

大韓造船學會論文集
 第31卷第1號 1994年 2月
 Transactions of the Society of
 Naval Architects of Korea
 Vol. 31, No. 1, February 1994

해상누유 확산의 수치해석

이동연*, 최항순*

A Numerical Model for the Movement of Spilled Oil at Ocean

by

Dong Y. Lee* and Hang S. Choi*

요 약

해상에 누출된 기름의 거동은 크게 초기확산, 수평이동 그리고 풍화과정으로 나눌 수 있다. 본 논문에서는 초기확산과 수평이동을 고려하는 단기예측모델을 개발하여 경기만에 적용 하였다.

누출된 기름의 초기확산과정에서는 Fay의 3단계 분류법에 근거한 경험식으로 확산반경을 추정 하고, 수평이동과정에서는 바람과 M_2 조석을 고려하여 기름의 이동을 추정 하였다.

조석 수치모델을 위해서 깊이방향으로 적분된 운동방정식을 사용하였고, 수치계산을 위해 교차 격자체계를 채택 하였다. 시간전개를 하는 방법으로 양해법과 중간시간전개법을 이용하여 그 계산결과를 서로 비교 하였다. 수치해의 정확도를 검증하기 위하여 간단한 직사각형 유체영역에 먼저 수치모델을 적용한 다음, 실제 계산영역인 경기만에 적용 하였다.

또한, 사고 발생시간과 누출장소, 누출된 양과 누출 지속시간, 바람의 크기와 방향을 입력하면 기름의 이동방향과 오염지역 그리고 해안선의 오염정도를 가시화할 수 있는 기능을 단기 예측모델에 포함 시켰다.

Abstract

This paper describes a short-term prediction model for the movement of an oil slick in shallow waters. Under the assumption that the initial movement of the oil slick is governed by spreading and advection, the model has been developed and applied to KyungKi- Bay near Incheon Harbor.

The initial spreading is estimated by using an empirical formula. The depth-averaged momentum equations are solved numerically for the volume transport velocities, in which the

발 표 : 1993년도 대한조선학회 춘계연구발표회('93. 4. 17)

접수일자 : 1993년 5월 20일, 재접수일자 : 1993년 8월 13일

* 정회원, 서울대학교 조선해양공학과 대학원

** 정회원, 서울대학교 조선해양공학과

M_2 tide is the main driving source. A staggered grid system is adopted for spatial discretization and the half-time method is implemented for time marching.

The numerical result is visualized with the help of animation and thus the contaminated area is displayed on a monitor in time sequence. The input data are the time, the location and the volume of spill accident as well as environmental data such as wind and M_2 tide.

1. 서 론

세계의 교역량이 증가하면서 해상을 통한 운송량이 날로 늘어나고 있다. 해산물동량의 거의 반은 원유와 석유화학제품이 차지하고 있는 것으로 알려져 있다. 특히 기름이 나지 않는 우리나라는 필요한 모든 양의 기름을 해상으로 수입하고 있기 때문에 해난 사고로 인한 누유사고의 가능성은 항상 존재 한다. 더우기 최근에는 해양환경에 대한 관심이 증대되면서 바다를 오염시키는 원인중의 하나인 해상누유에 대한 경각심이 높아지고 있고, 누출된 기름을 효과적으로 방제하는 대책이 요청 되고 있다.

누출된 기름의 거동을 예측하는 수치모델에는 초기과정만을 고려하는 단기예측모델과 기름의 풍화과정까지를 포함하는 장기예측모델이 있다. 누출유에 의한 피해는 초기오염과정에 크게 영향을 받으므로 사고후 1~2일 동안에 걸친 기름의 거동을 예측하는 것이 매우 중요 하다. 이점을 감안하여 본 논문에서는 누출된 기름의 이동방향과 오염지역을 예측하는 초기확산모델을 개발하였고, 이를 가시화하는 연구 내용을 기술 하였다. 적용예로서 해안선이 복잡하고, 유조선등 해상운송량이 많으며, 농무가 잦은 인천항을 중심으로 하는 경기만을 택하여 가상적인 누출사고가 발생했을 때, 오염해역에 대한 예측결과를 제시 하였다.

2. 해상누유의 거동

해상에 누출된 기름은 물리적, 화학적 특성과 누출 지역의 해상상태등 환경에 따라 매우 복잡한 거동을 보인다. 이는 크게 초기확산과정, 수평이동과정, 그리고 풍화과정으로 나눌 수 있다.

간단한 실험으로 확인할 수 있듯이 물위에 떨어진 기름은 아주 짧은 시간 동안에 넓게 퍼지게 된다. 이러한 초기확산과정(spreading)에는 중력, 관성력, 기름의 점성, 그리고 물과 기름의 표면장력등이 영향을 미친다.

초기확산과정을 거치면서 얇게 형성된 기름덩어리는 바람, 파도, 해류에 의해 수평이동(advection)을 하게 된다. 따라서 바람과 해류의 속도와 방향에 관한 자료가 필요 하다. 바람의 자료를 얻는 방법에는 여러가지가 있지만, 예측모델에서는 평균적인 속도와 방향을 이용하는 것이 적절 하다. 또한 해류에 의한 수평이동을 추정하기 위해서 사고해역의 해류속도를 알아야 하는데, 경기만의 경우는 조석에 의한 해수의 흐름이 지배적이므로 이에 대한 자세한 고찰이 요구 된다.

기름이 오랜 시간동안 바다에 남아 있게 되면, 물리적, 화학적, 생물학적 풍화과정(weathering)을 거치게 된다. 풍화과정은 다시 증발, 용해, 에멀전화(emulsification), 산화, 분해, 침전과정으로 나눌 수 있다. 장기예측모델에서는 이러한 풍화과정을 반드시 고려해야 한다.

3. 초기확산에 대한 고찰

많은 사람들이 기름의 초기확산에 관해서 연구하였는데, 여기서는 Fay(1971)의 3단계 분류법에 근거하여 이를 다루도록 한다. Fay는 누출된 기름의 증발량이 적어서 누출량은 일정하게 유지된다고 가정한다면, 기름의 초기확산을 다음과 같이 3단계로 분류 하였다.

- 중력-관성력 균형단계 (gravity - inertial stage),
- 중력-점성력 균형단계 (gravity - viscous stage),
- 표면장력-점성력 균형단계 (surface tension - viscous stage).

Fay는 기름의 확산이 원형으로 진행되는 경우, 누출량과 시간경과에 따른 확산반경에 대해서 경험식을 각 단계별로 제안 하였다. 그런데 Fay의 3단계중에서 세번째 단계가 처음의 두 단계에 비해서 오랜 시간동안 지속되고 반경의 크기를 결정하는 지배적인 과정임이 많은 실험을 통하여 입증 되었다 (Neralla, 1987). 그래서 표면장력-점성력 균형단계만을 고려할 때, 확산반경은 다음과 같이 표현 된다.

$$R(t) = 79.32 t^{3/4} \quad (1)$$

여기서 반경 R의 단위는 m 이고, t 는 시간이다. 이 식은 Fay가 제안한 일반식에 확산계수(k)=2.3, 기름의 표면장력(σ)= 5.7×10^{-3} N/m, 해수의 밀도(ρ)= 1025 kg/m^3 와 물의 kinematic viscosity(ν_w)= $1.02 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{sec}$ 를 대입하여 얻었다. 그리고 기름이 형성하는 원의 반경은 시간에 따라 무한히 커지는 것이 아니고 누출된 양에 따라 반경의 크기가 제한 되는데, 이를 실험에서 얻은 경험식으로 표현하면 아래와 같다.

$$\begin{aligned} A_{\max} &= \pi R_{\max}^2 = 10^5 V^{0.75} \\ R_{\max} &= 178.4 V^{3/8} \end{aligned} \quad (2)$$

여기서 R은 m이고, 누출량 V는 m^3 이다.

4. M₂ 조석의 수치모델

기름의 수평이동을 계산하기 위해서는 기름이 누출된 지점의 해수의 속도와 방향이 필요 하다. 따라서 바람에 의해 유기된 조류, 파도에 의해 유기된 조류, 조석에 의한 조류, 그리고 계절적인 해류등이 고려 되어야 한다. 바람과 파도에 의한 조류는 다음에 논의하도록 하고, 여기서는 경기만의 경우 해수흐름의 주요한 성분인 조석중에서 지구와 달의 인력에 의한 M₂ 조석만을 고려한 수치모델에 관해 논의 하겠다.

4.1 지배방정식과 경계조건

조석 수치모델을 적용할 경기만은 조차가 크고, 수심이 얕으며, 섬이 많은 특징을 지니고 있다. 그래서 비선형항과 수직방향의 마찰을 고려하여 운동방정식을 세운다. 여기서 좌표계는 z방향이 연직하방을 양으로 잡았다. 그리고 수심이 얕기 때문에 깊이에 따른 유속의 변화가 크지 않다는 가정하에서 식을 깊이 방향으로 적분하면 다음과 같은 수심평균된 운동방정식과 연속방정식을 얻게 된다. (Ramming & Kowalik, 1980)

$$\frac{\partial U}{\partial t} = fV - g(d+\eta) \frac{\partial \eta}{\partial x} + \tau^x \Big|_{z=d} - \tau^x \Big|_{z=-\eta} + A_V \nabla^2 U$$

$$- \left[\frac{\partial(d+\eta)\bar{u}^2}{\partial x} + \frac{\partial(d+\eta)\bar{u}\bar{v}}{\partial y} \right] \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial t} &= -fU - g(d+\eta) \frac{\partial \eta}{\partial y} + \tau^y \Big|_{z=d} - \tau^y \Big|_{z=-\eta} + A_V \nabla^2 V \\ &\quad - \left[\frac{\partial(d+\eta)u v}{\partial x} + \frac{\partial(d+\eta)v^2}{\partial y} \right] \end{aligned} \quad (4)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = - \frac{\partial U}{\partial x} - \frac{\partial V}{\partial y} \quad (5)$$

여기서,

- f : Coriolis 계수
- A_V : 수평 방향의 와동점성 계수
- g : 중력가속도
- d : 수심
- η : 해면 상승이다.

윗 식에서 U와 V는 x-, y-방향의 유속을 수심에 걸쳐 적분한 체적이송 속도로 다음과 같이 정의 된다.

$$U = \int_{-\eta}^d u \, dz, \quad V = \int_{-\eta}^d v \, dz \quad (6)$$

한편 \bar{u} , \bar{v} 는 x-, y- 방향의 수심에 대한 평균속도를 나타낸다.

$$\bar{u} = \frac{U}{(\eta+d)}, \quad \bar{v} = \frac{V}{(\eta+d)} \quad (7)$$

또한 해저면의 마찰응력항은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$(\tau^x, \tau^y) \Big|_{z=d} = (\rho \gamma q \bar{u}, \rho \gamma q \bar{v}) \quad (8)$$

여기서

- γ : 해저면의 마찰계수,
- ρ : 해수의 밀도

$$q = \sqrt{\bar{u}^2 + \bar{v}^2} \text{ 이다.}$$

앞의 (3)식과 (4)식의 우변항의 물리적 의미를 살펴보면, 첫째항은 코리올리 힘을 나타내고, 둘째항은 수면경사, 셋째항은 해저면과 수면에서의 마찰응력

에 의한 항이다. 그리고 네째항은 수평와점도를 고려한 항이고, 마지막항이 비선형항에 해당된다.

경계조건을 살펴보면 섬이나 육지와 접하고 있는 폐경계면에서의 속도는 '0'이고, 개방경계에서 해면상승은 위상과 진폭을 알고 있는 조화함수꼴로 표현된다.

$$U(x,y,t)=0 \quad \text{on solid boundary} \quad (9)$$

$$\eta(x,y,t)=F(t) \quad \text{on open boundary} \quad (10)$$

여기서 F(t) 는 실측값을 이용해서 결정하는 조화함수이다.

4.2 수치계산방법

수치계산을 위해 격자체계는 교차격자체계(Staggered grid system, Patankar, 1980)를 채택하고, 이산화방정식을 만들기 위해서 공간은 중앙차분법(centered difference method), 시간은 전방차분법(forward difference method)을 이용 하였다.

본 계산에 사용한 교차격자체계를 살펴보면, Fig.1에 보이는 바와 같이 격자의 중앙에서 해면상승(η)을 계산하고, 격자의 좌우에서 x-방향속도를, 그리고 상하에서 y-방향속도를 산정 한다. 각 지점의 x-방향 체적이송속도(U)를 계산하는데 해면상승이 필요하고, 그 값은 좌우의 값을 평균하여 사용하고, y-방향 체적이송속도(V)를 계산할 때는 상하의 값을 평균하여 사용 한다. 그리고 U의 계산시에 필요한 V는 주위 4점을 평균하여 이용 한다.

시간전개를 위해서는 완전양해법(explicit method)과 중간시간전개법(half-time method)을 이용 하였다. 미분방정식이 아래에 제시한 (11)식과 같다고 할때, 양해법은 다음 단계(n+1)의 물리량을 얻기

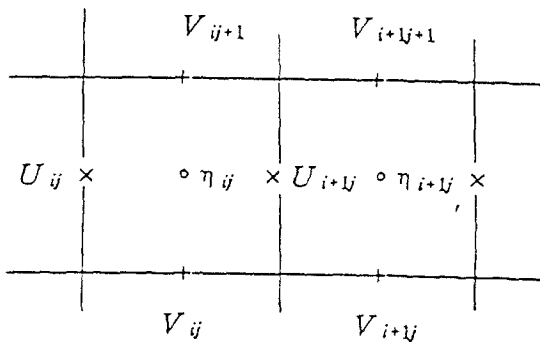


Fig. 1 Staggered grid system

위하여 (12)식과 같이 이전단계(n)의 물리량만을 사용하지만, 중간시간전개법에서는 (13.a)식과 같이 중간단계(m)의 물리량을 구하고, 중간단계와 이전단계(n)의 물리량을 평균하여 (13.b)식과 같이 새로운 물리량을 구하여 다음 단계로 넘어가는 방법이다. 중간 시간 전개법은 Runge-Kutta 의 2nd Order 와 같은 형태가 된다.

$$\frac{\partial f}{\partial t} = Q \quad (11)$$

Explicit method

$$f^{n+1} = f^n + \Delta t Q^n \quad (12)$$

Half-time method

$$f^m = f^n + \Delta t Q^n \quad (m = \text{mid step}) \quad (13.a)$$

$$f^{n+1} = f^n + \frac{\Delta t}{2} (Q^n + Q^m) \quad (13.b)$$

완전양해법과 중간시간전개법을 이용하여 얻어진 수치해의 정확도를 Table 1 에서 비교 하였다.

Table 1 Accuracy test

$$\text{error} = \sum_{j=1}^{j=N} \frac{|\eta^n - \eta^j|}{\eta^n}$$

Method	dels(km)	delt(sec)	error	ratio
Explicit Method	10	60	7.473E-3	1.0
		30	1.832E-3	1/4.08
		10	2.037E-4	1/36.7
	5	30	4.168E-3	1.0
		10	4.614E-4	1/9.03
Half-time Method	10	60	7.833E-6	1.0
		30	9.813E-7	1/7.98
		10	3.638E-8	1/215.3
	5	30	1.887E-6	1.0
		10	6.985E-8	1/27.02

4.3 개방경계조건의 처리

폐경계에서는 속도가 '0'이라는 경계조건을 부과 한다. 하지만 개방경계에서는 주어진 조화함수형태로 해면상승을 부과함과 함께 개방경계를 통과하는 속도를 부과 해야만 한다. 그런데 해면상승은 실측값이 존재하지만, 개방경계에서의 유속은 알 수 없기 때문에 적절한 방법으로 이를 추정해야 한다. 내부유체영역에서 계산된 속도와 실측값인 해면상승을 이

용하여 개방경계에 해당하는 격자에서 연속방정식이 만족 되도록 개방경계를 통과하는 유속을 구하는 방법이 오·최(1986)에 의해 제안 되었다. 본 논문에서 이 방법을 택하였다. 이를 이용하여 서쪽 개방경계에서 수평방향 속도를 구하는 차분방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$U_{1,j}^n = U_{2,j}^n + \frac{\Delta S}{2\Delta t} (m_{1,j}^{n+1} - m_{1,j}^n) + V m_{1,j+\Gamma}^n - V_{1,j}^n \quad (14)$$

$j=1, \dots, j N$

비슷한 방법으로 다른 개방경계를 통과하는 유속도 구할 수 있다. 이 방법은 개방경계를 통해서 질량이 자유롭게 이동할 수 있으므로 물리적으로 적합 하다.

4.4 M₂ 조석 수치모델의 적용에

4.4.1 직사각형 유체영역

위에서 기술한 조석 수치모델을 경기만에 적용하기에 앞서 해의 수렴성과 정확도를 비교할 목적으로 경계조건이 간단하고 수심의 변화가 없는 직사각형 유체영역을 택하여 수치실험을 수행 하였다.

적용대상은 Fig.2에서 보는 바와 같은 가로 200, 세로 100 km 이고 수심은 50m로 일정하며, 40×20km의 섬이 입구쪽에 존재하는 경우이다. 이러한 유체영역에서 서쪽경계면은 1/2이 열려 있고, 입구에서의 해면이 진폭 50cm로 12시간 30분의 주기를 갖고 조화운동을 한다는 경계조건을 부과한다. 즉, 개방경계에서의 해면상승은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\eta(t) = F(t) = A \sin(2\pi / T \cdot t) \quad (15)$$

여기서

$$A(\text{진폭}) = 50\text{cm}$$

$$T(\text{주기}) = 12\text{시간 } 30\text{분}$$

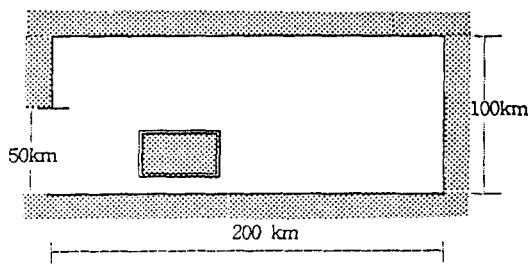


Fig. 2 Rectangular basin with an island

이러한 직사각형 유체영역에 대해서 앞에서 얻은 이산화 방정식을 적용하여 수치계산을 수행하고, 그 결과의 정확도를 Table 1에서 비교 하였다. 개방경계에서 부과한 해면상승값과 계산을 통해서 나온 해면상승값의 차이를 1주기 동안 평균하여 그 값을 오차로 정의 하였다. Table 1에서 볼 수 있듯이 같은 격자간격과 시간간격을 선택하였을 때 Half-time method가 Explicit 보다 대략 1000배 정도 오차가 적음을 알 수 있다. 또한 Δt를 1/2 로 줄였을때 Explicit는 Δt의 제공에 비례하여 오차가 감소하나, Half-time method는 세제공에 비례하여 감소하는 것을 확인할 수 있다. 이로써 Half-time method가 Runge-Kutta 2nd Order와 같은 꼴임을 검증할 수 있고, 이 방법이 Explicit method에 비하여 계산시간이 더 걸리는 단점이 있지만, 정확도면에서 월등히 우수하므로 이후의 계산에서는 Half-time method를 이용 하였다.

4.4.2 인천항을 중심으로 한 경기만

M₂조석 수치모델을 인천항을 중심으로 한 경기만에 적용하기 위하여 Fig.3에서 보는 바와 같이 동경 124° 30' 에서 동경 126° 40'까지 동서 200km이고, 북위 36° 40' 에서 북위 38° 10'까지 남북175km인 영역을 대상해역으로 선택 하였다. 격자간격에 따른 시간간격은 C-F-L 안정도에 따라서 선택하였다. Δs = 5km인 경우 가장 깊은 수심이 75m 이므로 C-F-L 안정도 (Δt_{max} = Δs / 2√gh)를 만족시키는 Δt_{max}는 130초인데, 해의 정확도를 위해 Δt를 30초로 정하고, Half-time method로 계산을 수행 하였다.

개방경계조건을 얻기위해 개방경계의 양끝에 해당하는 지점의 진폭과 위상은 실측자료로 부터 얻고, (B.H. Choi, 1980), 나머지 개방경계에서는 양끝의 값을 선형보간법으로 구한 진폭과 위상을 이용 하였다. 인천항 입구에 해당하는 지점에서 해면상승곡선이 최대가 될 때를 인천항이 만조되는 시간으로 생각 하였다. 그리고 이 때를 기준시간 '0'으로 하여 3시간 간격으로 시간에 따른 M₂조석에 의한 해수의 흐름을 Fig.3에 속도벡터로 표시 하였다. 3시간째와 9시간째의 속도벡터가 가장 크게 나타나고, 6시간째인 간조 시간에 해수가 유입되기 시작하는 현상을 확인할 수 있는데, 이는 물리적 현상과 대체로 일치하는 결과이다.

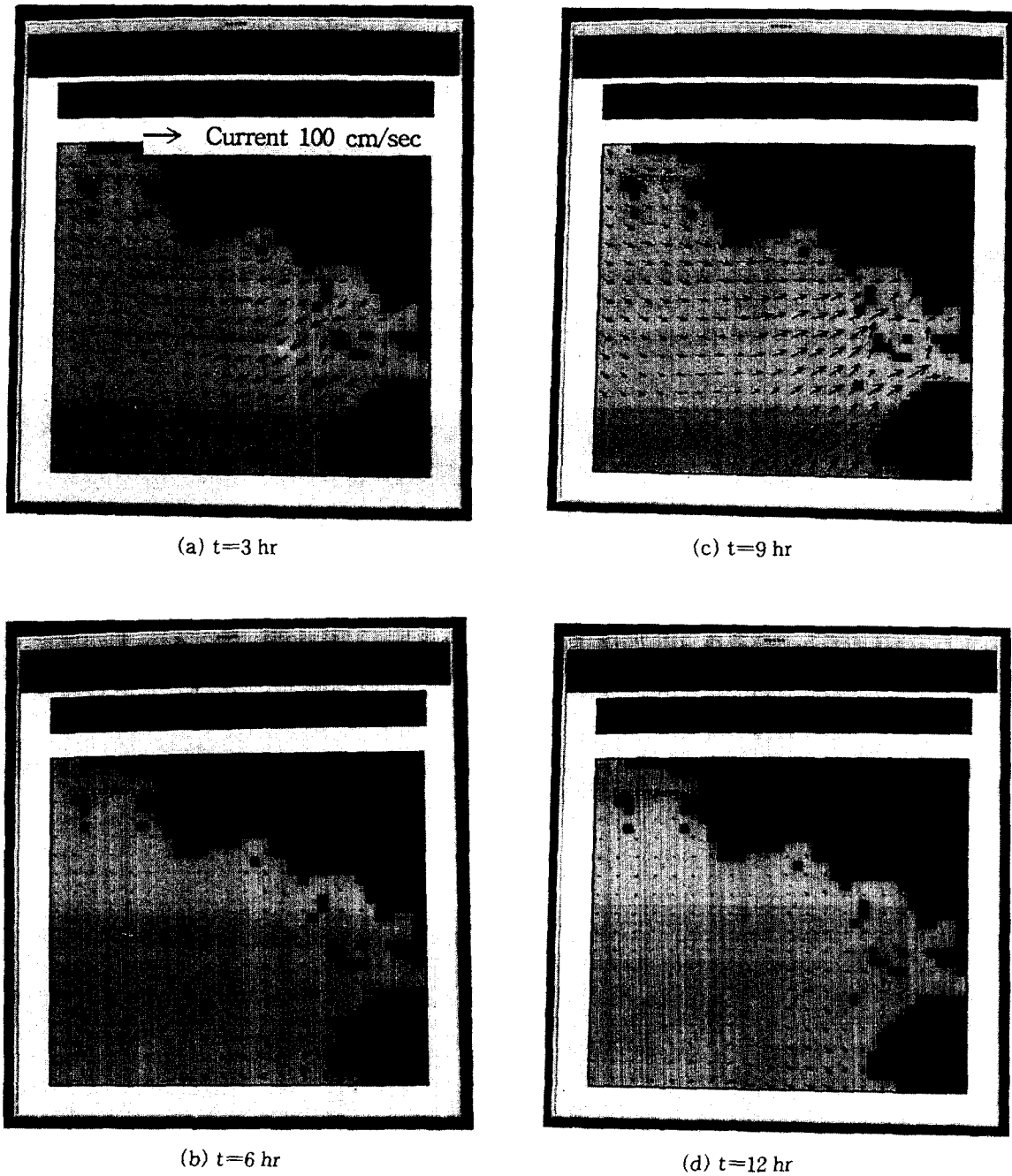


Fig3. Current vector due to M_2 tide

5. 오염지역 가시화

바람에 의한 조류의 속도는 운동방정식에 해수면의 마찰용력을 고려하여 얻을 수 있다. 그러나 이 방법은 바람의 속도와 방향이 바뀌면 매시간마다 새로 해를 구해야 하므로 계산시간이 너무 많이 요구되어 실시간 예측모델에는 부적합하다. 그래서 본 논문에서는 바람에 의한 조류의 속도를 (16)식과 같은 근사식으로 구해서 예측모델에 포함시켰다. 이 근사식에서 바람에 의해 유기되는 조류의 속도는 바람속도의 3.5%이고, 일반적으로 이 값에는 파랑에 의한 표류속도가 포함된 것으로 간주 된다(Neralla, 1987).

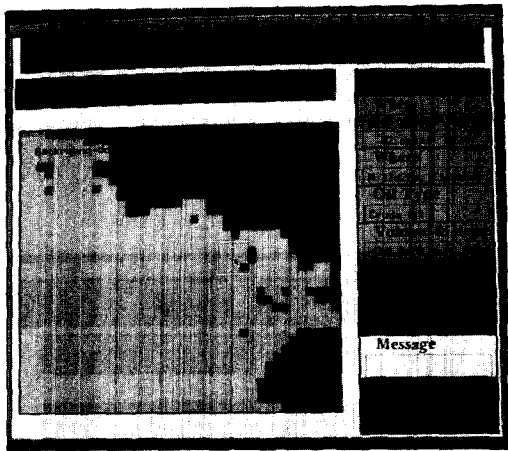
$$V_c = V_w * 0.035 \tag{16}$$

여기서

V_c = wind-induced current velocity

V_w = wind speed

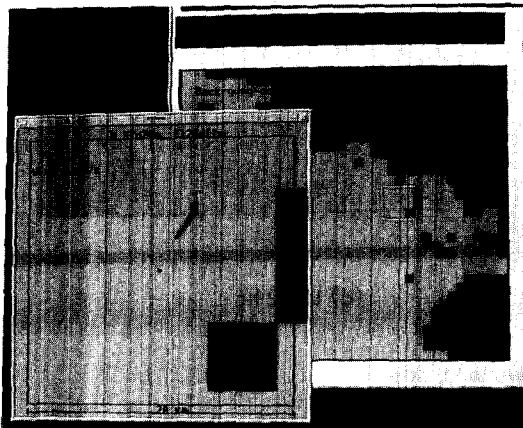
해상에 누출된 기름은 해수와 같은 속도로 이동한다고 가정하고, 바람에 의해 유기되는 조류의 속도와 조석에 의한 속도를 벡터합하여 기름의 이동속도를 구한다. 이렇게 구한 속도에 시간간격 Δt 를 곱해서 기름의 새로운 위치를 구해 나간다. 시간이 경과함에



(a) t=0 hr



(c) t=14 hr



(b) t=4 hr



(d) t=26 hr

Fig4. Short-term prediction model for spilled oil

따라 기름의 확산반경과, 이동지점을 구해서 오염지역을 X-Window program으로 가시화 하였다(Barkakati, 1991).

여기서는 한가지 예를 들어 설명하기로 한다. Fig. 4(a)에서 보는 바와 같이 인천항이 만조된 후 6시간 30분이 지났을 때 북위 37°26', 동경 126°11'의 지점에서 누유사고가 발생하여 3시간 동안 100 m³의 기름이 누출 되었고, 이때 남동풍이 초속 5 m로 불고 있다고 생각 한다. 모든 사고 관련자료와 환경자료를 입력한 후 수치실험을 시작하면, 오염지역 가시화 프로그램은 Fig.4(b)와 같이 누출 지점을 중심으로 사방 20km지역을 확대한 Zooming 윈도우를 만들고, 이를 통해 시간이 경과하면서 기름의 이동방향과 오염지역을 보여준다. 사고후 4시간이 경과했을 때 Fig.4 (b)에서 보듯이 사고지점을 벗어난 기름은 북동쪽으로 이동하고, 계속해서 북쪽으로 흘러간 기름은 26시간이 경과한 후에 모두 육지에 다다르게 되어 10km 정도의 해안선을 오염시키게 된다 (Fig.4(d) 참조).

6. 결 론

이상에서 살펴본 바와 같이 본 논문에서는 해상에 누출된 기름의 오염지역을 예측하는 모델을 개발하여 X-Window를 통해서 가시화 하였다.

단기예측을 목적으로 하였기 때문에 초기확산과 수평이동과정만을 고려 하였고, 초기확산과정은 Fay의 3단계 분류법을 따랐다. 그리고 인천항을 중심으로 하는 경기만에서 M₂조석에 의한 해수의 흐름을 수치적으로 계산 하였다. M₂조석의 수치모델에서는 비선형을 고려 하였고, 실측자료를 이용하여 개방경계조건을 부과함으로써 실제에 가까운 해수의 흐름을 얻도록 노력 하였다. 계산결과로부터 수치해의 정확도면에서 Half-time method가 Explicit method보다 월등히 우수한 수치계산 방법임을 확인 하였다.

실제에 좀 더 가까운 해상누유의 단기예측모델을

위해서는 더 정확한 해류와 바람에 관한 자료를 입력시키는 것이 요구 된다.

참 고 문 헌

- [1] 오임상 & 최현우, 1986, 조류모델을 위한 개방경계조건 연구, J. Korea Earth Science Society, Vol. 7, No 1, pp 35-45
- [2] Ahn H.S. Ahn & Lee S.W. 1976, A numerical experiment on tidal currents in Asan bay, J. Oceanological Society of Korea, Vol.11, N0. 1, pp 18-24
- [3] Barkakati Nava, 1991, *X-Window system programming*. SAMS
- [4] Choi, B.H. 1980, A Tidal Model of the yellow sea and the eastern China sea, KORDI Report 80-02
- [5] Fay J.A. 1971, Physical processes in spread of oil on water surface. Proceedings of the 1971 Oil Spill Conference, American Petroleum Institute, Washinton D.C., 463-468
- [6] Lee H.W. Kobayashi N. & Ryu C.R. 1990, Review on oil spills and thier effects, Research report No.CACR 90-03, Univ.of Delaware
- [7] Neralla V.R. 1987, A nomogram method for predicting the movement of oil slicks, *Ocean Engng* Vol. 14, No.2 pp 137-143
- [8] Patankar S.V. 1980, *Numerical heat transfer and fluid flow* Mc Graw-Hill Chap. 6
- [9] Ramming & Kowalik, 1980, *Numerical Modeling of Marine Hydrodynamics*, Elsevier scientific publishing co.