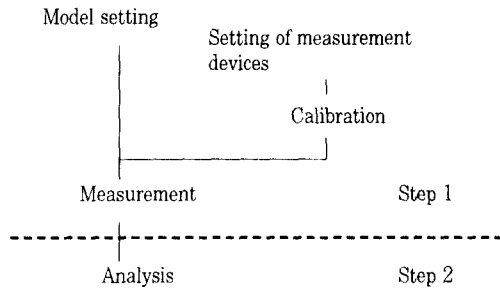


Fig. 3 General flow of test procedure

4. 계측 값의 불확실성 해석

앞 절에서 언급한 대로 프로펠러 단독 시험에서 불확실성 해석 1단계로서 계측된 값 자체에 대한 오차 추정을 실시한다. 계측된 값에 포함된 오차 요인 및 그의 크기를 명확하게 추정함으로써 계측의 신뢰성을 확보하고 동시에 시험 방법의 개선을 위한 지침 등을 얻을 수 있다. 또한 이 계측된 값의 오차가 해석 과정을 통하여 최종 결과까지 전달되므로 계측된 값에 대한 오차 추정이 가장 근본적인 것으로서 보다 신뢰성 있고 또한 정확해야 된다고 본다.

프로펠러 단독시험은 현대선박해양연구소 시험 수조(길이 210m, 폭 14m, 깊이 6m)에서 실적선 86K

Table 3 Bias limit for Measuring Equipments

P.O.W Test Error Sources	Errors	Remarks	Bias limit
Dynamometer(thrust)			
1.Linearity	1.00E-03/F.S	F.S.=200N	2.0E-01N
2.Hysteresis error	1.00E-03/F.S		2.0E-01N
3.O point drift	3.00E-04/F.S./C.	0.5 degree	3.0E-02N
4. Mutual interference	3.00E-03/F.S		6.0E-01N 6.64E-01N
Dynamometer(torque)			
1.Linearity	1.00E-03/F.S	F.S.=10N.m	1.00E-02N.m
2.Hysteresis error	1.00E-03/F.S		1.00E-02N.m
3.O point drift	3.00E-04/F.S./C.	0.5 degree	1.50E-03N.m
4. Idle torque	1.00E-03/F.S		1.00E-02N.m 1.74E-02N.m
A-D Converter			
1.Linearity	2.44E-04/F.S	10 volt	2.44E-03 volt
2.off set error	1.22E-04/F.s	10 volt	1.22E-03 volt
3.Digital error	2.44E-04volt/bit	1 volt	2.44E-04 volt 2.74E-03volt
DC Amplifier			
1.Linearity	1.00E-04/F.S		
2.O point drift	5.00E-04/F.S		5.10E-04/F.S
Low pass filter			
1. Linearity	5.00E-05/F.S	1.00E+00	5.00E-04/F.S

프로펠러 회전수를 일정하게 하고 예인전차의 속도를 연속적으로 바꾸어가면서 각 매개변수를 계측하는데 자칫하면 잘못된 시험 결과를 얻게 된다. 때문에 이를 방지하기 위하여 속력 변환 후 5초 정도 더 여유를 두고 있다가 계측을 실시하였으며 0에서부터 1.6m/s까지 0.1m/s의 간격으로 17개의 속도에서 계측하였다. 추력 및 토크 계측 데이터 수는 1초당 10개로 하여 총 100개의 순간 값들을 취득하였으며 정밀도에 student t 값(여기서는 95%의 신뢰도를 주는 값 t=2로 택하였음)을 곱하여 반복 오차로 보았다. Table 4에 V=1.0m/s에서 측정된 값들에 대한 고정 오차 한도와 반복 오차 한도들을 예로서 보여주고 있다.

속도에 대한 오차 추정

예인전차의 속도는 구동륜에 연결된 encoder의 photo coupler가 감지하는 광 pulse의 갯수로서 측정한다. 예인전차 구동륜이 1회전할 때 5,000개의 광 pulse가 발생하도록 되어있어 예인전차의 속도는 다음의 식에 의해 구해진다.

$$V = (n/5000)\pi \frac{D}{t} = \frac{\pi f D}{5000} \quad (33)$$

윗 식에 의하면 예인전차의 속도에 대한 오차 요인은 광 pulse 주파수, f(=n/t)와 구동륜의 직경 D임을 알 수 있다.

1) B_D : 구동륜 직경의 고정오차한도

$$D = 0.1592 \quad B_D = \pm 2.00E - 04m$$

2) B_f : 광 pulse 주파수의 고정오차한도

$$\begin{aligned} \text{time base error} &= 1.0E-06 \\ \text{gate time} &= 1.0 \text{ sec} \\ \text{trigger error} &= 1.05E-06 \\ \text{LSD(Least Significant Digit)} &= 1.0E-01 \text{ pulses/sec} \\ f(\text{nominal frequency, ie } V=1.0m/s) &= 5000 V/\pi D = 10000 \text{ pulses/sec} \end{aligned}$$

$$\text{resolution} = \pm \text{LSD} \pm \frac{\sqrt{2} \times f \times \text{trigger error}}{\text{gate time}}$$

$$= \pm 0.1 \pm \frac{\sqrt{2} \times 1.05E-06 \times 1.0E04}{1}$$

$$= 0.11485 \text{ pulses/sec}$$

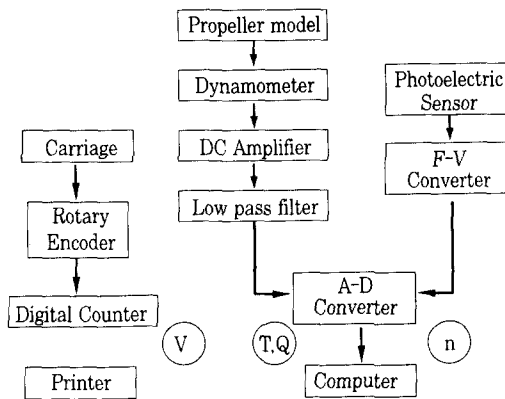


Fig. 4 Block diagram of measuring equipment for P.O.W test

4.3 계측 값에 대한 불확실성 값 추정

프로펠러 단독시험시에 예인전차로 구동하면서 계측하는 항목들은 예인전차 속도 V, 프로펠러 회전수 n, 추력 T 그리고 토크 Q이다. 또한 물의 온도 T_{em}과 프로펠러 직경 D도 계측한다. 프로펠러 단독시험은

Table 4 Uncertainty analysis for measurements of P.O.W test at V=1.0m/s

P.O.W Test Error Sources	Errors	Sensitivity	Error Components		Uncertainty
			Bias limit	Precision limit	
Temperature(21.6C) 1) Thermometer accuracy 2) Reading error	3.00E-03 F.S 2.00E-03 F.S	F.S=8.00E+01 F.S=8.00E+01	2.40E-01 C 2.40E-01 C	1.60E-01 C 1.60E-01 C	4.00E-01 C
Velocity(1.0m/s) 1) Rotary Encoder 2) Wheel diameter 3) F-C digitizing error	1.25E-01 pulse/s 2.00E-04 m 1.50E+01 pulse/s	1.00E-04 m/pulse 6.28E+00/sec 1.00E-0.4 m/pulse	1.25E-05 1.26E-03 1.26E-03 m/s	1.50E-03 1.50E-03 m/s	3.25E-03 m/s(0.33%)
Te(48.63N) 1) Dynamometer 2) A-D Converter 3) Amplifier 4) Lowpassfilter 5) Calibration 6) Measurement	4.86E+01 3.32E-03 F.S 2.74E-03 Volt 5.10E-04 Volt 5.00E-05 F.S 1.95E-04 Volt 6.02E-0.2 N	2.00E+02 N 2.30E+01 N/Volt 2.30E+01 N/Volt 4.86E+01 N 2.30E+01 N/Volt 1.00E+00	6.64E-01 6.29E-02 1.17E-02 2.43E-03 4.48E-03 6.67E-01 N	6.02E-02 6.02E-02 N	6.73E-01 N (1.38%)
T(40.12 N) 1) Total bias 2) Total random	4.01E+01 1.59E-02 N 9.76E-02 N	1.00E+00 1.00E+00	1.59E-02 1.59E-02 N	9.76E-02 9.76E-02 N	1.96E-01 N (0.48%)
Q(1.996 Nm) 1) Dynamometer 2) A-D Converter 3) Amplifier 4) Low pass filter 5) Calibration 6) Measurement	2.00E+00 1.74E-03 F.S 2.74E-03 Volt 5.10E-04 Volt 5.00E-05 F.S. 1.47E-04 Volt 1.15E-03 Nm	1.00E+01 Nm 1.73E+00 Nm/Volt 1.73E+00 Nm/Volt 2.00E+00 Nm 1.73E+00 Nm/Volt 1.00E+00	1.74E-02 4.75E-03 8.84E-04 9.98E-05 2.55E-04 1.81E-02 Nm	1.15E-03 1.51E-03 Nm	1.81E-02 Nm(0.91%)
Q(1.243 Nm) 1) Total bias 2) Total random	1.24E+00 3.48E-03 Nm 2.17E-03 Nm	1.00E+00 1.00E+00	3.48E-03 3.48E-03 Nm	2.17E-03 2.17E-03 Nm	5.56E-03 Nm(0.45%)
n(8.71 rps) 1) F-V Converter 2) A-D Converter 3) Measurement	8.71E+00 2.50E-04 F.S 1.37E-03 Volt 1.27E-03 rps	5.00E+01 rps 1.00E+01 rps/Volt 1.00E+00	1.25E-02 1.37E-02 1.85E-02 rps	1.27E-03 1.27E-03 rps	1.86E-02 rps(0.21%)

$$\begin{aligned}
 B_f(\text{accuracy}) &= \pm \text{resolution} \pm f \times \text{time base error} \\
 &= 0.12485 \text{ pulses/sec}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \left[\left(\frac{\pi f}{5000} \times 0.002 \right)^2 + \left(\frac{\pi D}{5000} \times 0.12485 \right)^2 \right]^{1/2} \\
 &= 1.257E - 03m / s
 \end{aligned}$$

속도의 고정오차한도는다음 식으로 된다.

$$B_v = \left[\left(\frac{\partial V}{\partial D} B_D \right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial f} B_f \right)^2 \right]^{1/2}$$

반복오차한도 P_r는 모형시험 수행 중 예인전차 내부의 digital counter에서 읽어 들이는 광 pulse 주파수의 시간에 따른 변화와 관계가 있다. HMRI의 시스템

은 예인전차 속도가 정상에 달하였을 때 digital counter의 5번째 자리 숫자가 점멸(flick)함이 관측되었다. 즉,

$$P_f = \pm 30 \text{ pulses/sec}$$

따라서,

$$P_v = \frac{\partial V}{\partial f} P_f = \frac{\pi D}{5000} \times 30 = \pm 0.003 \text{ m/s}$$

전차속도의 overall uncertainty는

$$U_V = [(B_V)^2 + (P_V)^2]^{1/2} = [(0.001257)^2 + (0.003)^2]^{1/2} \\ = \pm 3.25E-03 \text{ m/s } (\pm 0.325\%)$$

추력(T)에 대한 오차 추정

P.O.W 시험 동력계로 추력 및 토크를 측정할 때는 프로펠러를 부착하지 않은 상태(idle 상태, shaft에 boss 만 부착하여 공회전)에서 축을 회전시켜 측정된 추력 및 토크 값을 프로펠러를 부착하여 각 속도에서 측정된 추력 및 토크 값에다 뺀 차로 택한다. HMRI에서는 시험하기 전 idle 상태에서 측정한 추력 및 토크(계측전 허브단독 값) 값들과 프로펠러를 부착 후 모든 속도에서 측정 후 프로펠러를 제거한 후 또 다시 측정한 추력 및 토크(계측후 허브단독 값) 값들의 평균을 택하여 idle thrust와 idle torque로 택한다. 추력에 대하여 식으로 간단히 표시하면

$$T = T_0 - \frac{1}{2}(T_a - T_b)$$

로 되고 T_0 는 프로펠러 부착 시 측정된 추력

T_b = 계측전 허브단독 추력

T_a = 계측후 허브단독 추력

이다. 이 경우에는 똑 같은 계측 장비로 측정하기 때문에 T_0 와 허브단독 값들에 대한 고정오차 사이에는 완전 상관관계가 있으며 식(15)로부터 T에 대한 고정오차는 아래로 된다.

$$B_T^2 = (B_{T_0})^2 + \frac{1}{4}(B_{T_b})^2 + \frac{1}{4}(B_{T_a})^2 \\ - B_{T_0} B_{T_b} - B_{T_0} B_{T_a} + \frac{1}{2} B_{T_a} B_{T_b}$$

$B_{T_0} = B_{T_b} = B_{T_a}$ 이면 위 식은 0로 되어 측정 값 T에 대한 고정오차기여도는 없게 된다. 하지만 Table 3

에 주어진 추력 동력계의 고정오차 요소들을 살펴보면 2번째 항 편중이력 오차(Hysteresis error)는 낮은 속도로부터 높은 속도로 측정할 때 나타나는 오차이고 또 3번째 항은 시간 변화에 따라 온도 차이에 대한 0점 변화량이기 때문에 이들 두 항은 처음으로 측정하는 T_b 값에는 포함시키지 않아야 된다고 본다. 따라서 T_0 와 T_a 값에는 똑같은 양의 고정오차가 있다고 보면 즉,

$$B_{T_0} = B_{T_a} \text{ 이면 위 식은}$$

$$B_T = \frac{1}{2}(B_{T_b} - B_{T_b})$$

로 된다. 마찬가지로 토크에도 같은 원리가 적용된다.

그러나 추력과 토크에 대한 반복오차는 측정한 3개의 값(T_0 , T_b , T_a)의 표준편차이며 이는 서로 독립적이며 RSS 법으로 합산된다.

회전수에 대한 오차

Maker에서 제공한 회전수 측정 기기에 대한 오차 요소들이 표 4에 기록되어 있다. 여기서 선택한 프로펠러 회전수는 8.71 rps로 전진속도 0일 때 레이놀즈 수 $Rn = 3.41E+05$ 에 해당된다. ITTC에서는 $Rn = 3 \times 10^5$ 이상 실험 조건으로 추천하고 있으며 HMRI에서는 자항시험 상태에서의 회전수를 그대로 P.O.W 시험에 적용하고 있다. $Rn = 3 \times 10^5$ 이상이면 Rn 수에 따른 영향은 거의 없을 것으로 생각되나 경우에 따라서는 무시할 수 없는 결과가 보고되고 있으니[11], Rn 수에 따른 오차 요인도 고려할 수 있다. 그러나 이러한 Rn 수에 따른 오차 요인은 실선 성능의 추정에 수반되는 오차로서 본 논문에서 다루고 있는 계측 값에 대한 불확실성 해석, 계측 결과의 해석에 수반되는 불확실성 해석 단계에서는 제외하여도 무방하다고 본다.

결과에 대한 고찰

Table 4에 주어진 계측 값들에 대한 오차분석을 자세히 살펴보면 어느 오차 요소가 가장 많이 기여하고 있는지를 이해할 수 있다. 추력과 토크에서는 앞에서 언급한 대로 허브단독 값을 뺀 값으로 되기 때문에 고정오차 기여도가 상당히 줄어들었으며 순간 값들의 표준편차에서 비롯되는 반복오차의 기여도가 상당하다. 반면에 회전수에서는 고정오차의 기여도가 대부분임을 알 수 있다. 속도는 0.1m/s에서 최대 $\pm 3\%$ 의 오차를 주었으며 회전수는 $\pm 0.21\%$ 의 오차를 주었다.

0.0m/s에서 추력과 토크는 84.99N과 2.178Nm이며 속도가 증가함에 따라 점차 감소하여 1.6m/s에서는 각각 7.23N과 0.484Nm로 되어 추력과 토크의 오차는 당연히 1.6m/s에서 최고로 되어 각각 $\pm 3.5\%$ 와 $\pm 1.1\%$ 로 나타났다. 참고로 추력과 토크의 최대 용량은 200N과 10Nm이다.

5. 계측 값의 해석 단계에서의 불확실성 해석

지금까지 언급한 계측 항목들(추력, 토크, 속도, 회전수, 물 온도 및 프로펠러 직경)의 오차들은 Fig. 5에 보여주는 대로 J , K_T , K_Q 및 η_0 의 오차에 전파된다. 이러한 것들의 해석 과정에서 오차의 발생 원인은 대체로 계측된 값 자체의 오차 요인들이고 해석 과정에서 새로 생기는 오차 요인도 있다.

계측된 속도는 수조벽의 영향이나 잔류 흐름 및 정

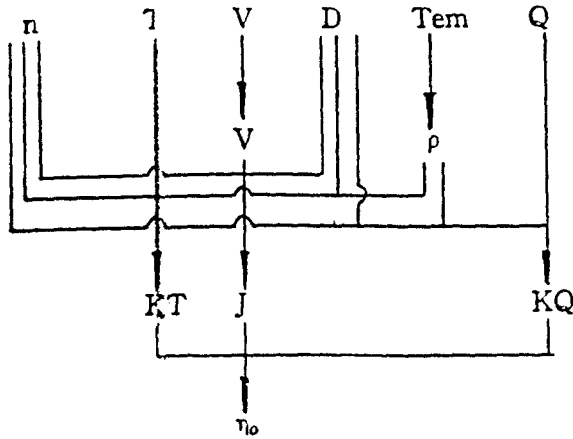


Fig.5 Flow of P.O.W test analysis

진의 영향 등이 고려되어지지 않는 전차의 속도로서 실제 프로펠러가 경험하는 물에 대한 속도와는 다르다. 따라서 이들의 영향들을 전차속도에 수정해야 된다. 그러나 그러한 수정은 다시 새로운 오차를 발생시키는 요인으로 작용한다. 프로펠러 carriage boat에 의한 blockage 영향은 Nishio [6]가 사용한 Tamura의 공식을 사용하여 계산 하였고 잔류흐름 및 정진의 영향 모두를 고려해 최대 $1.0E-03$ m/s로 보았다.

Table 5에 속도 1.0m/s에서의 K_T , K_Q , J 및 η_0 에 대한 불확실성 해석 결과를 주었으며, Fig. 6에 전속도에 대해서 K_T , K_Q 및 η_0 를 J 의 함수로 나타내고 동시에 불확실성 구간을 표시하였다. K_T 와 K_Q 의 오차

한도는 1.6m/s에서 최대로 되며 각각 $\pm 3.5\%$ 와 $\pm 1.2\%$ 로 나타났다. 이에 대한 원인으로는 앞서서도 언급하였듯이 J 값이 증가함에 따라 계측되는 추력과 토크는 0으로 접근되고 동력계의 용량에 비해 아주 미소한 값이기 때문이다.

J 값은 속도 0.1m/s에서 $\pm 3.2\%$ 의 오차 한도를 주고 있으며 속도가 증가함에 따라 점차 감소하여 1.6m/s에서는 $\pm 0.3\%$ 로 아주 미소한 값이다. η_0 값의 오차는 1.6m/s에서 최대 오차 $\pm 3.7\%$ 를 주고 있으나 전체적으로 볼 때 오차는 아주 작은 값으로 됨을 알 수 있다. 또한 속도 0.1m/s에서의 η_0 의 오차는 $\pm 3.25\%$ 로서 상당히 큰 값인데 이의 주 원인은 속도의 오차로부터 전파된 J 의 오차에서 기인함을 알 수 있다. Table4에 보여주는 대로 실제 프로펠러 설계 속도 영역 범주인 $V = 1.0$ m/s($J=0.484$, $Rn=3.493E+05$)에서는 $K_T = \pm 0.7\%$, $K_Q = \pm 0.7\%$, $J = \pm 0.4\%$ 및 $\eta_0 = \pm 1.0\%$ 를 주고 있어서 HMRI의 P.O.W 시험의 정확성과 신뢰도가 우수함을 보여주고 있다.

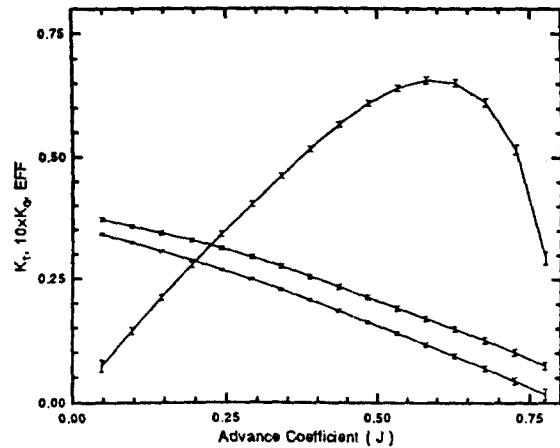


Fig.6 K_T , K_Q and η_0 vs J with uncertainty range for HP227 propeller

6. 결론

지금까지 프로펠러 단독시험에 대한 불확실성 해석을 수행하였으며 P.O.W 시험에 미치는 여러 요소 오차들, 계측으로부터 최종 결과에 이르기까지 이러한 여러 오차들의 전파 및 전파 경로 등에 대해서 자세하게 언급하였다. 이러한 불확실성 해석으로 어느 요소

Table 5 Uncertainty analysis for P.O.W test results at V=1.0m/s

P.O.W Test Error Sources	Errors	Sensitivity	Error Components		Uncertainty
			Bias limit	Precision limit	
Density(997.83679 Kg/m ³) 1) Tem (bias) 2) Tem (random)	2.40E-01 C 1.60E-01 C	-2.22E-01 -2.22E-01	-5.33E-02 5.33E-02	-3.56E-02 3.66E-02	8.89E-02Kg/m ³
Kim. vis(9.66E-07m ² /sec) 1) Tem (bias) 2) Tem (random)	2.40E-01 C 1.60E-01 C	-2.29E-08 m ² /sec.c -2.29E-08	-5.50E-09 5.50E-09	-3.66E-09 3.66E-09	9.16E-09 m ² /sec
V (1.0m/s) 1) V (bias) 2) V (random) 3) Other (seiche,residual flow)	1.26E-03 m/s 1.50E-03 m/s 1.00E-03 m/s	1.00E+03 1.00E+00 1.00E+00	1.26E-03 1.00E-03 1.61E-03m/s	1.50E-03 1.50E-03m/s	3.40E-03m/s (0.34%)
K _T (1.67E-01) 1) Density (bias) 2) Density (random) 3) T (bias) 4) T (random) 5) n (bias) 6) n (random) 7) D	5.33E-02 kg/m ² 3.56E-02 1.59E-02 C 9.76E-02 1.85E-02 rps 1.27E-03 1.00E-04 m	-1.67E-04 -1.67E-04 4.16E-03 4.16E-03 -3.83E-02 -3.83E-02 -2.82E+00	-8.93E-06 6.63E-05 -7.11E-04 -2.82E-04 7.68E-04	-5.95E-06 4.06E-04 -4.87E-05 4.09E-04	1.12E-03(0.67%)
K _Q (2.19E-02) 1) Density (bias) 2) Density (random) 3) T (bias) 4) T (random) 5) n (bias) 6) n (random) 7) D	5.33E-02 kg/m ³ 3.56E-02 3.48E-03 Nm 2.17E-03 1.86E-02 rps 1.27E-03 1.00E-04 m	-2.19E-05kg/m ³ -2.19E-6 1.76E-02/Nm, 1.76E-02 -5.03E-03/Nm -5.03E-03 -4.62E-01/m	-1.17E-06 6.12E-05 -9.33E-05 -4.62E-05 1.21E-04	-7.80E-07 3.82E-05 -6.39E-05 3.87E-05	1.43E-04 (0.65%)
J(4.84E-01) 1) V (bias) 2) V (random) 3) n (bias) 4) n (random) 5) D	1.61E-03 m/s 1.50E-03 1.86E-02 rps 1.27E-03 1.00E-04 m	4.84E-01m/s 4.84E-01 -5.56E-02/rps -5.56E-02 -2.04E+00/m	7.77E-04 -1.03E-03 -2.04E-04 1.31E-03	7.26E-04 -7.06E-05 7.29E-04	1.96E-03(0.40%)
η ₀ (5.90E-01) 1) J (bias) 2) J (random) 3) K _T (bias) 4) K _T (random) 5) K _Q (bias) 6) K _Q (random)	1.31E-03 7.29E-04 7.68E-04 4.09E-04 1.21E-04 3.87E-06	1.22E+00 1.22E+00 3.53E+00 3.53E+00 -2.69E+01 -2.69E+01	1.59E-03 2.71E-03 -3.25E-03 4.53E-03	8.89E-04 1.46E-03 -1.04E-03 1.99E-03	6.03E-03(1.02%)

의 오차가 어떻게, 얼마나 최종 결과까지 영향을 미치는지 자세하게 알 수 있으며 오차 요인이 클 경우 이를 제거하거나 줄일 수 있는 방법도 제시해 주고 있다.

K_T, K_Q, J로부터 구한 η₀의 오차가 약 ±1.0%를 주고 있으며 이는 통상 실험 오차 ±2% 보다 적은 값이다. 또한 이 중 주오차 요인은 장비들의 고정오차 보

Table 6 The t distribution

$\nu \backslash C$	0.900	0.950	0.990	0.995	0.999
1	6.314	12.706	63.657	127.321	636.619
2	2.920	4.303	9.925	14.089	31.598
3	2.353	3.182	5.841	7.453	12.924
4	2.132	2.776	4.604	5.598	8.610
5	2.015	2.571	4.032	4.773	6.869
6	1.943	2.477	3.707	4.317	5.959
7	1.895	2.365	3.499	4.029	5.408
8	1.860	2.306	3.355	3.833	5.041
9	1.833	2.262	3.250	3.690	4.781
10	1.812	2.228	3.169	3.581	4.587
11	1.796	2.201	3.106	3.497	4.437
12	1.782	2.179	3.055	3.428	4.318
13	1.771	2.160	3.012	3.372	4.221
14	1.761	2.145	2.977	3.326	4.140
15	1.753	2.131	2.947	3.286	4.073
16	1.746	2.120	2.921	3.252	4.015
17	1.740	2.110	2.898	3.223	3.965
18	1.734	2.101	2.878	3.197	3.922
19	1.729	2.093	2.861	3.174	3.883
20	1.725	2.086	2.845	3.153	3.850
21	1.721	2.080	2.831	3.135	3.819
22	1.717	2.074	2.819	3.119	3.792
23	1.714	2.069	2.807	3.104	3.768
24	1.711	2.064	2.797	3.090	3.745
25	1.708	2.060	2.787	3.078	3.725
26	1.706	2.056	2.779	3.067	3.707
27	1.703	2.052	2.771	3.057	3.690
28	1.701	2.048	2.763	3.047	3.674
29	1.699	2.045	2.756	3.038	3.659
30	1.697	2.042	2.750	3.030	3.646
40	1.684	2.021	2.704	2.971	3.551
60	1.671	2.000	2.660	2.915	3.460
120	1.658	1.980	2.617	2.850	3.373
∞	1.645	1.960	2.576	2.807	3.291

* Given are the values of t for a confined level C and number of degree of freedom $\nu = N-1$

다는 반복오차임을 일 수 있으며 이는 시험 장비와 시험 방법이 아주 정상적임을 보여주고 있다.

참고 문헌

- [1] "Report of the Panel on Validation Procedures", The 19th ITTC proc., 1990.
- [2] Coleman, H. and Steele, W.G., jr., "Experimentation and Uncertainty Analysis for Engineers", John Wiley & Sons, 1989.
- [3] Young, H.D., "Statistical Treatment of Experimental Data", McGraw-Hill Book Co., 1962.
- [4] Mori, K., "Uncertainty Analysis and Its Application to Resistance Test", The 18th Meeting of Japan Ship Performance Committee, JTTC, 1989.
- [5] Himeno, Y., Nishio, S. and Takamatsu, K., "Application of Uncertainty Analysis for Resistance Test (in Japanese)", J. Kansai Soc. of Naval Arch., No.214, 1990.
- [6] Nishio, S., Himeno, Y. and Takamatsu, K., "Application of Measurement-Uncertainty Analysis to Resistance and Self-Propulsion Tests of Ship Model(in Japanese)", J. Kansai Soc. of Naval Arch., No.216, 1991.(English version available)
- [7] Nishio, S., and Himeno, Y., "Measurement-Uncertainty Analysis in Propulsive Performance Test of Ship Model", Proc. '92 PRADS, U.K., 1992.
- [8] 笠木伸英, 長野晴尚, "計測에 있어서의 不確實性 解析의 基礎와 應用(Principles and Applications of Measurement Uncertainty), 제 1회, 2회, 3회". J. of Turbo Machinery(Japan), Vol.17, No.4(제 1회), No.6(제2회), No.8(제3회), 1989.
- [9] Johnson, E.H., "Uncertainty Analysis of Standardization Trials on a Navy Fleet Oiler", Preliminary Report DTMB, NSWC, July, 1992.
- [10] Fogash, K., "Measurement Uncertainty Analysis of Ship Model Resistance and Self Propulsion Tests", Draft Report, DTMB, NSWC, 1992.
- [11] 김기섭 외 "예인수조와 캐비테이션 터널에서 프로펠러 단독특성의 실험적 상호관계 해석", 91년도 대한조선학회 추계 발표회 논문집, 1991.