

河川水 플룸 퍼짐의 動力學的 研究 Dynamics of the River Plume

유홍선* · 이 준* · 신장룡*

Hong Sun Yu*, Jun Lee* and Jang Ryong Shin*

要 旨 : 하천수 플룸(plume)의 퍼짐을 다루는 여학은 플룸의 경계면이 시간과 공간에 따라서 변하기 때문에 자유경계조건인 문제(free boundary problem)로 다루어야 하는 대단히 복잡한 비선형 문제이다. 더우기 플룸경계를 통한 주변수의 혼합까지 고려할 경우 그 복잡성은 한층 더해진다. 이러한 비선형성과 복잡성을 피하는 기법의 하나가 적분해석법인 바, 본 논문에서는 하천수 플룸의 흐름축에 수직인 횡방향 및 수심방향에 대하여 기본방정식들을 적분함으로써 3차원 문제를 1차원 문제로 치환하는 적분해석법을 사용하였다. 다만 이 일이 가능하기 위해서는 유동변수들(유속, 밀도 등)의 횡방향 및 수심방향의 분포함수가 알려져 있음이 전제되어야 하는데 유속의 축방향성분 및 플룸과 주변수 간의 밀도차가 상기 두 방향에 대해서 가우스(Gauss)분포를 갖는다는 잘 검증된 가정을 활용하였다. 그리고 이 가정에서 플룸의 횡방향 유속을 도출해낸 본 연구자들의 기발포된 논문의 결과도 활용하였다. 결과로 얻어진 연행(entrainment)효과까지 포함한 방정식들을 Runge-Kutta 수치해석법을 사용하여 풀었다. 그리하여 하천수 플룸의 3차원적 해석을 쉽게 수행할 수 있는 수치해석기법을 얻어냈다.

Abstract : Dynamics of the river plume is a very complicated non-linear problem with the free boundary changing in time and space. Mixing with the ambient water through the boundary makes the problem more complicated. In this paper we reduced 3-dimensional problem into 1-dimensional one by using the integral analysis method. Basic equations have been integrated over the lateral and vertical variations. For these integrations we adopted the well-established assumption that the flow-axis component of plume velocity and the density difference of the plume with the ambient water have Gaussian distributions in directions which are perpendicular to the flow-axis of the plume. We also used the result of our previous study on the lateral spreading velocity of the plume derived under the same assumption. And entrainment was included as a mixing process. The resultant 1-dimensional equations were solved by Runge-Kutta numerical method. Consequently, comparatively easy method of numerical analysis is presented for the 3-dimensional river plume. The method can also be used for the analysis of the thermal plume of cooling water of power plants.

1. 서 론

하천수에 의해 운반되는 토사물질, 영양염류 등 유기 물질, 그리고 오염물질들이 바닷물과 혼합되는 과정은 하구 해역의 환경을 결정하는데 중요하기 때문에 많은 학자들의 관심의 대상이 되어왔다. Takano(1955) 이래 많은 학자들에 의해 다루어진 하천수 플룸의 퍼짐에 관한 연구는 이 분야의 주요과제 중 하나이다(Borichansky and Mikhaiby, 1966; Bondar, 1970; Wright and Coleman, 1971; Garvine, 1987, O'Donnell, 1988). 하천수 플룸 퍼짐 역학의 어려움은 복잡한 3차원 플

룸과 비선형성에 기인할 뿐 아니라 그 경계면이 시간과 공간에 따라 변하기 때문에 그 경계면의 형상도 구해야 할 해로 포함되는 자유경계 문제라는 데에서 온다. 더우기 플룸경계를 통한 혼합효과까지 고려에 넣는다면 문제는 더욱 복잡해진다.

이와 같은 어려움을 극복하는 하나의 방법이 적분 해석법이다. 우리는 기본방정식들을 플룸의 흐름축(x축)방향에 수직인 횡방향(y축) 및 수심방향(z축)에 대하여 적분함으로써 변수 x 만의 1차원 문제로 단순화하였다. 이와 같은 적분해석법의 적용이 가능하도록 하기 위해서 다음과 같은 가정을 활용하였다. 즉

*韓國海洋大學校 海洋工學科 (Department of Ocean Engineering, Korea Maritime University, Pusan 606-791, Korea)

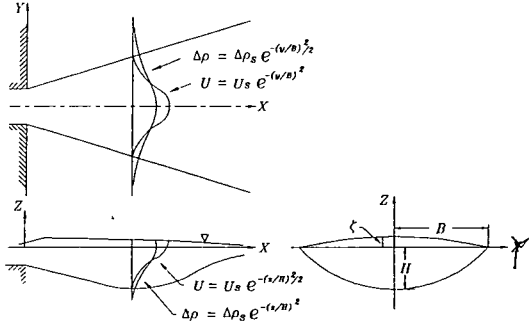


그림 1. 플룸 좌표계 정의.

$$u(x, y, z) = U_s(x) e^{-(y/B(x))^2} e^{-(z/H(x))^2} \quad (1)$$

$$\Delta\rho(x, y, z) = \Delta\rho_s(x) e^{-(y/B(x))^2/2} e^{-(z/H(x))^2/2} \quad (2)$$

여기서 $u(x, y, z)$ 는 플룸 내의 유속의 x 성분, $\Delta\rho$ 는 주변해수와 플룸의 밀도차, 첨자 s 는 표면 값을 나타내기 위하여 쓰였다. 그리고 H 와 B 는 플룸의 두께와 폭을 나타낸다(그림 1, 그림 2). 이 가정은 Bates (1953)가 도입한 이래로 많은 사람들에 의하여 사용되어 왔고 실험실 규모로는 잘 검증된, 신뢰도가 높은 가정이다(Fischer *et al.*, 1979; Jirca and Chu; Murota and Nakatsuji, 1988). 그리고 플룸의 횡방향 퍼짐 속도는 같은 가정을 근거로 저자들이 유도한 다음과 같은 식을 사용하였다(Yu and Lee, 1993).

$$v(x, y, z) = \frac{\Delta\rho_s(y/B^2)ge^{-(y/B)^2/2}\sqrt{\pi/2}H^3}{\rho_a N_v [t_i^2 - t^2 - 2\{G(t_i) - G(t)\}]} \quad (3)$$

여기서 $t = z/\sqrt{2H}$, $t_i = \sqrt{1/2(y/B)^2/2}$ 는 플룸경계에서의 t 값을 나타낸다. 그리고 $G(t) = \int_0^t \text{erf}(t) dt$ 이고 $\text{erf}(t)$ 는 오차함수, N_v 는 연직방향의 와점성계수로서 상수로 보았고, g 는 중력가속도이다. 이와 같이 횡방향 (y) 및 수직방향 (z)의 분포함수가 알려져 있게되면 기본방정식들을 이 방향에 대해 적분함으로써 y, z 변수가 제거된 변수 x 만의 1차원 방정식을 얻는 것이 가능해 지는 것이다.

플룸의 경계면에서의 혼합작용은 주로 연행(entrainment)에 의해서 이루어 진다고 보고 Keulegan(Bowden, 1983)의 실험식을 활용하였다. 즉, 연직방향의 연행속도 w_e 는 다음과 같이 표현된다.

$$w_e = 3.5 \times 10^{-4} (U_s - 1.15 U_c) > 1.1 U_c$$

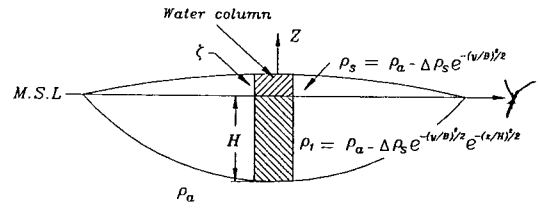


그림 2. 플룸의 수력학적 표현.

$$w_e = 0 \text{ for } U_s \leq 1.15 U_c \quad (5)$$

$$U_c = \sqrt{\gamma H} \quad (6)$$

플룸의 흐름축 표면에서의 속도 U_s 에 대한 연행속도 w_e 의 비를 연직방향의 연행율 E_v (upward entrainment coefficient)로 정의하면 연직연행율은 다음과 같이 표시된다.

$$E_v = 3.5 \times 10^{-4} (1 - 1.15/F_d) \text{ for } F_d > 1.15 \quad (7)$$

$$E_v = 0 \text{ for } F_d \leq 1.15 \quad (8)$$

여기서 $F_d = U/\sqrt{\gamma H}$ 로 정의되는 밀도 Froude수이고, $\gamma = \Delta\rho_s g/\rho_a$ 로 정의 되는 상대비중량이다.

(1)식과 (2)식의 오차함수는 적분이 수월치 않기 때문에 유한 직교함수열 위로의 직교사영(projection of a function onto a finite orthogonal set)을 사용하여 적분이 용이한 cosine함수로 근사시켜 처리하였다.

$$e^{-(y/B(x))^2/2} \approx A'_1 \cos\left(\frac{\pi y}{2B}\right), [-B(x), B(x)] \quad (9)$$

$$e^{-(y/B(x))^2} \approx A'_2 \cos\left(\frac{\pi y}{2B}\right), [-B(x), B(x)] \quad (10)$$

$$e^{(z/H(x))^2/2} \approx A'_3 \cos\left(\frac{\pi z}{2H}\right), [-H(x), 0] \quad (11)$$

$$e^{-(z/H(x))^2} \approx A'_4 \cos\left(\frac{\pi z}{2H}\right), [-H(x), 0] \quad (12)$$

여기서 A'_1, A'_2, A'_3, A'_4 는 Fourier계수이고 위 네식에서 우변은 좌변의 함수의 직교사영이다. 우변의 함수와 그 직교사영의 거리(Euclidean norm)를 최소화하여 오차를 최소화하도록 Fourier계수들을 결정하면 $A'_1 = A'_3 = 2I_1/\pi$, $A'_2 = A'_4 = 2I_2/\pi$ 가 되고 여기서 $I_1 = 1.83016$, $I_2 = 1.6891$ 이다.

$A_1=A'_1A'_3, A_2=A'_2A'_4$ 라 놓으면 (1) 및 (2)식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$u(x, y, z)=A_2 U_s(x) \cos\left(\frac{\pi y}{2B}\right) \cos\left(\frac{\pi z}{2H}\right) \quad (13)$$

$$\Delta\rho(x, y, z)=A_1\Delta\rho_s(x) \cos\left(\frac{\pi y}{2B}\right) \cos\left(\frac{\pi z}{2H}\right) \quad (14)$$

2. 운동방정식과 경계조건

2.1 운동방정식

지구의 자전효과를 무시하고 Boussinesq와 정수력학적 근사를 취하면 정상상태 비압축성 유체의 운동방정식들은 다음과 같이 표현된다.

$$L(u)=-\frac{1}{\rho}p_x+N_h\nabla^2u+N_vu_{zz} \quad (15)$$

$$L(v)=-\frac{1}{\rho}p_y+N_h\nabla^2v+N_vv_{zz} \quad (16)$$

$$p_z=-g\rho \quad (17)$$

$$L(\Delta\rho)=N_h\nabla^2\Delta\rho+N_v\Delta\rho_{zz} \quad (18)$$

$$u_x+v_y+w_z=0 \quad (19)$$

여기서 하첨자 x, y, z 은 각각 x, y, z 에 대한 편도함수를 표시하고, u, v, w 는 각각 x, y, z 방향의 플룸의 유속, p, ρ, N_h, N_v 등은 각각 압력, 플룸의 밀도, 수평방향 및 연직방향의 와점성계수를 표시한다. 그리고 L 과 ∇ 은 $L(\psi)=(u\psi)_x+(v\psi)_y+(w\psi)_z, \nabla^2(\psi)=(\psi)_{xx}+(\psi)_{yy}$ 로 정의된다.

2.2 경계조건

입구, 즉 하구에서 플룸의 형상과 플룸의 특성은 관측자료로부터 결정되므로 $x=0$ 에서 $u_0, v_0, \rho_0, B_0, H_0, p_0$ 등의 값이 알려져 있다고 본다. 출구는 설정하지 않고 대신 유계조건을 사용한다. 그리고 플룸과 주변수와의 경계면 $\Omega(x, y, z, t)$ 에서 유체의 혼합을 허용할 경우 자유표면에서는 연행이 없고 주변수와의 경계면에서는 연행이 있으므로 운동학적 경계조건은 다음과 같다.

$$z=\zeta(x, y)\text{에서}$$

$$u(x, y, \zeta)\frac{\partial\zeta}{\partial x}+v(x, y, \zeta)\frac{\partial\zeta}{\partial y}-w(x, y, \zeta)=0 \quad (20)$$

$z=-\Omega(x, y)$ 에서

$$u(x, y, -\Omega)\frac{\partial\Omega}{\partial x}+v(x, y, -\Omega)\frac{\partial\Omega}{\partial y}+w(x, y, -\Omega)=\vec{V}_e\cdot\vec{n} \quad (21)$$

여기서 \vec{V}_e 과 \vec{n} 은 경계면 Ω 에서 연행속도와 단위 법선벡터를 의미한다. 그림 2로부터 주변수와 경계면을 통해서 플룸으로 유입되는 유량은 다음과 같은 관계가 있다.

$$\int_{\Omega}\vec{V}_e\cdot\vec{n}dA=\int_{B(x)}\frac{v_e}{2}dA+\int_{-H(x)}w_e dA+\int_{-B(x)}\frac{v_e}{2}dA \quad (22)$$

여기서 $v_e/2, w_e$ 는 경계면 $\pm B(x), -H(x)$ 에서의 연행속도이다.

여기서 주변수와의 경계면은 연행혼합현상의 수량화를 수월하게 하기 위하여 $\Omega(x, y, z, t)$ 대신에 폭이 $2B(x)$ 이고 깊이가 $H(x)$ 인 직사각형으로 근사하기로 한다. 이 경우 운동학적 경계조건 (21)식은 다음과 같이 표시된다.

$$u(x, y, -H(x))\frac{dH}{dx}+w(x, y, -H(x))=w_e \quad (23)$$

$$u(x, -B(x), z)\frac{dB}{dx}+v(x, -B(x), z)=\frac{v_e}{2} \quad (24)$$

$$u(x, B(x), z)\frac{dB}{dx}-v(x, B(x), z)=\frac{v_e}{2} \quad (25)$$

그리고 동역학적 경계조건은 경계면의 곡률이 작다면 다음과 같이 근사할 수 있다.

$$p=0 \text{ on } z=\zeta(x, y) \quad (26)$$

$$p=\rho_0gH(x) \text{ on } z=-H(x) \quad (27)$$

여기서 $\zeta(x, y)$ 는 자유표면고도이다. 한편 정의로부터 경계면에서의 밀도차는 0 이어야 한다(즉, $\Delta\rho=0$).

3. 적분공식화

3.1 플룸내에서 압력분포 및 플룸의 형상

우선 (14)식의 밀도를 사용하여 운동방정식 (17)을 풀면 다음과 같은 압력분포를 얻을 수 있다.

$$p = -g\rho_a z + A_1 \left(\frac{2}{\pi} \right) g \Delta\rho_s(x) \cos\left(\frac{\pi y}{2B(x)} \right) \sin\left(\frac{\pi z}{2H(x)} \right) + f(x, y) \quad (28)$$

적분함수 $f(x, y)$ 는 자유표면에서 동역학적 경계조건 (26)식으로부터 다음과 같이 결정된다.

$$f(x, y) = \rho_a g \zeta(x, y) \quad (29)$$

여기서 자유표면고도 ζ 는 플룸층의 두께 H 에 비해서 작기 때문에 $\sin(\pi\zeta/2H)$ 는 무시 했다. 이 결과를 (28)식에 대입하면 플룸내에서 압력은 다음과 같다.

$$p = g\rho_a(\zeta - z) + A_1 \left(\frac{2}{\pi} \right) g \Delta\rho_s(x) H(x) \cos\left(\frac{\pi y}{2B(x)} \right) \sin\left(\frac{\pi z}{2H(x)} \right) \quad (30)$$

주변수와의 경계면에서 동역학적 경계조건 (27)식으로부터 자유표면고도 ζ 와 플룸 층의 깊이 H 와의 사이에 다음관계가 성립함을 알 수 있다.

$$\zeta(x, y) = A_1 \left(\frac{2}{\pi} \right) \frac{\Delta\rho_s(x)}{\rho_a} H(x) \cos\left(\frac{\pi y}{2B(x)} \right) \quad (31)$$

그리고 부력법칙으로부터 주변수와의 경계형상은 다음과 같이 구해진다.

$$\Omega(x, y) = A_1 \left(\frac{2}{\pi} \right) H(x) \cos\left(\frac{\pi y}{2B(x)} \right) \quad (32)$$

따라서 밀도차, 플룸폭 및 플룸의 깊이가 결정되면 플룸의 형상은 (31)식과 (32)식으로부터 결정된다.

3.2 연속 방정식의 1차원화

3.1절의 결과를 이용하여 3차원 방정식은 다음과 같이 1차원화 할 수 있다. 우선 연속방정식 (19)식을 z 방향으로 적분하면 다음과 같다.

$$\int_{H(x)}^{\zeta(x, y)} \{u_x + v_y + w_z\} dz = 0 \quad (33)$$

Leibniz의 적분공식을 적용하면 (33)식은 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} \int_{H(x)}^{\zeta(x, y)} u dz + \frac{\partial}{\partial y} \int_{H(x)}^{\zeta(x, y)} v dz \\ &= u(x, y, \zeta) \frac{\partial \zeta}{\partial x} + v(x, y, \zeta) \frac{\partial \zeta}{\partial y} - w(x, y, \zeta) \\ &+ u(x, y, -H) \frac{\partial H}{\partial x} + w(x, y, -H) \end{aligned} \quad (34)$$

경계조건 (20)식과 (23)식으로부터 (34)식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_{H(x)}^{\zeta(x, y)} u dz + \frac{\partial}{\partial y} \int_{H(x)}^{\zeta(x, y)} v dz = w_e \quad (35)$$

(35)식을 다시 y 방향으로 적분하면,

$$\begin{aligned} & \int_{-B(x)}^{B(x)} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \int_{H(x)}^{\zeta(x, y)} u dz + \frac{\partial}{\partial y} \int_{H(x)}^{\zeta(x, y)} v dz \right\} dy \\ &= \int_{-B(x)}^{B(x)} w_e dy \end{aligned} \quad (36)$$

다시 Leibniz의 적분공식을 적용하면 (36)식은 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dx} \left\{ \int_{B(x)}^{B(x)} \int_{-H(x)}^{\zeta(x, y)} u dz dy \right\} \\ &= \left[\int_{H(x)}^{\zeta(x, y)} \left\{ u \frac{dB}{dx} - v \right\} dz \right]_{-B}^{B} \\ &+ \left[\int_{H(x, y)}^{\zeta(x, y)} \left\{ u \frac{dB}{dx} + v \right\} dz \right]_{-B}^{B} \\ &+ \int_{B(x)}^{B(x)} w_e dy \end{aligned} \quad (37)$$

경계조건 (23)식과 (24)식으로부터 (37)식은 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dx} \left\{ \int_{B(x)}^{B(x)} \int_{H(x)}^{\zeta(x, y)} u dz dy \right\} \\ &= \int_{H(x)}^{\zeta(x, y)} v_e dz + \int_{-B(x)}^{B(x)} w_e dy \end{aligned} \quad (38)$$

여기서 연행속도 v_e 와 w_e 가 각각 경계면 $y=B$ 와 $z=-H$ 에서의 평균 연행속도라 하면 (38)식은 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{d}{dx} \left\{ \int_{B(x)}^{B(x)} \int_{H(x)}^{\zeta(x, y)} u dz dy \right\} = H v_e + B w_e \quad (39)$$

(13)식으로 정의된 유속을 사용하여 위식을 간단히 하면 연속방정식은 다음과 같이 된다.

$$\frac{d}{dx} \{U_s(x)B(x)H(x)\} = \left(\frac{\pi^2}{8A_2}\right)(E_h H + E_v B)U_s(x) \quad (40)$$

여기서 E_h 는 수평연행율로서 연행속도 v_e 와 플룸 중심축에서의 속도 U_s 의 비로 정의한다.

3.3 염분보존 방정식의 1차원화

동일한 방법을 적용하여 염분보존방정식 (18)를 1차원화 한다. 즉

$$\int_{B(x)}^{B(x)} \int_{H(x)}^{\zeta(x,y)} \{L(\Delta\rho) - N_h \nabla^2 \Delta\rho - N_v \Delta\rho_{zz}\} dz dy = 0 \quad (41)$$

위식을 Leibniz의 적분공식과 운동학적 경계조건을 적용하면 (41)식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dx} \left[\int_B^B \int_{H(x)}^{\zeta(x,y)} g u \Delta\rho dz dy \right] \\ &= v_e \int_{H(x)}^{\zeta(x,y)} g \Delta\rho(x, B, z) dz \\ &+ w_e \int_B^B g \Delta\rho(x, y, -H) dy \\ &+ \int_{B(x)}^{B(x)} \int_{H(x)}^{\zeta(x,y)} \{g N_h \nabla^2 \Delta\rho + g N_v \Delta\rho_{zz}\} dz dy \quad (42) \end{aligned}$$

(42)식의 우변의 첫번째와 두번째 항은 경계조건 (2, 14)식으로부터 0이다. 그리고 수평방향의 와점성계수는 보통 수직방향의 와점성계수에 비해서 충분히 작기때문에 무시하기로 하면 (42)식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dx} \left[\int_B^B \int_{H(x)}^{\zeta(x,y)} g u \Delta\rho dz dy \right] \\ & \int_{H(x)}^{B(x)} \int_{H(x)}^{\zeta(x,y)} \{g N_v \Delta\rho_{zz}\} dz dy \quad (43) \end{aligned}$$

(13)식과 (14)식의 속도와 밀도를 (43)식에 대입하여 적분하면 (43)식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{d}{dx} [g U_s(x) \Delta\rho_s(x) B(x) H(x)] = -\frac{4g N_v}{A_2} \Delta\rho_s(x) \frac{B(x)}{H(x)} \quad (44)$$

3.4 운동량보존 방정식의 1차원화

운동량 방정식 (15)과 (16)식도 동일한 방법으로 적분하여 1차원화 한다. 즉 운동량 방정식을 횡단면 내에서 면적분을 취하고 Leibniz의 적분공식과 운동학적 경계조건을 적용하면 각각 다음과 같은 방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dx} \left[\int_B^B \int_{H(x)}^{\zeta(x,y)} u^2 dz dy \right] \\ &= v_e \int_{H(x)}^{\zeta(x,y)} u(x, B, z) dz + w_e \int_{-B}^B u(x, y, -H) dy \\ &+ \int_{-B(x)}^{B(x)} \int_{H(x)}^{\zeta(x,y)} \{N_h \nabla^2 u + N_v u_{zz}\} dz dy \\ &- \int_{-B(x)}^{B(x)} \int_{H(x)}^{\zeta(x,y)} \frac{1}{\rho} p_x dz dy \quad (45) \end{aligned}$$

그리고

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dx} \left[\int_B^B \int_{H(x)}^{\zeta(x,y)} uv dz dy \right] \\ &= v_e \int_{H(x)}^{\zeta(x,y)} v(x, B, z) dz + w_e \int_{-B}^B v(x, y, -H) dy \\ &+ \int_{-B(x)}^{B(x)} \int_{H(x)}^{\zeta(x,y)} \{N_h \nabla^2 v + N_v v_{zz}\} dz dy \\ &- \int_{B(x)}^{B(x)} \int_{-H(x)}^{\zeta(x,y)} \frac{1}{\rho} p_y dz dy \quad (46) \end{aligned}$$

(13)식과 (14)식의 속도와 밀도 및 (30)식의 압력을 (45) 및 (46)식에 대입하여 적분하면 (45)식은 다음과 같이 정리된다. 여기서 수평점성력은 무시했다.

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dx} \left[\frac{A_2^2}{2} U_s^2(x) B(x) H(x) \right] \\ &= -2A_2 N_v U_s(x) \frac{B(x)}{H(x)} \\ &- A_1 \left(\frac{2}{\pi}\right)^2 \left(1 - \frac{2}{\pi}\right) \frac{d}{dx} \left[g \frac{\Delta\rho_s}{\rho_a} H^2(x) B(x) \right] \quad (47) \end{aligned}$$

그리고 (46)식은 속도 v 가 y 의 기함수(odd function)이기 때문에 항등적으로 만족된다.

4. 수치해석 및 고찰

연직방향의 연행만을 고려하여 방정식 (40), (44)

및 (47)식을 편리한 형태로 다시 쓰면 다음과 같다.

$$\frac{d\Delta\rho_s}{dx} = -\frac{\Delta\rho_s}{H} (E_v' + E_o') \quad (48)$$

$$\frac{dU_s}{dx} = \frac{U_s}{(F_d^2 - 2\beta)} \left[\frac{\beta}{B} \frac{dB}{dx} - \frac{E_v'}{H} (F_d^2 + \beta) - \frac{E_o'}{H} (F_d^2 - \beta) \right] \quad (49)$$

$$\frac{dH}{dx} = \frac{H}{(F_d^2 - 2\beta)} \left[\frac{E_v'}{H} (2F_d^2 - \beta) - \frac{1}{B} \frac{dB}{dx} (F_d^2 - \beta) + \frac{E_o'}{H} (F_d^2 - \beta) \right] \quad (50)$$

여기서 $E_o = N_v/U_s H$, $E_v' = c_1 E_v$, $E_o' = c_2 E_o$ 이고 $c_1 = \pi^2/8$, $A_2 = 0.9088$, $c_2 = 4/A_2 = 2.9$, $\beta = 0.3$ 이다. 미지변수에 비해서 방정식이 부족한데 그 부족한 방정식은 경계 조건 (25)식을 사용한다. 그런데 수평방향의 연행이 없다고 가정 할 경우 경계에서 유속이 0이 되기 때문에 문제가 생긴다. 이는 가우스분포를 갖는 유속을 cosine 함수로 치환했기 때문에 발생하는 오차인데 이 오차는 플룸의 중심축에서 경계로 갈수록 커진다. 그러므로 (25)식을 경계면 대신에 가우스함수와 cosine 함수가 일치하는 지점부근에서 적용하여 플룸의 확장속도와 연계시키기로 한다. 즉, $y = B/2$, $z = 0$ 에서 적용하면 플룸폭의 확장율은 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{dB}{dx} = \frac{\sqrt{2}}{A_2} \frac{v(x, B(x)/2, 0)}{U_s(x)} \quad (51)$$

(3)식으로부터 $v(x, B/2, 0)$ 는 다음과 같다.

$$v(x, B/2, 0) = \frac{C}{2} \frac{\Delta\rho_s g H^3}{B \rho_a N_v} \quad (52)$$

여기서 $C = 6.59 \times 10^{-2}$ 이다.

(52)식을 (51)식에 대입하면 다음을 얻을 수 있다.

$$\frac{dB}{dx} = \left(\frac{C}{A_2 \sqrt{2}} \right) \frac{(H/B)}{E_o F_d^2} \quad (53)$$

이리하여 우리는 플룸역학에 관한 네개의 1차원 방정식을 얻었다. 이 식들을 연립해 풀어서 플룸의 유동변수들 $\Delta\rho_s(x, 0, 0)$, $U_s(x, 0, 0)$, $H(x, 0)$ 및 $B(x)$ 를 구할 수 있게 되었다. 이 식들은 해석적으로 쉽게 풀리는 식들이 아니기 때문에 Runge-Kutta 수치해

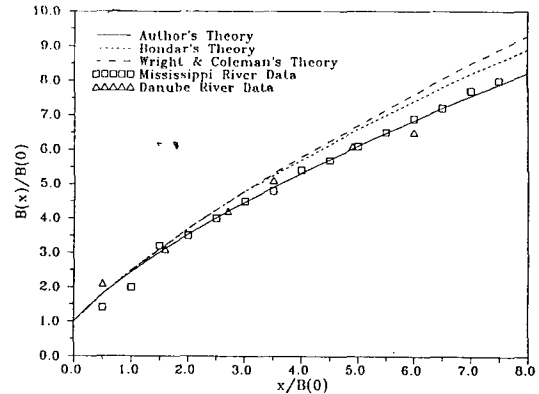


그림 3. 플룸폭의 관측치와 계산치와의 비교

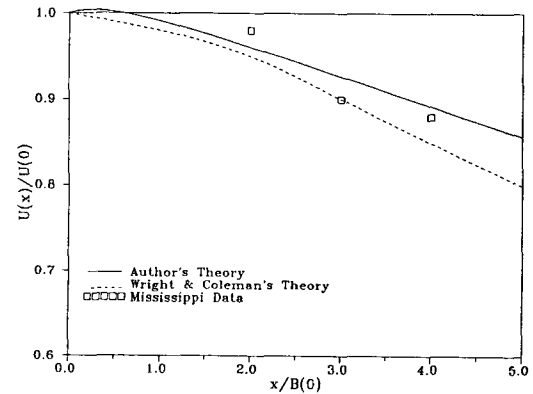


그림 4. 플룸축방향 유속의 관측치와 계산치와의 비교

석법을 써서 풀었다. 해들은 플룸의 축상에서 혹은 그 표면에서의 값들을 나타내지만 그들의 횡방향 및 수심방향의 분포함수는 이미 알고 있는 것으로 가정하였기 때문에 이로써 우리는 플룸의 퍼짐을 3차원적으로 설명하는 해를 얻게 된 것이다.

수치해의 결과를 그림 3, 4, 5, 6들로 나타내 보였다. Wright and Coleman(1971) 및 Bondar(1970)의 논문들을 이용하여 Mississippi강의 담수로 플룸 및 Danube강 플룸에 대해 그들의 실측치와 이론치를 우리의 결과와 비교하였다. 그림 3은 플룸의 폭(B)의 변화를 나타내는데 본 논문의 결과는 위 두 논문의 결과보다 관측치에 더 잘 일치하고 있음을 볼 수 있다. 그림 4에서는 플룸내 유속의 x성분(U)을 나타내 보였는데 관측자료의 수가 너무 적어서 충분한 검증이 될 수는 없지만 본 논문의 결과가 Wright and Cole-

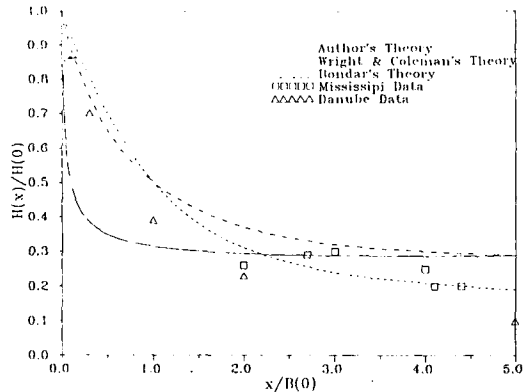


그림 5. 플룸두께의 관측치와 계산치와의 비교

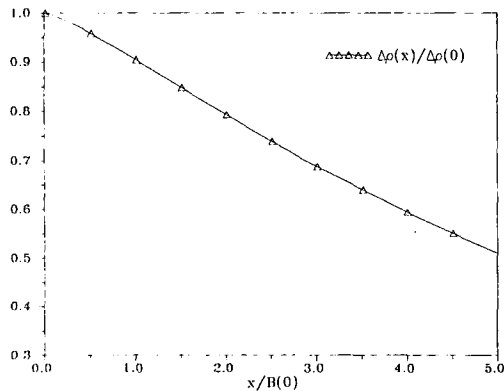


그림 6. 답수와 해수의 밀도차의 이분치.

man의 결과보다는 관측치에 더 접근해 있음을 알 수 있다. 그림 5는 플룸의 두께(H)의 변화를 보여주고 있는데 하구근방에서 두께가 급격히 감소하는 점과 그 후에 감소율이 둔화되는 점이 만족스럽지 못하다. 연행혼합과정을 수량화한 과정을 단계적으로 조정함으로써 개선될 수 있다는 가능성을 확인 했으나 이론적인 혹은 실험적인 정당성을 설명할 수 없어 추후 보완적인 연구를 계속하고자 한다. 끝으로 그림 6에서는 비교자료는 없지만 플룸의 밀도차 ($\Delta\rho$)변화를 그려보았다.

결 론

하천수 플룸의 퍼짐을 다루는 여러가지 방법들이 고안되어 발표되었으나 문제의 복잡성 때문에 간단한 방법 ~ 대하기 힘든 형편이다. 그래서 역학적으로

타당한 논리적 배경을 가지면서 관측결과를 잘 설명하고 예측케 해주는 비교적 간단한 방법을 찾는 노력이 필요하게 되는 것이다. 우리는 이 논문에서 플룸의 주요 유동변수 들의 횡방향 분포를 이미 아는 것으로 가정하고 그방향에 대해서 적분하는 적분해석법을 사용하여 3차원 문제를 1차원 문제로 치환하였다. 결과로 얻어진 방정식은 Runge-Kutta 법을 사용하여 수치해석적으로 해결하였다. 플룸의 횡방향 퍼짐은 저자들의 기 발표한 논문의 결과를 사용하였고, 혼합과정은 수치연행만을 고려하였다. 그리고 그결과를 Mississippi강의 남수로 플룸의 퍼짐에 관한 Wright and Coleman의 연구 및 Danube강 플룸의 퍼짐에 관한 Bondar의 연구와 비교하였다. 플룸의 폭변화와 유속변화에 관한 결과는 비교적 만족할만 하였으나 두께변화에 관한 결과는 불만스러워 보완 연구가 필요하다는 결론을 얻었다. 본 논문의 결과는 하천수 플룸 뿐만 아니라 원전등 발전냉각수의 열수 플룸의 퍼짐을 다루는 데도 유용하게 적용되리라 판단된다.

감사의 글

본 연구는 1991년 교육부 학술연구 조성비에 의하여 연구되었음.

REFERENCES

Bates, C.C., 1953. Rational theory of delta formation. *Bull. Amer. Assoc. Petrol. Geol.*, 37(9), 2119-2161.
 Bondar, C., 1970. Considerations theoretiques sur la dispersion d'un courant liquide de densite redrudite et a niveau libre, dans un bassin contenant un liquide d'une plus grand densite. *Symposium on the Hydrology of Deltas*, UNESCO, II, 246-256.
 Borichansky, L.S. and Mikhailov, V.N., 1966. Interaction of river and sea water in the absence of tides. In *Scientific Problems of the Humid Tropical Deltas and Their Implications*, UNESCO, 175-180.
 Bowden, K.F., 1983. *Physical oceanography of coastal waters*. John Wiley & Sons, New York, 194-198.
 Fischer, H.B., et al., 1979. *Mixing in inland and coastal waters*. Academic Press Inc, New York, 320-323.
 Garvine, R.W., 1987. Estuarine plumes and fronts in shelf waters: A layer model. *J. of Phys. Oceanogr.* 1877-1896.
 Jirca, G.H. and Chu V.H., *Surface bouyant jets and plumes, encyclopedia of fluid mechanics*, Vol. 6. Gulf Publishing Company Book Division, Huston, 1053-1084.
 Murota, A. and Nakatsuji, K., 1988. *Spreading of a river*

- plume: Field observations, integral model analyses and numerical experiments.* Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 110-129.
- O'Donnell, J., 1988. A Numerical technique to incorporate frontal boundaries in two-dimensional layer models of ocean dynamics, *J. Phys. Oceanogr.* 1584-1600.
- Takano, K. 1954. On the vertical distribution off the mouth of a river. *J. Oceanogra. Soc. Japan*, 10: 60-64.
- Takano, K., 1955. A Complementary note on the diffusion of the seaward river flow off the mouth, *J. Oceanogra. Soc. Japan*, 11: 1-3.
- Wright, L.D. and Coleman, J.M., 1971. Effluent expansion and interfacial mixing in the presence of a salt Wedge. Mississippi River Delta. *J. Geo. Res.* 76(36): 8649-8661.
- Yu, H.S. and Lee, J., 1993. A Hydrodynamic solution for the lateral spreading of a river plume. *J. Kor. Coastal and Ocean Eng.*, 5(4): 302-306.