
 論 文

大韓造船學會論文集
 第 31 卷 第 3 號 1994年 8月
 Transactions of the Society of
 Naval Architects of Korea
 Vol. 31, No. 3, August 1994

수심의 영향을 고려한 선형(線形) 조종성 계수의 이론적 해석

공인영*

Theoretical Analysis of Linear Maneuvering Coefficients with Water Depth Effect

by

In - Young Gong

요 약

본 논문에서는 천수역에 위치한 선박의 선형(線形) 조종성 계수를 추정하기 위한 이론적인 해석법에 대한 연구가 수행되었다. 세장체 이론을 사용하여 선체 주위의 유동을 모델화하였으며, 이로부터 물체 근처의 내부 유체 영역에서의 횡방향 유속에 대한 적·미분 방정식을 유도하였다. 이의 수치해법에 관하여 자세히 기술하였고, 특정 경우에 대한 이론해와 계산 결과를 비교하여 그 타당성을 검증하였다. 이 적·미분 방정식의 해를 이용하여 선체의 선형(線形) 조종성 계수를 추정할 수 있다. Mariner, Series 60, Wigley 선형에 대한 계산을 수행하였으며, 기존의 실험 결과와 비교하여 보았다. 조종 운동을 하고 있는 선체 주위의 복잡한 유동을 모델화하는 과정에서 포함된 여러 가지 가정에도 불구하고, 계산 결과는 실험 결과와 정성적, 정량적으로 잘 일치하며, 선박의 초기 설계 단계 시 수심에 따른 기본적인 조종성 변화를 추정할 수 있을 것으로 생각된다.

Abstract

Theoretical calculations are carried out for the estimation of linear maneuvering coefficients of a ship moving in shallow water region. Hydrodynamic forces and moments acting on a maneuvering ship are modelled based on a slender body theory, from which integro-differential equation for the unknown inner stream velocity is derived. Numerical algorithms for solving this equation are described in detail. By considering water depth effects in the mathematical model, variations of maneuvering coefficients with

발표일자 : 1993년도 대한조선학회 추계연구발표회('93.11.13)

접수일자 : 1994년 3월 30일, 재접수일자: 1994년 6월 3일

*정회원, 선박해양공학연구원

water depth are studied. Programs are developed according to this method and calculations are done for Mariner, Series 60 and Wigley hull forms. For the verification of the programs, calculated results are compared with some analytic solutions and with published experimental results, which show good agreements in spite of many assumptions included in the mathematical model.

It is expected that this method can be used as a preliminary tool for the estimation of maneuverability coefficients of a ship in shallow water region at its initial design stage.

1. 서 언

최근의 선박 대형화에 기인한 수심-흘수비의 상대적인 감소로 인하여, 조종 성능의 추정시 수심의 영향을 고려하여야 하는 경우가 많아지고 있다. 수심이 알아지는 경우에는 선박의 조종성 특성이 심수역에서와 크게 달라지게 되며, 초기 설계 단계시 이를 추정하는 것은 그리 용이한 일이 아니다. 더욱이 선박의 조종성 계수를 이론적으로 추정하기 위한 연구는 조종 운동중의 선체 주위 유동의 복잡성으로 인하여 큰 진전을 보지 못하고 있으며, 현재로는 여러 가지 가정들을 도입하여 그 대략적인 경향만을 예측하고 있는 실정이다.

Kijima[1]는 선체를 동일한 길이와 흘수를 갖는 직사각형 평판으로 대체하고, Bollay[2]의 소종횡비익 이론을 사용하여 천수역에 위치한 선박이 조종 운동중에 받게 되는 힘을 추정하였으며, Fujino[3], Loeser[4] 등은 천수역에서의 선박 조종성 계수를 실험적으로 구하기 위한 통상적인 HPMM 실험과 과도 조종 운동 실험을 수행하였다. Cary[5], Gong[6] 등은 천수역에 위치한 선박이 일정한 주파수의 좌우 동요와 선수 동요 운동을 할 때 이 선박에 작용하는 유체력을 세장체 이론을 이용하여 추정하였다. 천수역에서 횡방향으로 운동하는 물체에 큰 영향을 미치는 각 단면에서의 Blockage 계수는 Taylor[7]에 의하여 이론적으로 해석된 바 있다. Newman[8]은 천수역에 위치한 세장체가 횡방향 운동을 할 때 받게 되는 유체력을 이론적으로 해석하였으며, Zhao[9]는 여기에 점성의 영향을 경험적으로 고려하여 조종성 계수를 추정한 바 있다.

본 논문에서는, 천수역에서의 조종 성능 해석을 위한 기초 연구로서, 수심의 영향을 고려하여 선형(線形) 조종성 계수들을 이론적으로 추정하는 기법에 관하여 기술하고자 하였다. 표류각이나 각속도를 가지고 운동하는 선체에 작용하는 유체력을 세장체 이론에 의하여 모델화하고 이를 이용하여, 조종성 특성 추정에 필요한 선박의 부가 질량 계수와 감쇠 계수 등, 선형 조종성 계수를 이론적으로 추정하여 보았다. 이때, 감

쇠 계수의 추정에는 점성의 영향을 반 경험적으로 고려하였다. 또한 수심의 영향을 수학 모델에 도입함으로써, 수심의 변화에 따른 여러 조종성 계수의 변화를 살펴보고, 이것이 선박의 조종 성능에 미치는 영향을 추정하여 보았다.

프로그램의 검증을 위하여, 사용된 수학 모델에 대한 간단한 이론해와 프로그램의 계산 결과를 비교하여 보았으며, Mariner 선형 및 Series 60 선형에 대한 계산을 수행하고 모형 시험 결과와 비교하여 그 유효성을 확인하여 보았다. 그리고, Wigley 선형에 대한 계산도 수행하였다.

수학 모델화 과정에 포함된 여러 가지 가정에도 불구하고, 계산 결과는 시험 결과와 정성적, 정량적으로 비교적 잘 일치하며, 초기 설계 단계시 여러 수심에서의 선박의 기본적인 조종 성능 추정에 충분히 사용될 수 있을 것으로 판단된다.

2. 문제의 정식화

조종 운동중인 선박의 수평면내에서의 운동은 전진 방향의 운동과 표류 및 선회에 의한 횡방향 운동의 두 성분으로 분리할 수 있다. 본 논문에서는 선체의 횡방향 운동으로 인한 유체력의 추정에 중점을 두고 기술하고자 한다. 심수역의 경우, 이러한 횡방향 운동에 기인한 선체 주위의 흐름은, 선체 각 단면 주위에서 국부적으로 2차원적인 흐름이 된다. 하지만 수심이 작아지게 되면, 선체와 해저면 사이의 간섭 작용으로 인하여, 흐름의 일부는 선체와 해저면 사이를 통과하고 일부는 선수미 방향으로 흐르게 되어 선체 각 단면 사이에 간섭이 발생하게 되는 3차원적인 흐름이 된다.

이처럼 수심의 영향이 존재하는 경우, 선체 근처의 유체 영역(내부 유체 영역)에서는 선체 각 단면 주위를 흐르는 2차원적인 흐름의 특성이 강한 반면, 선체로부터 멀리 떨어진 유체 영역(외부 유체 영역)에서의 흐름은 수평면내에서의 2차원적인 흐름의 특성을 띠게 되어, 두 영역에서의 유동 특성이 현저하게 달라지므로,

각각의 영역에서 문제를 풀고, 중간 영역에서 이 두 해를 접합(matching)시킴으로써 전 유체 영역에서 유효한 유일해를 얻는 방법이 통상적으로 이용되고 있다.

이를 위하여 다음과 같은 몇가지 가정들을 도입한다. 우선, 유체는 비점성, 비압축성이고 유체 유동은 비회전성이라 가정하여 속도 포텐셜을 도입한다. 선체는 그 폭(B) 및 흘수(T)가 길이(L)에 비하여 매우 작은 세장체로 가정하고, 수심(h)도 선체 길이에 비해 매우 작다고 가정한다($L=O(1)$, $B, T, h = O(\epsilon)$, $\epsilon \ll 1$). 또한 선속도 작다고 가정하여, 선체의 전진 및 횡방향 운동에 기인한 자유 표면의 교란은 무시할 수 있다고 가정함으로써, 수면에 대한 선체의 경상(鏡象)을 도입하는 것으로(Double Body Model) 자유 표면 효과를 고려한다.

한편, 본 논문에서 사용한 좌표계는 Fig. 1에 보이고 있다. 좌표계의 원점은 선체 중앙으로 하였으며, u, v 는 각각 선체의 x 및 y 방향 속도 성분을 의미한다.

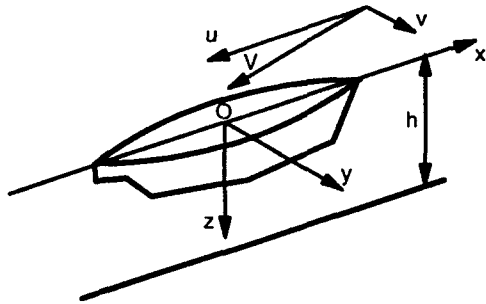


Fig. 1 Coordinate system

2.1 내부 유체 영역

내부 유체 영역이란 선체 근처의 유체 영역($y=O(\epsilon)$)을 의미한다. 이 유체 영역에서는 길이 방향 속도 성분을

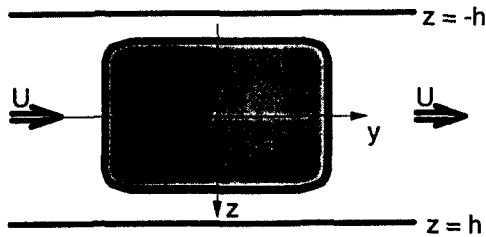


Fig. 2 Modelling of inner flow region

을 제외하면, 흐름은 각 단면에서 2차원적이 되며, 물체의 자유표면에 대한 경상을 고려하면 Fig. 2에 보여진 것과 같다. 이때 물체로 흘러 들어오는 흐름의 횡방향 속도는 $U(x)$ 로 표시되는데, 흐름의 일부가 선수미 방향으로 흐르게 되므로, 이 값은 외부 유체 영역에서의 흐름의 횡방향 속도 v 보다 작은 값을 가지게 된다. 따라서 내부 유체 영역에서의 속도 포텐셜에는 다음과 같은 외부 경계 조건이 부여될 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi}{\partial y} &= U(x) \\ \phi &= U(x)(y \pm C(x)) \quad \text{for } y \rightarrow \pm 1 \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 $C(x)$ 는 각 단면에서의 Blockage 계수를 나타낸다.

2.2 외부 유체 영역

외부 유체 영역이란 선체에서 멀리 떨어진 곳($y=O(1)$)의 유체 영역을 의미한다. 이 영역에서, 선체는 x 축상($-L/2 \leq x \leq L/2$)에 위치한 특이 선분(Cut)으로 보이게 되며, 내부 유체 영역에서 나타나는 극부적인 흐름의 현상은 모두 이 선분의 특이 거동(Singular Behaviour)에 포함되어 고려된다. 더욱이 수심 h 도 선체의 흘수와 같은 정도의 크기임을 고려하면, 외부 유체 영역에서의 흐름은, 수평면(xy -평면)내에서 투과성 물체(Porous Body)를 통과하는 2차원 흐름의 특성을 가지게 된다. 이것은 Fig. 3에 도식적으로 나타나 있다. 따라서 이 경우의 속도 포텐셜은 x 축상의 특이 선분에 연직 다이폴을 분포함으로써 다음처럼 기술할 수 있다.

$$\phi = -U(x) \left[y + \int_{-L/2}^{L/2} \gamma(\xi) \frac{y}{(x-\xi)^2 + y^2} d\xi \right] \quad (2)$$

여기서 $\gamma(\xi)$ 는 다이폴의 세기이며, 접합 과정을 통하여 결정된다.

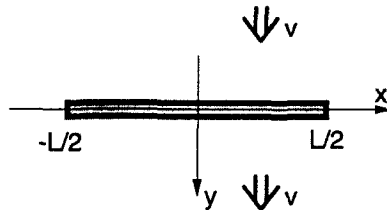


Fig. 3 Modelling of outer flow region

2.3 접합(Matching) 및 적미분 방정식의 유도

이제 식 (1)과 (2)로 주어지는 각 영역에서의 해를 $\epsilon \ll |y| \ll 1$ 의 중간 영역에서 접합시키고 적당한 변환 공식을 이용함으로써, 외부 유체 영역에서의 다이폴의 세기 $\gamma(\xi)$ 에 대한 표현식과 내부 유체 영역에서의 입사류의 속도 $U(x)$ 에 대한 적미분 방정식을 다음처럼 유도할 수 있다 [8,9].

$$U(x) = \frac{1}{\pi} \int_{-L/2}^{L/2} \frac{d}{d\xi} [U(\xi)C(\xi)] \frac{d\xi}{\xi - x} + v \quad (3)$$

$$\gamma(x) = -\frac{1}{\pi} \frac{U(x)C(x)}{v} \quad (4)$$

식 (3)에서 v 는 선회 운동의 경우에는 $\pi\alpha$ 가 된다. 이제 각 단면에서의 $C(x)$ 를 안다면, 식 (3)으로부터 $U(x)$ 를 구할 수 있고, 다시 식 (4)로부터 $\gamma(x)$ 를 구할 수 있다.

2.4 양단에서의 경계 조건

식 (3)은 $U(x)$ 에 대한 적미분 방정식이므로 이를 풀기 위하여는 선체의 양단 $x=\pm L/2$ 에서의 경계 조건이 부과되어야 한다. 이 조건은 선체의 운동 양상에 따라 달라진다.

(1) 전진 속도가 없는 경우

만일 선수나 선미단에서 선체의 단면적이 0이라면 $C=0$ 가 된다. 만일 단면적이 0이 아니라면, 그 단면에서의 횡방향의 흐름은 모두 끝 쪽을 향하여 흐를 것이므로 이번에는 $U=0$ 가 된다. 따라서 선체가 전진 속도 없이 순수하게 횡방향 운동만 하는 경우, $U(x)C(x)$ 는 양단에서 0가 되어야 한다.

$$U(x)C(x) = 0 \quad \text{at } x = \pm L/2 \quad (5)$$

(2) 전진 속도가 있는 경우

이 경우에는 식 (5)의 경계 조건은 선수에서만 만족되며, 선미에서는 흐름의 x 방향 속도 성분이 연속이라는 Kutta 조건을 부과하여야 한다. 즉,

$$\begin{aligned} U(x)C(x) &= 0 \quad \text{at } x = L/2 \\ \frac{d}{dx} [U(x)C(x)] &= 0 \quad \text{at } x = -L/2 \end{aligned} \quad (6)$$

2.5 Blockage 계수의 유도 및 계산

식 (3)을 풀기 위하여는 각 단면에서의 Blockage 계수 $C(x)$ 를 미리 계산하여야 한다. 이를 위하여 Fig. 4에 보인 것과 같이 $y=0$ 및 $y=h$ 위치한 벽면과 임의의 형상을 가진 2차원 물체로 둘러싸인 수로에 단위 속도를 가진 균일류가 흘러들어오는 경우를 생각하자. 이때 이 2차원 단면의 Blockage 계수 C 는 다음 식에 의하여 구할 수 있다[7].

$$C = -\frac{1}{2h} \int_B \xi \sigma(\xi, \eta) dB \quad (7)$$

여기서 h 는 수심, B 는 단면의 외곽선을 의미하며, $\sigma(\xi, \eta)$ 는 다음과 같은 적분 방정식의 해로서 구할 수 있다.

$$-N_2 = \frac{\partial}{\partial N} \int_B dB \sigma(\xi, \eta) G(x, y; \xi, \eta) \quad (8)$$

여기서 $\vec{N} = (N_1, N_2)$ 은 선체 단면상의 각 점에서의 법선 벡터이며 물체 밖을 향한다. 또한 Green 함수 G 는 다음처럼 정의된다.

$$\begin{aligned} G(x, y; \xi, \eta) &= \\ \text{Re} \left[\frac{1}{2\pi} \log \left\{ \cos \frac{\pi\eta}{h} - \cosh \frac{\pi}{h} [(x - \xi) + iy] \right\} \right] \end{aligned} \quad (9)$$

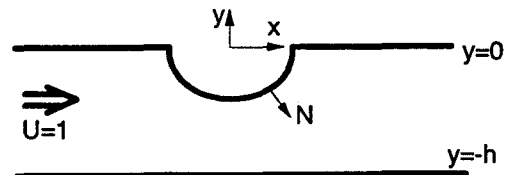


Fig. 4 Coordinate system for blockage coefficient calculation

3. 조종성 계수의 계산

3.1 부가 질량 및 부가 관성 모멘트

식 (3) 및 (4)로부터 선체 각 단면에서의 $U(x)$ 와 $\gamma(x)$ 를 구한다면, 선체의 부가 질량 및 부가 관성 모멘트에 관한 식은 다음처럼 유도된다 [9].

$$\begin{aligned}
 Y_v &= \rho V - 2\rho h \int_{-L/2}^{L/2} U_v(x)C(x)dx \\
 N_v &= \rho \int_{-L/2}^{L/2} x[2hU_v(x)C(x) - S(x)]dx \\
 Y_r &= \rho \int_{-L/2}^{L/2} [2hU_r(x)C(x) - xS(x)]dx \quad (10) \\
 N_r &= \rho \int_{-L/2}^{L/2} x^2S(x) - 2\rho h \int_{-L/2}^{L/2} U_r(x)C(x)dx
 \end{aligned}$$

여기서 V 는 선체의 배수 용적, $S(x)$ 는 각 단면의 단면적을 의미한다. 또한 $U_v(x)$ 는 단위 크기의 횡방향 속도 ($v=1$)에 대한 U 를 의미하고, $U_r(x)$ 는 역시 단위 크기의 선회 속도 ($r=1$)에 대한 U 를 의미한다.

3.2 선형 감쇠 계수

선체의 횡방향 운동으로 인하여 선체에 작용하는 감쇠력에 관한 표현식은 선체 주위 유체의 횡방향 모멘트의 변화로부터 유도될 수 있다. 하지만 세장체 이론을 사용할 경우, 압력의 적분시 적분 구간으로서 선체 전체를 택하면, 선미 끝의 단면적이 0일 경우, 횡방향 힘이 0이 되거나 선회 모멘트로서 Munk 모멘트만을 얻게 되는 경우가 발생한다. 실제 일정한 표류각이나 선회 속도를 가지고 운동하는 선체에서 예측된 압력값에 관한 실험예를 보면, 선수로부터 선체 중앙부에 이르는 선수부에서는 세장체 이론으로부터 예측된 값과 비교적 잘 일치하는 반면, 그 이후의 부분에서는 이론에서 예측된 값보다 상당히 작은 값을 보이고 있다. Zhao[9]는 선체가 횡방향 운동시 선체에 작용하는 유체력을 실용적으로 추정하기 위하여, 적분 구간을 선체 전체가 아니라 선수로부터 각 단면의 국부 부가 질량이 최대가 되는 곳까지 택함으로써 선형 감쇠 계수를 다음처럼 표시하였다.

$$\begin{aligned}
 Y_v &= -uA_v(x_{mv}) \\
 N_v &= -u \left[x_{mv}A_v(x_{mv}) + \int_{x_{mv}}^{L/2} A_v(x) dx \right] \quad (11) \\
 Y_r &= -u \left[x_{mr}A_r(x_{mr}) - \int_{-L/2}^{x_{mr}} A_r(x) dx \right], \quad Y_r = Y_r - m_x u \\
 N_r &= -u \left[x_{mr}^2 A_r(x_{mr}) - \int_{-L/2}^{x_{mr}} xA_r(x) dx + \int_{x_{mr}}^{L/2} xA_r(x) dx \right]
 \end{aligned}$$

여기서 $A_v(x)$ 및 $A_r(x)$ 는 각각 선체의 표류 운동과 선회 운동에 해당하는, 각 단면에서의 횡방향 부가 질량이며 다음처럼 정의된다.

$$\begin{aligned}
 A_v(x) &= -\rho S(x) + 2\rho h \frac{U_v(x)C(x)}{v} \\
 A_r(x) &= -\rho S(x) + 2\rho h \frac{U_r(x)C(x)}{rx} \quad (12)
 \end{aligned}$$

또한 x_{mv} , x_{mr} 은 각각 $A_v(x)$ 와 $A_r(x)$ 가 최대값이 되는 곳의 x 좌표를 의미한다.

4. 수치 계산

4.1 Blockage 계수의 계산

식 (8)의 적분 방정식을 수치 계산으로 풀기 위하여, 선체의 각 단면을 M 개의 선분으로 분할하면, j 번째의 선분 ΔB_j 는 Fig. 5에 보인 것처럼 정의된다.

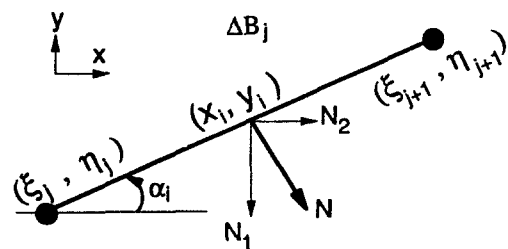


Fig. 5 Line segment of sectional body

또한, 식 (9)의 Green 함수는 적절한 변환을 거치면 다음처럼 쓸 수 있다.

$$G(x, y; \xi, \eta) = \frac{1}{2\pi} \log 2 + \text{Re}[H(z - \bar{\zeta}) + H(z - \zeta)] \quad (13)$$

여기서

$$\begin{aligned}
 z &= x + iy \\
 \bar{\zeta} &= \xi + i\eta \\
 H(z) &= \frac{1}{2\pi} \log \sinh \frac{\pi z}{2h} \quad (14)
 \end{aligned}$$

이제 각 선분에서 σ 값은 일정하다고 가정하면, 식 (8)은 다음처럼 쓸 수 있다.

$$\sum_{j=1}^M D_{ij} \sigma_j = b_i, \quad i = 1, 2, \dots, M \quad (15)$$

여기서

$$D_{ij} = \frac{\partial}{\partial N} \int_{\Delta B_j} dB G(x_i, y_i; \xi, \eta)$$

$$b_i = -N_2(y_i, z_i) = -\sin \alpha_i$$

$$\Delta B_j = [(\xi_j, \eta_j), (\xi_{j+1}, \eta_{j+1})]$$

$$(x_i, y_i) = (\xi_i + \xi_{i+1}, \eta_i + \eta_{i+1}) / 2$$

식 (13)을 이용하면, D_{ij} 는 다음처럼 쓸 수 있다.

$$D_{ij} = -\text{Im}[e^{i(\alpha_i - \alpha_j)} \{H(z_i - \zeta_{j+1}) - H(z_i - \zeta_j)\}]$$

$$+ e^{i(\alpha_i + \alpha_j)} \{H(z_i - \bar{\zeta}_{j+1}) - H(z_i - \bar{\zeta}_j)\}] \quad (16)$$

따라서 식 (15)의 연립 방정식을 풀면 각 선분에서의 α_j 를 구할 수 있으므로, 식 (7)에서 Blockage 계수 C 를 구할 수 있다.

Fig. 6~8은 각각 Mariner 선형, Series 60 선형 ($C_B = 0.6$) 그리고 Wigley 선형에 대한, 여러 가지 수심에서의 Blockage 계수 분포의 계산예를 보여주고 있다. 계산에 사용된 선박들의 제원은 다음과 같다.

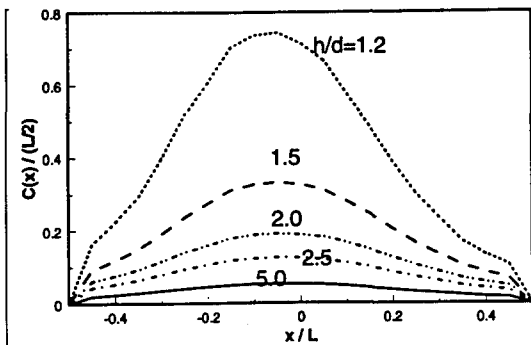


Fig. 6 Distribution of blockage coefficient of Mariner hull form for various water depth

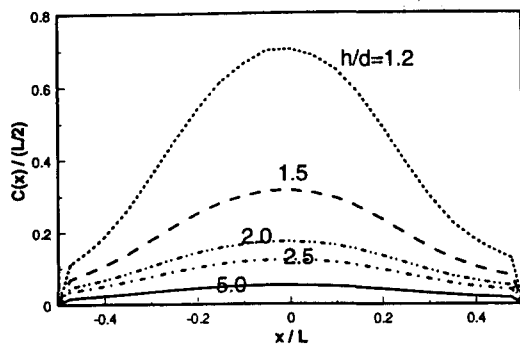


Fig. 7 Distribution of blockage coefficient of Series 60 ($C_B = 0.6$) hull form for various water depth

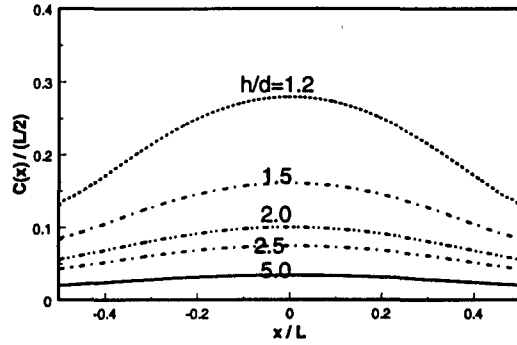


Fig. 8 Distribution of blockage coefficient of Wigley hull form for various water depth

Table 1 Principal characteristics of ships used for calculations

	Mariner	Series 60	Wigley
L/B	6.98	7.5	8.0
B/D	3.09	2.5	2.0
Stern Trim/L	0.757%	0.0	0.0
C_B	0.59	0.60	0.44

4.2 적미분 방정식의 근사 해법

식 (3)의 방정식 역시 식 (5)나 (6)으로 주어지는 경계 조건을 고려하여 수치적으로 풀 수 있다. 선체 전체 ($-L/2 \leq x \leq L/2$)를 길이 방향으로 N 개의 구간으로 나누고

$$U(x)C(x) = \sum_{i=0}^N \alpha_i f_i(x) \quad (17)$$

로 가정한다. 여기서 경계 조건을 고려하면 전진 속도가 없는 경우에는 $\alpha_0 = \alpha_N = 0$ 이고, 전진 속도가 있는 경우에는 $\alpha_0 = \alpha_1, \alpha_N = 0$ 가 된다. 이를 고려하면 식 (17)은

$$U(x)C(x) = \sum_{i=0}^{N-1} \alpha_i f_i(x) \quad (18)$$

로 쓸 수 있고, 시도 함수(Trial function) $f_i(x)$ 다음처럼 정의된다.

$$f_i(x) = \begin{cases} \frac{x - x_{i-1}}{\Delta_i}, & x_{i-1} \leq x \leq x_i \\ \frac{x_{i+1} - x}{\Delta_{i+1}}, & x_i \leq x \leq x_{i+1}, \quad i = 1, 2, \dots, N-1 \\ 0, & \text{Otherwise} \end{cases} \quad (19)$$

여기서 $\Delta_i = x_i - x_{i-1}$ 이고, $x_0 = -L/2$, $x_N = L/2$ 이다. 또한 전진 속도가 있는 경우에는 $f_i(x)$ 만 다음처럼 정의된다.

$$f_1(x) = \begin{cases} 1 & , x_0 \leq x \leq x_1 \\ \frac{x_2 - x}{\Delta_2} & , x_1 \leq x \leq x_2 \\ 0 & , \text{Otherwise} \end{cases} \quad (20)$$

이제 Galerkin의 방법을 이용하여 다음 식에 의하여 α 를 결정한다.

$$\int_{x_{k-1}}^{x_{k+1}} f_k(x) \left[U(x) - \frac{1}{\pi} \int_{-L/2}^{L/2} \frac{d[U(t)C(t)]}{dt} \frac{1}{t-x} dt - v(x) \right] dx = 0 \quad (k = 1, 2, \dots, N-1) \quad (21)$$

이 식에 (18) - (20)을 대입하여 미지수 α 에 대하여 정리하면 다음의 (N-1)차 Matrix 방정식을 얻을 수 있다.

$$[B_{ki}] \{ \alpha_i \} = \{ v_k \} \quad (22)$$

여기서

$$\begin{aligned} B_{ki} &= B1_{ki} + B2_{ki} \\ B1_{ki} &= \int_{x_{k-1}}^{x_{k+1}} \frac{f_i(x) f_k(x)}{C(x)} dx \\ B2_{ki} &= -\frac{1}{\pi} \int_{x_{k-1}}^{x_{k+1}} dx f_k(x) \int_{-L/2}^{L/2} \frac{f_i(t)}{t-x} dt \\ v_k &= \int_{x_{k-1}}^{x_{k+1}} f_k(x) v(x) dx \end{aligned} \quad (23)$$

이제 다시 $C(x) = \sum_{j=0}^N C_j f_j(x)$ 로 가정하고 위의 적분을 수행하면 다음처럼 정리된다.

(1) $B1_{ki}$ 의 계산

(i) $i = k - 1$ 인 경우 ($i=1, \dots, N-2; k=2, N-1$)

$$B1_{ki} = \begin{cases} \frac{\Delta_k}{2(C_k - C_{k-1})^3} \left[C_k^2 - C_{k-1}^2 - 2C_k C_{k-1} \ln \frac{C_k}{C_{k-1}} \right] & , \text{if } C_k \neq C_{k-1} \\ \frac{\Delta_k}{6C_k} & , \text{if } C_k = C_{k-1} \end{cases} \quad (24)$$

(ii) $i = k$ 인 경우 ($i=k=1, \dots, N-1$)

$$\begin{aligned} B1_{ki} &= J_1 + J_2 \\ J_1 &= \begin{cases} \frac{\Delta_k}{2(C_k - C_{k-1})^3} \left[C_k^2 - 4C_{k-1}C_k + 3C_{k-1}^2 + 2C_{k-1}^2 \ln \frac{C_k}{C_{k-1}} \right] & , \text{if } C_k \neq C_{k-1} \\ \frac{\Delta_k}{3C_k} & , \text{if } C_k = C_{k-1} \end{cases} \\ J_2 &= \begin{cases} -\frac{\Delta_{k+1}}{2(C_{k+1} - C_k)^3} \left[C_k^2 - 4C_{k+1}C_k + 3C_{k+1}^2 + 2C_{k+1}^2 \ln \frac{C_k}{C_{k+1}} \right] & , \text{if } C_k \neq C_{k+1} \\ \frac{\Delta_{k+1}}{3C_k} & , \text{if } C_k = C_{k+1} \end{cases} \end{aligned} \quad (25)$$

(iii) $i = k + 1$ 인 경우 ($i=2, \dots, N-1, k=1, \dots, N-2$)

$$B1_{ki} = \begin{cases} \frac{\Delta_{k+1}}{2(C_{k+1} - C_k)^3} \left[C_{k+1}^2 - C_k^2 - 2C_k C_{k+1} \ln \frac{C_{k+1}}{C_k} \right] & , \text{if } C_k \neq C_{k+1} \\ \frac{\Delta_{k+1}}{6C_{k+1}} & , \text{if } C_k = C_{k+1} \end{cases} \quad (26)$$

위의 경우를 제외한 나머지의 경우에는 $B1_{ki} = 0$ 가 된다.

한편, 전진 속도가 있는 경우에는 $i = k = 1$ 인 경우만 전진 속도 없는 경우와 달라지고 나머지 경우는 동일하다. 이 경우 $B1_{11}$ 은 다음처럼 정리된다.

$$B1_{11} = \begin{cases} \frac{\Delta_1}{C_1 - C_0} \ln \left(\frac{C_1}{C_0} \right) + J_2(k=1), & \text{if } C_0 = 0 \text{ and } C_0 = C_1 \\ \frac{\Delta_1}{C_1} + J_2(k=1) & \text{if } C_0 = 0 \text{ or } C_0 = C_1 \end{cases} \quad (27)$$

(2) $B2_{ki}$ 의 계산

$$B2_{ki} = -\frac{1}{\pi} \left[\frac{P_2 - P_1}{\Delta_k \Delta_i} - \frac{P_3 - P_2}{\Delta_k \Delta_{i+1}} - \frac{P_5 - P_4}{\Delta_{k+1} \Delta_i} + \frac{P_6 - P_5}{\Delta_{k+1} \Delta_{i+1}} \right] \quad (28)$$

여기서

$$\begin{aligned} P_1 &= I(x_{k-1}, x_{i-1}; x_k, x_{k-1}) \\ P_2 &= I(x_{k-1}, x_i; x_k, x_{k-1}) \\ P_3 &= I(x_{k-1}, x_{i+1}; x_k, x_{k-1}) \\ P_4 &= I(x_{k+1}, x_{i-1}; x_{k+1}, x_k) \\ P_5 &= I(x_{k+1}, x_i; x_{k+1}, x_k) \\ P_6 &= I(x_{k+1}, x_{i+1}; x_{k+1}, x_k) \end{aligned}$$

$$I(A, B; x_A, x_B) = \int_{x_B}^{x_A} (x-A) \ln|B-x| dx$$

$$= \left[\frac{(x^2 - B^2)}{2} - A(x-B) \right] \ln|B-x| - \frac{x^2}{4} + \left(A - \frac{B}{2}\right)x \Big|_{x_B}^{x_A}$$
(29)

한편 전진 속도가 있는 경우에는 $i = 1$ 혹은 $k = 1$ 경우만 위의 경우와 달라진다. 이 경우는 다음처럼 정리된다.

(i) $i = 1, k = 1$ 인 경우

$$B2_{11} = \frac{1}{\pi\Delta_2} [H(x_2; x_1, x_0) - H(x_1; x_1, x_0)]$$

$$- \frac{1}{\pi\Delta_2^2} (P_6 - P_5)_{i=k=1}$$
(30)

(ii) $i = 1, k \neq 1$ 인 경우

$$B2_{k1} = \frac{1}{\pi\Delta_2\Delta_k} [P_3 - P_2]_{i=1} - \frac{1}{\pi\Delta_2\Delta_{k+1}} [P_6 - P_5]_{i=1}$$
(31)

(iii) $i \neq 1, k = 1$ 인 경우

$$B2_{ii} = -\frac{1}{\pi\Delta_i} [H(x_i; x_1, x_0) - H(x_{i-1}; x_1, x_0)]$$

$$+ \frac{1}{\pi\Delta_{i+1}} [H(x_{i+1}; x_1, x_0) - H(x_i; x_1, x_0)]$$

$$+ \frac{1}{\pi\Delta_2\Delta_i} [P_5 - P_4]_{k=1} - \frac{1}{\pi\Delta_2\Delta_{i+1}} [P_6 - P_5]_{k=1}$$
(32)

여기서 H 는 다음처럼 정의된다.

$$H(A; x_A, x_B) = \int_{x_B}^{x_A} \ln|A-x| dx$$

$$= [(x-A) \ln|A-x| - x]_{x_B}^{x_A}$$
(33)

(3) v_k 의 계산

(i) 순수 횡방향 운동일 경우 : $v(x) = v$

$$v_k = v(\Delta_k + \Delta_{k+1})/2, \quad k = 1, 2, \dots, N-1$$
(34)

전진속도가 있는 경우에는 v_1 만 다음처럼 정의된다.

$$v_1 = v(\Delta_1 + 0.5\Delta_2)$$
(35)

(ii) 순수 선회 운동일 경우 : $v(x) = rx$

$$v_k = \frac{r}{6} [x_{k+1}^2 - x_{k-1}^2 + x_k(x_{k+1} - x_{k-1})]$$

$$, \quad k = 1, 2, \dots, N-1$$
(36)

전진속도가 있는 경우에는 역시 v_1 만 다음처럼 정의된다.

$$v_1 = \frac{r}{6} \left[3\Delta_1(x_0 + x_1) + \frac{\Delta_2}{6}(2x_1 + x_2) \right]$$
(37)

4.3 이론해와의 비교

Newman[8]은 식 (3)으로 주어지는 적미분 방정식의 형태가 Prandtl의 양력선 이론으로부터 유도되는 식과 동일함을 지적하고 이로부터 $C(x)$ 가 타원 분포를 할 경우에 대한 해석해가 다음과 같음을 보이고 있다. 즉,

$$C(x) = C(0)\sqrt{1 - (x/(L/2))^2}$$
(38)

으로 주어질 경우 U 는 다음의 식으로 주어짐을 보였다.

$$\frac{U}{v} = \frac{L/2}{(L/2) + C(0)}$$
(39)

4.2절에서 해설한 수치 계산 방법의 정도를 확인하기 위하여 이 이론해와 계산 값을 비교한 결과가 Fig. 9에 보이고 있다. 양 끝점을 제외하면, 전 구간에서 정확한 값을 보이고 있음을 알 수 있다.

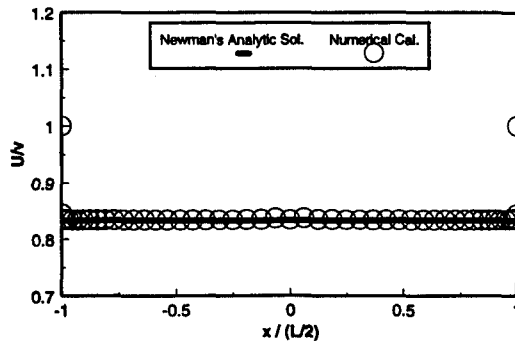


Fig. 9 Comparison with analytic solution

4.4 조종성 계수의 계산 및 시험 결과와의 비교
 실제 선형의 조종성 계수를 계산하고 기존의 모형 시험 결과[3][4]와 비교하여 보았다. 각각의 조종성 계수는 ITTC의 규약에 의하여 무차원화하였다. Fig. 10 및 Fig. 11은 각각 Mariner 선형과 Series 60 선형에 대한 계산 결과와 시험 결과에 대한 비교이다. 그림에서 실선으로 표시된 것이 본 논문의 방법에 의한 계산 결과이며, 원으로 표시된 것이 시험 결과[3,4]이다. 또한 그림에서 $h/D=5.0$ 에서의 값은 심수역에서의 값이며, 천수역의 가정을 도입하였음에도 불구하고 시험값

과 비교적 잘 일치하고 있음을 알 수 있다. Mariner 선형의 경우에는 시험 결과와 비교적 잘 일치하나, Series 60 선형의 경우에는 일치가 그리 좋은 편은 아니다. Mariner 선형에 대한 Fujino의 시험 결과[3]는 전통적인 HPMM 시험에 의한 것인 반면, Series 60 선형에 대한 Loeser의 시험 결과[4]는 과도 조종 운동 기법에 의한 것으로 이러한 시험중에 포함된 오차도 이러한 불일치의 한 원인으로 생각된다.

한편, Fig. 12는 $L/B=8.0$, $B/D=2.0$ 인 Wigley 선형에 대한 계산 결과를 도시한 것이다.

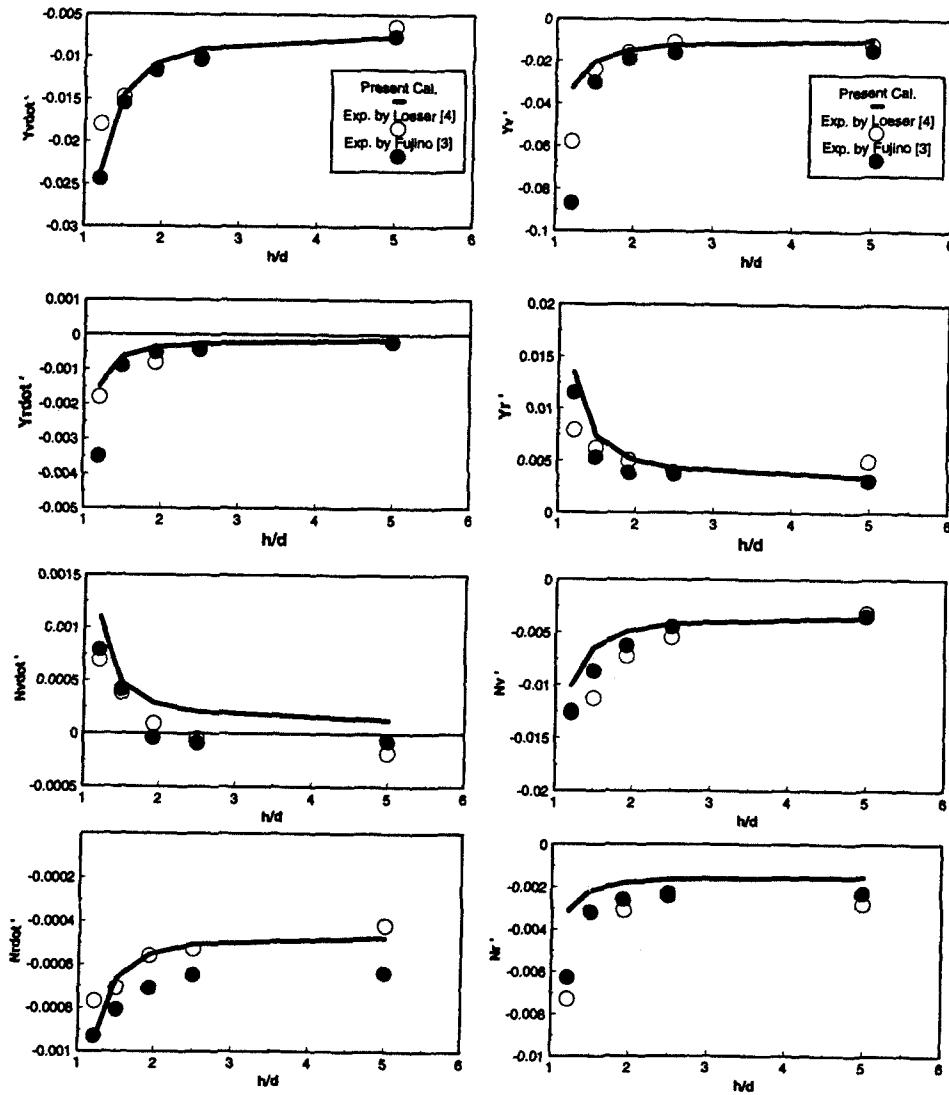


Fig. 10 Comparison of calculated results with experiment (Mariner)

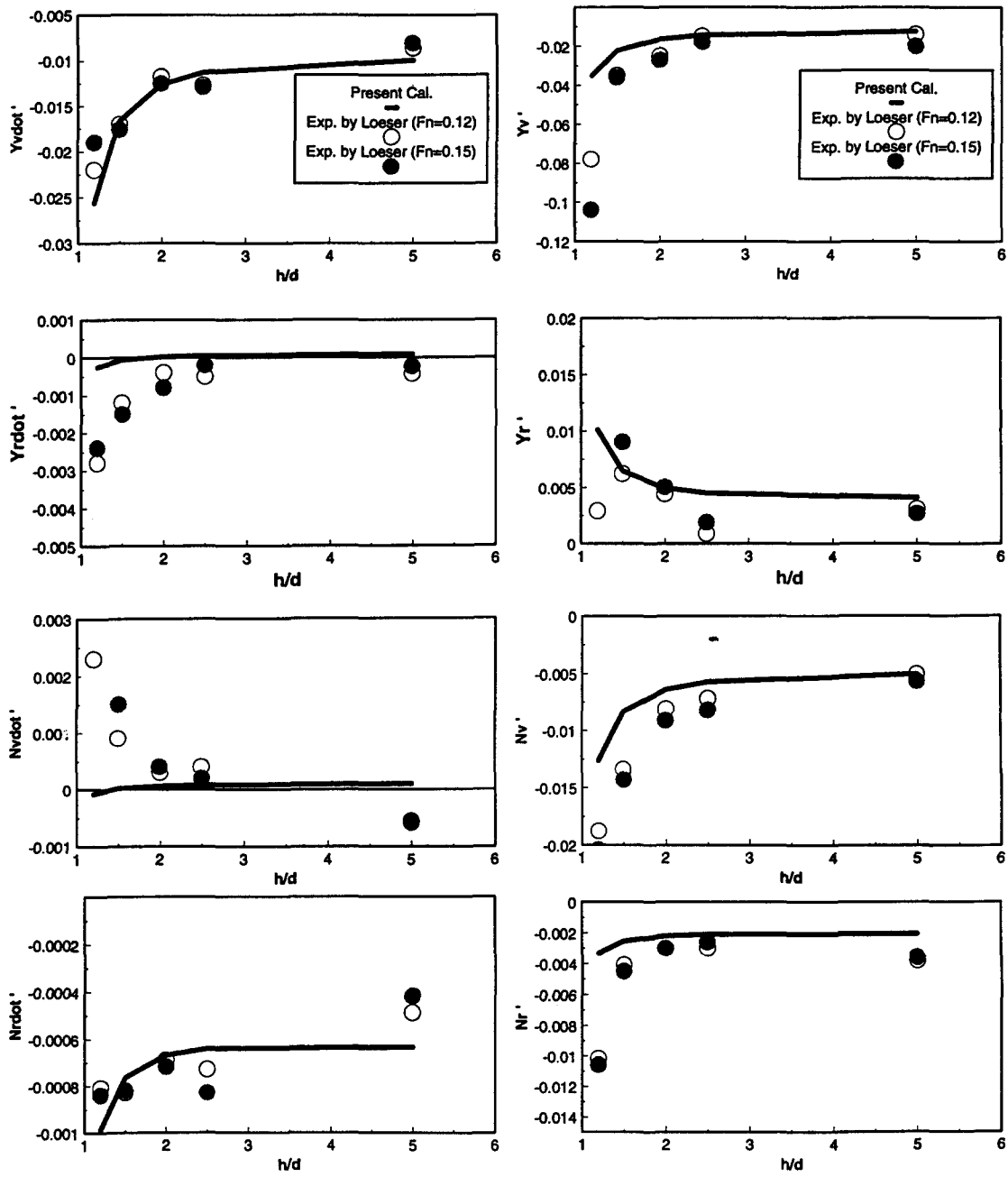


Fig. 11 Comparison of calculated results with experiment (Series 60, $C_B=0.6$)

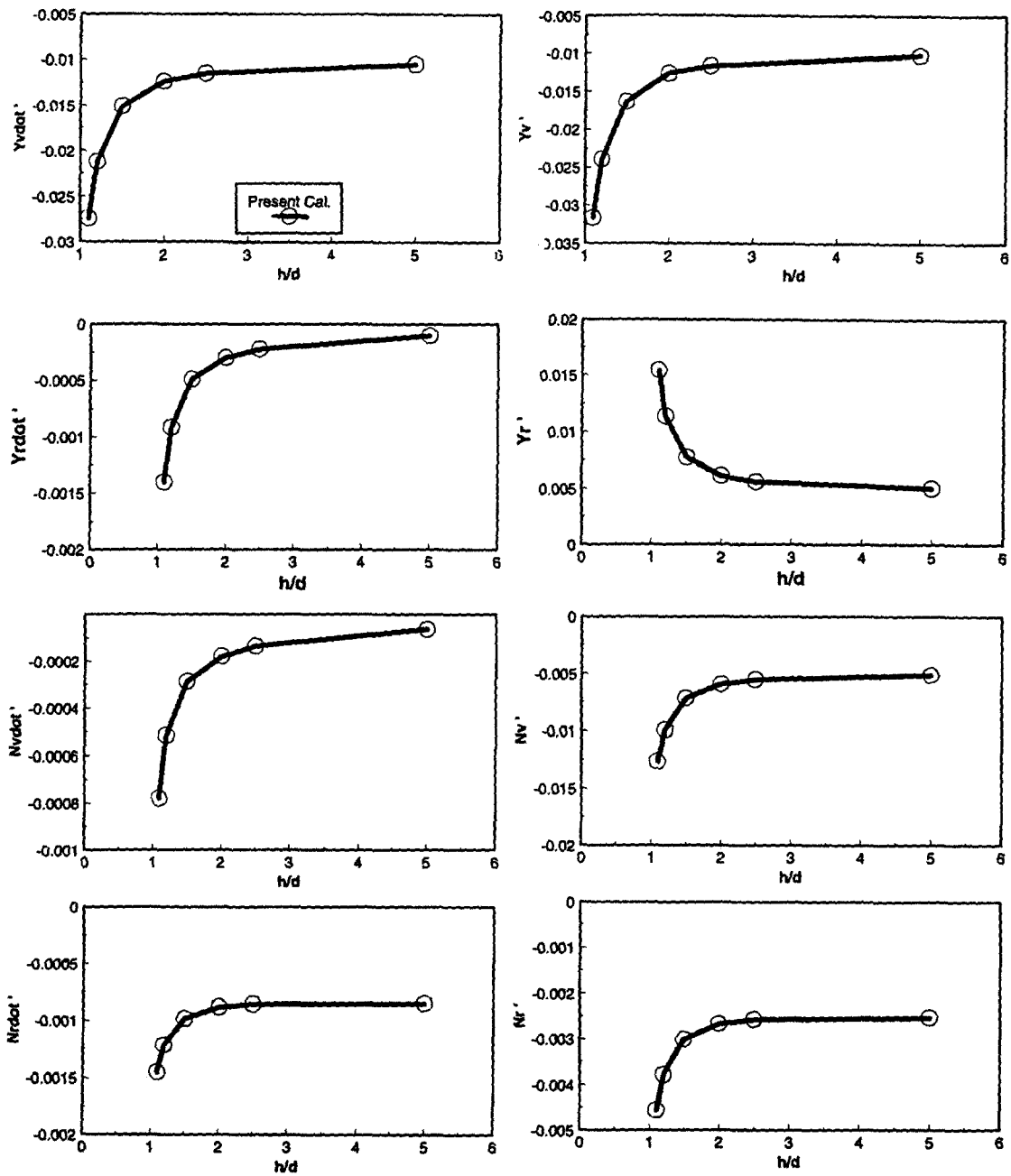


Fig. 12 Variation of hydrodynamic coeff. of Wigley hull form with water depth

5. 결 언

이상에서 세장체 이론과 여러 가지 가정을 사용하여, 수심의 영향이 고려된 선박의 조종성 계수를 이론적으로 추정하여 보았다. 수학 모델에 도입된 여러 가지 가정에도 불구하고 계산 결과는 천수역에서의 조종성 계수의 변화를 비교적 잘 묘사하고 있으며 초기 설계 단계에서 선박의 천수역에서의 조종성 특성을 파악하기 위한 목적으로 충분히 사용될 수 있을 것으로 판단된다.

후 기

본 논문은 과학기술처에서 시행한 기본 연구 사업, '천수역에서의 선박 조종성 계수의 이론적 추정을 위한 연구' 과제의 일부이다.

참 고 문 헌

- [1] Kijima, K., "Force Calculation of Rectangular Plate Moving Ahead and Yawing in Shallow Water", *일본 서부 조선학회지* No. 43, 1972.
- [2] Bollay, W., "A Nonlinear Wing Theory and Its Application to Rectangular Wings of Small Aspect Ratio", *ZAMM*

- Bd.19, Nr. 1, 1939.
- [3] Fujino, M., "Experimental Studies in Ship Maneuverability in Restricted Waters, Part I", *ISP* Vol.15, 1971
- [4] Loeser, D.J., "Determination of Maneuvering Properties in Shallow Water by Impulse Response Techniques", *JSR* Vol.26, 1982
- [5] Cary, C.M., "An Analytical Alternative to the Planar Motion Mechanism for a Ship in Shallow Water", *Univ. of Michigan, Ann Arbor, Report No.224*, 1980.
- [6] 공인영, 김선영, "천수역에서의 선박 조종성 계수의 이론적 추정을 위한 연구", *한국기계연구소 연구보고서 UCE 405-1263.D*, 1988
- [7] Taylor, P.J., "The Blockage Coefficient for Flow About an Arbitrary Body Immersed in a Channel", *JSR* Vol.17, No. 2, 1973.
- [8] Newman, J.N., "Lateral Motion of a Slender Body Between Two Parallel Walls", *JFM* Vol.39, 1969
- [9] Zhao, Y., "Calculation of Ship Maneuvering Motions in Shallow Water", *Schiffstechnik* Bd.33, Heft 3, Sep. 1986.