

# 기계상태 Monitoring을 통한 동적 Recursive 제어모형 구축에 관한 연구

- A Study on the Construction of Dynamic Recursive Control Model  
through a Machine State Monitoring -

윤 상원\*  
윤 석환\*  
신 용택\*\*

## ABSTRACT

This paper formulates a dynamic monitoring and control model with a machine state by quality variations in a single lot production system. A monitoring model is based on estimate of machine state obtained using control theory. The model studied in this paper has a great advance from a point of view the combination between quality control (Sampling, Control Chart) and automatic control theory, and can be extended in a several ways.

### 1. 서론

#### 1-1 연구의 목적

품질변동에 의한 생산시스템의 진단 및 Monitoring은 생산·품질면에서 중요한 요소로 작용하는바 특히, 투입(input)에 의한 산출(output) 정보를 통해 한 시스템을 Monitoring 할 수 있는 동적모형 설정이 가능하다면 품질변동의 최소화를 통한 시스템의 효율향상 및 생산성 향상이 가능하게 된다.

이러한 관점에서 품질변동 요인에 근거한 모형식별의 방법론적 기존 연구로서 생산 시스템을 in control, out of control 의 2단계로 나누어진 모형설정[8], output 품질은 시간의 경과 및 생산증가로 평균의 변화, 분산일정이라는 가정하의 모형[13], output 품질은 시간의 경과 및 생산증가로 분산의 변화로 본 모형[14], 품질변동을 모형화하기 위해 2단계 마코프 체인을 이용한 모형[10], Time series 를 적용한 모형[11], 학습(learning) 이 생산 시스템의 output 품질에 영향을 끼친다고 평가한 모형[9][15] 등의 주요 연구결과가 있지만, 본 연구에서는 output 품질이 input 품질과 기계상태에 의존하는 단일 lot 생산 시스템하의 Monitoring 모형설정 및 recursive 관리도 적용을 통한 합리적인 생산보전의 방법론을 제시하는데 그 목적을 두고 있다. 기계상태는 시간의 경과 및 생산증가로 인해 성능저하 및 output 품질에 그 영향을 미치게 되는데, 이것은 동적 생산보전을 통해 Monitoring 이 가능하므로 recursive 관리도는 동적 Monitoring system이 된다.

결국 본 논문은 단일 lot 생산시스템 환경하에서 대상체계의 품질변동요인을 고려하여 생산 시스템의 효율을 보다 향상 시킬 수 있는 동적 recursive 제어모형을 구축하였다.

#### 1-2 연구방법 및 범위

본 연구는 단일 lot 생산시스템 하에서의 품질특성을 input 품질, output 품질, 기계상태로 세분하여, 기계상태 및 output 품질모형을 설정했으며, 특히 기계상태를 추정하기 위한 알고리즘은 제어이론을

\* 아주대학교 대학원 산업공학과 박사과정

\*\* 아주대학교 산업공학과 교수

접수 : 1994년 4월 28일

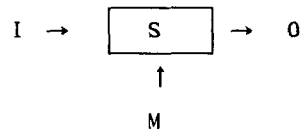
확정 : 1994년 5월 10일

(이산형 최적 recursive 추정알고리즘) 적용시켰다. 또한 추정된 기계상태를 효율적으로 Monitoring 및 제어하기 위해, 동적 Recursive 관리도 적용 방법론을 제안했다.

연구의 전체 구성도를 보면, 연구목적,방법 및 범위,개념적 Monitoring 모형설정, 기계상태추정모형, 기계상태 Monitoring 모형,결론 으로 구성되어있고, 알고리즘 증명은 Appendix 에 제시했다.

2. 개념적 Monitoring 모형설정

생산된 제품의 품질이 투입된 4M(Man,Machine,Material,Method) 의 요소에 크게 영향을 받는다고 할때, 사람(Man),자재(Material),방법(Method)를 input 품질상태로, 기계(Machine)을 기계(Machine) 상태로, 최종제품을 output 품질상태로 파악될 수 있다[2]. 보통 output 품질을 불량율,합격을 등으로 고려할 수 있는데, 본 연구에서는 제어이론을 적용한 기계상태의 추정및 지속적인 Monitoring 을 위해 다음과 같은 단일 lot 생산시스템을 <그림.1>에 설정했다.



- I : input 품질 (  $I_k$  : lot k 에 대한 input 품질 )
- S : 기계상태 (  $S_k$  : lot k 를 생산하고 있는 동안의 기계상태 )
- M : 생산보전활동 (  $M_k$  : lot k 시작시점에서의 생산보전 활동 )
- O : output 품질 (  $O_k$  : lot k 에 대한 output 품질 )

<그림.1> 단일 lot 생산시스템

<그림.1> 에서 lot k 의  $O_k$  ( $k \geq 1$ )는  $I_k$ 및  $S_k$ 에 따라 변화하는 종속변수로 취급될 수 있는  $S_k$  는 생산증가 등으로 인해 성능저하가 된다[3][7]. 따라서  $S_k$ 를 중심으로한 이산시간 동적 생산 System 으로 평가할 수 있다.

2-1 기계 상태 모형

기계는 생산증가 등으로 인해 성능저하가 되고,기계상태를 성능저하의 효과로 모형화 된다고 할때, 즉  $S_{k+1}$ 은  $S_k$ ,  $N_{k+1}$  ( lot k+1에서 생산된 item 수),  $TN_k$  ( lot k 가지 생산된 items 의 총수 )의 변수로써 나타낼 수 있다고 할때,

$$S_{k+1} = f_1 ( S_k , N_{k+1} , TN_k , \alpha_k ) , \quad K \geq 0 \tag{1}$$

의 식으로 표현할 수 있다. 여기서  $\alpha_k$  를 기계성능저하 상태의 불확실성을 나타내는 i.i.d 의 랜덤변수라고 가정할때,  $S_{k+1}$  또한 랜덤변수가 된다. 그리고, 모든 lot 크기가 일정하다면,  $N_K=N$  ,  $TN_k = KN$  이 되므로,  $N_k$  ,  $TN_k$  는 변수에서 제거되어,

$$S_{k+1} = f_1 ( S_k , \alpha_k ) \tag{2}$$

의 간단한 기계상태 모형식을 정립할 수 있다.

2-2 output 품질모형

$I_k$  , ( $k \geq 0$ ) 를 i.i.d 인 랜덤변수로 가정했을때,  $O_k$  를  $S_k$ 및  $I_k$ 의 함수로 표현하면,

$$O_k = f_2 ( S_k , I_k ) \tag{3}$$

의 output 품질 모형식이 된다.

2-3 Monitoring 모형

(2),(3) 식의 일반적인 모형을 선형모형을 고려한 식으로 나타내면 식(4),(5)로 나타내진다.

$$f_1 ( S_k , \alpha_k ) = \alpha_k S_k \tag{4}$$

$$f_2 ( S_k , I_k ) = S_k I_k \tag{5}$$

따라서, (2),(3),(4),(5)식에서

$$S_k = \alpha_k S_{k-1} , k \geq 1 \tag{6}$$

$$O_k = S_k I_k , k \geq 1 \tag{7}$$

이 되고 (6)식을 (7)식에 대입 정리하면,

$$O_k = \frac{I_k \alpha_k}{I_{k-1}} O_{k-1} \tag{8}$$

이 된다. 한편 기계 성능저하상태  $S_k$ 는 식(6)에서  $S_k = \prod_{i=1}^k \alpha_i$ 가 성립되어, 생산된 lot 수에 따라 기계 성능저하상태에 영향을 끼친다고 할 수 있다. 결국,  $O_k = \{ \prod_{i=1}^k \alpha_i \} I_k$ 식이 성립되고,  $O_k$ 는  $I_k$ 와  $\alpha_k$ 의 분포함수에서 얻을 수 있어 쉽게  $O_k$ 를 구할 수 있게 된다. 또한,  $E [ S_k ] = \{ E [\alpha] \}^k$ 이 되고,  $O_k$ 의 기대치  $E [ O_k ] = ( E [\alpha] )^k \cdot E [ I_k ]$ 이 되어 생산된 lot 수가 증가함에 따라 평균 output 품질은 감소하게 된다.

3. 기계상태 추정모형

Feedback 모형이, output에서 얻어진 추가정보에 근거를 두고있다고 할때[12][3] 본 모형은 output 품질을 샘플링 함으로서 얻은 정보를 Feedback 시킴으로서 기계상태를 반복적으로 추정하는 것으로서, 특히 샘플링검사의 개념은 하나의 lot가 생산된 이후 n개 items중 샘플을 lot로부터 랜덤하게 뽑아 검사하는 개념이다. 검사는 각 items 이 합격 불합격으로 분류되는 완벽한 검사로 가정했을때,  $P_k = \frac{n_k}{n}$  ( $n$ : 총 items의 수,  $n_k$ : 샘플중 양품수,  $0 \leq n_k \leq n$ )은 합격율로 표시할 수 있다. 따라서  $P_k$ 의 평균, 분산을 구하면

$$E [ P_k ] = O_k , \quad Var [ P_k ] = O_k \frac{(1-O_k)}{(n-1)} \text{ 이 된다}[7][8].$$

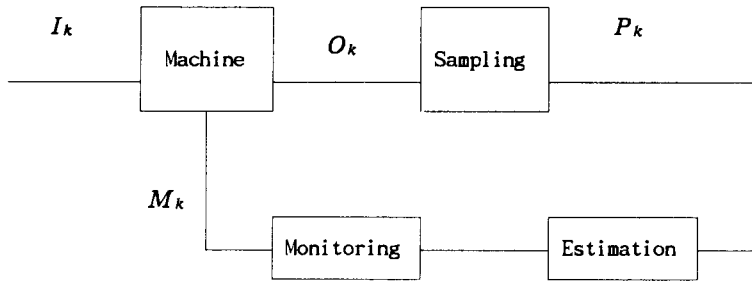
이것은  $P_k = O_k + V_k$  (9)

단,  $V_k \sim N ( 0, \sigma_3^2 = Var [ P_k ] )$ 로 쓸 수 있다.

(9)식에 (7)식을 대입하면

$$P_k = I_k S_k + V_k \tag{10}$$

로 나타내지며, (10)식에서 lot k+1번째 생산은  $P_1, P_2, \dots, P_k$ 에 의해 추가 정보가 주어지며, 이런 정보는  $S_k$ 의 추정치를 얻기위해 사용되고, 추정치는 lot k+1번째 생산전에 Monitoring 규칙(rule)에 의해 생산보전의 의사결정을 위한 요소가 된다. 이상과 같은 모형에 제어이론 응용을 위한 Feedback Monitoring 모형도를 <그림.2>에 제시했다.



<그림.2> Feedback Monitoring 모형도

<그림.2>에서 기계상태 추정모형을 유도하는 식을 구해보면  $\alpha_k, I_k$ 를 랜덤변수로 볼때,  $\alpha_k, I_k$ 는 평균 0, 분산  $\sigma_1^2, \sigma_2^2$  을 갖는

$$\alpha_k = \bar{\alpha} + \alpha_k, \quad I_k = \bar{I} + I_k \tag{11}$$

로 쓸 수 있다.

(11)식을 (6)과 (10)식에 대입 정리하면

$$S_{k+1} = \bar{\alpha} S_k + \alpha_k S_k \tag{12}$$

$$P_k = \bar{I} S_k + I_k S_k + V_k \tag{13}$$

으로 쓸 수 있다. 한편  $S_k$ 의 평균을  $\bar{S}_k$  라 할때 (6)식은

$$\bar{S}_{k+1} = \bar{\alpha} \bar{S}_k \tag{14}$$

단, ( $\bar{S}_0 = 1$ )

를 만족하며,(12),(13)식을 이산형 최적 recursive 추정 알고리즘[4][5]을 이용하여 풀기위해 모형변형을 하면,  $\bar{P}_k = \bar{I} \bar{S}_k, X_k = S_k - \bar{S}_k,$

$P_k = P_k - \bar{P}_k$  라 놓고, 다시 정리하면

$$X_{k+1} = (\bar{\alpha} + \alpha_k) X_k + \alpha_k \bar{S}_k \tag{15}$$

$$P_k = (\bar{I} + I_k) X_k + I_k \bar{S}_k + V_k \tag{16}$$

이되며 최종예측치와 추정치는 식(17)(18)로주어진다 [4][5][7].

$$\left[ \begin{array}{l} \text{일단계 예측치 : } \hat{S}(k|k-1) = \bar{S}_k + \hat{X}(k|k-1) \end{array} \right. \tag{17}$$

$$\left[ \begin{array}{l} \text{Filter 추정치 : } \hat{S}(k|k) = \bar{S}_k + \hat{X}(k|k) \end{array} \right. \tag{18}$$

여기서  $\bar{S}_k$ 는 (14)식에서 구해지며,  $\hat{X}(k|k-1)$  및  $\hat{X}(k|k)$ 는 다음 알고리즘을 따른다.

<  $\hat{X}(k|k-1)$  알고리즘 >

$$\hat{X}(k|k-1) = \bar{\alpha} \hat{X}(k-1|k-2) + K(k|k-1) V(k-1) \tag{19}$$

$$K(k|k-1) = \bar{\alpha} \bar{I} Q(k-1|k-2) R^{-1}(k-1)$$

$$Q(k|k-1) = [ \bar{\alpha}^2 - \bar{\alpha} \bar{I} K(k|k-1) ] Q(k-1|k-2)$$

$$+ [ C(k-1) + \bar{S}^2(k-1) ] \sigma_1^2$$

$$\begin{aligned} \text{단, } C(k+1) &= [\bar{\alpha}^2 + \sigma_1^2] C(k) + \bar{S}^2(k) \sigma_1^2 \\ C(k) &= E[X_k^2] \\ R(K) &= \bar{I}^2 Q(k|k-1) + [C(k) + \bar{S}^2(k)] \sigma_2^2 + \sigma_3^2 \end{aligned}$$

<  $\hat{X}(k|k)$  알고리즘 >

$$\begin{aligned} \hat{X}(k|k) &= \hat{X}(k|k-1) + K(k|k) V(k) \\ K(k|k) &= \bar{I} Q(k|k-1) R^{-1}(k) \\ Q(k|k) &= \bar{\alpha}^2 Q(k-1|k-1) - K^2(k|k) R(k) + [C(k-1) + \bar{S}^2(k-1)] \sigma_1^2 \end{aligned} \tag{20}$$

$$\begin{aligned} \hat{x}(k|k-1) &= \bar{\alpha} \hat{x}(k-1|k-1) \\ \text{단, } K(k|k-1) &= \bar{\alpha} K(k|k-1) \\ V(k) &= P(k) - I_k \hat{x}(k|k-1) \end{aligned}$$

여기서 각 알고리즘의 증명은 <Appendix1>에 제시했다.

#### 4.기계상태 Monitoring 모형

정적시스템을 동적시스템으로 monitoring 할 수 있다면 그러한 시스템은 더욱 효율적으로 평가할 수 있다. 따라서 어떤 시스템의 상태를 평가할 수 있는 기본적인 개념으로 평균과 분산 및 이들을 응용한 관리도(Control chart)로 시스템의 Monitoring이 가능하게 된다 [1][12]. 관리도는 기본적으로 정적 데이터를 가지고 그 공정의 능력정도를 파악하고 Monitoring한다는 측면에서 좋은 도구가 된다 [1] [8]. 보통 관리도는 정규분포의 조건하에

$$\begin{aligned} UCL &= \mu_0 + 3\sigma_{\bar{x}} \\ CL &= \mu_0 \\ LCL &= \mu_0 - 3\sigma_{\bar{x}} \end{aligned} \tag{21}$$

와 같은 관리한계의 개념을 사용하여 측정치에 대한 이상여부를 식별하고, 이상이 있으면 그 원인을 찾아서 이것을 제거하여야 한다는 조처의 판정기준으로 이용되는데 [1], 본 연구는 정적개념을 동적화 시켜주는 방법으로 생산보전 활동의 지침을 제공해주는 즉 기계상태를 반복적으로 Monitoring 하는 방법론이 된다.

##### 4-1 recursive 평균 및 분산 추정

측정치  $x_i$  의 평균 및 분산을 구하는 식은

$$\hat{X}_K = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K x_i, \quad \hat{\sigma}_K^2 = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K (x_i - \hat{X}_K)^2$$

와 같이 되는데, 새로운 측정치  $x_{K+1}$ 이 얻어졌을때

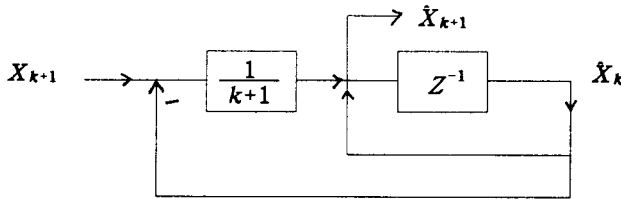
$$\hat{X}_{K+1} = \frac{1}{K+1} \sum_{i=1}^{K+1} x_i, \quad \hat{\sigma}_{K+1}^2 = \frac{1}{K+1} \sum_{i=1}^{K+1} (x_i - \hat{X}_{K+1})^2$$

이 된다. 이것을 반복적인 계산 방법으로 고치면[4]

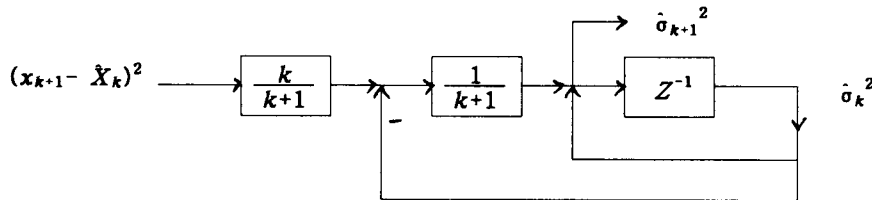
$$\hat{X}_{K+1} = \hat{X}_K + \frac{1}{K+1} (x_{k+1} - \hat{X}_K) \tag{22}$$

$$\hat{\sigma}_{K+1}^2 = \hat{\sigma}_K^2 + \frac{1}{K+1} \left[ \frac{K}{K+1} (x_{k+1} - \hat{X}_K)^2 - \hat{\sigma}_K^2 \right] \tag{23}$$

이 된다. 따라서 (22),(23)식은 recursive 평균, 분산 추정 update방정식이 되고 이것을 그림으로 표시하면 <그림 3>, <그림 4> 와 같다. (22),(23)식의 증명은 <Appendix 2>에 제시했다.



<그림 3> recursive 평균 추정 update 시스템



<그림 4> recursive 분산 추정 update 시스템

#### 4-2 Recursive 관리도 설정

식 (22), (23)은 기계 상태를 Feedback Monitoring 하기위한 새로운 recursive 관리도의 관리한계 설정 기준이 된다. 따라서 식 (21)은 식 (24)으로 바뀌어 되어 이러한 관리한계는 기계상태의 추정치에 따라 동적으로 변하면서 새로운 관리한계를 계산하고 그 값에 따라 기계상태를 계속적으로 Monitoring 할 수 있음은 물론 기계상태가 만족할만한 수준이 못 되었을 때(관리한계를 벗어났을 때) 사전에 생산보전 활동의 지침을 제공함으로써 생산활동의 트러블을 최소화은 물론 생산성향상의 극대화를 기할 수 있는 하나의 방법론이 된다.

이것의 전체 개념도는 <그림.2> Feedback Monitoring 모형도에 제시한 바 있다.

$$\begin{aligned} UCL' &= \hat{X}_{k+1} + 3\sqrt{(\hat{\sigma}_{k+1}^2)} \\ CL' &= \hat{X}_{k+1} \\ LCL' &= \hat{X}_{k+1} - 3\sqrt{(\hat{\sigma}_{k+1}^2)} \end{aligned} \tag{24}$$

#### 5. 결론

본 연구는 효율적으로 기계상태를 Monitoring 하기위해 품질변동을 중심으로 제어이론을 적용한 Monitoring 모형을 제시하였다. 모형설정을 위해 단일 lot 생산시스템 환경을 가정했으며, 품질변동에 대해서는 샘플링이론을 도입시켰다. 따라서 본 연구는 제어이론과 품질관리를 결합한 동적시스템이라는 점에서 그 의의를 찾을 수 있고, 또한 본 연구의 적용범위도 batch size가 다양한 다중소량 생산시스템,

다단계 lot 생산시스템하의 Monitoring 시스템설계, 실제 생산현장 적용을 위한 비선형 시스템의 동적 Monitoring 제어시스템 개발등 그 범위가 다양하다. 이런 과정에서 본 연구의 향후 연구과제로서

- 1) 다양한 lot size 변화에 대한 모형설계
- 2) Monitoring의 민감도 향상을 위한 EWMA, CUSUM 관리도 등의 적용모형설계
- 3) 기계상태의 악화를 방지하기 위한 생산보전활동의 비용적 개념의 규칙(rule)적용방법
- 4) 다단계 생산시스템을 고려한 기계상태 추정모형
- 5) 모형설계시 샘플링의 다양한조건 즉 샘플링 시간간격,크기 등의 요인 고려들에 대한 지속적인 연구가 필요하다.

한편, 연구결과가 단일 lot 생산시스템에서 Monitoring 모형구축에 초점을 두었으나 위에서 제시한 향후 연구과제에 대한 연구결과를 토대로 본 연구 모형에 병행적용 된다면, 보다 효율적으로 생산현장에 접근된 모형이 될것이고 결국 제어이론을 응용한 기 구축된 동적 Monitoring 모형이 기존의 정적 Monitoring 모형보다 우수함을 입증하였다.

<Appendix 1>

랜덤수행(random drive)과정에서

$$E[w(k)] = 0$$

$$E[w(k)w(j)] = \begin{cases} 0 & K \neq j \\ \sigma_w^2 & K = j \end{cases}$$

의 특성을 갖는다고 할때

$$\begin{cases} x(k) = ax(k-1) + w(k-1) & : \text{시스템방정식} \\ y(k) = cx(k) + v(k) & : \text{측정방정식 에서는} \end{cases}$$

(Recursive filter estimator)

$$\hat{x}(k | k) = \hat{x}(k | k-1) + b(k | k)[y(k) - ac\hat{x}(k | k-1)] \tag{1A}$$

(Filter gain)

$$b(k | k) = c p(k | k-1)[c^2 p(k | k-1) + \sigma_v^2]^{-1}$$

$$p(k | k-1) = a^2 p(k-1 | k-1) + \sigma_w^2 \tag{2A}$$

(Mean-square error)

$$p(k | k) = p(k | k-1) - c b(k)p(k-1 | k-1) \tag{3A}$$

의 알고리즘이 성립하고

$$\begin{cases} x(k+1) = ax(k) + w(k) & : \text{시스템방정식} \\ y(k) = cx(k) + v(k) & : \text{측정방정식 에서는} \end{cases}$$

(Recursive predictor)

$$\hat{x}(k+1 | k) = a\hat{x}(k | k-1) + B(k | k-1)[y(k) - c\hat{x}(k | k-1)] \tag{4A}$$

(predictor gain)

$$B(k | k-1) = ac p(k | k-1)[c^2 p(k | k-1) + \sigma_v^2]^{-1} \tag{5A}$$

(Predictor mean-square error)

$$p(k+1 | k) = a^2 p(k | k-1) - ac B(k | k-1)p(k | k-1) + \sigma_w^2 \tag{6A}$$

이 성립된다.

본 알고리즘을 이용하여 기 구축된  $\hat{x}(k | k-1)$  및  $\hat{x}(k | k)$ 를 증명하기 위해 식(15)(16)을 시스템 및 측정방정식의 형태로 보면  $a = \bar{a}, w(k) = a_k X_k + a_k \bar{S}_k, c = \bar{I}, V_k = I_k X_k + I_k \bar{S}_k + V_k$ 이 되고 그 세부적인 증명은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 \sigma_w^2 &= E[(a_k X_k + a_k \bar{S}_k)(a_k X_k + a_k \bar{S}_k)] \\
 &= E[a_k^2 X_k^2 + a_k^2 X_k \bar{S}_k + a_k^2 X_k \bar{S}_k + a_k^2 \bar{S}_k^2] \\
 &\quad E[X_k] = 0 \text{에서} \\
 &= E[a_k^2] E[X_k^2] + \bar{S}_k^2 E[a_k^2] \\
 &= \{E[X_k^2] + \bar{S}_k^2\} \sigma_1^2 \\
 \therefore \sigma_w^2 &= \{E[X_k^2] + \bar{S}_k^2\} \sigma_1^2
 \end{aligned} \tag{7A}$$

$$\begin{aligned}
 \sigma_v^2 &= E[(I_k X_k + I_k \bar{S}_k + v_k)(I_k X_k + I_k \bar{S}_k + v_k)] \\
 &= E[I_k^2 X_k^2 + I_k^2 X_k \bar{S}_k + I_k v_k X_k + I_k^2 X_k \bar{S}_k \\
 &\quad + I_k^2 X_k \bar{S}_k + I_k^2 \bar{S}_k^2 + I_k v_k \bar{S}_k + I_k v_k X_k + I_k v_k \bar{S}_k + v_k^2] \\
 &= E[I_k^2] E[X_k^2] + \bar{S}_k^2 E[I_k^2] + E[v_k^2] \\
 &= \{E[X_k^2] + \bar{S}_k^2\} \sigma_2^2 + \sigma_3^2 \\
 \therefore \sigma_v^2 &= \{E[X_k^2] + \bar{S}_k^2\} \sigma_2^2 + \sigma_3^2
 \end{aligned} \tag{8A}$$

$$\begin{aligned}
 Q(k|k-1) &= \bar{a}^2 Q(k-1|k-2) + \bar{a} \bar{I} k(k|k-1) Q(k-1|k-2) \\
 &\quad + \{E[X_{k-1}^2] + \bar{S}_{k-1}^2\} \sigma_1^2 \\
 &= [\bar{a}^2 - \bar{a} \bar{I} k(k|k-1)] Q(k-1|k-2) \\
 &\quad + \{E[X_{k-1}^2] + \bar{S}_{k-1}^2\} \sigma_1^2
 \end{aligned} \tag{9A}$$

$$\begin{aligned}
 K(k|k-1) &= \bar{a} \bar{I} Q(k-1|k-2) [\bar{I}^2 Q(k|k-1) + \sigma_0^2]^{-1} \\
 &= \bar{a} \bar{I} Q(k-1|k-2) [\bar{I}^2 Q(k|k-1) + \{E[X_k^2] + \bar{S}_k^2\} \sigma_2^2 + \sigma_3^2]^{-1}
 \end{aligned} \tag{10A}$$

$$\begin{aligned}
 C(k+1) &= E[X_{k+1}^2] \\
 &= E[(\bar{a} X_k + a_k X_k + a_k \bar{S}_k)(\bar{a} X_k + a_k X_k + a_k \bar{S}_k)] \\
 &= E[(\bar{a}^2 X_k^2 + \bar{a} a_k X_k^2 + \bar{a} a_k X_k \bar{S}_k + \bar{a} a_k X_k^2 + a_k^2 X_k^2 \\
 &\quad + a_k^2 X_k \bar{S}_k + \bar{a} a_k X_k \bar{S}_k + a_k^2 \bar{S}_k X_k + a_k^2 \bar{S}_k^2)] \\
 &= E[\bar{a}^2 X_k^2] + E[a_k^2 X_k^2] + E[a_k^2 \bar{S}_k^2] \\
 &= [\bar{a}^2 + \sigma_1^2] E[X_k^2] + \bar{S}_k^2 \sigma_1^2 \\
 &= [\bar{a}^2 + \sigma_1^2] C(k) + \bar{S}_k^2 \sigma_1^2
 \end{aligned} \tag{11A}$$

$$\begin{aligned}
 K(k|k) &= \bar{I} Q(k|k-1) [\bar{I}^2 Q(k|k-1) + \{E[X_k^2] + \bar{S}_k^2\} \sigma_2^2 + \sigma_3^2]^{-1} \\
 E(X_k^2) &= C(k),
 \end{aligned}$$



$$R(k) = [\bar{I}^2 Q(k|k-1) + \{E[X_k^2] + \bar{S}_k^2\}\sigma_2^2 + \sigma_3^2] \text{ 라고 했을 때}$$

$$= \bar{I} Q(k|k-1) R(k)^{-1} \text{ 가 된다.} \tag{12A}$$

따라서 (1A) ~ (12A) 식에서 식 (19), (20)이 성립함을 알 수 있다.

<Appendix B>

측정치  $x_i, i = 1, \dots, k$ 에서 추가정보  $x_{k+1}$ 에 의해

$$\begin{aligned} \hat{X}_{k+1} &= \frac{1}{k+1} \sum_{i=1}^{k+1} x_i \\ &= \frac{1}{k+1} \left( \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k x_i \right) + \frac{1}{k+1} x_{k+1} \\ &= \frac{k}{k+1} \hat{X}_k + \frac{1}{k+1} x_{k+1} \\ \therefore \hat{X}_{k+1} &= \hat{X}_k + \frac{1}{k+1} (x_{k+1} - \hat{X}_k) \end{aligned} \tag{1B}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{k+1}^2 &= \frac{1}{k+1} \sum_{i=1}^{k+1} (x_i - \hat{X}_{k+1})^2 \\ &= \frac{1}{k+1} \sum_{i=1}^{k+1} [(x_i - \hat{X}_k) + (\hat{X}_k - \hat{X}_{k+1})]^2 \\ &= \frac{1}{k+1} \sigma_k^2 + \frac{1}{k+1} (x_{k+1} - \hat{X}_k)^2 - (x_{k+1} - \hat{X}_k)^2 \end{aligned}$$

(1B)에서

$$(\hat{X}_{k+1} - \hat{X}_k)^2 = \frac{1}{(k+1)^2} (x_{k+1} - \hat{X}_k)^2 \text{ 이므로}$$

$$\sigma_{k+1}^2 = \frac{k}{k+1} \sigma_k^2 + \frac{k}{(k+1)^2} (x_{k+1} - \hat{X}_k)^2$$

$$\therefore \sigma_{k+1}^2 = \sigma_k^2 + \frac{1}{k+1} \left[ \frac{k}{k+1} (x_{k+1} - \hat{X}_k)^2 - \sigma_k^2 \right] \tag{2B}$$

참 고 문 헌

1. 황의철, 품질경영, 박영사, 1993.
2. 牧修市, TPC 入門, 日本總合技術センター, 1992.
3. Astorn K.J. and Wittenmark B., Computer - Controlled Systems Theory and Design, Englewood - Cliffs, Prentice Hall, New Jersey, 1984.
4. Frank L. Lewis, Optimal Estimation, Jhon Wiley & Sons, 1986.
5. S.M. Bozic, Digital and Kalman filtering, Edward Arnold, 1979.
6. Box, G.E. and Jenkins, G.M., Some statistical aspects of Adaptive Optimization and Control, Journal of the Statistical Society, B 24, 297 ~ 331, 1962.
7. D.N.P. Murthy, and I.Djamaludin, Quality Control in a single stste production system : open and closed loop poicies, INT.J.Prod.RES, 28, 2219~2242, 1990.
8. Duncan,A.J., The Economic Disign of P-charts to Maintain Current Control of a process : Some

- numerical results, *Technometrics*, 20, 235~243, 1978.
9. Fine, C., Quality Improvement and Learning in productive systems, *Management Science*, 32, 1301~1315, 1986.
  10. Girshich, M., and Rubin, H., A Bayes Approach to a Quality Control model, *Annals of Mathematical Statistics*, 23, 114~125, 1952.
  11. Gracia-Diaz, A., Foster, J.W., and Bonyuet, M., Dynamic programming analysis of special multistage inspection systems, *AIIE, Transactions*, 16, 115~126, 1984.
  12. John R.E., Murali, K., and Tep S., Feedback approach to Quality Monitoring of a Manufacturing process, *Computers Ind. Engineering*, 17, 303~310, 1989.
  13. Rahim, M.A., and Banerjee, P.K., Optimal production run for a process with random linear drift. *omega*, *The International Journal of Management Science*, 16, 347~351, 1988.
  14. Smith, B.E., and Vemuganti, R.R., A learning model for process with tool wear, *Technometrics*, 10, 379~387, 1968.
  15. Tapiero, C.S., Production learning and Quality Control, *IIE Transaction*, 19, 362~370, 1987.