
 論 文

大韓造船學會論文集
 第 31 卷第 3 號 1994年 8月
 Transactions of the Society of
 Naval Architects of Korea
 Vol. 31, No. 3, August 1994

정규격자계와 4단계 Runge-Kutta법을 사용한 Wigley선형 주위의 난류유동계산

반석호*, 김형태**

Computation of Turbulent Flow around Wigley Hull Using 4-Stage Runge-Kutta Scheme on Nonstaggered Grid

by

Suak-Hp Van* and Hyoung-Tae Kim**

요 약

Reynolds Averaged Navier-Stokes 방정식을 수치해석하여 Wigley 선형 주위의 난류유동을 계산하였다. 정규격자상에서 공간의 이산화는 2차 정도의 유한차분법을, 시간의 적분에는 4단계 Runge-Kutta법을 이용하였다. 시간 증분을 크게 하기 위하여 Jameson의 잔류항 평균 기법을 사용하였다. 압력 Poisson 방정식으로부터 압력장을 구하였고 난류단음 조건을 만족시키기 위하여 Baldwin-Lomax의 난류 모형을 사용하였다.

수치계산은 레이놀드수가 4.5×10^6 에서 수행하였고 계산된 속도와 압력분포는 실험 결과와 비교적 잘 일치하는 것을 확인하였다.

Abstract

Reynolds Averaged Navier-Stokes equations are solved numerically for the computation of turbulent flow around a Wigley double model. A second order finite difference method is applied for the spatial discretization on the nonstaggered grid system and 4-stage Runge-Kutta scheme for the numerical integration in time. In order to increase the time step, residual averaging scheme of Jameson is adopted. Pressure field is obtained by solving the pressure-Poisson equation with the appropriate Neumann boundary condition. For the turbulence closure, 0-equation turbulence model of Baldwin-Lomax is used. Numerical computation is carried out for the Reynolds number of 4.5 million. Comparisons of the computed results with the available experimental data show good agreements for the velocity and pressure distributions.

발표일자 : 1993년도 대한조선학회 추계연구발표회('93.11.13)

접수일자 : 1993년 11월 27일, 재접수일자: 1994년 4월 8일

* 정회원, 선박해양공학연구센터

** 정회원, 충남대학교 선박해양공학과

1. 서 언

최근 20년동안 대형고속 computer를 이용한 점성 유동의 수치계산이 유체와 관련된 여러분야 즉, 기계, 항공, 조선 해양등에서 활발히 이루어지고 있다. 선박의 경우에는 점성에 의한 저항이 전체 저항의 50~90%에 이르고 또한 통상적으로 선박의 추진장치로 사용되는 추진기가 점성의 영향이 큰 선미부에 위치하기 때문에 저항이 작고 추진효율이 높은 우수한 선형 및 추진기의 설계를 위해서는 선체 주위 난류 유동의 정확한 예측이 꼭 필요하다. 1990년 SSPA-CTH-I-IHR Workshop[1]은 3차원 Reynolds Averaged Navier-Stokes (RANS) 방정식의 해석에 의한 선체 주위의 점성유동 계산의 현황을 파악하고 사용된 각 방법에 따른 계산결과를 분석하여 가장 유망한 개선방안에 대한 정보를 얻어내는 것을 목표로 조직되었다. Workshop에 제출된 19개의 계산결과들은 실험결과와 대체로 잘 일치하고 선미선형의 차이에 따른 유동변화를 정성적으로 예측할 수 있음을 보임으로써 선형설계의 응용 가능성을 크게 시사하였다. 그러나, 계산결과와 정확도가 설계에 사용하기에는 아직 미흡한 점이 많고, 실험결과가 미리 알려지지 않은 미지(Mystery)선형의 경우에 대한 예측정도가 더욱 떨어지는 경향을 보임으로써, 앞으로 계산결과와 신뢰성을 높이기 위한 다양한 연구노력이 필요함을 보여 주었다. 본 연구에서는 1990년 Workshop에서 발표된 계산결과들 중에서 실험 결과와 비교적 잘 일치하는 것으로 나타난 Sotiropoulos와 Abdallah[2]의 수치계산 방법을 선택하여 선체주위 및 선미후류의 3차원 난류 유동을 수치 계산하는 컴퓨터 코드를 개발하고 실험결과가 있는 선형에 대한 수치계산을 수행하여 개발된 코드를 검증하였다. 지배방정식은 유한 차분법을 사용하여 이산화하였고 시간에 대한 적분은 4단계 Runge-Kutta 법을 이용하였으며 수렴속도를 촉진하기 위해 residual smoothing 방법을 적용하였다. 수치격자로는 정규격자를 사용하였고, 압력 Poisson 방정식의 이산화 과정에서 짝수와 홀수번째 격자에서의 압력을 연성시키기 위해 Sotiropoulos[2]의 방법을 따랐으며, Baldwin-Lomax의 난류 모형[3]을 사용하였다. 계산대상 선형으로 Wigley 선형을 선택하였으며 계산결과는 실험결과와 비교하여 수치계산의 정도를 확인하였다.

2. 지배 방정식의 정식화

본 연구에서는 선체주위의 난류유동 계산에 있어 경계 조건의 적용이 편리하도록 Fig. 1에 보인 바와 같이 원통 좌표계를 기본 좌표계로 택하고 이를 물체맞춤 좌표계에 대하여 부분변환하는 방법을 사용하였다. 계산의 편의상 선수부의 총류 및 천이 경계층 영역은 무시하고 전체 유동을 난류로 가정하였으며, 지배 방정식으로는 NS 방정식을 Reynolds 평균해서 얻은 RANS 방정식을 사용하였다. 원통 좌표계에서의 RANS 방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

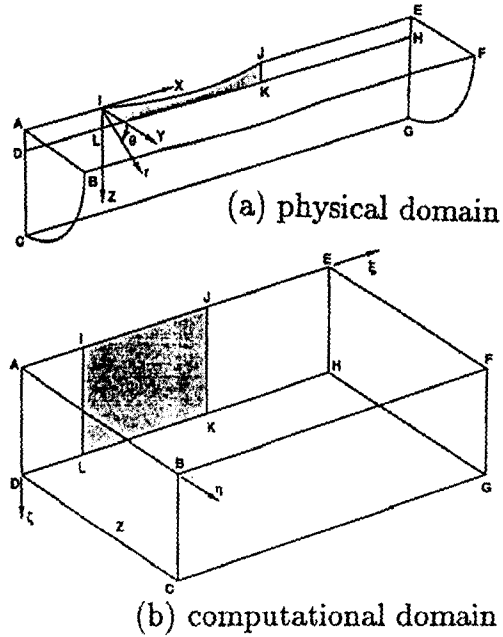


Fig.1 Physical and computational domain

연속 방정식

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rv) + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} = 0 \tag{1}$$

x-운동량 방정식

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{w}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} = -\frac{\partial P}{\partial x} + \chi \left[\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial (r\tau_{xr})}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{x\theta}}{\partial \theta} \right] \tag{2}$$

r - 운동량 방정식

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{w}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} - \frac{w^2}{r} = -\frac{\partial P}{\partial r} + \chi \left[\frac{\partial \tau_{xr}}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r\tau_{rr})}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} - \frac{\tau_{\theta\theta}}{r} \right] \quad (3)$$

θ - 운동량 방정식

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{w}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} - \frac{vw}{r} = -\frac{\partial P}{r\partial \theta} + \chi \left[\frac{\partial \tau_{x\theta}}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r\tau_{r\theta})}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{\theta\theta}}{\partial \theta} - \frac{\tau_{r\theta}}{r} \right] \quad (4)$$

위의 방정식에서 모든 변수들은 선속 V_s , 배길이 L 그리고 유체의 밀도 ρ 및 점성계수 μ 로 무차원화 되었으며, u, v, w 는 각 축 방향, 반경 방향, 접선 방향의 속도 성분들, P 는 정압을 나타낸다. 변수 χ 는 1이며 만일 χ 를 0으로 하면 Euler 방정식이 된다. RANS 방정식에 포함되어 있는 Reynolds 응력항은 Boussinesq의 와점성 개념을 사용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \tau_{xx} &= 2\nu_t \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3}k \\ \tau_{rr} &= 2\nu_t \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{2}{3}k \\ \tau_{\theta\theta} &= 2\nu_t \left(\frac{1}{r} - \frac{\partial w}{\partial \theta} + \frac{v}{r} \right) - \frac{2}{3}k \\ \tau_{xr} &= \nu_t \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \\ \tau_{x\theta} &= \nu_t \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} \right) \\ \tau_{r\theta} &= \nu_t \left(\frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} - \frac{w}{r} \right) \end{aligned} \quad (5)$$

여기서 ν_t 는 와점성 계수에 유체의 동점성 계수를 합한 유효 점성 계수로서 다음과 같다.

$$\nu_t = \nu_e + \frac{1}{R_e} \quad (6)$$

R_e 는 Reynolds 수이고 와점성 계수 ν_e 는 Baldwin-Lomax의 난류 모형을 사용해서 구하였다. 선체 주위의 점성 유동과 같이 복잡한 형상의 경계면을 갖는 유

동 영역에 대한 수치 계산을 수행하기 위하여 물체맞춤 좌표를 도입하고 지배 방정식의 좌표 변환을 수행하여 실제 유동영역을 단순한 정방형의 계산 영역으로 변환하였다. 본 연구에서는 기준 좌표계 (x, r, θ) 에서 쓰여진 지배방정식을 물체맞춤 좌표계 (ξ, η, ζ) 로 부분 변환하는 방법을 사용하였으며 좌표 변환에 필요한 Jacobian J 와 contravariant metric tensor g^{ij} 는 다음과 같이 정의된다.

$$J = \frac{\partial(\xi, \eta, \zeta)}{\partial(x, r, \theta)} = \begin{bmatrix} \xi_x & \xi_r & \xi_\theta \\ \eta_x & \eta_r & \eta_\theta \\ \zeta_x & \zeta_r & \zeta_\theta \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$g^{ij} = \xi_x^i \xi_x^j + \xi_r^i \xi_r^j + \frac{1}{r^2} \xi_\theta^i \xi_\theta^j, \text{ for } i, j = 1, 2, 3 \quad (8)$$

여기서 $(\xi^1, \xi^2, \xi^3) = (\xi, \eta, \zeta)$ 이며 좌표 변환에 사용된 좀더 자세한 관계식들은 Sotiropoulos[4]에 주어져 있다. 좌표 변환의 관계식들을 사용하여 결과적으로 얻어진 물체맞춤 좌표계에서의 지배 방정식은 다음과 같다.

연속 방정식

$$J \left[\frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{U}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{V}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{W}{J} \right) \right] = 0 \quad (9)$$

운동량 방정식

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q}{\partial t} + A \frac{\partial Q}{\partial \xi} + B \frac{\partial Q}{\partial \eta} + C \frac{\partial Q}{\partial \zeta} + H \\ - \chi \left[J \left(\frac{\partial E_{v1}}{\partial \xi} + \frac{\partial E_{v2}}{\partial \eta} + \frac{\partial E_{v3}}{\partial \zeta} \right) - H_v \right] = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

Q 는 속도 벡터로 다음과 같이 표시된다.

$$Q = (u, v, w)^T \quad (11)$$

(10) 식의 행렬 A, B, C 는 대각 행렬로서 다음과 같다.

$$A = \text{diag}(U, U, U), B = \text{diag}(V, V, V), C = \text{diag}(W, W, W) \quad (12)$$

U, V, W 는 각각 ξ, η, ζ 방향의 contravariant 속도

성분으로서 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$U^i = u\xi_x^i + v\xi_r^i + \frac{w}{r}\xi_\theta^i, \text{ for } i=1,2,3 \quad (13)$$

이 식에서 $(U^1, U^2, U^3) = (U, V, W)$ 이다. 운동량 방정식 (10)에서 $E\nu_1, E\nu_2, E\nu_3$ 는 점성 플럭스 벡터로서 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$E_{ij} = \frac{v_t}{J} \times \begin{pmatrix} (\xi_x \xi_x^j + g^{1j})u_\xi + (\eta_x \xi_x^j + g^{2j})u_\eta + (\zeta_x \xi_x^j + g^{3j})u_\zeta + S_{1j} \\ (\xi_r \xi_r^j + g^{1j})u_\xi + (\eta_r \xi_r^j + g^{2j})u_\eta + (\zeta_r \xi_r^j + g^{3j})u_\zeta + S_{2j} \\ \left(\frac{1}{r^2} \xi_\theta \xi_\theta^j + g^{1j}\right)u_\xi + \left(\frac{1}{r^2} \eta_\theta \xi_\theta^j + g^{2j}\right)u_\eta + \left(\frac{1}{r^2} \zeta_\theta \xi_\theta^j + g^{3j}\right)u_\zeta + S_{3j} \end{pmatrix} \quad (14)$$

for $j = 1, 2, 3$

여기서

$$S_{1j} = \xi_r^j R_{21} + \frac{1}{r} \xi_\theta^j R_{31}$$

$$S_{2j} = \xi_x^j R_{12} + \frac{1}{r} \xi_\theta^j \left(R_{32} - \frac{w}{r} \right) \quad (15)$$

$$S_{3j} = \frac{1}{r} \left(\xi_x^j R_{13} + \xi_r^j R_{23} \right) + \frac{1}{r} \left(\frac{2v}{r} \xi_\theta^j - w \xi_r^j \right)$$

$$R_{ij} = u\xi_x^i \xi_{xj} + u_\eta^i \eta_{xj} + u_\zeta^i \zeta_{xj}, \text{ for } i, j=1, 2, 3 \quad (16)$$

$$(u^1, u^2, u^3) = (u, v, \omega) (x_1, x_2, x_3) = (x, r, \theta)$$

끝으로, 운동량 방정식 (10)에서 쏘오스 벡터 H 와 H_v 는 다음과 같이 주어진다.

$$H = \begin{pmatrix} \xi_x P_\xi + \eta_x P_\eta + \zeta_x P_\zeta \\ \xi_r P_\xi + \eta_r P_\eta + \zeta_r P_\zeta - \frac{w^2}{r} \\ \frac{1}{r} (\xi_\theta P_\xi + \eta_\theta P_\eta + \zeta_\theta P_\zeta + wv) \end{pmatrix} \quad (17)$$

$$H_v = \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{2v_t}{r} \left(R_{33} + \frac{v}{r} \right) \\ \frac{v_t}{r} \left(R_{23} + R_{32} - \frac{w}{r} \right) \end{pmatrix} \quad (18)$$

본 연구에서는 연속 방정식 (9)를 만족시키기 위하여 압력 Poisson 방법을 사용하며, 정확한 수치해를 얻기 위해서는 지배 방정식 (9)와 (10)으로부터 적절한 형태의 이산화된 압력 방정식을 유도해 내는 것이

매우 중요하다. 이제 지배 방정식의 이산화 방법과 이산화된 압력 방정식의 유도 과정을 설명하기로 한다.

3. 지배 방정식의 이산화

운동량 방정식 (10)의 공간 도함수들을 이산화하기 위하여 압력 구배 및 점성항들은 3점 중심 유한차분을 사용하고, 대류항은 2차 풍상 차분을 사용하여 근사하였다. 대류항을 풍상 차분함으로써 수치 알고리즘을 안정시키기 위해 운동량 방정식의 우변에 인위적인 소산항을 더해줄 필요가 없게 되며, 이는 풍상 차분이 일정한 소산항을 본래부터 포함하고 있기 때문이다 [5].

Fig. 2에 보인 수치계산 요소에 대하여 방정식 (10)의 대류항, 압력 구배 및 점성항들을 유한차분 공식을 사용하여 이산화하면 다음의 근사식으로 나타낼 수 있다.

$$\left[U \frac{\partial u}{\partial \xi} \right]_{i,j,k} = \frac{1}{2} \left(|U_{i,j,k}| + U_{i,j,k} \right) \delta_\xi^- u_{i,j,k} \quad (19)$$

$$- \frac{1}{2} \left(|U_{i,j,k}| - U_{i,j,k} \right) \delta_\xi^+ u_{i,j,k}$$

$$\left[\xi_x \frac{\partial P}{\partial \xi} \right]_{i,j,k} = (\xi_x)_{i,j,k} \delta_\xi P_{i,j,k} \quad (20)$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{v_t}{J} \left((\xi_x)^2 + g^{11} \right) \frac{\partial u}{\partial \xi} \right) \right]_{i,j,k} \quad (21)$$

$$= \bar{\delta}_\xi \left[\frac{v_t}{J} \left((\xi_x)^2 + g^{11} \right) \bar{\delta}_\xi u_{i,j,k} \right]$$

여기서

$$\delta_\xi^\pm \phi_{i,j,k} = \pm \frac{1}{2\Delta\xi} \left[-3\phi_{i,j,k} + 4\phi_{i\pm 1,j,k} - \phi_{i\pm 2,j,k} \right]$$

$$\delta_\xi \phi_{i,j,k} = \frac{1}{2\Delta\xi} \left[\phi_{i+1,j,k} - \phi_{i-1,j,k} \right] \quad (22)$$

$$\bar{\delta}_\xi \phi_{i,j,k} = \frac{1}{\Delta\xi} \left[\phi_{i+1/2,j,k} - \phi_{i-1/2,j,k} \right]$$

위의 모든 식에서 좌표 변환에 관련된 metrics와 Jacobian은 3점 중심 유한차분 근사를 사용하여 (i, j, k) 격자점에서 계산하고 점성항의 이산화에 필요한 $(i+1/2, j, k)$ 와 같은 격자 중간에서의 metrics와 Ja-

cobian은 격자점에서의 값을 산술 평균하였다.

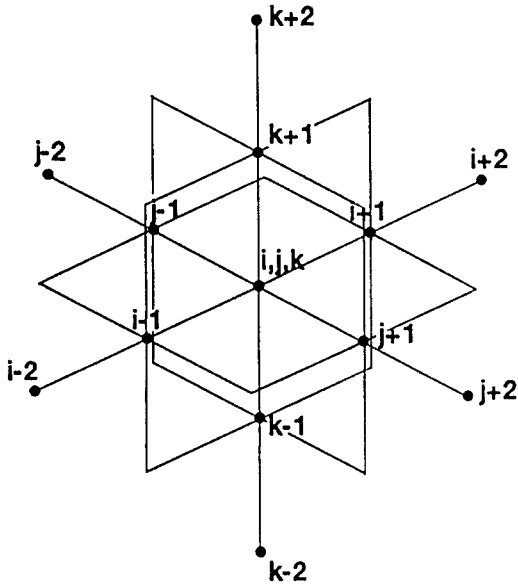


Fig. 2 Arrangement of 3-dimensional computational nodes

연속 방정식 (9)는 3점 중심 유한차분 근사를 사용하여 이산화하였으며, 이산화된 발산을 연산자는 다음과 같이 정의한다.

$$DIV[Q_{i,j,k}] = J \left[\delta_\xi \left(\frac{U}{J} \right)_{i,j,k} + \delta_\eta \left(\frac{V}{J} \right)_{i,j,k} + \delta_\zeta \left(\frac{W}{J} \right)_{i,j,k} \right] \quad (23)$$

Q 는 (11)식에 정의된 속도 벡터이며, U, V, W 는 각각 ξ, η, ζ 방향의 contravariant 속도 성분으로서 (13)식에 정의되어 있다.

이산화된 운동량 방정식을 시간에 관하여 수치 적분하기 위하여 4단계 Runge-Kutta법을 사용하였다. Runge-Kutta법은 Jameson과 Schmidt[6]가 압축성 Euler 방정식을 풀기 위해 처음 사용하였으며, Sotiropoulos[4]는 Runge-Kutta법을 압력 Poisson 방법과 함께 사용하여 비압축성 NS 방정식의 수치해를 구한 바 있다. 지배 방정식 (9) 및 (10)에 Runge-Kutta법을 적용하면 다음의 식들을 얻을 수 있다.

$$DIV[Q'_{i,j,k}] = 0, \quad \text{for } l = 1, 2, 3, 4 \quad (24)$$

$$Q'_{i,j,k} = Q_{i,j,k}^n - \alpha_l \Delta t_{i,j,k} RHS_{i,j,k}^{l-1}, \quad \text{for } l = 1, 2, 3, 4 \quad (25)$$

윗 식에서 위첨자 n 은 해가 알려져 있는 시간 단계를 나타내고 위첨자 l 은 시간 단계 n 으로부터 $n+1$ 까지 수치해를 진행시키기 위해 사용되는 중간 단계 또는 반복 단계를 의미하며, $l=0$ 는 시간 단계 n 에, $l=4$ 는 시간 단계 $n+1$ 에 해당된다. (25)식에서 $\alpha_1=1/4$, $\alpha_2=1/3$, $\alpha_3=1/2$, $\alpha_4=1$ 이며 RHS는 운동량 방정식(10)의 좌변에서 시간 도함수 항을 제외한 나머지 항들을 유한차분을 사용해서 이산화한 것을 나타낸다. 또한, $\Delta t_{i,j,k}$ 는 격자점 (i, j, k) 에서의 시간 증분이며 위에서 설명될 이유로 해서 각 격자점에 따라 그 값이 달라진다. 편의상 이 후에서는 아래첨자 (i, j, k) 를 생략한다.

압력에 대한 방정식을 유도하기 위해서 먼저 (25)식을 다음과 같은 3개의 스칼라 운동량 방정식으로 표현한다.

$$\begin{aligned} u'_{i,j,k} &= u_{i,j,k}^n - \alpha_l \Delta t [f'_{i,j,k} + (\xi_x \delta_\xi + \eta_x \delta_\eta + \zeta_x \delta_\zeta) P_{i,j,k}]^{l-1} \\ v'_{i,j,k} &= v_{i,j,k}^n - \alpha_l \Delta t [f''_{i,j,k} + (\xi_r \delta_\xi + \eta_r \delta_\eta + \zeta_r \delta_\zeta) P_{i,j,k}]^{l-1} \\ w'_{i,j,k} &= w_{i,j,k}^n - \alpha_l \Delta t \left[f'''_{i,j,k} + \frac{1}{r} (\xi_\theta \delta_\xi + \eta_\theta \delta_\eta + \zeta_\theta \delta_\zeta) P_{i,j,k} \right]^{l-1} \end{aligned} \quad (26)$$

예를들어 $f'_{i,j,k}$ 는 x -운동량 방정식에 나타나는 대류항과 점성항을 이산화한 근사항들을 포함한다.

(26)식을 (13)의 관계식과 함께 사용해서 이산화된 연속 방정식 (24)에 대입하면 다음과 같은 이산화된 압력 방정식을 얻을 수 있다.

$$J \Delta [P_{i,j,k}]^{l-1} = \frac{1}{\alpha_l} DIV[Q'_{i,j,k}] - J \sigma_{i,j,k}^{l-1} \quad (27)$$

여기서

$$\begin{aligned} \Delta [P_{i,j,k}] &= \left(\delta_\xi \left[\frac{\Delta t}{J} (g^{11} \delta_\xi + g^{12} \delta_\eta + g^{13} \delta_\zeta) \right] \right. \\ &+ \delta_\eta \left[\frac{\Delta t}{J} (g^{12} \delta_\xi + g^{22} \delta_\eta + g^{23} \delta_\zeta) \right] \\ &+ \left. \delta_\zeta \left[\frac{\Delta t}{J} (g^{13} \delta_\xi + g^{23} \delta_\eta + g^{33} \delta_\zeta) \right] \right) [P_{i,j,k}] \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{i,j,k} &= \delta_\xi \left[\frac{\Delta t}{J} (\xi_x f^x + \eta_x f^r + \zeta_x f^\theta) \right]_{i,j,k} \\ &+ \delta_\eta \left[\frac{\Delta t}{J} (\xi_r f^x + \eta_r f^r + \zeta_r f^\theta) \right]_{i,j,k} \\ &+ \delta_\zeta \left[\frac{\Delta t}{rJ} (\xi_\theta f^x + \eta_\theta f^r + \zeta_\theta f^\theta) \right]_{i,j,k} \end{aligned} \quad (29)$$

앞으로의 해석 과정에서 분명하게 드러날 이유로 해서 (28)식의 압력 연산자를 다음과 같이 둘로 나눈다.

$$\Delta[P_{i,j,k}] = L[P_{i,j,k}] + N[P_{i,j,k}] \quad (30)$$

여기서 $L[P_{i,j,k}]$ 은 (28) 식에 들어 있는 다음 3개의 직교항을 포함한다.

$$L[P_{i,j,k}] = \left[\delta_{\xi} \left(\frac{g^{11}\Delta t}{J} \delta_{\xi} \right) + \delta_{\eta} \left(\frac{g^{22}\Delta t}{J} \delta_{\eta} \right) + \delta_{\zeta} \left(\frac{g^{33}\Delta t}{J} \delta_{\zeta} \right) \right] [P_{i,j,k}] \quad (31)$$

$M[P_{i,j,k}]$ 은 좌표선이 서로 직교하지 않기 때문에 생기는 6개의 교차 도함수항을 포함한다. (30)은 압력장에 대한 타원형 방정식으로 이산화된 연속 방정식 (24) 대신 사용할 수 있다.

압력 방정식 (27)은 격자점에서 정상 상태로 접근하게 되는 이산화된 운동 방정식 (26)으로부터 유도되었기 때문에 (26) 식과 함께 사용하여 그 해를 구하면 연속 방정식 (24)를 정확하게 만족시킬 수 있다. 그러나, 이와같이 이산화된 압력 방정식 (27)을 사용하는 경우에는 계산된 압력이 매끈한 분포를 갖지 못하는 문제점이 발생한다. 이 점을 분명히 하기 위해서 (27) 식의 압력 연산자의 일부 항을 다음과 같이 풀어 쓸 수 있다.

$$\delta_{\xi} \left(\frac{g^{11}\Delta t}{J} \delta_{\xi} \right) [P_{i,j,k}] = \frac{1}{4\Delta\xi^2} \left[\left(\frac{g^{11}\Delta t}{J} \right)_{i+1,j,k} P_{i+2,j,k} - \left(\frac{g^{11}\Delta t}{J} \right)_{i+1,j,k} + \left(\frac{g^{11}\Delta t}{J} \right)_{i-1,j,k} \right] P_{i,j,k} + \left(\frac{g^{11}\Delta t}{J} \right)_{i-1,j,k} P_{i-2,j,k} \quad (32)$$

윗 식과 같이 압력 연산자를 이산화하게 되면 홀수와 짝수 격자점에서의 압력이 연결되지 못하기 때문에 격자점을 번갈아 가며 발생하는 압력변동이 전체 수치 계산 과정을 불안정하게 하므로 이산화된 RANS 방정식에 대한 매끈한 해를 구하기 위해서는 연속 방정식을 수치적으로 완벽하게 만족시키는 것을 유보하고 인위적으로 수정항을 포함시킨 수정된 압력 방정식을 적용하여야 한다. 일반 곡선 좌표계에서 수정항을 포함시킨 이산화된 연속 방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$DIV[Q'_{i,j,k}] = \varepsilon J (\tilde{L} - L) [P_{i,j,k}^{l-1}] \quad (33)$$

여기서 $0 < \varepsilon < 1$ 이고 ε 은 수정항의 크기를 조절하는데 사용하며, 연산자 \tilde{L} 은 (31)식의 연산자 L 과 유사한 방식으로 다음과 같이 정의된다.

$$\tilde{L}[P_{i,j,k}] = \left[\tilde{\delta}_{\xi} \left(\frac{g^{11}\Delta t}{J} \delta_{\xi} \right) + \tilde{\delta}_{\eta} \left(\frac{g^{22}\Delta t}{J} \delta_{\eta} \right) + \tilde{\delta}_{\zeta} \left(\frac{g^{33}\Delta t}{J} \delta_{\zeta} \right) \right] [P_{i,j,k}] \quad (34)$$

윗 식의 유한차분 연산자 $\tilde{\delta}_{\xi}$, $\tilde{\delta}_{\eta}$, $\tilde{\delta}_{\zeta}$ 는 (22) 식에 정의한 바 있다. (31)과 (34) 식을 사용하면 (33) 식 우변의 인위적 질량 소오스 항은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\varepsilon J (\tilde{L} - L) [P_{i,j,k}] = -\frac{\varepsilon J}{4} \left[(\Delta\xi)^2 \tilde{\delta}_{\xi\xi} \left(\frac{g^{11}\Delta t}{J} \delta_{\xi\xi} \right) + (\Delta\eta)^2 \tilde{\delta}_{\eta\eta} \left(\frac{g^{22}\Delta t}{J} \delta_{\eta\eta} \right) + (\Delta\zeta)^2 \tilde{\delta}_{\zeta\zeta} \left(\frac{g^{33}\Delta t}{J} \delta_{\zeta\zeta} \right) \right] [P_{i,j,k}] \quad (35)$$

예를들어

$$\tilde{\delta}_{\xi\xi} \phi = \frac{\phi_{i+1,j,k} - 2\phi_{i,j,k} + \phi_{i-1,j,k}}{(\Delta\xi)^2} \quad (36)$$

(35) 식에서 연산자 L 의 이산화에 필요한 격자 중간점에서의 계수는 격자점에서의 값을 산술 평균하여 계산하였다. 이산화된 운동량 방정식(26)을 (33)식에 대입해서 정리하면 다음과 같은 압력방정식을 얻게된다.

$$(1-\varepsilon)L[P_{i,j,k}^{l-1}] + \varepsilon\tilde{L}[P_{i,j,k}^{l-1}] + N[P_{i,j,k}^{l-1}] = \frac{1}{\alpha} DIV[Q^n_{i,j,k}] - \delta_{i,j,k}^{l-1} \quad (37)$$

이 식에서 ε 이 충분히 큰 값을 갖게되면 홀수와 짝수번째 격자점에서의 압력이 서로 연결되며, 이는 압력 연산자의 대표적인 항을 다음과 같이 써보면 쉽게 확인할 수 있다.

$$\begin{aligned} & \left[(1-\varepsilon)\delta_{\xi}(\beta\delta_{\xi}) + \varepsilon\tilde{\delta}_{\xi}(\beta\tilde{\delta}_{\xi}) \right] [P_{i,j,k}] \\ &= \left[(1-\varepsilon) \frac{\beta_{i+1,j,k}}{4(\Delta\xi)^2} \right] P_{i+2,j,k} + \left[\varepsilon \frac{\beta_{i+1/2,j,k}}{(\Delta\xi)^2} \right] P_{i+1,j,k} \\ & - \left[(1-\varepsilon) \frac{\beta_{i+1,j,k} + \beta_{i-1,j,k}}{4(\Delta\xi)^2} + \varepsilon \frac{\beta_{i+1/2,j,k} + \beta_{i-1/2,j,k}}{(\Delta\xi)^2} \right] P_{i,j,k} \end{aligned} \quad (38)$$

$$+ \left[\varepsilon \frac{\beta_{i-1/2,j,k}}{(\Delta\xi)^2} \right] P_{i-1,j,k} + \left[(1-\varepsilon) \frac{\beta_{i-1,j,k}}{4(\Delta\xi)^2} \right] P_{i-2,j,k}$$

여기서

$$\beta = \frac{g^{11} \Delta t}{J} \quad (39)$$

본 연구에서 수행한 선미 및 선미후류 유동에 대한 수치 실험에 의하면 ε 값이 0.05~0.2 정도면 매끈한 압력분포가 얻어지고 해법의 안정성이 보장되는 것으로 나타났다.

한편, 이산화된 압력산화된 압력방정식에 Neumann 경계조건을 적용하는 것이 이산화된 연속 방정식에 속도 경계조건을 적용하는 것과 등가임을 보일 수 있으며, 경계에서의 시간증분 Δt 를 0으로 만들어 줌으로써 경계 바로 안쪽 경계점에서의 압력 방정식을 구하여 수치계산에 사용하였다[12]. 경계면에서의 압력은 그 경계면에 수직인 성분의 운동량 방정식을 사용해서 계산할 수 있다. 예를 들면, $\xi = \text{const.}$ 인 경계면에서의 압력은 다음의 방정식으로 부터 계산할 수 있다.

$$\delta_\xi^2(P_{i,j,k}) = \frac{1}{g_{11}^{i,j,k}} \left[-g_{12}^{12,i,j,k} \delta_\eta(P_{i,j,k}) - g_{13}^{13,i,j,k} \delta_\zeta(P_{i,j,k}) + F_{i,j,k}^5 \right] \quad (40)$$

여기서 F 는 속도항을 포함하며 좌변의 전진과 후진 차분은 각 왼쪽과 오른쪽 경계면에 적용되며, 이와같은 경계면에서의 Neumann 조건의 적용에 의해서 해가 존재하기 위한 양립조건은 자동적으로 만족된다.

4. 수치알고리즘과 수렴속진 기법

'n' 시간 단계에서의 해를 알고 있다고 가정하면 다음과 같은 과정을 통해서 'n+1' 시간 단계에서의 해를 얻을 수 있게 된다.

- 1) 대류항과 점성항들 포함한 f_x, f_r, f_θ 를 'l-1' 단계에서 계산한다 [(26)식 참조].
- 2) 압력 방정식 (37)의 우변을 계산한다.
- 3) 'l-1' 단계에서의 압력장을 얻기 위해서 압력 방정식 (37)의 해를 점순법(point successive relaxation method)을 사용해서 구한다. 본 연구에서는 정상해를 구하는데 관심이 있으므로 압력 방정식에 대한 iteration은 1번만 수행한다.
- 4) 제 1)과정에서 계산해 둔 f_x, f_r, f_θ 와 제 3)과정에서 새로 구한 압력장을 사용해서 (정상)운동량

방정식의 RHS [(25)식 참조]를 계산한다.

- 5) (26)식을 사용해서 속도장을 새로 계산한다.

4단계 Runge-Kutta법에서는 제 1)에서 제 5)과정을 $l=1,2,3,4$ 에 대하여 반복 수행하며, $Q^4=Q^n+1$ 이다. 이미 언급한 바와 같이 f_x, f_r, f_θ 항들은 대류항과 점성항들을 포함하며 계산시간을 절약하기 위해서 점성항은 $l=1$ 단계에서만 계산하고 $l=2,3,4$ 단계에서는 새로 계산하지 않고 제 1단계에서 계산된 값을 그대로 사용한다. 압력 방정식의 해 또한 모두 네 번 구하도록 되어 있으나, 첫번째 단계 ($l=1$)에서만 계산하는 방식을 사용하였다. 각 격자점에서의 시간증분은 다음의 관계식으로부터 계산해서 저장한다.

$$\Delta t_{i,j,k} = CFL \Delta S_{i,j,k} \quad (41)$$

여기서

$$\Delta S_{i,j,k} = \min(\sqrt{g_{11}}, \sqrt{g_{22}}, \sqrt{g_{33}}) \quad (42)$$

윗 식에서 CFL은 Courant-Friedrich-Lewis 수로서 오차를 가능한 줄이기 위해서 각 격자점에서 대략 상수로 유지하였다.

g_{11}, g_{22}, g_{33} 는 covariant metric tensor의 성분으로서 그 값은 각각 ξ, η, ζ 방향의 호 길이(arc-length)를 나타낸다.

전절에서 이미 언급하였듯이 경계에서는 시간증분을 영으로 하여 경계에 바로 인접한 격자점에서의 압력 방정식을 용이하게 적용할 수 있도록 하였다.

시간 진행법의 수렴 속도를 향상시키기 위해서 implicit residual smoothing [6]과 함께 local time stepping 기법을 사용하였다. 본 연구에서는 implicit residual smoothing을 운동량 방정식의 residual에 대해서만 적용한다. 좀더 구체적으로 말하면 (25)식의 RHS를 상수계수의 implicit operator를 사용해서 매끄럽게 하여 새로운 residual을 얻는다.

$$(1 - \beta_\xi \delta_{\xi\xi})(1 - \beta_\eta \delta_{\eta\eta})(1 - \beta_\zeta \delta_{\zeta\zeta}) RHS^l = RHS^l \quad (43)$$

$\beta_\xi, \beta_\eta, \beta_\zeta$ 는 smoothing parameter로서 $O(1)$ 의 값으로 서로 다른 값을 가질 수 있다. (43)식은 Thomas 알고리즘을 사용해서 풀고, 새로 얻어진 값을 (25)식의 RHS대신 치환해서 사용한다. 4단계 Runge-Kutta 과정에서 implicit residual smoothing을 적용함으로써 훨씬 더 큰 CFL수를 사용할 수

있어서 수렴속도를 빠르게 촉진시킬 수 있다. 본 연구에서는 해법과정의 매단계($l=1, 2, 3, 4$) 마다 4)와 5)과정 사이에서 residual smoothing을 적용하였다.

5. Wigley선형주위의 난류유동계산

선체주위의 3차원 난류유동장을 수치계산하는 방법을 검증하기 위하여 수학선형인 Wigley선형에 대한 수치계산을 수행하였다. Wigley선형은 선박유체역학 분야의 조파저항과 점성저항 연구에 많이 사용되어 온 선형이며 특히 Sarda[7]는 풍동시험을 통해서 이 선형의 선미와 후류 점성유동에 대한 상세한 계측을 수행한 바 있다. 본 연구에서는 자유수면을 무시한 이중모형에 대해서 계산을 수행하였으며 유동은 수선면과 키일면에 관해서 대칭이라고 가정하였다. Wigley선형은 원점이 선수에 위치한 직교좌표계를 사용하여 다음과 같은 수식으로 나타낼 수 있다.

$$\frac{2Y}{B} = \left[1 - \left(\frac{2X}{L} - 1 \right)^2 \right] \left[1 - \left(\frac{Z}{D} \right)^2 \right]$$

윗식에서 (X, Y, Z)는 선체 표면상의 점의 좌표를 나타내고 L 는 선장, B 는 선폭, 그리고 D 는 흘수를 의미하며, 이들 사이의 비는 $L : B : D = 10 : 1 : 0.625$ 이다. Fig. 1은 각각 기준계 (x, r, θ)와 물체맞춤 좌표계 (ξ, η, ζ)에서의 계산 영역 및 경계면을 보여준다. 수치계산을 수행한 유동영역은 선체표면(IJKL), 선수앞쪽, 선미뒤쪽, 선저 중심면(AILD, JEHK, DLKHGC), 수선면(AIJEFB), 바깥경계면(BFGC), 그리고 입구면(ABCD)과 출구면(EFGH)에 의해서 경계지워진다. 점성-비점성 상호작용을 포함한 전 유동영역에 대한 올바른 수치해를 얻기 위해서 바깥 경계면은 x 축으로부터 반경 방향으로 $0.5L$ 떨어진 곳에 위치하도록 하고 입구면은 선수로부터 $0.48L$ 전방에, 그리고 출구면은 선미로부터 L 만큼 후방에 위치하도록 하였다.

5.1 수치격자 및 경계조건

계산에 사용한 수치격자는 원하는 선체 횡단면에 $\xi = \text{constant}$ 인 수치 좌표면이 위치하도록, 즉 $\xi = \xi(x)$ 이도록 하고 각 횡단면에서 타원형 격자 생성법을 사용하여 2차원 격자를 만들어서 연결함으로써 완성하였다. Fig. 3은 수치계산에 사용한 격자를 보여주며 격자수는 $115 \times 41 \times 16 = 75,000$ 개이다. 각 경계면(Fig. 1참조)에서의 경계조건은 다음과 같다.

- 1) 입구면 (ABCD) : 속도성분은 균일유동조건 ($U=1, V=W=0$)을 사용하고 압력에 대해서는 Neumann 경계조건을 적용하였다.
- 2) 출구면 (EFGH) : 유동방향의 확산이 무시할 만큼 작다는 사실에 근거하여 $U_{\xi\xi} = V_{\xi\xi} = W_{\xi\xi} = 0$ 를 속도에 대한 경계조건으로, Neumann 경계조건을 압력에 대한 경계조건으로 적용하였다.
- 3) 수선면 및 선수전방, 선저, 선미 후방 중심면(AIJEFB, AILD, DLKHGC, JEHK) : 유동이 경계면에 관하여 대칭이라는 가정에 근거하여 속도성분 및 압력의 법선 방향 도함수가 영이라는 경계조건 ($U_n = U_n = W_n = P_n = 0$)을 사용하였다.
- 4) 바깥 경계면 (BFGC) : 반경방향의 확산이 무시할 만큼 작다는 가정 아래 $U_{rr} = V_{rr} = W_{rr} = 0$ 를 속도 성분에 대한 경계조건으로 사용하였으며 압력에 대해서는 Neumann 경계조건을 적용하였다.
- 5) 선체 표면 (IJKL) : 속도 성분에 대해서는 물체 표면과의 상대속도가 영이라는 경계조건 ($U=V=W=0$)을 적용하고 압력에 대해서는 역시 Neumann 경계조건을 적용하였다.

5.2 수치계산 결과

Wigley 선형에 대한 수치계산은 선체의 길이와 선속으로 정의한 Reynolds 수, $Re = 4.5 \times 10^6$ 에 대하여 수행하였으며 이는 Sarda [7]에 의해서 수행된 풍동실험과 같은 Reynolds 수이다. Sarda의 실험에서는 선수로부터 선체 길이 L 의 5% 위치에 못을 사용하여 난류촉진을 했다. 압력 탭을 사용해서 선체표면에서의 압력을 계측하고 5공 피토투관을 사용해서 평균속도 성분을 계측하였으며 Reynolds 응력을 포함한 난류량들은 열선계측기를 사용하여 계측하였다. 속도와 난류량의 계측은 선체 중앙부, 즉 $x = 0.5L$ 에서 선미후류의 $x = 1.8L$ 범위에 걸쳐 여러개의 횡단면에 대하여 수행하였다.

Fig. 4는 수선과 키일을 따라서 압력분포를 나타낸 것이다. 실험값은 수선에 대해서만 주어져 있으며 이는 Wigley 선형의 특성상 날카로운 키일에 압력탭을 설치할 수 없어 실험값이 없었기 때문이다. 수선에 따른 압력분포는 비교된 실험자료와 대체로 잘 맞는 것을 알 수 있다. 그러나 선수부와 선미부 근처에서 계산된 압력과 Sarda의 실험치가 약간 차이를 나타내고 있는데 선수부에서는 Sarda의 실험치가 Shearer와 Cross[8]의 실험치나 계산값보다 높고 대조적으로 선

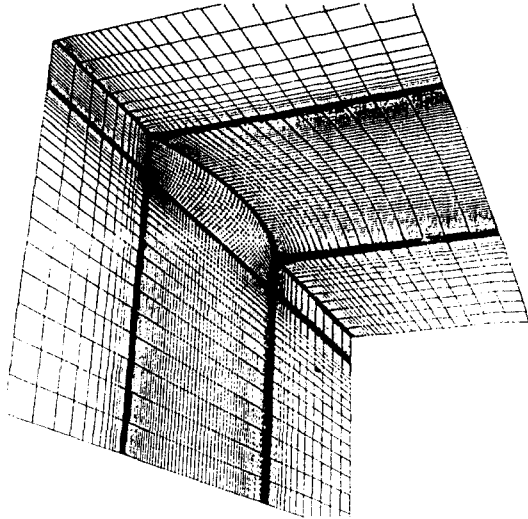


Fig. 3 Perspective view of the numerical grid system

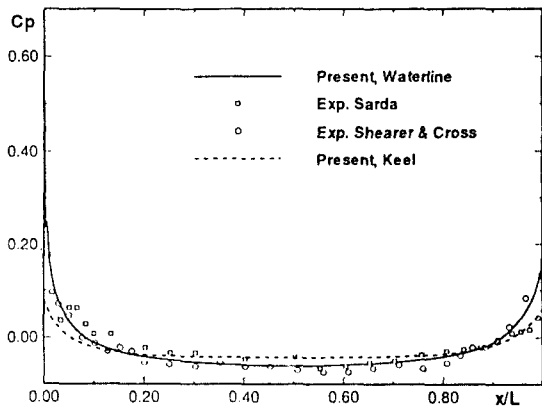


Fig. 4 Pressure distribution along the waterline and keel

미부에서는 오히려 낮은 것으로 나타났다. 이는 Patel 등[9]과 Sotiropoulos[4]의 계산 결과에서 나타난 경향과 일치하며, 이러한 차이는 Patel 등에 의해서 언급된 바와 같이 Sarda[7]의 풍동실험에 사용된 모형이 실제 Wigley 선형과 비교했을 때 선수부와 선미부가 더 두꺼운 기하학적 형상이기 때문으로 판단된다. 또한 Sarda의 실험값은 풍동 계측단면의 blockage 효과에 대한 수정을 하지 않은 것임에 주목할 필요가 있다.

지면상의 제약 때문에 계산결과는 실험결과가 있는 몇 개의 횡단면만을 선택하여 보였으나 유동특성에 대한 설명은 전체 계산결과를 바탕으로 하였으며, 좀 더 자세한 계산결과는 반석호[11]에 실려있다.

Fig. 5는 선택된 횡단면에서의 압력 및 마찰계수의 girth 방향 분포를 보여주고 있다. 이들 그림에는 Sarda[7] 및 Watmuff 와 Joubert[10]의 실험결과도 함께 보였으며, G는 킬로부터 girth 길이를 나타낸다. 후자의 압력 계수값들은 선체 중앙부에서 포텐셜 유동해석 결과와 일치하도록 전체적으로 조정된 것이다.

선체 중앙부로부터 $x/L = 0.7$ 까지는 girth 방향의 압력 변화가 매우 작으며 킬로부터 수선으로 가면서 압력이 지속적으로 낮아지는 것으로 나타났으며 계산된 압력계수는 실험값들과 잘 일치하는 것으로 보인다. $x/L=0.8$ 로부터 선미로 가면서 압력이 감소하는 위치가 킬 쪽으로 이동하는 것으로 나타났으며 수선에서의 압력이 점차로 증가하여 $x/L=0.95$ 이후에는 킬에서의 압력보다 높아지는 경향이 뚜렷하다. 계산된 girth 방향의 압력분포는 실험결과와 대체로 잘 일치하고 있으나 일부 선미 위치에서는 제법 차이를 보여주고 있다. 흥미로운 사실은 수치계산에 사용한 방법의 큰 차이점에도 불구하고 본 계산결과와 Patel 등 [9]의 결과가 거의 동일하다는 것이다. 한편, Patel 등은 $x/L=0.962$ 위치의 킬 부근에서의 압력차이가 실험에서 모형을 지지하는데 사용한 구조물에 의한 영향으로부터 발생한 것으로 판단한 바 있다. 한편, 선미 부근에서 girth 방향 압력분포가 킬로부터 수선쪽으로 높아지는 것은 선미부에서 킬쪽의 경계층이 얇아지고 반대로 수선쪽의 경계층이 두꺼워지는 것과 관련 지을 수 있으며 이는 이 부근에서 선체 경계층내의 유동방향이 수선쪽으로 향하는 것과 연관 시킬 수 있다. 계산된 압력분포가 실험값들과 잘 일치하는 것과는 대조적으로 계산으로부터 얻어진 girth 방향의 마찰계수 분포는 전반적으로 실험값들과 차이를 보여주고 있다. Fig. 5에서 볼 수 있듯이 계산된 마찰계수 분포는 실험결과와 비슷한 경향을 나타내지만 선체 중앙부로부터 $x/L=0.9$ 까지는 대체로 실험값보다 크게 나타났다. 이와 같은 차이는 수치계산에서 선수로부터 난류 유동으로 가정하고 계산한 것과 선체표면으로부터의 첫번째 격자점이 선체표면에 충분히 가깝지 못한 때문으로 판단된다.

$x/L>0.9$ 인 영역에서는 계산된 마찰계수의 girth 방향 변화가 비교적 크게 나타났으며 선미쪽으로 가면서 킬부근에서의 마찰계수는 점차로 증가하고 수선부근에서의 마찰계수는 비교적 빠르게 감소하는 것으로 나타났다. 결과적으로 선미부에서의 마찰계수의 girth 방향 분포는 킬 부근에서 최대값을 갖고 수선 쪽으로 가면서 점차로 감소해서 수선부근에서 최소값을 갖

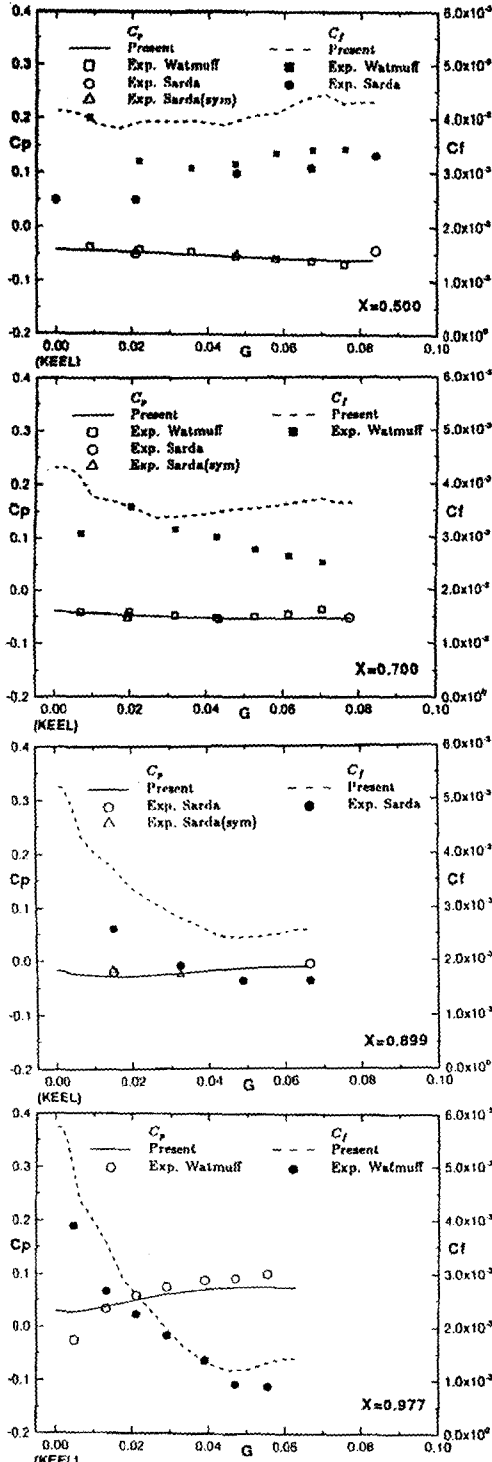


Fig. 5 Comparison of pressure and skin friction Coefficients along the girthwise direction

는 특징을 나타내며 이러한 분포는 그림 8의 축방향 속도 분포로부터 볼 수 있듯이 키일에서 가장 얇고 수선쪽으로 가면서 점차로 두꺼워지는 경계층의 두께분포와 직접 연관지을 수 있다. $x/L = 0.998$ 에서 수선 부근의 마찰계수는 1.5×10^{-3} 까지 작게 계산되었으나 선미에서도 음의 값을 갖지는 않는다. 벽 마찰응력의 방향 변화는 Fig. 11에 보인 선체표면에서의 한계유선으로부터 알 수 있다.

Fig. 6, 7은 각각 선체표면에서의 압력 및 마찰계수의 분포를 보여준다. Fig. 8은 선수에서 선미후류에 걸쳐 선택된 횡단면에서의 축방향 속도 분포를 등고선으로 나타낸 것이며 Fig. 9는 같은 위치에서의 횡방향 속도분포를 보여준다.

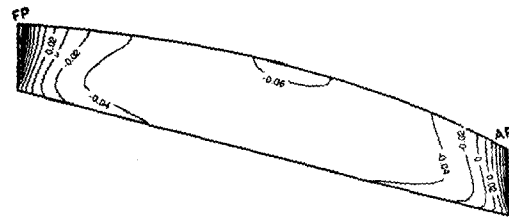


Fig. 6 Distribution of pressure over hull surface

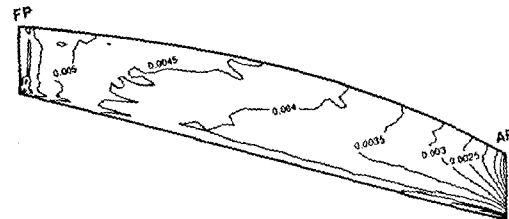


Fig. 7 Distribution of skin friction over hull surface

$x/L = 0.5$ 에서 계산된 축방향 속도 분포는 Sarda의 계측결과와 대체로 잘 일치하고 있다. 선수부에서 횡방향 속도의 방향은 선체단면적의 길이방향 증가로 인한 유선의 벌어짐 때문에 선체 바깥쪽을 향하고 동시에 girth 방향 압력구배에 의해서 키일 쪽으로 향하고 있다. $x/L = 0.2$ 로부터 $x/L = 0.4$ 근처까지 횡방향속도의 크기는 점차로 감소하며 $x/L = 0.3$ 에서 키일 부근의 선체표면 근방의 횡방향 속도가 키일로부터 수선쪽으로 향하는 것으로 계산되었다. 선체 중앙부로

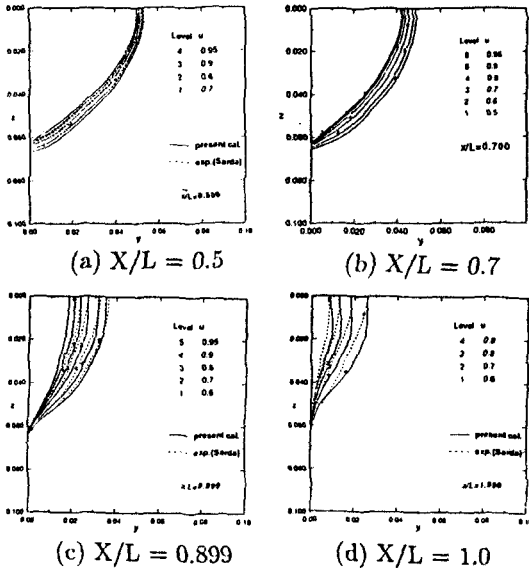


Fig. 8 Axial velocity contours in transverse sections

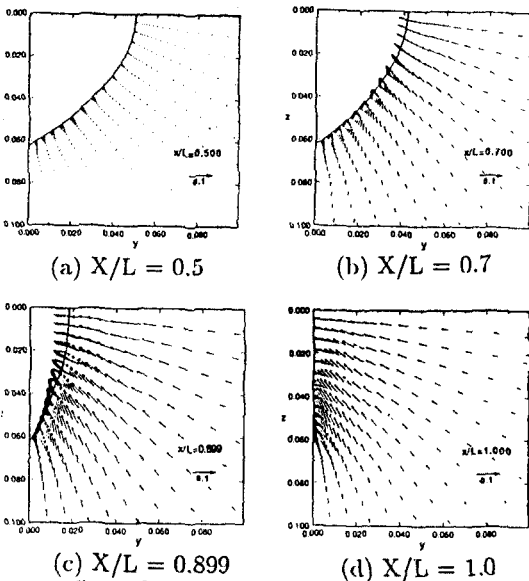


Fig.9 Velocity vectors in transverse sections

가면서 이와 같이 girth를 따라 수선쪽으로 향하는 횡방향속도를 나타내는 키일 부근의 영역은 점점 발달하여 뚜렷한 축 방향 보오텍스형상을 보여준다. 이러한 현상은 Sarda의 $x/L = 0.5$ 에서의 계측결과에서는 찾아볼 수 없으며 앞서 발표된 다른 결과들에서도 뚜렷이 나타난 바 없으나 본 연구에서 계산된 압력분포와는 일관된 결과이다. $x/L = 0.5$ 즉, 선체 중앙부에서 계산된 횡방향속도는 앞서 언급한 보오텍스형상을 나

타내는 키일 부근을 제외한 대부분의 유동영역에서 무시할만큼 작게 나타났으며 이는 Sarda의 실험결과와 상당한 차이가 있다. 이러한 차이의 원인에 대해서는 확실히 알 수 없으나 Sarda의 계측된 횡방향 속도분포는 공간적으로 매끄럽지 못하고 특히 키일근처에서 상당히 큰 키일 방향 속도성분을 나타내는 것을 볼 때 실험에서 키일면에 대한 유동대칭이 만족되지 못한 것으로 판단된다. 선체 중앙부로부터 선미로 가면서 횡방향 속도 분포는 선수부와 반대의 경향을 나타낸다. 선체 중앙부에서 $x/L = 0.981$ 까지 횡방향 속도의 크기는 점차 증가하며 그 방향은 선체 단면적의 길이 방향 감소로 인한 유선의 모임 때문에 선체쪽을 향하고 동시에 girth방향 압력구배로 인하여 수선쪽을 향하고 있다. $x/L = 1.0$ 즉, 선미에서의 횡방향 속도분포는 앞쪽과 같은 경향을 보이지만 그 크기가 전반적으로 감소하였다. 이와같은 선미부에서의 횡방향 속도 분포는 Sarda의 계측 결과와 그 경향이 일치한다. 선미후류에서 계산된 횡방향 속도 분포 역시 선미부의 방향 속도분포와 대체로 유사한 경향을 보이고 있으나 $x/L = 1.04$ 에서 이미 흡수 방향으로 길다란 보오텍스형상을 뚜렷이 보여주는 유동영역이 후류 중심면 가까운 곳에 형성된다. 형성된 보오텍스는 후류로 가면서 확산되어 그 영역이 커지지만 보오텍스의 중심에서 선체 바깥쪽의 횡방향 속도는 빠르게 감소한다. Sarda의 계측 결과는 대체로 유사한 경향을 나타내지만 보오텍스형상은 뚜렷하게 볼 수 없다. 이와같은 횡방향 속도 분포는 Fig. 8로부터 알 수 있는 선체표면에서의 경계층 두께 분포와 밀접하게 연관되어 있을 뿐만 아니라 Fig. 6,7에 보인 선체표면에서의 압력 및 마찰계수 분포와도 연관시킬 수 있다. 또한 선체 표면 근처에서의 횡방향 속도 분포는 Fig. 11의 한계유선과 직접 관련 지을 수 있다. Fig. 10은 Fig. 6,7의 축방향 및 횡방향 속도 분포와 같은 위치에서 축방향 보오티시티 성분의 횡방향 분포를 보여주고 있다. 축방향 보오티시티는 Fig. 10에 보인 횡방향 속도분포와 직접적으로 연관되어 있으며 점성유동 영역내의 횡방향 속도의 크기 및 방향 변화를 잘 보여주고 있다. 실험에서 계측된 속도 분포로부터 구한 보오티시티와는 비교할 수 없었으나 Tahara등[12]과 Miyata등[13]의 계산 결과와는 정성적으로 비교할 수 있었다. Tahara등은 본 연구에서 수행한 계산에 사용한 것과 같은 Reynolds수인 4.5×10^6 에 대해서 계산을 수행하였으며 Froude수가 0인 경우와 0.316인 경우의 계산결과를 발표한 바 있다. 계산된 축방향 보오티시티분포는 본 연구의 계산결과와 대체로 유사한 경향을 나타내고 있으며 특히 $x/L =$

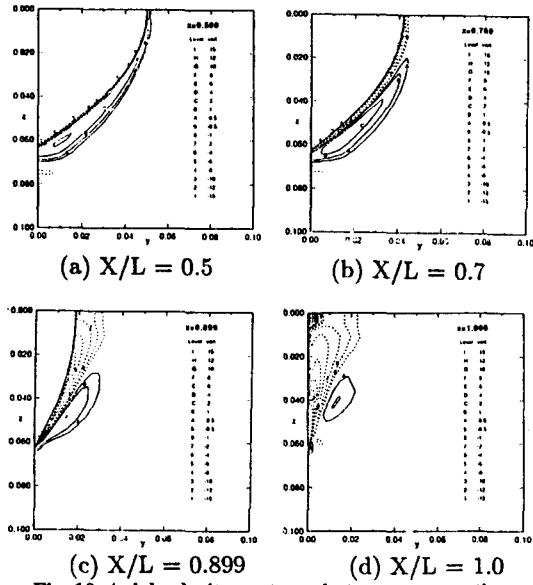


Fig. 10 Axial velocity contours in transverse sections

0.9에서의 결과는 잘 치하고 있다. Miyata 등은 Reynolds 수 1×10^6 , Froude 수 0.289에 대한 계산 결과를 발표하였으며 계산된 보오티시티 분포는 계산 조건의 차이 특히, 자유수면을 포함한 Froude 수의 영향에도 불구하고 자유수면 근처의 일부영역을 제외 하면 거의 유사한 결과를 보여주고 있다. Fig. 11은 선체표면에서의 한계유선을 보여준다. 한계유선의 벌어짐과 모입은 낮은 운동량을 갖는 경계층 내부유동의 수송방향과 벽마찰응력의 방향 변화를 나타내며 이에 관련된 경계층 두께의 변화와 선체 표면에서의 압력구배의 영향을 잘 보여준다. Fig. 12에는 선미 반류의 중앙에서의 축방향 속도를 Sarda의 실험 결과와 비교하였다. $1.0 < x/L < 1.5$ 사이에서는 실험값과 비교적 잘 일치하고 있으나 그 이후에서는 실험보다 속도가 빨리 회복되는 결과를 주고 있다. 이는 수치 계산시 $x/L = 1.5$ 의 뒤 쪽에서는 격자 간격이 매우 크며 그 갯수도(4개) 너무 적기 때문으로 판단된다.

6. 결 언

본 연구에서는 선체 주위와 선미 후류의 3차원 난류 유동의 수치 계산기법 및 전산 조직을 개발하는 것을 그 목적으로 하였다. Sotiropoulos와 Abdallah의 수치계산 방법을 선택하여 수치해법에 관련되어 있는 기본 이론을 살펴보고 이를 바탕으로 선체주위 및 선미 후류의 3차원 난류유동을 수치 계산하는 컴퓨터 코드

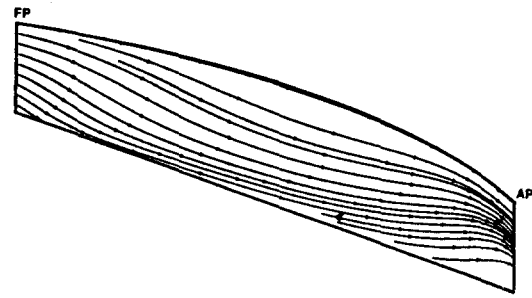


Fig. 11 Limiting streamlines on hull surface

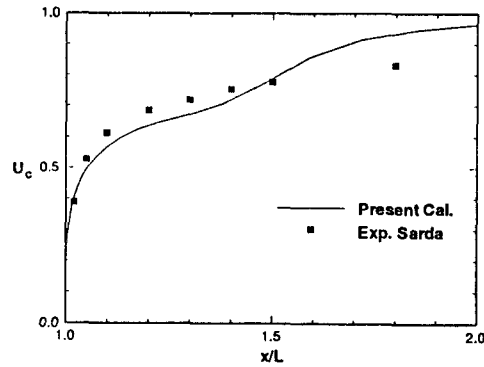


Fig. 12 Axial velocity along the wake centerline

를 개발하였고 실험결과가 많은 Wigley 선형에 대한 수치계산을 수행하여 개발된 코드를 검증하였다. 계산 으로부터 구한 중요한 물리량인 압력과 유속의 분포는 실험 결과들과 잘 일치하였으며 선체 주위 점성 유동의 기본적인 특성을 파악할 수 있었다. 표면마찰 계수의 계산 결과는 일부 위치에서 실험결과와 차이가 있었고 이는 수치격자의 간격, 사용된 난류모형에 기인 하는 것으로 판단되며 계속적인 연구가 필요한 부분이다. 본 연구로부터 얻어진 전산 조직을 개선하고, 특히 자유표면의 영향을 함께 고려할 수 있도록 확장하여 선체주위의 점성유동을 더 정확하게 simulation 할 수 있는 효율적인 수치계산 방법을 개발하기 위한 연구를 계속하고자 한다.

참 고 문 헌

[1] Larsson, L., Patel, V.C. and Dyne, G., Ship Viscous Flow, Flowtech international AB, 1991.
 [2] Sotiropoulos, F. and Abdallah, S., "The

- Discrete Continuity Equation in Primitive Variable Solutions of Incompressible Flow," to be appeared in the J. of Computational Physics.
- [3] Baldwin, B.S. and Lomax, H., "Thin Layer Approximation and Algebraic Model for Separated Turbulent Flows," *AIAA Paper* 78-257, 1978.
- [4] Sotiropoulos, F., A Primitive Variable Method for the Solution of External and Internal Incompressible Flow- Fields, Ph. D. Thesis, the Univ. of Cincinnati, Cincinnati, OH, 1991.
- [5] Peyret, R. and Taylor, T.D., *Computational Methods for Fluid Flow*, Springer-Verlag, New York, 1982.
- [6] Jameson, A. and Schmidt, W., "Some Recent Developments in Numerical Methods for Transonic Flows," *Computer Methods in Applied Mech. and Eng.*, 51, 1985.
- [7] Sarda, O.P., Turbulent Flow past Ship Hulls-An Experimental and Computational Study, Ph. D. Thesis, Mech. Eng., Univ. of Iowa, 1986.
- [8] Shearer, J.R. and Cross, J.J., "The Experimental Determination of the Components of Ship Resistance for a Mathematical Model," *Trans. Royal Institute of Naval Archi.* Vol. 107, 1965.
- [9] Patel, V.C., Chen, H.C. and Ju, S., Ship Stern and Wake Flows: Solutions of the Fully-Elliptic Reynolds Averaged Navier-Stokes Equations and Comparisons with Experiments, Iowa Inst. Hydr. Research, Report No. 323, Iowa City, IA, 1988.
- [10] Watmuff, J.H. and Joubert, P.N., Univ. Melbourne, Private Communication, 1985.
- [11] Van, S.H. et al., Development of the Numerical Method for the Analysis of Turbulent Flows by Using CFD, KRISO Report UCN289-1723.D, 1993.
- [12] Tahara, Y., Stern, F. and Rosen, B., "An Interactive Approach for Calculating Ship Boundary Layers and Wakes for Nonzero Froude Number," *Proc. 18th ONR*, 1990.
- [13] Miyata, H. Zhu, M. and Watanabe, O., "Numerical Study on a Viscous Flow with Free-Surface Waves about a Ship in Steady Straight Course by a Finite-Volume Method," *J. of Ship Research*, Vol. 36, No. 4, 1992.