
 論 文

大韓造船學會論文集
 第 31 卷 第 4 號 1994 年 11 月
 Transactions of the Society of
 Naval Architects of Korea
 Vol. 31, No. 4, November 1994

멀티그리드 방법을 이용한 프로펠러 주위의 비압축성 층류유동 계산

박원규*

Numerical Simulation of Incompressible Laminar Flow around a Propeller Using the Multigrid Technique

by

W. G. Park*

요 약

프로펠러 주위의 비압축성 점성유동을 해석하기 위해 멀티그리드 방법을 이용한 Iterative time marching 방법이 적용되었다. 이 방법은 3차원 비압축성 Navier-Stokes 방정식을 움직이는 비직교 일반 좌표계상에서 풀고 있으며, 시간에 대해서는 1차의 정확도 그리고 공간에 대해서는 2차 또는 3차의 정확도를 가지고 있으며 반복계산의 수렴속도를 가속시키기 위해서 멀티그리드방법을 사용하였다. 또한 본 방법은 Vector나 Parallel컴퓨터에 적용이 매우 간편하다는 장점을 가지고 있다. 본 연구 결과와 실험치 혹은 다른 연구자의 계산 결과와 일반적으로 잘 일치하고 있으며, 멀티그리드 방법은 수렴에 필요한 CPU시간을 단축시키고 해의 정확도도 개선함을 보여주었다.

Abstract

An iterative time marching procedure for solving incompressible viscous flows has been applied to the flow around a propeller. This procedure solves three-dimensional Navier-Stokes equations on a moving, body-fitted, non-orthogonal grid using first-order accurate scheme for the time derivatives and second- and third-order accurate schemes for the spatial derivatives. To accelerate iterative process, a multigrid technique has been applied. This procedure is suitable for efficient execution on the current generation of vector or massively parallel computer architectures. Generally good agreement with published experimental and numerical data has been obtained. It was also found that the multigrid technique was efficient in reducing the CPU time needed for the simulation and improved the solution quality.

접수일자 : 1994년 2월 2일, 재접수일자: 1994년 9월 30일

*정회원, 부산대학교 기계공학과

1. 서론

매우 큰 비틀림각 및 작은 가로-세로비의 날개형상, 날개간의 근접성, 매우 큰 회전속도등으로, 특징지어지는 프로펠러 주위의 유동은 매우 강한 3차원성을 나타내며, 유동자체가 원심력, 날개끝 보오텍스, 휘어진 앞날 보오텍스, 날개간의 상호작용으로 매우 복잡하여 풀기 까다로운 유동영역에 속한다. 그러나, 프로펠러 주위의 유동해석은 프로펠러의 정확한 성능 예측이나 프로펠러 소음, 캐비테이션 등의 계산을 위해 필수적이라 할 수 있다. 프로펠러 주위의 유동해석을 위한 수치적 해석기법에는 Goldstein의 strip theory[1]로부터 Navier-Stokes 방정식 해법까지 다양하게 분포되어 있다. Goldstein의 strip theory[1]는 프로펠러를 포텐셜 유동 내에 양력선 보오텍스로 대체시키며 후류는 변형되지 않는 나선형 보오텍스 sheet로 가정하여 풀었다. 그러나 이것은 프로펠러축이 없는 Straight blade에 한하므로, Sullivan과 Ego[2][3]는 위의 방법이 날개후퇴와 프로펠러축을 다룰 수 있도록, 휘어진 양력선 개념과 보오텍스 filament를 이용하였다. Jou[4]는 유한체적법을 이용하여 완전한 포텐셜 방정식(full potential equation)을 풀었으나, 앞날 주위의 강한 회전유동을 감지하지 못하는 단점을 가지고 있었다. Euler 방정식은 Chaussee, Bober, Whitfield 등 많은 연구자에 의해 사용되어 왔으며[5][6][7], 특히 Srivastava와 Sankar[8]는 Euler 방정식의 수치계산법과 NASTRAN을 서로 연결하여 반복계산함으로써 원심력, 추력 등에 의한 구조변형을 계산에 포함시켜 더욱 정확한 공력해석을 할 수 있었다. Navier-Stokes 방정식은 Matsuo, Hall, Sankar 등에 의해 이용되어져왔으나[9][10][11], 이들은 모두 압축성 Navier-Stokes 방정식을 이용함으로써, 매우 작은 Mach수 ($M \rightarrow 0$)에서 비실용적이거나 발산하기도 하였으며 더욱이 압축성 Navier-Stokes 방정식으로는 정확한 비압축성을 계산할 수가 없었다. 비압축성 Navier-Stokes 방정식을 수치적으로 풀고자 했을 때, 가장 큰 문제는 이 지배방정식이 타원형과 포물선형 편미분방정식의 합성형이라는 데 있다. 즉, 연속방정식에 시간에 대한 미분항이 존재하지 않고 divergence-free constraint 형태로 주어짐으로 해서, 수치적으로 적분하기가 매우 힘들다. 이에 비하여, 압축성 Navier-Stokes 방정식은 포물선형-쌍곡선형 편미분방정식으로써 곧 바로 여러가지의 time marching scheme을 이용하여 쉽게 적분하여 해를 얻을 수 있었다. 이런 이유로 인해, 실제로 비압축성 유동을 해석하

는 여러가지 방법들이 압축성 유동해석 방법에 비해 몇년씩 뒤쳐져 있는 실정이다. 여기서 또 하나 언급하고 싶은 것은, 비압축성 유동에서 압력의 역할이다. 압축성 유동에서의 압력은 밀도, 온도 등과 같은 열역학 변수에 지나지 않으나, 비압축성 유동에서는 상태방정식이 존재하지 않으므로 열역학 변수가 아니며, 수학적으로 운동량방정식을 만족하는 임의의 속도장이 항상 divergence-free constraint(연속 방정식)가 만족하게 만드는 Lagrangian multiplier와 같은 역할을 한다. 즉, 가령 예를 들어, 비정상 상태의 비압축성 유동이 있다고 할 때, 비정상 상태이므로 수학적으로, 매 시간 변하는 운동량 방정식만을 만족하는 어떤 속도장이 존재할 수 있을 것이다(연속 방정식의 만족 여부에 관계없이), 그런데 이 속도장은 어떤 경우에도 항상, 그리고 모든 영역에 대해서 그때 그때 순간적으로 연속방정식을 만족하는 평형상태(Equilibrium)에 도달해야 하는데, 이것이 만족되도록 하는 역할을 압력이 하게 된다. 다시말해서, 압력의 교란파가 무한대의 속도로 전파되어 나가, 매초 매초 속도장이 변화할 동시에 연속방정식도 만족하는 평형상태가 되도록 압력이 그 유동을 구속(constraint)시킨다. 이런 특징을 가지는 비압축성 유동에 대해 Kim[12]은 날개 형상이 직사각형이고 무한대의 pitch를 가지는 프로펠레에 대해 비압축성 Navier-Stokes 방정식을 실린더 좌표계에서 SIMPLER(Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations, Revised)방법을 이용하여 풀 적어 있다. 그의 연구가 선박 프로펠러 주위의 복잡한 유동현상을 정성적으로 말하여 주고 있으나, 채택된 프로펠러 모델이 직사각형 형상이고 무한대의 피치를 가지는 등 비현실적인 형상을 가지고 있고, 실험값이 존재하지 않아 비교가 불가능하였다는 아쉬움이 있었다. 최근에 본 연구자와 Sankar는 비정상상태 비압축성 유동해석을 위해 멀티그리드방법을 이용한 Iterative time marching방법을 개발한 적이 있다[13][14][15]. 이 방법을 동요하는 익형(Oscillating airfoil), 타원체(Ellipsoid), 그리고 90°로 휘어진 정사각형 덕트내의 유동 등에 적용시켜 실험값과 비교하여 본 바, 매우 정확히 유동현상을 예측할 수 있음을 보여주었고, 멀티그리드 방법은 해석에 필요한 CPU 시간을 단축할 수 있음을 보여 주었다. 본 연구에서는 멀티그리드를 이용한 Iterative time marching 방법을 사용해서 프로펠러의 주위의 층류운동을 계산하고 결과를 실험치와 비교함으로써 본 방법의 가능성을 보여주고자 한다.

2. 지배 방정식

3차원 비압축성 점성유동의 지배방정식은 Navier-Stokes 방정식으로서, 이를 무차원화 후, 일반 곡선 좌표계로 좌표변환해서 정리하여 보면 다음과 같이 나타난다.

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \xi}(E - E_v) + \frac{\partial}{\partial \eta}(F - F_v) + \frac{\partial}{\partial \zeta}(G - G_v) = 0 \quad (1)$$

여기서

$$q = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} 0 \\ u \\ v \\ w \end{bmatrix}$$

이고 대류항들은

$$E = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} U - \xi_t \\ uU + p\xi_x \\ vU + p\xi_y \\ wU + p\xi_z \end{bmatrix}; F = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} V - \eta_t \\ uV + p\eta_x \\ vV + p\eta_y \\ wV + p\eta_z \end{bmatrix}; G = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} W - \zeta_t \\ uW + p\zeta_x \\ vW + p\zeta_y \\ wW + p\zeta_z \end{bmatrix} \quad (2)$$

로 나타나며 점성항들은

$$E_v = \frac{1}{J \text{Re}} \begin{bmatrix} 0 \\ (\nabla \xi \cdot \nabla \xi)u_\xi + (\nabla \xi \cdot \nabla \eta)u_\eta + (\nabla \xi \cdot \nabla \zeta)u_\zeta \\ (\nabla \xi \cdot \nabla \xi)v_\xi + (\nabla \xi \cdot \nabla \eta)v_\eta + (\nabla \xi \cdot \nabla \zeta)v_\zeta \\ (\nabla \xi \cdot \nabla \xi)w_\xi + (\nabla \xi \cdot \nabla \eta)w_\eta + (\nabla \xi \cdot \nabla \zeta)w_\zeta \end{bmatrix}$$

$$F_v = \frac{1}{J \text{Re}} \begin{bmatrix} 0 \\ (\nabla \eta \cdot \nabla \xi)u_\xi + (\nabla \eta \cdot \nabla \eta)u_\eta + (\nabla \eta \cdot \nabla \zeta)u_\zeta \\ (\nabla \eta \cdot \nabla \xi)v_\xi + (\nabla \eta \cdot \nabla \eta)v_\eta + (\nabla \eta \cdot \nabla \zeta)v_\zeta \\ (\nabla \eta \cdot \nabla \xi)w_\xi + (\nabla \eta \cdot \nabla \eta)w_\eta + (\nabla \eta \cdot \nabla \zeta)w_\zeta \end{bmatrix}$$

$$G_v = \frac{1}{J \text{Re}} \begin{bmatrix} 0 \\ (\nabla \zeta \cdot \nabla \xi)u_\xi + (\nabla \zeta \cdot \nabla \eta)u_\eta + (\nabla \zeta \cdot \nabla \zeta)u_\zeta \\ (\nabla \zeta \cdot \nabla \xi)v_\xi + (\nabla \zeta \cdot \nabla \eta)v_\eta + (\nabla \zeta \cdot \nabla \zeta)v_\zeta \\ (\nabla \zeta \cdot \nabla \xi)w_\xi + (\nabla \zeta \cdot \nabla \eta)w_\eta + (\nabla \zeta \cdot \nabla \zeta)w_\zeta \end{bmatrix} \quad (3)$$

으로써 표현된다. 이들 중 U, V, W는 계산영역에서

의 contravariant velocity로써 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} U &= \xi_t + u\xi_x + v\xi_y + w\xi_z \\ V &= \eta_t + u\eta_x + v\eta_y + w\eta_z \\ W &= \zeta_t + u\zeta_x + v\zeta_y + w\zeta_z \end{aligned} \quad (4)$$

J는 좌표변환의 Jacobian이며 ξ_t, η_t, ζ_t 는 정지 관측자에 대한 격자의 속도를 나타내는 항으로써 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \xi_t &= -x_\tau \xi_x - y_\tau \xi_y - z_\tau \xi_z \\ \eta_t &= -x_\tau \eta_x - y_\tau \eta_y - z_\tau \eta_z \\ \zeta_t &= -x_\tau \zeta_x - y_\tau \zeta_y - z_\tau \zeta_z \end{aligned} \quad (5)$$

3. Iterative Time Marching 방법

우선 운동량 방정식에 대해 생각해 보면, 이는 시간에 대해 포물선형 편미분 방정식이므로 time marching 방법을 이용하여 다음과 같이 유한 차분 방정식으로 나타낼 수 있다.

$$\frac{1}{\Delta \tau} (\bar{q}^{n+1} - \bar{q}^n) + \delta_\xi \bar{E}^{n+1} + \delta_\eta \bar{F}^{n+1} + \delta_\zeta \bar{G}^{n+1} = \delta_\xi \bar{E}_v^{n+1} + \delta_\eta \bar{F}_v^{n+1} + \delta_\zeta \bar{G}_v^{n+1} \quad (6)$$

여기서 윗식에서 \bar{q} 가 처진 것의 의미하는 바는 식(1)에서 연속 방정식을 제외한 운동량 방정식만을 의미한다. 여기에 Newton의 반복법을 적용시키면,

$$\begin{aligned} \frac{1}{\Delta \tau} (\bar{q}^{n+1,k+1} - \bar{q}^n) + \delta_\xi \bar{E}^{n+1,k+1} + \delta_\eta \bar{F}^{n+1,k+1} + \delta_\zeta \bar{G}^{n+1,k+1} \\ = \delta_\xi \bar{E}_v^{n+1,k+1} + \delta_\eta \bar{F}_v^{n+1,k+1} + \delta_\zeta \bar{G}_v^{n+1,k+1} \end{aligned} \quad (7)$$

여기서 윗첨자 n+1, n은 time level을 의미하며 k+1은 iteration level을 의미한다.

그리고 윗식의 $\bar{E}, \bar{F}, \bar{G}, \bar{E}_v, \bar{F}_v$ 와 \bar{G}_v 을 'n+1' 시간과 'k' 반복 횟수에 대해 부분적으로 선형화를 시키면

$$\left(\frac{1}{\Delta \tau} + \frac{\partial}{\partial \xi} A + \frac{\partial}{\partial \eta} B + \frac{\partial}{\partial \zeta} C \right) \Delta \bar{q} = \omega \bar{R}^{n+1,k} \quad (8)$$

를 얻는다. 여기서 $\Delta \bar{q} = \bar{q}^{n+1,k+1} - \bar{q}^{n+1,k}$ 를 의미하고 ω 는 relaxation factor 이며 A, B, C는 다음과 같이

정의되는 Jacobian 행렬이다.

$$A = \frac{\partial(\bar{E} - \bar{E}_v)}{\partial \bar{q}}; B = \frac{\partial(\bar{F} - \bar{F}_v)}{\partial \bar{q}}; C = \frac{\partial(\bar{G} - \bar{G}_v)}{\partial \bar{q}} \quad (9)$$

그리고 \bar{R}^{n+1k} 는 잔류벡터로 불리며 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} \bar{R}^{n+1k} = & \frac{\bar{q}^{n+1k} - \bar{q}^n}{\Delta \tau} - (\delta_\xi \bar{E}^{n+1k} + \delta_\eta \bar{F}^{n+1k} + \delta_\zeta \bar{G}^{n+1k}) \\ & + (\delta_\xi \bar{E}_v^{n+1k} + \delta_\eta \bar{F}_v^{n+1k} + \delta_\zeta \bar{G}_v^{n+1k}) \end{aligned} \quad (10)$$

여기서 만약 $\Delta \bar{q}$ 가 영(zero)로 간다면 잔류벡터, \bar{R}^{n+1k} , 즉 비정상 운동량 방정식이 정확하게 만족됨을 알 수 있고, 그 해는 와 A, B, C에 독립적임을 알 수 있다.

다음에는 연속방정식을 생각해 보자. 서론에서 언급하였듯이, 비압축성 유동해석을 효율적으로 수행하기 위해서는 divergence-free constraint를 만족하면서, 매 시간 변화하는 속도장과 이에 대한 압력 변화에 대한 연결이 필요한데, 본 연구에서는 Maker-and-Cell (MAC)의 개념[16]를 이용하여 아래와 같이 이들을 연결시켰다.

$$p^{n+1k+1} - p^{n+1k} \equiv \Delta p = -\beta(\nabla \cdot V) \quad (11)$$

여기서 β 는 relaxation factor이며, 더욱 빠른 수렴을 위해 node에 따라 local time concept를 이용하여 변화시켜 볼 수도 있다. 식(11)에서도 알 수 있듯이, 만약 Δp 가 영(zero)로 접근한다면, 연속방정식이 비정상상태에서도 정확히 만족함을 알 수 있다.

식(11)의 물리적 의미는 만약 어떤 cell이 iteration 과정에서 질량을 축적하고 있으면 식(11)에 의해 다음 iteration에서의 압력이 주위 cell보다 상승하여 유체를 cell보다 상승하여 유체를 cell로부터 몰아내고, 반대로 cell이 질량을 잃고 있으면, 압력이 감소하여 유체가 cell로 다시 들어오게 한다. 이런 과정을 반복 수행하여 연속방정식이 완전히 전 영역에 대해 만족할 때까지 반복계산한다. 식(8)과 (9)를 서로 연결시켜 $\Delta q = (\Delta p, \Delta u, \Delta v, \Delta w)$ 에 대해 다시 쓰면, 다음과 같은 행렬식을 얻을 수 있다.

$$[M]\{\Delta q\} = \{R\} \quad (12)$$

여기서 $\{R\}$ 가 비정상 Navier-Stokes 방정식이

로 Δq 가 영(zero)으로 간다면, 본 알고리즘 'n+1' 시간에 대해 정확히 지배방정식을 만족시킴을 알 수 있다. 식(12)의 $[M]$ 을 곧바로 역행렬을 구하려면, 많은 계산시간이 필요하므로, 일반적으로 $[M]$ 을 inversion이 더욱 쉬운 $[N]$ 으로 근사하는데, 본 연구에서는 $[M]$ 의 대각선 성분만 취함으로써, 식 (12)가 벡터 컴퓨터나 대용량 병렬계산 컴퓨터에 더욱 쉽게 응용이 될 수 있게 하였다.

식(12)에서 대류항은 QUICK(Quadratic Upstream Interpolation For Convection Kinematics [17]) scheme을 사용하여 유한 차분화 시켰으며, 점성항은 half-point를 이용한 중심차분으로 근사하였다. 그리고 연속 방정식은 중심차분을 이용하였으며, 본 알고리즘의 안정화를 위해 4계(fourth-order)의 artificial damping을 첨가하였다.

4. Multigrid 방법을 이용한 수렴가속화

식(12)에서 Δq 는 오차에 해당하는 것으로, 이것을 여러가지 파장의 길이의 합으로 이루어진 Fourier series로 생각했을때, 긴 파장에 해당하는 오차들은 성긴 격자에서 계산했을때 효율적으로 제거되며, 이와 반대로, 짧은 파장에 해당하는 오차들은 촘촘한 격자에서 효율적으로 제거된다. 멀티그리드 방법이란, 이런 특성을 이용하여 격자를 매우 조밀한 격자로부터 매우 성긴 격자까지 여러 단계로 나누어, 이들을 주기적으로 왔다 갔다 하면서, 여러 파장에 해당하는 오차들을 동시에 제거하는 기법이다. 촘촘한 격자에서 성긴 격자를 만드는 방법에는 standard coarsening, semi-coarsening, red-black coarsening 등이 있으나 본 연구에서는 촘촘한 격자에서 중간격자 선을 빼내어 성긴 격자를 만드는 standard coarsening방법을 택하였다.

Multigrid방법에는 여러가지가 있으나, 본 연구에서는 CGC(Coarse Grid Correction)방법을 채택하였다. 이에 대한 2-grid System에 대한 알고리즘은 다음과 같다.

CGC-Algorithm(2-grid system):

1)식(12)의 $\{R\}$ 을 $q^{n+1,k}$ 를 이용하여 조밀한 격자에서 계산한다.

2)Step 1)에서 계산된 $\{R\}$ 을 조밀한 격자로부터 성긴 격자로 다음의 injection operator I_h^{2h} 를 이용하여 이동시킨다.

$$\begin{aligned}
 I_h^{2h} R_{i,j,k} = & R_{i,j,k} + \frac{1}{2}(R_{i,j-1,k} + R_{i+1,j,k} + R_{i,j+1,k} + R_{i-1,j,k} + R_{i,j,k-1} + R_{i,j,k+1}) \\
 & + \frac{1}{4}(R_{i-1,j-1,k} + R_{i+1,j-1,k} + R_{i+1,j+1,k} + R_{i-1,j+1,k} + R_{i,j-1,k-1} + R_{i,j,j+1} \\
 & + R_{i,j+1,k+1} + R_{i,j-1,k+1} + R_{i-1,j,k-1} + R_{i+1,j,k-1} + R_{i+1,j,k+1} + R_{i-1,j,k+1}) \\
 & + \frac{1}{8}(R_{i-1,j-1,k-1} + R_{i+1,j-1,k-1} + R_{i+1,j+1,k-1} + R_{i-1,j+1,k-1} \\
 & + R_{i-1,j-1,k+1} + R_{i+1,j-1,k+1} + R_{i-1,j+1,k+1} + R_{i+1,j+1,k+1}) \quad (13)
 \end{aligned}$$

3) 성긴 격자상에서 Δq 을 다음의 식으로 구한다.

$$[N] \left\{ \frac{\Delta q}{J} \right\} = [I_h^{2h} R] \quad (14)$$

4) Step3)에서 구해진 Δq 를 다시 성긴 격자에서 조밀한 격자로 trilinear 보간법을 이용하여 이동시킨다.

5) 다음 iteration에서의 $q^{n+1,k}$ 을 다음으로 대체시킨다.

$$q^{n+1,k+1} = q^{n+1,k} + \Delta q$$

Step1)-5)를 Δq 가 영(zero)에 근접할 때까지 반복한다.

멀티그리드 방법 및 Coarsening방법에 대한 보다 상세한 내용은 참고문헌 [14]를 참고하여 주시기 바란다.

5. 격자 생성

프로펠러 주위의 H-O 격자 생성은 Algebraic방법을 이용하여 다음과 같이 생성하였다. 우선 프로펠러 날개면과 원거리 경계가 정의되고 난 후, k=1 평면, 즉 프로펠러 날개 표면평면에 대해 2차원적으로 Algebraic방법을 사용하여 격자를 생성시킨뒤, z방향(k-방향)으로 다시 삼가함수를 이용하여 격자를 메운다. Nacelle은 유동흐름 방향으로 Nacelle형상이 생성되도록 반경을 적당히 조절함으로써 생성하였고, Nacelle위의 프로펠러 위치는 날개선단 위치, 코드(chord), twist등으로 정의될 수 있다. 프로펠러 날개 끝으로부터 원거리 경계까지는 두께가 없는 프로펠러 날개형상을 위치시켜 처리하였으며, 원거리 경계의 반경은 날개 반경의 3배로 하였다. 그리고 프로펠러 날개면에서의 첫번째 격자 거리는 0.0001로써 경계층 두께내에 약 15~20개 정도의 격자선이 존재하도록 하였다. 프로펠러 Nacelle상의 첫번째 격자선 거리는 약 0.005정도로써 상대적으로 크다고 할 수 있으나,

본 연구의 목적은 프로펠러 날개면의 유동현상 이해에 주안점이 있기 때문에 계산 시간의 단축을 위해 격자 선을 조금 크게 하였다. 격자 생성의 자세한 설명은 참고문헌[14]를 참고하여 주시기 바란다.

6. 초기조건 및 경계조건

본 연구에서는 지배방정식과 알고리즘이 관성 좌표계(inertial frame)상에서 유도되고 있고 또한, 문제를 풀고 있다. 이러한 관성좌표계를 사용함으로써 해서 지배방정식에 Coriolis나 원심력등에 의한 항들이 표현적으로 나타나지 않으므로 문제를 간단화할 수 있다. 그러므로, 이러한 관성좌표계는 회전하고 있는 헬리콥터 날개(Helicopter rotor blade)가 임의의 pitching/flapping/lead-lag등의 운동을 하고 있을때 널리 사용되고 있다. 본 연구에서도 이런 장점을 가지고 있는 관성좌표계를 사용하며, 프로펠러가 정지상태에서 갑자기 출발한다고 가정하여, 정지상태에서의 조건들을 초기조건으로 이용한다. 격자의 원거리경계(farfield boundary)가 프로펠러로부터 충분한 먼 거리에 있다고 하여 역시 정지 상태의 조건들을 경계조건으로 사용하였으며, 후류경계조건은 속도의 외삽법과 $P=P_\infty$ 로 구한다. 프로펠러 표면에서는 no slip조건과 표면의 normal pressure gradient가 영(zero)이라는 조건을 이용한다. 본 연구에서 사용된 H-O 격자의 특이선상에서는 내부계산치의 외삽과 평균기법을 사용하여 특이선상에서 한 개 이상의 값을 갖는 것을 방지했다. 그리고 본 연구에서는 프로펠러가 받음각이 없는 축방향으로 전진하고 있다고 가정하여, 프로펠러 날개와 날개사이의 한 passage만 계산하는데, 이들 경계에서는 주기 조건(periodic condition)을 사용하였다. 만약 프로펠러가 받음각을 가지고 전진할 시에는, 주기조건이 존재하지 않고 전 프로펠러에 대해 유동해석을 해야 할 것이다.

7. 결과 및 고찰

위에서 기술한 알고리즘(algorithm)을 2개의 날개를 가지고 있고, 피치각이 $r/R=0.75$ 위치에서 30.4° 로써 허브로부터 날개끝단까지 선형적인 twist를 가지고 있고 전진비가 0.881인 SR7L프로펠러(Fig. 1)에 대해 적용시켜 보았다. 전진비란, $J_a = \frac{V_\infty}{nD}$ 로 정의

로 정의되는 값으로써, n은 프로펠러의 매초 회전수(rps)를 의미하며, D는 프로펠러 지름이며, V_∞ 는 전

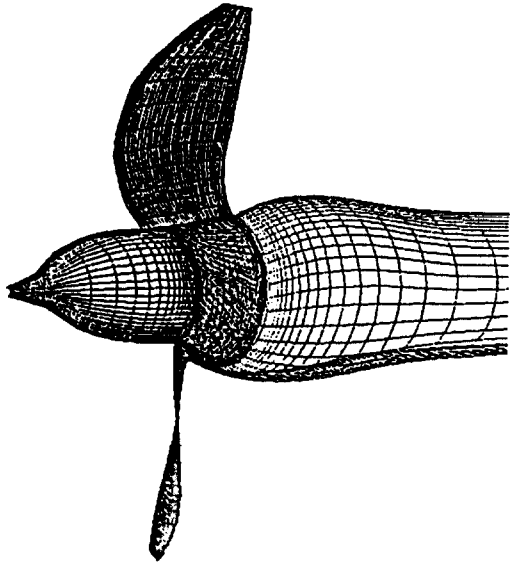


Fig.1 Configuration of the propeller (Two-bladed SR7L)

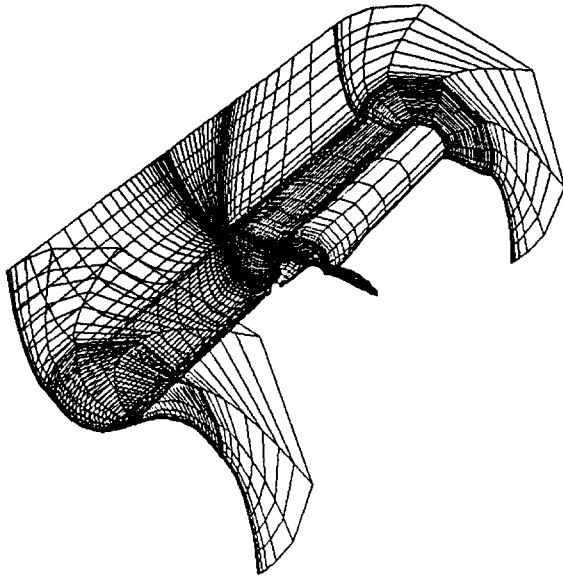
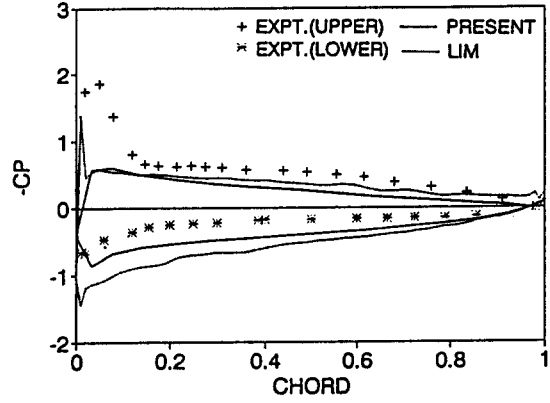
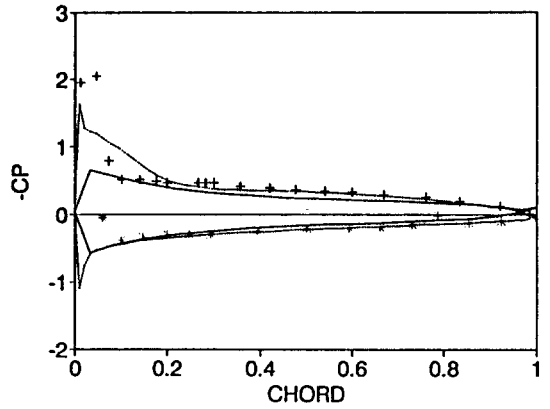


Fig.2 Isometric view of body-fitted grid around a SR7L propeller

진속도를 나타낸다. Fig. 2는 연구에 사용된 H-O 격자를 보여주고 있다. 본 프로펠러 형상에 대해서는 Lim과 Sankar가 압축성 Navier-Stokes방정식을 이용하여 해석한 적이 있으며, 실험은 프랑스의 Modane풍동실험장치를 이용하여 1987년경에 실험을 하였었다. Fig. 3은 프로펠러 표면의 압력분포를



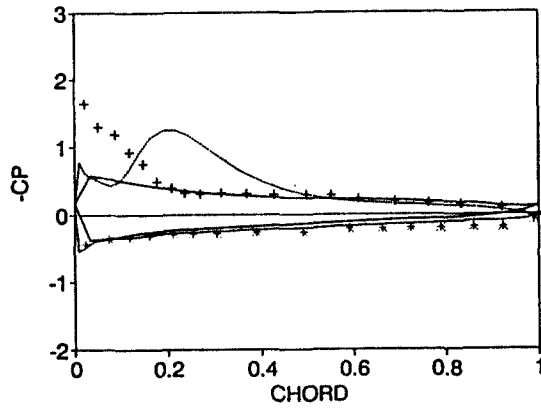
a)at r/R=0.284



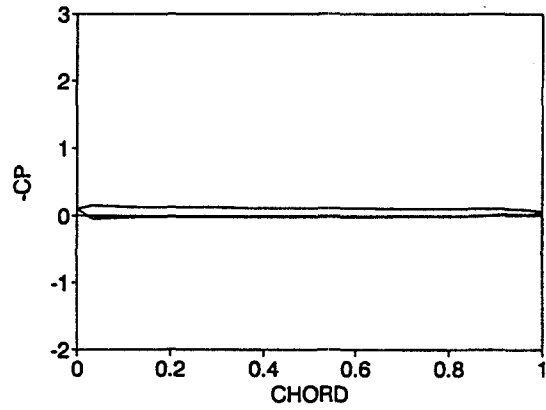
b)at r/R=0.57

Fig.3 Surface pressure distribution of a selected spanwise stations

나타낸 것으로, Bushnell의 실험값[18]과 Lim과 Sankar의 압축성 해[11]를 본 연구결과와 비교하였다. 그림에서 보듯이, 실험값과 비교하여 앞날 근처를 제외하고는 매우 잘 예측하고 있음을 알 수 있다. 앞날 근처에서의 실험값에 대한 약간의 불일치는 앞날 근처에서의 격자가 매우 강한 앞날 보오택스를 정확히 예측할 수 있을 정도로 세밀하지 못함으로 생기는 것이라 생각되며, 또 한가지 이유는, 실험에서 밝히고 있는 날개 setting각이나, 실험중 날개의 변형에 의한 받음각의 불확실성에 기인한 것으로 본다. Modane 실험장치에서 풍동실험을 할때, 날개 setting각은 똑같은 진진조건에서 Power coefficient가 동일한 값이 나오도록 setting하였는데, 실험에 따라 날개 setting각이 2.6°씩이나 매번 틀려지고 있었다. Fig. 3a의 hub 위

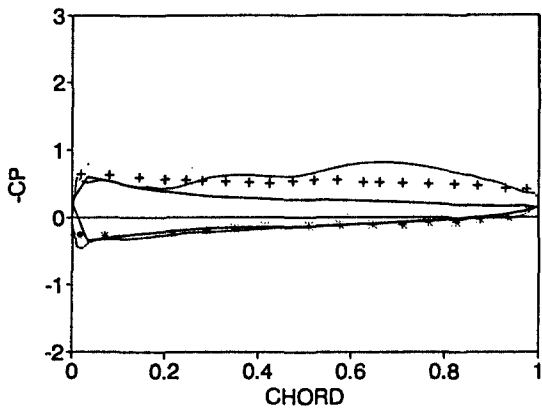


c) at $r/R=0.80$

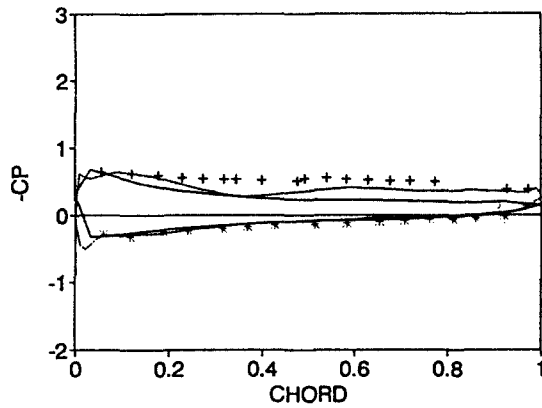


f) at $r/R=1.0$

Fig.3 surface pressure distribution of a selected spanwise stations



d) at $r/R=0.93$



e) at $r/R=0.975$

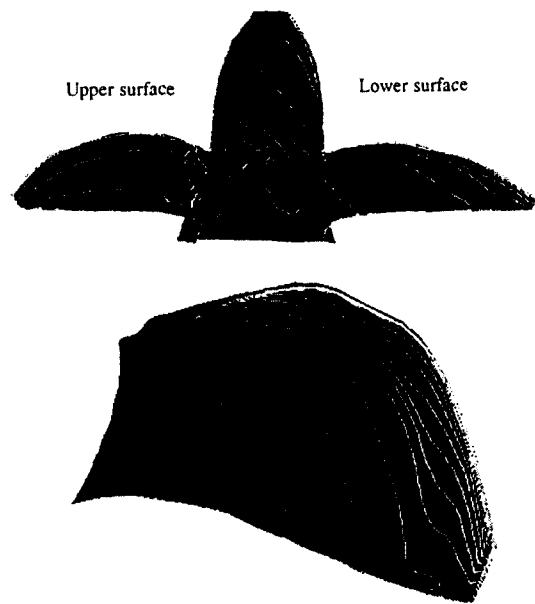


Fig.4 Pressure contours on the propeller surface

격자가 너무 coarse하여 nacelle상의 경계층을 정확히 계산을 못하고 있어, 경계층과 날개 hub를 지나가는 유동과의 상호작용(interaction)이 정확히 계산되지 못하기 때문이며, 또한 같은 이유로 nacelle의 nose가 실제로는 blunt한데도 cone모양으로 나오기 때문으로 생각된다. Fig. 3(f)는 날개 끝단에서의 압력 분포로써 날개 상면의 압력이 하면압력보다 낮아 tip vortex의 생성원인이 됨을 알 수 있다. 실험치가 그 위치에서 없어 비교를 할 수 없었다. Fig. 4는 프로펠러 표면상의

치에서는 압력분포가 실험에 비해 조금씩 평행이동한 것 같은 모양을 나타내고 있는데, 이것은 nacelle상의

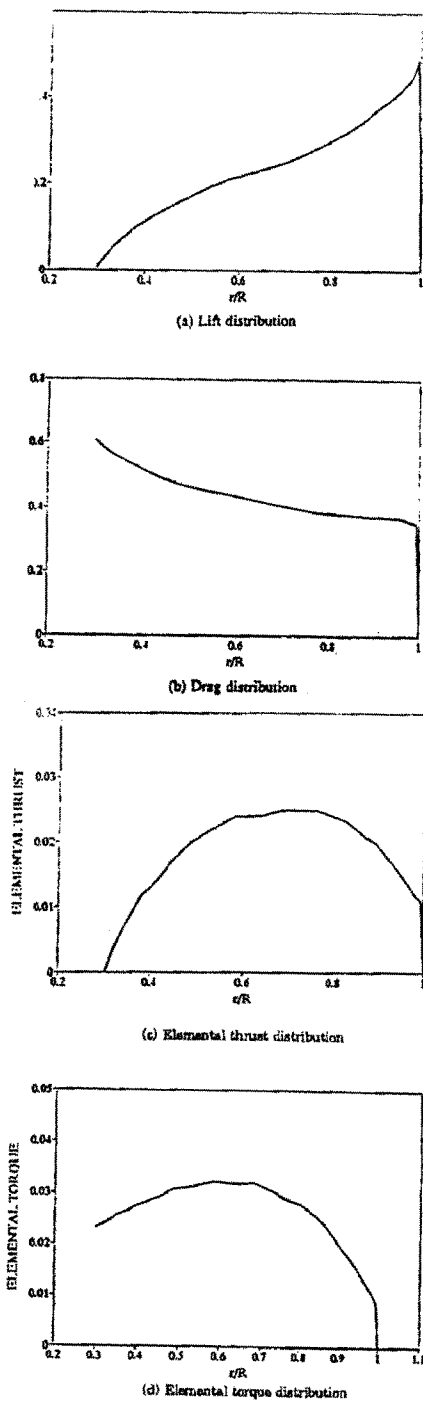


Fig. 5 Spanwise distribution of aerodynamic forces

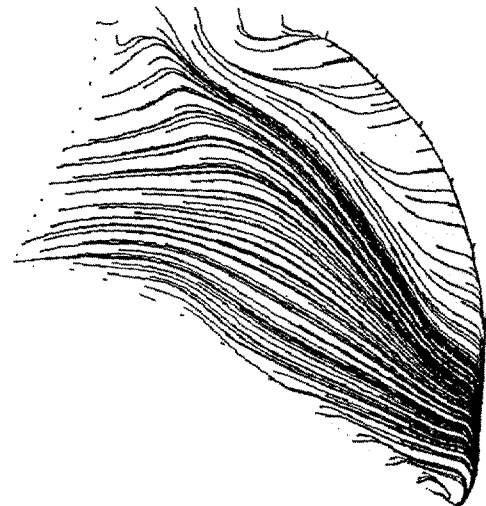


Fig. 6 Simulated oil flow pattern on the blade surface

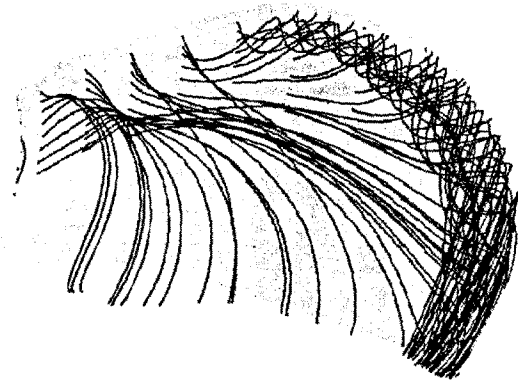


Fig. 7 Streamlines over the propeller

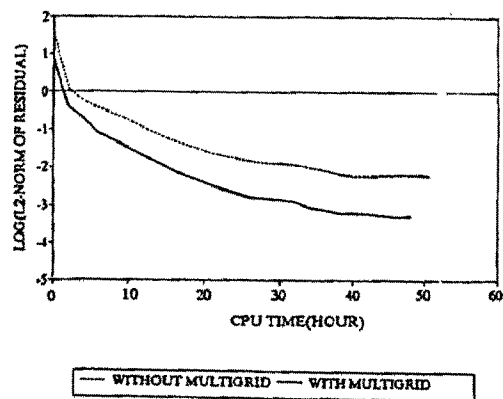


Fig. 8 Comparison of convergence history with and without multigrid technique

등압력분포를 나타내며, Fig. 5는 spanwise방향으로의 공력 계산 결과는 나타낸다. Fig. 6은 실험의 oil flow pattern을 계산결과를 이용하여 재현해 본 것이다. 여기에서 보듯이, 경계층내의 작은 운동량을 가지고 있는 유체가 프로펠러의 회전속도에 의해 강한 원심력을 받아 유동이 밖으로 향하고 있음을 볼 수 있다. Fig. 7은 stream line을 그린 것으로 휘어진 앞날 보오텍스와 날개 끝 보오텍스의 생성을 볼 수 있다. Fig. 8은 멀티 그리드 방법을 사용했을 때와 사용하지 않았을 때의 오차에 해당하는 $\{\Delta q\}$ 의 l_2 -norm을 logarithm그래프에 그린 것으로, 2-grid system을 이용하면 30~50%의 수렴가속을 얻을 수 있었다. 그래프 상에 나타나 있는 CPU시간은 CRAY-YMP에서 계산했을 때의 시간을 말한다. 그리고 본 연구자의 경험에 의하면 3-grid system을 이용하여 V-cycle 또는 W-cycle 등을 이용하여 계산하면 2-grid system에 비해 다시 40%이상을 가속시킬 수 있었다[14][15].

8. 결 론

멀티그리드 방법을 이용한 iterative time marching 방법이 프로펠러 주위의 점성 유동해석을 하는데 응용되었다. 이 방법은 3차원 비압축성 Navier-Stokes 방정식을 움직이는 비직교 일반좌표계에서 풀고 있으며, iterative 과정의 수렴가속을 위해 멀티그리드 방법이 사용되었다. 또한 본 방법은 point-implicit scheme으로써 matrix inversion 이 필요없을 뿐만 아니라, Vector나 Parallel 컴퓨터에 쉽게 적용이 가능하다는 장점을 가지고 있다. 본 연구결과에 의하면 멀티그리드 방법을 이용한 iterative time marching 방법이 매우 복잡한 유동인 프로펠러 주위의 유동에도 매우 잘 적용될 수 있음을 보여 주었고, 휘어진 앞날 보오텍스, 날개 끝 보오텍스, 그리고 원심력에 의한 매우 강한 반경방향의 흐름을 볼 수 있었다. 그리고 멀티그리드 방법은 계산에 필요한 수렴을 가속시킬 수 있음은 물론이고, 해의 정확도도 뛰어난을 보여 주었다.

참 고 문 헌

[1] Goldstein, S., "On the Vortex Theory of Screw Propellers," Royal Society Proceeding, Vol. 123, no. 792, pp. 440-465, 1929.
 [2] Sullivan, J. P., "The Effect of Blade

Sweep on Propeller Performance," AIAA Paper 77-176, 1977.
 [3] Egolf, T. A., Anderson, O. L., Edwards, D. E., and Landgrebe, A. J., "An Analysis for High Speed Propeller-Nacelle Aerodynamic Performance; Vol. 1, Theory and Initial Application Vol. 2, User's Manual for the Computer Program," United Technologies Research Center, R79-912949-19, 1979.
 [4] Jou, W. H., "Finite Volume Calculation of the Three Dimensional Flow Around a Propeller," AIAA Paper 82-0957, 1982.
 [5] Chaussee, D. S., L. J., and Kutler., "Prediction of High Speed Propeller Flow Fields Using a Three Dimensional Euler Analysis," AIAA Paper 83-0188, 1983.
 [6] Bober, L. J., Yamamoto, O., and Barton, J. M., "Improved Euler Analysis of Advanced Turboprop Propeller Flow," AIAA Paper 86-1521, 1986.
 [7] Whitfield, D. L., Swafford, T. W., and Arnold, A. F. S., and Belk, D. M., "Three Dimensional Euler Solution for Single Rotating and Counter Rotating Propfan," AIAA Paper 87-1197, 1987.
 [8] Srivastava, R. and Sankar, L. N., "Application of an Efficient Hybrid Scheme for Aeroelastic Analysis of Advanced Propeller," AIAA Paper 90-0028, 1990.
 [9] Matsuo, Y., Arakawa, C., Satio, S., and Kobayashi H., "Navier-Stokes Computations for Flow Field of an Advanced Turboprop," AIAA Paper 88-3094, 1988.
 [10] Hall, E. J., Delaney, R. A., and Betner, J. L., "Investigation of Advanced Counter Rotating Blade Configuration Concepts for High Speed Turboprop System; Task 2, Unsteady Ducted Propfan Analysis," Final Report, NASA CR-187106, 1991.

- [11] Lim, T. B. and Sankar, L. N., "Viscous Flow Computations of Flow Field around and Advanced Propeller." AIAA Paper 93-0873, 1993.
- [12] Kim H. T., "Computation of Viscous Flow Around a Propeller-Shaft Configuration with Infinite-Pitch Rectangular Blades," Ph. D. Thesis, The University of Iowa, Iowa City, IA, 1989.
- [13] Sankar, L. N. and Park, W. G., "An Iterative Time Marching Procedure for Unsteady Viscous Flows." ASME-BED Vol. 20, pp. 281-284, 1991.
- [14] Park, W. G., "A Three-Dimensional Multigrid Technique for Unsteady Incompressible Viscous Flows," Ph. D. Thesis, Georgia Institute of Technology, Atlanta, Georgia, March 1993.
- [15] Park, W. G. and Sankar, L. N., "A Technique for the Prediction of Unsteady Incompressible Viscous Flows," AIAA Paper 93-3006, 1993.
- [16] Vecelli, J. A., "A Method for Including Arbitrary External Boundaries in the MAC Incompressible Fluid Computing Technique," Journal of Computational Physics, Vol. 4, 1969, pp. 543-551.
- [17] Leonard, B. P., "A Stable and Accurate Convective Modeling Procedure Based on Quadratic Upstream Interpolation," Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 19, 1979, pp. 59-98.
- [18] Bushnell, P., "Measurements of the Steady Surface Pressure Distribution on a Single Rotation Large Scale Advanced Numbers from 0.03 to 0.78," NASA CR 182124, 1988.