
 論 文

大韓造船學會論文集
 第 31 卷 第 4 號 1994 年 11 月
 Transactions of the Society of
 Naval Architects of Korea
 Vol. 31, No. 4, November 1994

선박디젤추진축계 감쇠강제비틀진동의 확률적 해석

안시영*, M. B. Krakovski**

Probabilistic Analysis of Forced-Damped Torsional Vibration of Marine Diesel Propulsion Shafting Systems

by

S. Y. Ahn* and M. B. Krakovski**

요 약

최근의 배는 에너지절약을 도모하기 위하여 디젤기관이 대구경 장행정 소수실린더 저속회전화 추세에 있기 때문에 기진력이 커지고 있다. 이와같은 결과로 추진축계에 과잉비틀진동응력이 작용하게 되어 선박운항에 지장을 줄 정도의 프로펠러축의 결손사고가 종종 발생하곤 한다. 현재까지의 추진축계에 대한 설계 및 비틀진동해석은 대부분 축계의 비틀기진력이 확정적이란 가정하에 수행되어 왔다. 이와 관련하여 축계 비틀기진력의 불규칙성의 영향을 고려한 확률적 비틀진동해석에 관한 연구가 이루어지고 있다.

본 연구에서는 기관기진력의 확률변수를 고려하여 추진축계의 강제 비틀진동의 확률적 해석에 대한 새로운 방법을 제시하였다. 확률적 해석에 응답면이론과 Monte Carlo 시뮬레이션 방법이 이용되었다.

본 해석방법의 타당성 여부를 확인하기 위하여 Nikolaidis 등이 사용한 시산대상선에 대한 일련의 수치계산을 수행하고, 그 결과를 Nikolaidis 등의 연구결과와 비교 검토하여 본 결과, 비교적 잘 일치하고 있음을 미루어 보아 본 해석방법의 타당성이 확인되었다.

Abstract

Recently, the excessive diesel engine torsional excitation of typical energy saving ships has resulted in severe damages of the propeller shaft. Up to now the design and torsional vibration analysis of the marine diesel shafting system has been performed on the assumption that excitations are deterministic. But a diesel engine excitation varies randomly from cylinder to cylinder and from cycle to cycle, due to the imperfect operation of the engine components or due to engine misfiring. Consequently, a more rational analysis method for the propulsion shafting torsional vibration is required.

접수일자 : 1994년 8월 4일, 재접수일자: 1994년 11월 9일

* 정회원, 울산대학교 조선해양공학과

** 모스크바 과학기술연구소

In this paper probabilistic analysis method of the marine diesel engine shafting system under torsional vibration is presented. First a response surface representing maximum shear stresses in a shafting system is built. Then Monte Carlo simulation with subsequent approximation of the results by one of Pearson's curves, is performed.

Some numerical results based on the proposed method are compared with some numerical data available. They show acceptable agreements with the data.

1. 서 언

최근의 배는 에너지절약을 도모하기 위하여 디젤기관이 대구경 장행정 소수실린더 저속화 추세에 있기 때문에 기진력이 커지고 있다. 이와같은 결과로 추진축계는 과잉비틀진동응력이 작용하게 되어 선박의 운항에 지장을 주는 정도의 프로펠러축의 절손사고가 일어나는 예가 종종 있다[1]. 이와 관련하여 축계 비틀진동기진력의 불규칙성 영향을 고려한 확률적(probabilistic) 비틀진동해석에 관한 연구가 이루어지고 있다[2].

지금까지 박용디젤기관의 추진축계에 대한 설계 및 비틀진동해석은 대부분 축계의 비틀기진력이 확정적(deterministic)이란 가정하에 수행되어 왔다. 각 선급에서는 추진축계에 대한 비틀진동부가응력의 허용한도를 독자적으로 규정하여 사용하고 있다. 만약 확정적 비틀기진력에 의하여 계산된 비틀진동부가응력이 선급에서 규정한 허용한도를 초과하지 않다면 축계는 안전한 것으로 간주하곤 한다. 그러나 연료펌프, 연료분사밸브, 과급기 등 기관부속들이 정확히 작동하지 않거나, 실린더 중 하나가 연소 실패할 경우 디젤기관의 기진토크는 각 실린더간 및 사이클간에 불규칙적으로 변하며 또한 연료의 혼합비에 따라 변한다. 그리고 프로펠러의 기진토크도 각 사이클 불규칙적으로 변한다. 따라서 이와같은 축계기진력의 불규칙성 영향으로 인하여 종래의 확정적 해석방법으로는 감지되지 않으며 선급규정 허용한도를 초과하는 최대응력이 기관운전 범위내에서 종종 발생하여 추진축계의 초기설계시 많은 어려움이 있곤 한다.

가스압력기진력과 연료의 종류에 대한 확률변수(random variables)를 고려한 확률적 해석방법은 기존의 확정적 설계방법과 비교할때 추진축계의 비틀진동거동에 대하여 더 많은 실질적인 정보를 제공해 준다[2].

본 연구에서는 박용디젤기관에 대한 가스압력기진력등의 확률변수들을 고려하여 디젤추진축계의 감쇠강제비틀진동에 대한 새로운 확률적 해석방법, 즉

가스기진토크의 확률적 모델링, 응답면(response surface) 및 Monte Carlo시뮬레이션 등에 의한 확률적 해석방법을 제시하였다.

본 해석방법의 타당성 여부를 확인하기 위하여 Nikolaidis 등[2]의 시산대상선의 추진축계에 대한 이론치와 본 해석방법에 의한 이론치와를 비교 검토하여 본 결과, 비교적 잘 일치하고 있음을 미루어 보아 본 해석방법을 적용하면 디젤추진축계의 감쇠강제비틀진동을 정도 높게 해석할 수 있으므로 해서 선박의 안전에 가일층 도움이 될 수 있을 것이다.

2. 추진축계의 감쇠강제비틀진동해석

2.1 확정적 해석방법

비틀진동해석은 다음 부분으로 구성된다. 고유진동수 및 고유진동형 계산, 기진력의 모델링, 비틀각과 응력계산, 계산응력과 최대허용 응력과의 비교검토 등이다. 자유진동해석에는 Holzer방법 [3]과 QR알고리즘 또는 Jacobi방법 [4]과 같은 매트릭스변환기법이 사용되고, 강제비틀진동해석에는 확장 Holzer방법 [5], [6], 에너지법 [7] 등이 적용되고 있다.

박용디젤추진축계는 매우 복잡한 비틀진동계로 형성되어 있으므로 이를 간단한 치환동가계로 모델링하고, 이를 이용하여 Holzer방법에 따라 축계의 고유진동수와 비틀전단응력을 계산하는 방법을 요약하면 다음과 같다.

Fig.1는 n자유도계의 축계비틀진동계를 표시한다. 여기서 회전계는 탄성축상에 놓인 일련의 원판으로 간주한다. 즉 각 실린더와 관련된 원판의 질량관성모멘트는 실린더셋트의 회전 및 왕복부분의 상당관성모멘트를 나타내며, 각 질량의 관성모멘트 및 크랭크요소의 비틀강성은 Den Hartog [8]의 식등에 의하여 구해진다.

Fig.1에 표시된 계의 운동방정식은 다음 식으로 표시할 수 있다.

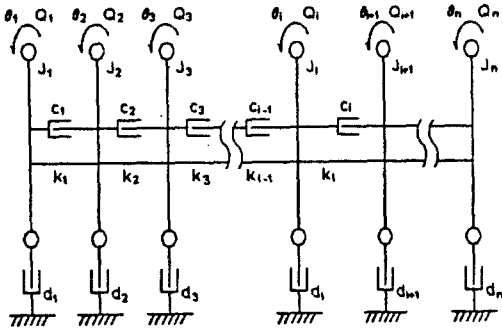


Fig. 1 Typical damped torsional system

$$\begin{aligned}
 J_1 \ddot{\theta}_1 + d_1 \dot{\theta}_1 + c_1(\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2) + k_1(\theta_1 - \theta_2) &= Q_1 \\
 J_2 \ddot{\theta}_2 + d_2 \dot{\theta}_2 - c_1(\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2) + k_1(\theta_1 - \theta_2) \\
 + c_2(\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_3) + k_2(\theta_2 - \theta_3) &= Q_2 \\
 &\vdots \\
 J_n \ddot{\theta}_n + d_n \dot{\theta}_n - c_n(\dot{\theta}_{n-1} - \dot{\theta}_n) + k_1(\theta_{n-1} - \theta_n) &= Q_n
 \end{aligned} \tag{1}$$

여기서

- J_i : i 번째 질량관성모멘트
- θ_i : i 번째 비틀각
- Q_i : i 번째 기진토크
- c_i : i 번째 상대감쇠계수
- d_i : i 번째 절대감쇠계수
- k_i : i 번째 축요소비틀강성계수

i 번째 질점의 비틀각 θ_i 및 비틀토크 Q_i 가 조화적이라 가정하면 다음식으로 표시할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 \theta_i &= R_e A_i e^{j\omega t} \\
 \bar{Q}_i &= R_e Q_i e^{j\omega t}
 \end{aligned} \tag{2}$$

여기서

- A_i : i 번째 비틀각진폭
- \bar{Q}_i : i 번째 비틀토크진폭
- ω : 강제각진동수

식(2)을 식(1)에 대입하여 n 개의 방정식을 합하면

$$A_{n+1} = A_n \frac{\sum_{i=1}^n [(J_i \omega^2 - j\omega d_i) A_i + \bar{Q}_i]}{(k_n + j\omega c_n)}, \tag{3}$$

$n = 1, 2, \dots, N-1$

$$-\sum_{i=1}^N (J_i \omega^2 - j\omega d_i) A_i = \sum_{i=1}^N \bar{Q}_i \tag{4}$$

다음의 순환식이 얻어진다.

여기서 각 질점의 비틀각의 진폭은 식(3)으로부터 구해지며 식(4)는 계의 자유진동 또는 강제진동에 대한 검토조건식으로 이용된다.

감쇠가 없는 자유진동해석에는 $\bar{A}_i = 1$, $\bar{Q}_i = 0$, $d_i = 0$ 로 하여 고유진동수 ω_i 와 고유진동형을 위식으로부터 구할 수 있다. 감쇠강제진동해석에서는 이와같이 하여 구한 고유진동수를 이용하여 식(4)을 만족시키는 비틀각 A_i 의 값을 식(3)으로 구하고, 이 값으로부터 각 축요소의 상대비틀진폭이 계산될 수 있으며, 이를 이용하여 각 축요소의 확정적 비틀진동전단응력이 추정될 수 있다.

추진축계의 비틀진동 최대전단응력 계산은 운전범위내의 모든 공진점에서 수행되며, 디젤주기의 모든 실린더가 연소폭발할 경우와 그 중 한 실린더가 미연소폭발하는 경우에 대해서 계산이 수행된다.

2.2 축계의 비틀기진토크

(1) 확정적 실린더 가스압력토크

일반적으로 축계의 기진토크는 프로펠러의 정상 및 변동기진토크와 디젤기관의 정상 및 변동기진토크로 구성되어 있다. 본 연구에서는 디젤기관의 비틀기진력만이 확률적으로 모델링되고 프로펠러의 기진력은 확정적인 것으로 가정한다.

디젤기관의 기진력은 피스톤에 작용하는 가스압력기진토크와 크랭크 및 실린더기구등의 왕복질량에 의한 비정상 관성력기진토크로 구분된다. 확정적 가스압력토크는 디젤기관의 가스압력토크곡선을 Fourier급수해석하여 얻은 각 조화성분으로부터 구할 수 있으며, 또한 Den Hartog[8] 및 Wilson[9]의 방법에 따라 계산될 수 있다. 프로펠러의 확정적 기진토크는 Parsons의 비선형양력선이론[10] 또는 C.S.Lee의 비선형양력면이론[11]에 의하여 구해질 수

있다.

(2) 확률적 실린더 가스압력토크

디젤기관 비틀기진력은 3가지 운전상태에 대해 모델링된다. 즉 기관이 중유 (H.F.O.) 와 디젤유 (D.O.)의 혼합연료로 운전할 경우(연료교체상태)와 그중 한 연료로 운전하는 경우이다(단일연료 운전상태).

i번째 실린더토크 $Q_i(t)$ 는 다음형으로 모델링 될 수 있다.

$$Q_i(t) = \alpha(t)[1 + b_i + \beta_i(t)] \times [\bar{Q}_{g1}(t - \Delta t_i) - \bar{Q}_{g2}(t - \Delta t_i)] + 0.5[1 + b_i + \beta_i(t)] \times [\bar{Q}_{g1}(t - \Delta t_i) - \bar{Q}_{g2}(t - \Delta t_i)] + F_i(t - \Delta t_i),$$

$i = 1, \dots, M$

여기서

$\bar{Q}_{g1}(t), \bar{Q}_{g2}(t)$: 디젤 연료 또는 중유를 사용할때의 첫번째 연소폭발 실린더의 정규가스토오크

Δt_i : 첫번째 실린더기진토크에 대한 i번째 실린더기진력의 위상차를 나타내는 시간

$F_i(t)$: 첫번째 연소폭발실린더의 관성 토크

b_i : 정규가스토오크에 대한 i번째 실린더가스토오크의 정상변화 량을 나타내는 계수

$\beta_i(t)$: 정규가스토오크에 대한 i번째 실린더가스토오크의 변동변화량을 표시하는 계수

$\alpha(t)$: 혼합연료의 혼합비를 표시하는 계수

M : 실린더의 수

주어진 기관회전수와 부하에서의 정규가스토오크는, 만약 가스토오크가 각 실린더간 및 각 사이클간에 일정한 경우에서의 실린더가스토오크로 정의된다.

혼합연료의 비율을 나타내는 확률변수, $\alpha(t)$ 는 만약 기관이 디젤연료 또는 중유로 운전될 때에는 각각 0.5 또는 -0.5 로 한다. 만약 기관이 같은 비율의 혼합연료로 운전할 경우에는 $\alpha(t) = 0$ 이다. 상기 식(5)의 확률변수들 즉 $\alpha(t), [\beta_i(t) + b_i]$ 는 확률정규분포를 가진다고 가정하며, 다음의 평균치와 표준편차를 각각 갖는 것으로 한다.

$\alpha(t)$ 의 평균치(μ_1)과 표준편차(σ_1)는 각각 $\mu_1 = -0.5, 0, 0.5$ (3운전상태), $\sigma_1 = 0.1$ 이고 $[\beta_i(t) + b_i]$ 의 평균치(μ_2) 및 표준편차(σ_2)는 각각 $\mu_2 = 0, \sigma_2 = 0.2$ 로 한다. 기타 모든 값을 확정적인 것으로 한다.

2.3 확률적 해석방법

부하(load) 및 저항(resistance)변수 X_1, \dots, X_n 를 확률밀도함수가 각각 주어진 확률변수(random variables)라고 가정한다. 만약 한 기본변수가 시간함수로서 확률적 과정(stochastic process) $X_i(t)$ 로 표시될 수 있으면 이 확률적 과정은 하나의 확률변수로 대체될 수 있으며 이때 확률분포함수 $F_{xi}(x)$ 는 다음식으로 정의된다[13].

$$F_{xi}(x) = P(X_i(t') \leq x) \tag{6}$$

여기서 t' 는 확률적으로 택한 임의시간이다.

기본변수 x_1, \dots, x_n 의 어느 셋트값에 대하여 측계에 야기되는 최대전단응력 τ 는 종래의 확정적 해석방법에 따라 계산될 수 있으며 이때 고장률 P_f 는 다음식으로 표시될 수 있다.

$$P_f = P(\tau > \tau_0) \tag{7}$$

여기서 τ_0 는 특정조건에서 선급이 규정한 허용부가응력치를 나타낸다. 측계의 신뢰성해석은 바로 초기 고장률 P_f 를 추정하는 것이다.

신뢰성 평가방법은 응답원리와 Monte Carlo 시뮬레이션 방법에 기초를 둔다.

(1) 응답면 (response surface)

고장률 P_f 를 계산하기 위하여 먼저 응답면의 개념이 도입되어야 한다. 응답면은 디젤주기관의 기본확률변수들의 다항식으로 표시되며 Holzer 방법에 의한 측계 최대전단응력의 계산결과치로 조성된다. 즉 확정적 응력계산은 기본확률변수들로 구성된 n 차 공간내에서의 임의의 고정점에서 수행되며, 응답면은 $(n+1)$ 차 공간에서 각 최대응력점을 통과한다. 상기 n 차 공간의 기본확률변수들은 여러가지 방법으로 고정될 수 있다.

C.G.Bucher와 U.Bourgund[12]는 다음의 다항식으로 표시된 응답면의 사용을 권하고 있다.

미지계수 K_{00} 와 K_{ij} 을 구하기 위하여

$$\tau(x_1, \dots, x_n) = K_{00} + \sum_{j=1}^2 \sum_{i=1}^n K_{ij} x_i^j \tag{8}$$

$(\mu_{x1} \pm \delta_{x1} \sigma_{x1}, \dots, \mu_{xn}, \dots, (\mu_{x1}, \dots, \mu_{xn} \pm \delta_{xn} \sigma_{xn}))$ 점에서 확정적 최대전단응력계산이 수행된다.

여기서 μ_{xi} 과 σ_{xi} 는 기본확률변수 x_i 의 평균치와 표준편차를 각각 나타내며, δ_{xi} 는 평균치 μ_{xi} 로부터 설계점 $\mu_{xi} \pm \delta_{xi} \sigma_{xi}$ 까지의 표준편차의 정배수를 표시한다. K_{00} , K_{ij} 계수는 $(2n+1)$ 개의 선형방정식들을 풀므로써 구해진다.

때로는 다항식(8)에 의한 계산결과와 정도를 높이기 위하여 다음과 같은 다항식이 사용될 수 있다.

$$\tau(x_1, \dots, x_n) = K_{00} + \sum_{j=1}^{2h} \sum_{i=1}^n K_{ij} x_i^j \quad (9)$$

여기서 h 는 +정수, $N=2hn+1$
또는

$$\tau(x_1, \dots, x_n) = \sum_{ix_1=0}^1 \dots \sum_{ix_n=0}^n K_{ix_1 \dots ix_n} x_1^{ix_1} \dots x_n^{ix_n} \quad (10)$$

여기서 $N=2^n$
식 (10)의 다항식에 의한 계산정도를 더욱 높이기 위하여 다음식이 사용될 수 있다.

$$\tau(x_1, \dots, x_n) \sum_{ix_1=0}^2 \dots \sum_{ix_n=0}^n K_{ix_1 \dots ix_n} x_1^{ix_1} \dots x_n^{ix_n} + \sum_{j=2}^{2b} \sum_{i=1}^n K_{ij} x_i^j \quad (11)$$

여기서 $N=2^n + 2hn$

(2) Monte Carlo 시뮬레이션
응답면이 구해지면 Monte Carlo 시뮬레이션이 다음 순서에 따라 수행된다[13].

1. 모든 기본확률변수들의 확률밀도함수를 알고서 random number generator를 사용하여 m random sets의 기본확률변수, x_{11}, \dots, x_{m1} ($i=1, \dots, m$)를 구한다.
2. 응답면의 다항식을 이용하여 각 랜덤셋트의 기본변수들에 대한 최대응력치 τ_i ($i=1, \dots, m$)를 계산한다.
3. 이들 τ_i 의 값은 확률변수 T 의 m 번의 실현이라 가정한다. 즉 샘플의 크기가 m 이다. 이들 m 개의 값으로부터 1차~4차의 통계적 모멘트를 계산한다.
4. Pearson 곡선들로 부터 적합한 확률밀도함수 $f(\tau)$ 를 선정한다.
단, $f(\tau)$ 에 대한 1차~4차의 확률적 모멘트값이 샘플의 모멘트값과 각각 같도록 한다.
5. 수치적분에 의하여 다음의 최고고장확률 P_f 를 구한다.

$$P_f = \int_{\tau_0}^{\infty} f(\tau) d\tau \quad (12)$$

여기서 $f(\tau)$: 확률밀도함수
 τ_0 : 선급이 규정하는 허용부가응력

3. 수치해석 및 고찰

3.1 기초 자료

본 해석방법의 유용성을 확인하기 위하여 Nikolaidis 등이 사용한 시산대상선의 추진축계에 대한 일련의 수치계산을 수행하고, 그 결과를 Nikolaidis 등의 연구결과와 비교검토한다.

모든 초기 입력자료는 상기 문헌[2]과 같으며 Table 1과 Table 2는 시산대상선 및 그의 추진축계의 특성을 각각 나타내고 있다.

Table 1 Characteristics of low speed diesel vessel

Vessel type :	Handy sized bulk carrier
Deadweight :	37,000 tonnes
Speed :	7.87 m/s(15.3 knots)
Engine :	Sulzer 6RND76
Engine rating :	8948kw(12000bhp)at 12.78 rad/sec(122rpm)
Number of cylinders :	6
Number of strokes per cycle :	2
Firing order :	1-5-3-4-2-6

Table 2 Properties of torsional mass-elastic system low-speed diesel for example

Mass No i Units	Mass Moment of inertia, Ji (1bf · ft · s ² /rad)	Stiffness ki (1bf · ft · s/rad)	Diameter Di (in)	Remark
1	21,883	1.415 × 10 ⁸	23.22	propeller
2	317	6.794 × 10 ⁷	19.29	
3	251	1.065 × 10 ⁸	19.29	
4	5,550	3.284 × 10 ⁸	23.62	
5	3,191	5.652 × 10 ⁸	23.62	cylinder 1 " 2 " 3 " 4 " 5 " 6
6	3,815	5.652 × 10 ⁸	23.62	
7	3,815	5.652 × 10 ⁸	23.62	
8	3,815	5.652 × 10 ⁸	23.62	
9	3,815	5.652 × 10 ⁸	23.62	
10	3,815	5.652 × 10 ⁸	23.62	
11	104	1.142 × 10 ⁸	23.62	

3.2 확정적 수치해석

비틀진동모델의 크기는 N=11, 실린더수 6, 첫번째 실린더는 모델의 5번째 질량에 상당한다. Holzer 방법에 의한 계산결과, 추진축계의 고유진동수는 $\omega_1 = 47.74$ rad/s, $\omega_2 = 161.73$ rad/s 및 $\omega_3 = 293.61$ rad/s 로 나타났으며, 기관운전범위내의 위험속도는 76rpm(I-6), 92rpm(I-5) 및 114rpm(I-4) 이다. 여기서 ()의 I는 1절진동, 숫자는 각 차수를 나타낸다. 실린더가스기진력을 계산하기 위하여 디젤유 및 중유에 대한 무차원가스토오크곡선[2]에 대하여 Fourier 급수해석을 하였으며 그 중 4차, 5차 및 6차의 조화항이 강제진동해석에 고려되었다.

이 각각의 위험속도에서 강제비틀진동계산을 한 결과, 프로펠러축(segment No.2)에서의 최대전단응력은 Table 3에 나타난바와 같이 모든 실린더가 연소폭발하는 경우에는 각각 4223.15 Psi, 113.52 Psi 및 559.88 Psi 로 나타난 반면, No.6 실린더가 미연소폭발하는 경우에는 4142.06Psi, 1976.52Psi 및 3855.61Psi 로 각각 나타났다. 이 경우 연료는 중유가 사용되고 실린더가스토오크의 확률변수의 평균치는 $\alpha_{(t)}$ 의 $\mu_1 = -0.5$ 및 $[\beta_{i(t)} + b_i]$ 의 $\mu_2 = 0$ 이며, 감쇠계수는 문헌[7, 14, 15]에 의해 계산되었다.

Holzer 방법에 의한 상기 고유진동수의 계산결과는 Nikolaidis 등의 계산결과와 동일하였으며 최대전단응력의 계산결과는 Table 3에 나타난 바와 같이 Nikolaidis 등의 연구 결과와 잘 부합함을 확인할 수 있었다. 또한 사용연료를 디젤유 또는 같은 비율의

중유와 디젤유의 혼합유로 하여 상기 두가지 실린더 연소폭발상태에 대해서도 최대전단응력계산을 각각 수행하였으며 그 결과도 Table 3에 같이 정리하였다.

Table 3의 계산결과에 의하면 모든 실린더가 연소폭발할 경우에는 사용연료의 종류에 따라 각 공진위험속도에서 프로펠러 축에서 야기되는 최대전단응력은 대동소이한 반면 No.6 실린더가 미연소폭발하는 경우에는 사용연료의 종류에 따라 최대전단응력은 크게 차이가 남을 확인할 수 있다.

3.3 확률적 수치해석

확률적 수치계산이 수행되는 과정을 보여주기 위해 한 기관운전상태의 경우를 예를 들고져 한다. 즉 기관은 중유로 운전되고 회전수는 76rpm(I-6)에서 모든 실린더는 연소 폭발한다.

응답면은 식(11)의 형이라 가정한다. 확률변수 x_1, x_2 를 다음과 같이 표시한다.

$$x_1 = [\alpha_{(t)} - \mu_1] / \sigma_1$$

$$x_2 = [(\beta_{i(t)} + b_i) - \mu_2] / \sigma_2 \quad (13)$$

여기서

- μ_1 : $\alpha_{(t)}$ 의 평균치
- σ_1 : $\alpha_{(t)}$ 의 표준편차
- μ_2 : $[\beta_{i(t)} + b_i]$ 의 평균치
- σ_2 : $[\beta_{i(t)} + b_i]$ 의 표준편차

식 (13)에서 h=1 로 하면 응답면은

$$r(x_1, x_2) = K_{00} + K_{10}x_1 + K_{01}x_2 + K_{11}x_1x_2 + K_{12}x_1^2 + K_{22}x_2^2 + K_{13}x_1^3 + K_{23}x_2^3 \quad (14)$$

Table 3 Max. stresses at propeller shaft

Case	Critical	H.F.O. ($\alpha = -0.5$)	D.O. ($\alpha = 0.5$)	Mixtrue ($\alpha = 0$)	Remark
	rpm	τ_{max} (Psi)	τ_{max} (Psi)	τ_{max} (Psi)	
1	114	559.88(646)	550.04	554.95	all cylinder firing
2	92	113.52(115)	114.02	113.77	"
3	76	4223.15(4242)	4700.42	4461.87	"
4	114	3855.61(4821)	665.28	671.22	No.6 cylinder not firing
5	92	1976.52(1988)	137.85	137.55	
6	76	4142.06(4160)	5625.49	5339.99	

8개의 계수 K_i 를 구하기 위하여 확정적 계산이 (x_1, x_2)의 2차공간내 8 고정점 즉 (x_1, x_2) : ($\pm 3, \pm 3$), ($\pm 2, 0$), ($0, \pm 2$)에서 수행된다. 계산결과인 최대전단응력 $\tau(x_1, x_2)$ 은 다음의 8개의 선형연립방정식의 우변항에 해당한다.

$$\begin{aligned}
 &K_{00} - 3K_{10} - 3K_{01} + 9K_{11} + 9K_{12} + 9K_{22} \\
 &\quad - 27K_{13} - 27K_{23} = 1627 \\
 &K_{00} + 3K_{10} - 3K_{01} - 9K_{11} + 9K_{12} + 9K_{22} \\
 &\quad + 27K_{13} - 27K_{23} = 1739 \\
 &K_{00} - 3K_{10} + 3K_{01} - 9K_{11} + 9K_{12} + 9K_{22} \\
 &\quad - 27K_{13} + 27K_{23} = 6510 \\
 &K_{00} + 3K_{10} + 3K_{01} + 9K_{11} + 9K_{12} + 9K_{22} \\
 &\quad + 27K_{13} + 27K_{23} = 6967 \\
 &K_{00} - 2K_{10} + 4K_{12} - 8K_{13} = 4117 \quad (15) \\
 &K_{00} + 2K_{10} + 4K_{12} - 8K_{13} = 4307 \\
 &K_{00} - 2K_{01} + 4K_{22} - 8K_{23} = 2527 \\
 &K_{00} + 2K_{01} + 4K_{22} + 8K_{23} = 5897
 \end{aligned}$$

8개의 미지계수 K_i 는 식(15)로 부터 구해진다. 따라서 응답면 식(14)는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 \tau(x_1, x_2) = &4212 + 47.71x_1 + 842.22x_2 \\
 &+ 9.5781x_1x_2 - 0.0452x_1^2 - 0.0451x_2^2 \\
 &- 0.0313x_1^3 + 0.0424x_2^3 \quad (16)
 \end{aligned}$$

식(16)은 2차항보다 작은항만이 중요하며, 실린더 가스토오크는 연료상태보다 최대전단응력에 미치는 영향이 더 큼을 보여준다. 식(16)의 정확도를 검증하기 위하여 확정적 축계계산을 (0,0)점에서 수행한 결과 최대전단응력은 $\tau(0,0) = 4142$ (Psi)로서 식(16)에서 얻어진 $\tau(0,0) = 4212$ (Psi)와 거의 일치함을 확인할 수 있다.

Monte Carlo 시뮬레이션의 수행에 따라 5000조의

확률변수 (x_1, x_2)가 확정되고, 식(16)을 이용하여 5000개의 최대전단응력 $\tau(x_1, x_2)$ 의 샘플들이 구해진다. 이 샘플로부터 1~4차 통계적 모멘트들이 각각 구해지며 이 값들을 이용하여 Pearson곡선군으로 부터 확률밀도함수인 type 1, 2, 8(정규) 곡선, $f(\tau)$ 이 선정되었다.

기관위험회전수 76rpm(I-6)에서 미국선급(ABS)이 규정한 프로펠러축에서의 허용부가응력은 3556 (Psi)이다. 식(12)를 이용하여 수치적분한 결과, 프로펠러축의 한 사이클당 첫고장률, P_f 는 Pearson곡선 중 type 1, type 2, 정규곡선에 대해서 각각 $P_f = 0.778, 0.7788$ 및 0.7826 였다. 만약 선박의 수명을 25년으로 가정하고 이 기간동안 중유사용, 모든실린더 연소폭발상태, 76rpm(I-6) 회전상태하에서의 총 사이클수는 $N = 0.67 \times 10^6 [2]$ 임을 고려하면 선박수명기간 동안의 고장률 P_{fi} 는 극한확률이론(statistical theory of extreme)의 결과를 이용하여 계산될 수 있다[16]. 이 이론에 의하면 선박수명기간동안의 고장률 P_{fi} 는 다음 방법으로 계산될 수 있다.

$$P_{fi} = 1 - (1 - P_f)^N \approx 1 \quad (17)$$

본 계산에는 모두 18종의 운전상태가 고려되었다. 즉 사용연료에는 3종류(중유, 디젤유, 중유 및 디젤유의 혼합유), 각 연료에 대하여 2종의 연소폭발상태(모든 실린더 연소폭발, No.6 실린더 미연소폭발), 및 각 연소폭발상태에 대하여 3종의 위험회전수(76rpm, 92rpm 및 114rpm)에서 운전되는 경우들이다.

Table 4는 상기 18종의 운전상태를 고려한 계산결과들 중 중유를 사용한 경우에 대한 6종의 운전상태에서 수행한 확률적 계산결과를 보여 주고 있다.

Fig.2와 Fig.3은 중유사용시 각 운전상태에서 수행

한 계산결과치 즉 최대전단응력 $\tau(x_1, x_2)$ 의 확률밀도 함수(실선)를 보여주고 있으며 Nikolaidis의 이론치(점선)와 비교될 수 있다. 횡선은 확정적 해석에 의한 계산 결과치 즉 최대전단응력을 나타내며 ()안의 값은 Nikolaidis의 계산치이다. 또한 ABS 허용부가 응력곡선이 참고로 나타나 있다. 그림에서 위험속도 76rpm (I-6)에서는 확정적 최대응력치는 ABS 허용부가 응력선을 초과함에 따라 76rpm을 중심으로 속도제한구역(barred speed range)이 설정되어야 함을 알 수 있다.

Table 3에서 나타난 바와 같이 확정적 최대전단응력(=확률적 평균치)에 대한 Nickolaidis의 계산결과와 본 계산치는 서로 부합함을 Fig.2와 Fig3에 표시하고 있다.

Table 4에서는 76rpm(I-6)의 경우에 문헌의 고장률은 $P_f \approx 1.0$ 이고, $COV=0.032$ 인데 반해 본 계산결과 고장률 $P_f=0.78$ 이고, $COV=0.2$ 로 나타났으며, 92rpm(I-5)의 경우에 문헌의 고장률 $P_f \approx 0.0$ 는 본 결과와 거의 같음을 보여주고 있다. 따라서 본 해석결과에 의하여 76rpm(I-6) 위험속도에서는 속도제한구역을 설정할 필요가 있으나 92rpm(I-5)에서는 안전

하다는 결론은 문헌의 결과와 같음을 확인할 수 있다. 단 Fig.2 및 Fig.3의 확률밀도함수의 차이는 양자의 확률적 해석방법의 차이에 기인한 것 같다.

그러나 Fig.2에 표시된 114rpm(I-4)의 경우에 계산결과는 차이를 보여주고 있다. Table 4에 나타난 바와 같이 문헌의 고장률은 $P_f=0.144$ 이고 $COV=1.4$ 인데 반해 본 계산결과 고장률 $P_f=0$ 이고 $COV=0.2$ 로 나타났다. 문헌의 $COV=1.4$ 는 거의 실현가능치 않으며 확률치의 실질적인 변화성을 나타낼 수 없는 것으로 간주된다. 고장률 $P_f=0.144$ 를 검증하기 위하여 확률변수의 가능한 모든 영역에서 각 확률변수(x_1, x_2)에서 확정적 해석을 수행하였지만 ABS 허용부가 응력에 근접한 어떤 최대전단응력치를 구하지 못하였다. 따라서 문헌의 고장률 $P_f=0.144$ 는 너무 큰 것 같다. 이 차이는 문헌의 경우에는 프로펠러 기진력의 확률변수를 고려한 반면 본 해석에는 이 기진력이 확정적인 것으로 가정하는데도 기인한 것 같다.

Fig.3은 No.6 실린더가 미연소폭발하는 경우로서 축계에 가장 위험한 상태를 보여주고 있다. 특히 114rpm(I-4)에서 확정적 최대응력은 ABS 허용부가 응력선을 크게 초과하고 전단응력의 변화성도 대단히

Table 4 Results of calculation for reliability of shafting system

Case	Order No.	mean value \bar{M} (Psi)	standard deviation σ (Psi)	cov	ABS limit τ (Psi)	P_f	No. of cycle N	Reliability	remark
1	1-4	560.7	112.35	0.200 (1.4)	1849	7.621×10^{-24} (0.144)	0.67×10^6	1	all cylinder firing, H.F.O
2	1-5	114.5	22.84	0.197	3129.1	7.621×10^{-24} (=0.0*)	0.67×10^6	1	"
3	1-6	4214.6	843.7	0.2000 (0.032)	3555.8	0.78 (=1.0*)	0.67×10^6	0	"
4	1-4	3498.6	368.7	0.105	1849	≈ 1.0 (=1.0*)	0.35×10^6	0	No.6 cylinder only not firing, H.F.O
5	1-5	1769.7	198.5	0.112	3129.1	1.51×10^{-10} (=0.0*)	0.35×10^6	1	"
6	1-6	4253.3	1082.0	0.240	3555.8	0.75 (=0.9*)	0.35×10^6	0	"

() : calculated by Nikolaidis

(*) : taken approximately from figures in the Paper by Nikolaidis

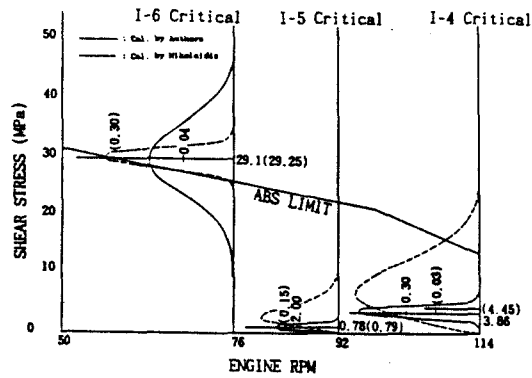


Fig. 2 PDF's of shear stress acting on segment no.2; all cylinders are firing

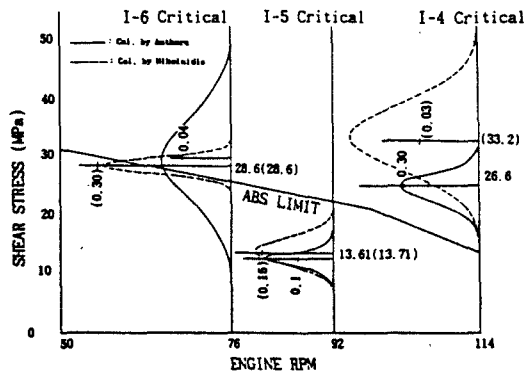


Fig. 3 PDF's of shear stress acting on segment no.2; cylinders no.6 is not firing

크음을 확인할 수 있으므로 114rpm을 중심으로 속도 제한구역을 설치하여야 함을 알 수 있다.

결론적으로 Fig.2 및 Fig.3으로부터 Nikolaidis의 확률밀도함수와 본 계산결과와는 약간의 차이가 있음에도 불구하고 대부분의 경우 고장률 P_f 는 Table 4에서 나타낸 바와 같이 거의 일치함을 확인할 수 있다.

4. 결 론

에너지절약형 디젤추진선박에 대한 추진축계의 강제비틀진동해석은 지금까지 기관기진력이 확정적이란 가정하에 수행되어 왔으며 기진력의 불규칙적 변화성이 전혀 고려되지 않고 있다. 따라서 기관기진력의 확률변수들을 고려하여 추진축계의 강제비틀진동응답에 대한 새로운 해석방법을 제시했다.

본 해석방법의 타당성 여부를 확인하기 위하여 Nikolaidis 등이 사용한 시산대상선의 추진축계에 대

한 일련의 수치계산을 수행하고 동 결과를 Nikolaidis 등의 연구결과와 비교검토하여 양자의 부합성이 양호함을 확인하였다. 본 연구를 통하여 특히 다음과 같은 결론을 얻을 수 있다.

1. 가스압력기진토크와 연료의 혼합률에 대한 확률변수를 고려한 확률적 해석방법은 종래의 확정적 해석방법과 비교할 때 추진축계의 비틀진동거동에 대하여 더 많은 실질적인 정보를 제공해 준다.
2. 확정적 해석방법에 의해 구한 축계최대 전단응력치가 선급이 규정한 허용부가응력곡선 보다 약간 적고 부가응력의 변화성이 큰 경우에는 확정적 설계의 견지에서는 축계가 안전하다고 보지만 이 위험한 위치를 피하기 위한 적절한 수단이 강구되어야 함을 알 수 있다.
3. 추진축계의 비틀진동기진력의 확률적 모델링이 고려되면 더 실제적이고 정확한 계산결과가 얻어질 것이다.

본 해석방법은 추진축계의 종진동 및 비틀진동 연성진동 해석에 유용하게 활용될 수 있으며 또한 추진축계의 신뢰성 해석을 도모하는데 기초가 될 것으로 사료된다.

후 기

이 논문은 1993년도 한국학술진흥재단의 공모과제 연구비에 의하여 연구되었음.

참 고 문 헌

- [1] Shiko Ryo, "Recent Reliability on Shafting", Journal of the marine Engineering Society in Japan, Vol.27, No. 9, 1992.
- [2] Nikolaidis, E., Perakis, A.N. and Parsons M.G., "Structural Reliability of Marine Diesel Engine Propulsion Shafting Systems", Trans. SNAME Vol.93 1985 pp.189-223.
- [3] Holzer, H., Analysis of Torsional Vibration, Springer, Berlin, 1921.
- [4] Bathe, K.J. and Wilson, E.L., Numerical Methods in Finite Element Analysis, Prentice Hall, Englewood Cliffs.

- New Jersey, 1976.
- [5] Spaetgens, T.W. and Vancouver, B.C., "Holzer method for Forced-Damped Torsional Vibrations," *Journal of Applied Mechanics*, ASME, Vol.17, 1950
- [6] Wu, J.S. and Chen, W.H., "Computer method for Torsional Vibration of Propulsive Shafting System of Marine Engine with or without Damping", *Journal of Ship Research*, Vol.25, No.3, Sept. 1982, pp.176-189.
- [7] Long, C.L., "Propellers, Shafting and Shafting System Vibration Analyses", in *Marine Engineering*, R.L. Harrington, Ed., SNAME, 1992, pp. 353-411.
- [8] Den Hartog, J. P., "Multi Cylinder Engines", Chapter 5 in *Mechanical Vibrations*, McGraw-Hill, New York, 1956, pp.170-210.
- [9] Wilson, W.K., *Practical Solution of Torsional Vibration Problems*, Wiley, New York, 1956.
- [10] Parsons, M. and Greenblatt, J., "Optimization of Propeller Skew Distribution to Minimize Forces and Moments Acting at the Propeller Hub", The University of Michigan, Dept. of Architecture and Marine Engineering, Report No. 206, 1979.
- [11] Kerwin, J.E. and Lee, C.S., "Prediction of Steady and Unsteady Marine Propeller Performance by Numerical Lifting-Surface Theory", *Trans. SNAME* Vol.86, 1978, pp.218-253.
- [12] Bucher, C.G. and Bourgund, U., "A Fast and Efficient Response Surface Approach for Structural Reliability Problems", *Structural Safety*, 1990, Vol.7, No.1.
- [13] Krakovski, M.B., "Structural Reliability Estimation by Statistical Simulation Methods", *Stroitel'naya Mekhanika e Raschet Sooruzheni*, 1982, No.2
- [14] Parsons, M.G., Vorus, W.S., "Added Mass and Damping of Vibratory Propellers", Dept. of Naval Architecture and Mar.Eng., UM, report No.229, 1980
- [15] Salzman, R.H. and Ramidi, P.R., "Machinery Vibrations in Marine Systems" *Proceedings, ISME, Tokyo 73, MESJ*
- [16] Thoft-Christensen, P., Baker, M.J., *Structural Reliability Theory and its Application*, Springer-Verlag, Berlin, Heiderberg, New York, 1982.