

Galerkin 有限要素法에 의한 港內 靜穩度 模型 A Harbour Oscillation Model by Galerkin Finite Element Method

徐承男* · 延泳鎮**

Seung Nam Seo* and Young Jin Yeon**

要 旨 : Galerkin 유한요소법을 사용한 항 정온도 수치모형을 제시하고 Chen(1986)이 유도한 마찰을 포함한 환경사 파랑식을 지배방정식으로 사용하였다. 그러나 기존의 흡수 경계조건은 잘 못된 것임을 보이고 올바른 경계조건 및 평면 입사파에 의한 외력항을 유도하였다. 직선항만에 대한 계산결과를 수리실험 결과 및 기존 결과와 비교하기 위해 도식하였다. 이 경우에 대한 마찰계수의 값(f)과 반사계수의 값(K_r)을 검토한 후 계수들의 조합 $K_r=0.94, f=0$ 에서 수치결과가 실험 결과에 가장 잘 부합하는 것으로 나타났다.

Abstract [] A numerical model for harbour oscillation is presented by use of Galerkin finite element method. The governing equation is used by the modified mild slope equation derived from Chen (1986) in which bottom friction is incorporated. Since the existing absorbing boundary condition, however, is shown to be incorrect, correct boundary condition and forcing term due to an incident plane wave are rederived. Computation results for a rectangular harbour are shown in comparison with both laboratory data and existing numerical results. After the values of friction factor (f) and reflection coefficient (K_r) are discussed, the set ($K_r=0.94, f=0$) is found to be best fitted to the laboratory data of the rectangular harbour.

1. 서 론

항내 파랑은 입사파랑과 항내 지형 그리고 경계의 특성에 의해 변하며 항내 파랑의 예측은 정온구역의 확보 및 배치 계획에 매우 중요한 설계요건이 된다. 항내 파랑 변형의 가장 뚜렷한 변형기구(physical mechanism)는 방파제 개구부를 통해 침입한 입사파랑의 회절과 굴절에 따른 항내진입과 항내 경계면의 특성에 따라 전파된 일부 에너지의 반사로 설명할 수 있다. 반사된 파랑 중 일부는 항 개구를 통해 외해쪽으로 방사되나 그 밖의 파랑은 항내에 머물게 되어 위에 설명한 과정이 평형상태에 도달될 때까지 계속 반복된다. 한편 파장과 항내의 크기비와 저면의 조건에 따라 마찰로 인한 에너지 감쇠를 무시할 수 없는 경우도 있다.

침입 파랑의 진동수가 항내 고유진동수와 같으면 공명현상에 의해 파랑이 크게 증폭되나 마찰에 의한 에너지 감쇠가 없는 경우라도 방사현상으로 그 증폭 비는 유한한 값을 갖게 된다. 따라서 항 구조물 및 시설의 배치를 조정하여 항 고유진동수가 그 지역에 자주 출몰하는 파랑에너지의 진동수와 상이하게 설계하는 것이 항내 정온도를 유지하는 데 중요하다.

항내 파랑은 굴 회절, 반사, 방사 그리고 마찰감쇠에 의해 변형되며 파랑 변형을 예측하기 위해서는 위에 열거한 현상을 적절히 고려하여야 한다. 이러한 파랑변형을 지배하는 방정식으로 타원형 미분방정식인 환경사 파랑식이 적합하며 이에 대한 많은 수치모형이 제시되었다. 수치모형에는 여러가지 종류가 있으나 본 논문에서 다루고자 하는 유한요소법에 대한 주요한 모형을 간추려 보면 다음과 같다. Chen와 Mei(1974)

*韓國海洋研究所 海洋工學研究部 (Ocean Engineering Division, Korea Ocean Research and Development Institute, P. O. Box 29, Ansan 425-600, Korea)

**成均館大學校-韓國海洋研究所 學研博士課程 (Sung Kyun Kwan University-KORDI Joint Program on Coastal and Ocean En

의 모형은 그 대표적인 유한요소법 모형이며 이 후 개발된 모형들은 이 모형을 확대 발전시킨 것이다. 이 모형은 변분법을 사용하여 차분화하였고 천해 지배방정식을 사용하기 때문에 수심에 비해 파장이 상당히 큰 경우에 해의 정밀도가 높게 된다. Chen(1986)은 환경사 파랑식을 사용하여 심해조건에 해당하는 입사파에도 모형을 적용할 수 있도록 범위를 확장하였으며 항내 경계면에서 에너지 부분 흡수조건과 마찰감쇠 현상을 포함하였다. 그 후 Chen과 Houston(1987)은 Chen(1986)모형의 Fortran 프로그램 코드와 사용법에 대한 사용자 지침서를 발간하였다. Lee(1989)는 Chen(1986)의 모형을 기초로 하여 하와이 Barbers point항과 부산항에 대한 수치모형 결과를 제시하였다. 또한 Chen(1990)은 방사구역에서는 방사조건을 만족하는 infinite shape function을 사용하고 항만 주변부에서는 기존의 shape function(形象函數)을 사용하여 변분법으로 차분화한 모형을 제시하였다.

국내 연구로는 鄭 等(1992)이 Chen(1986)의 모형을 근간으로 하여 직사각형의 항만과 Pos와 Kilner(1987)의 모형 항만에 대한 수치 결과를 제시하였다. Park 等(1994)은 Chen(1990)과 마찬가지로 방사구역에서 infinite shape function을 사용하였으나 미분방정식을 Galerkin방법을 사용하여 차분화한 모형을 구성하고 직사각형 항만에 직교입사 및 사각 입사파랑의 파괴비 결과를 제시하였다.

본 논문에서는 마찰 감쇠를 고려한 환경사 파랑식을 선형 형상함수를 사용하여 차분화하고 산란파는 해석해로부터 유도된 형상함수를 사용하여 Galerkin 방법으로 차분화한 모형을 제시하였다. 본 모형의 결과식은 Chen(1986)의 차분화 모형과 동일한 차분식을 얻게 되나 그 유도에 Galerkin방법을 사용하였기 때문에 유도 과정이 쉬운 장점이 있다. Galerkin방법으로 차분화를 시도한 기존의 일부 모형이 있으나 본 모형과 같이 산란파의 해석해를 직접 사용하지 않았다. 또한 반사계수가 1이 아닌 경우 Chen이 사용한 부분흡수 경계조건을 검토하여 올바른 식을 제시하였고 이와 관련된 입사파랑에 의한 올바른 외력조건도 함께 나타내었다. 본 모형의 정밀도를 분석하기 위해 직사각형 항만에 대한 기존 수리실험 결과 및 수치 결과를 비교하였고 Chen의 마찰감쇠 계수에 대한 수치결과 및 반사계수를 비교·분석하였다.

2. 지배방정식

수심이 완만히 변하는 지역에 위치한 항만 주변부의 파랑 변형은 환경사 파랑식으로 나타낼 수 있다. 항내로 전파하는 파랑의 에너지 감쇠를 포함하고 시간 변동 부분($e^{-i\omega t}$)을 제거한 속도포텐셜(ϕ)에 대한 선형 환경사파랑식은 식 (1)로 나타낼 수 있다(Chen, 1986). 식 (1)은 2차원 평면에 대한 식이고 좌표계는 그림 1에 도시한 것과 같이 항 개구부에 원점을 놓고 x 축의 양의 방향은 직선 해안쪽으로 y 축의 양의 방향은 외해 방향으로 향하게 정하였다.

$$\nabla \cdot (\beta C C_g \nabla \phi) + \frac{\omega^2 C_g}{C} \phi = 0 \quad (1)$$

여기서

$$\beta = \left(1 + \frac{if a_0 e^{i\delta}}{h \sinh kh} \right)^{-1}$$

f = friction factor

a_0 = incident wave amplitude

δ = phase difference from flow velocity

$$i = \sqrt{-1}$$

h = water depth

$$k = \frac{\omega}{C} \text{ (wave number)}$$

$$\omega = \sqrt{gk \tanh kh} \text{ (angular frequency)}$$

g = gravitational acceleration

$$C = \text{wave celerity}; C_g = C \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2kh}{\sinh 2kh} \right)$$

그림 1에서와 같이 수역을 두 부분 A, C로 나누고 각 구역에서 지배방정식은 식 (1)을 적용하고 구역마다 적절한 경계조건을 부여한 후 경계선 ∂C 에서 정합조건을 사용하여 속도포텐셜을 구한다. 항내 및 주변부 수심이 변하는 지역을 택해 구역 A를 설정하고 구역 A와 접해 있는 구역 C는 산란파를 해석해의 형태로 구성하였기 때문에 일정 수심의 지역으로 가정하고 경계인 해안선도 직선으로 단순화하였다.

2.1 항 주변부

구역 A에서 지배방정식은 식 (1)을 사용하고 경계선

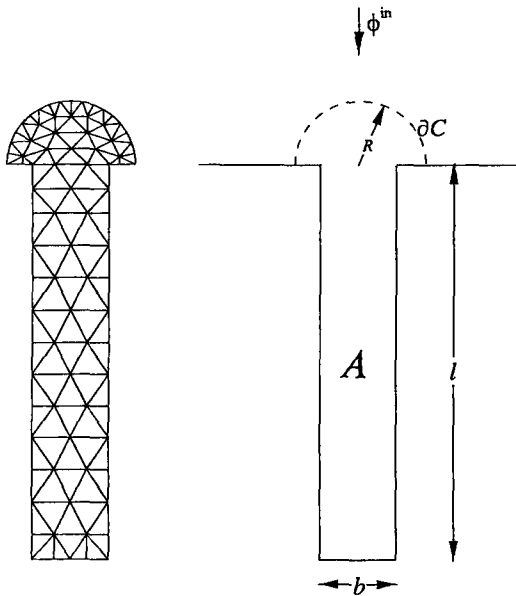


Fig. 1. Finite element nodes and boundaries of a rectangular harbor.

∂A에서의 경계조건은 식 (2)와 같다.

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = \alpha \phi, \text{ on } \partial A \quad (2)$$

여기서

n = outward normal direction from a water region

$$\alpha = -ik \sin \theta_i \frac{1 - K_r}{1 + K_r}$$

θ_i = local incident wave angle

K_r = reflection coefficient

식 (2)는 직사각형 항만의 직교 입사파랑의 경우($\theta_i = 3\pi/2$) Chen(1986)의 경계조건과 같으나 국지 입사파향(local incident wave direction)이 경계선에서 사각으로 입사하는 일반적인 경우에는 식 (2)를 사용하여야 하며 뒤에서 이를 밝히기로 한다.

2.2 외해지역

구역 C에서는 수심이 일정하고 직선 해안이므로 해석해의 형태인 eigenfunction이 존재하며 이를 이용하여 속도포텐셜을 구성할 수 있다(eigenfunction

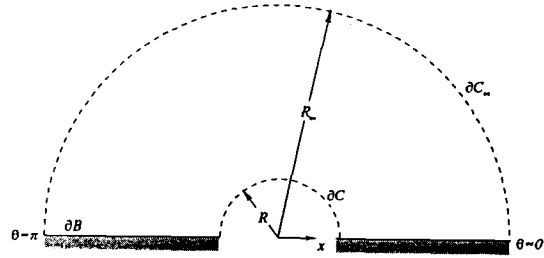


Fig. 2. Definition sketch of outside region C.

expansion method). 지배방정식 (1)과 경계조건 (2)의 형태가 선형이므로 이 일정 수심지역의 파랑을 입사파(ϕ^{in}), 반사파(ϕ^r) 그리고 산란파(ϕ^s)로 나누어 생각한 후 이를 중첩함으로써 원하는 해($\bar{\phi}$)를 구성할 수 있다.

$$\bar{\phi} = \phi^o + \phi^s = (\phi^{\text{in}} + \phi^r) + \phi^s \quad (3)$$

$$\phi^o = -\frac{iga_0}{\omega} [e^{ikr \cos(\theta - \theta_0)} + K_r e^{ikr \cos(\theta + \theta_0)}] \quad (4)$$

x 축의 양의 방향으로 부터 반시계 방향 θ_0 로 입사하는 파랑을 극좌표로 나타내면 식 (4)의 우변 첫 항이 된다. 둘째 항은 경계선에서 반사계수(K_r)을 갖고 경계선의 법선에 대해 입사파와 같은 각으로 반사되는 파랑을 나타낸다. 주목할 점은 반사계수가 포함되어 직선해안에서 경계조건이 달라지게 되므로 이에 대한 경계조건을 유도하고자 한다.

직선해안에 부여될 경계조건을 세우기 위하여 식 (2)로 주어진 경계조건의 타당성을 검토하고자 한다. 우선 직선해안에 사각으로 입사하는 파랑에 의해 반사파가 형성되는 단순한 경우에 대한 포텐셜(ϕ^o)과 포텐셜의 법선방향 flux의 관계식을 유도한 후 이를 일반적인 경우로 확대하고자 한다. 그림 2의 지형을 참고하면 법선방향 flux는 식 (5)가 된다.

$$\frac{\partial \phi^o}{\partial n} = \hat{n} \cdot \nabla \phi^o \quad (5)$$

$$= \begin{cases} -\frac{1}{r} \frac{\partial \phi^o}{\partial \theta}, & \theta = 0 \\ \frac{1}{r} \frac{\partial \phi^o}{\partial \theta}, & \theta = \pi \end{cases}$$

식 (4)를 식 (5)에 대입하면 식 (6)을 얻는다.

$$\frac{\partial \phi^o}{\partial n} = \begin{cases} -ik \sin \theta_o (1 - K_r) \left(-\frac{iga_o}{\omega} \right) e^{ikr \cos \theta_o}, & \theta = 0 \\ -ik \sin \theta_o (1 - K_r) \left(-\frac{iga_o}{\omega} \right) e^{-ikr \cos \theta_o}, & \theta = \pi \end{cases} \quad (6)$$

한편 속도포텐셜은 식 (7)이 된다.

$$\phi^o = \begin{cases} (1 + K_r) \left(-\frac{iga_o}{\omega} \right) e^{ikr \cos \theta_o}, & \theta = 0 \\ (1 + K_r) \left(-\frac{iga_o}{\omega} \right) e^{-ikr \cos \theta_o}, & \theta = \pi \end{cases}$$

그러면 식 (6)과 식 (7)로 부터 식 (2)와 비슷한 경계조건식 (8)을 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial \phi^o}{\partial n} = \alpha \phi^o, \quad \alpha = -ik \sin \theta_o \frac{1 - K_r}{1 + K_r} \quad (8)$$

해안에 직교하게 입사할 때 $\theta_o = 3\pi/2$ 를 식 (8)에 대입하면 Chen(1986)의 식과 같아지나 그 밖의 경우에는 입사파향에 대한 정보를 더 가지고 있다. 파향선이 경계선에 평행하게 진행하는 경우($\theta_o = \pi$ 또는 0)에는 법선방향 flux가 없어 불투과조건(no-flux condition)으로 바뀌게 되며 현상학적인 관점에서 볼 때 올바른 식으로 판단된다. 그리고 반사계수는 일반적으로 실험에 의해 구하게 되며 대부분 직교입사시의 반사계수만을 나타내므로 식 (8)이 유용함을 알 수 있다. 만일 반사계수가 1인 완전반사의 경우의 경계조건은 입사각에 무관하며 불투과조건으로 바뀐다.

위에 언급한 개념을 항내 경계선에 확대시키면 입사각은 국지 입사파향으로 바뀌어져 식 (2)를 얻게 된다. 그러나 반사계수가 1이 아니고 복잡한 수심의 항내에서는 다중 반사가 나타날 수 있으므로 식 (2)의 경계조건 설정에 주의를 기하여야 하며 이에 대한 연구가 필요한 것으로 판단된다.

산란파(또는 방사파)는 Mei(1989)가 지적한 바와 같이 항 부근의 국지적인 수심 변화 및 항내 지형에 의해 변형된 파랑은 항 개구부에서 피스톤 왕복운동으로 단순화시킬 수 있다. 이 파랑운동은 항 부근의 국지적인 수심변화가 없는 직선해안에 의한 입사파와 반사파의 운동에 보정되어 최종의 파랑 운동을 나타내기 때문에 항내에서 변형된 파랑과 외해지역의 파랑은 서로 연관되어 있다. 외해지역의 수심을 일정한 것으로 가정하였고 마찰감쇠를 무시하면($\beta = 1$) 지배방정식 (1)은 식 (9)가 된다.

$$\nabla^2 \bar{\phi} + k^2 \bar{\phi} = 0 \quad (9)$$

물론 식 (4)로 표시된 평면파의 해가 식 (9)를 만족하는 것을 쉽게 보일 수 있다. 따라서 식 (3)을 식 (9)에 대입하면 산란파만의 지배방정식을 얻게 된다.

$$\nabla^2 \phi^s + k^2 \phi^s = 0 \quad (10)$$

항 개구부에서 피스톤 운동으로 모형화할 수 있는 산란파는 일정 길이의 조파기에 의해 생성되는 파랑으로 볼 수 있으며 항 개구부로부터 상당히 떨어진 곳에서는 한 점으로 부터 생성된 구면파의 형태로 보이게 된다. 따라서 이 구역의 육지 경계선 ∂B (그림 2 참조)에서는 생성된 파랑의 파봉은 해안과 직교하는 방향으로 해안을 따라 진행한다. 그리고 일정 길이의 조파기로부터 생성된 파랑은 외해쪽으로만 진행하며 생성된 에너지는 임의 반원상을 통과하는 에너지 flux의 합과 같아야만(즉 산란파의 파고는 $1/\sqrt{r}$ 에 비례해야만) 물리적 뿐 아니라 수학적으로도 의미있는 해를 가지게 된다. 이를 각각 수식화하면 식 (11)의 불투과조건과 식 (12)의 방사조건(radiation condition)이 된다.

$$\frac{\partial \phi^s}{\partial n} = 0, \quad \text{on } \partial B \quad (11)$$

$$\sqrt{kr} \left(\frac{\partial \phi^s}{\partial r} - ik \phi^s \right) = 0, \quad \text{as } kr \rightarrow \infty \quad (12)$$

산란파에 대한 식 (10)의 지배방정식과 식 (11)과 (12)의 경계조건을 만족하는 일반해는 식 (13)의 무한급수 형태로 표시된다.

$$\begin{aligned} \phi^s &= \sum_{n=0}^{\infty} \left(-\frac{iga_o}{\omega} \right) \mu_n \frac{H_n(kr)}{H_n(kR)} \cos n\theta \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} \mu_n \Psi_n(r, \theta) \end{aligned} \quad (13)$$

식에서 μ_n 는 미지상수이며 $H(kr)$ 은 第一種 Hankel 함수인 $H^{(1)}(kr)$ 이나 편의상 윗 첨자는 생략하였다. 분모의 인수 kR 을 갖는 Hankel 함수는 미지상수에 포함시켜도 되나 수치계산의 안정을 증대시키기 위해 첨가한 것이다. 미지상수를 제외한 부분인 既知函數 $\Psi_n(r, \theta)$ 는 식 (10)-(12)로 부터 유도되는 고유함수(eigenfunction)로 수치계산에서는 形象函數(shape fun-

ction)로 사용된다.

2.3 정합조건

구역 A, C의 포텐셜은 서로 연계되어 있으므로 두 구역의 경계선 ∂C 에서 정합조건을 사용하여 미지수를 구하여야 한다. 부여될 정합조건은 이 경계선 단위 길이에 통과하는 질량 및 에너지 flux의 양이 서로 같아야 하는 조건을 사용하였다. 앞에서 유도한 식들은 3차원 속도포텐셜에 진행파의 수심성분을 곱한 후 수심에 대해 적분한 환경사 파랑식이므로 이 과정을 따라 질량 및 에너지 flux에 대한 식을 나타내면 식 (14)와 같다.

$$\begin{cases} \beta C C_{\kappa} \frac{\partial \phi}{\partial n} = -\beta C C_{\kappa} \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial n} \text{ (Mass flux),} \\ \beta C C_{\kappa} \phi = \beta C C_{\kappa} \bar{\phi} \text{ (Energy flux)} \end{cases} \quad (14)$$

여기서 마찰계수를 포함하는 매개상수(β)는 원칙적으로 경계선 좌우에서 같은 값을 사용해야 하며 경계선에서 각 구역의 법선방향은 서로 반대가 되기 때문에 식 (14)의 첫째식에 음의 부호가 나타난다.

종합하면 외력인 평면파 포텐셜(ϕ^0)에 대한 식 (4)가 주어지면 항 주변부의 지형과 수심에 따라 항내의 파랑이 정해진다. 항내 구역 A에서는 식 (1)과 (2)를 풀고 외해 구역 C에서는 식 (10)-(12)을 풀어 얻은 해 (13)을 대입한 정합조건식 (14)와 관계식 (3)을 사용하여 미지수를 결정하면 원하는 해를 얻게 된다.

3. 유한요소법

이 절에서는 Galerkin방법을 사용하여 각 구역의 경계치 문제를 차분화하는 과정을 기술한다. Galerkin방법은 Chen와 Mei(1974)가 사용한 변분법보다는 유도과정이 쉽고 보다 포괄적인 방법이다(Segerlind, 1984). 유한요소법은 既知의 형상함수에 격자점의 미지수를 곱한 유한급수를 근사해로 구성하는 것으로부터 시작된다. 일반적으로 쓰이는 형상함수는 국지적인 구역에서만 값을 갖는 단순 함수(local support function)이나 식 (13)의 함수와 같은 특수 형상함수를 사용하기도 한다. 본 논문에서는 구역에 따라 두가지 형상함수를 사용하는 혼합요소법을 택하였다. 일반 형상함수는 격자점에서 값이 1이고 그 격자점을 포

함하지 않는 요소에서는 零의 값을 가지며 근사해를 구성하면 식 (15)의 형태가 된다. 식 (15) 우변의 첫째 식은 임의 한 격자점에 대한 식으로 한 미지수에 관한 근사식 구성법을 쉽게 알 수 있는 반면에 계산과정이 번거롭다. 그러나 둘째 식은 각 요소에 대한 식으로 계산에 용이하기 때문에 실제 계산에서는 둘째 식을 사용한다. 이 때 미지수인 각 격자점에 대한 계산 값을 해당 식에 첨가하여 연립방정식의 행렬(global matrix)을 구성한다.

$$\tilde{\phi} = \begin{cases} \sum_{i=1}^{NP} \{N^i(x, y)\}^T \{\phi^i\}, \text{ for nodal points} \\ \bigcup_{e=1}^{NE} \sum \{N^e(x, y)\}^T \{\phi^e\}, \text{ for elements} \end{cases} \quad (15)$$

여기서 NP, NE는 격자점 갯수와 요소 갯수를 각각 의미한다.

식 (15)로 구성되는 근사식을 해당 지배방정식에 대입하면 오차가 발생된다. 발생된 오차를 처리하는 한 방법으로 형상함수를 곱한 값을 해당 영역에 대해 적분하여 그 값을 零으로 정하는 방법인 Galerkin방법을 사용한다.

3.1 항 주변부

구역 A에 대한 차분식을 만들기 위해 식 (1)에 식 (15)을 대입하고 임의 한 요소에 관련된 형상함수들을 곱해 구역에 대해 적분하면 식 (16)이 된다.

$$\int_A \{N^e\} \left[\nabla \cdot (\beta C C_{\kappa} \nabla \tilde{\phi}) + \frac{\omega^2 C_{\kappa}}{C} \tilde{\phi} \right] dA = 0, \quad e = 1, \dots, NE. \quad (16)$$

식 (16)을 변형하여 Gauss 정리를 사용하면 면적분이 선적분으로 바뀌어 식 (17)을 얻게 된다.

$$\begin{aligned} & \int_A \left[\nabla \cdot (\{N^e\} \beta C C_{\kappa} \nabla \tilde{\phi}) - \nabla \{N^e\} \cdot (\beta C C_{\kappa} \nabla \tilde{\phi}) \right. \\ & \quad \left. + \{N^e\} \frac{\omega^2 C_{\kappa}}{C} \tilde{\phi} \right] dA \\ & = \int_{\partial A \cdot \partial C} \{N^e\} \beta C C_{\kappa} \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial n} ds + \int_A \left[-\beta C C_{\kappa} \nabla \{N^e\} \right. \\ & \quad \left. \cdot \nabla \tilde{\phi} + \frac{\omega^2 C_{\kappa}}{C} \{N^e\} \tilde{\phi} \right] dA = 0 \end{aligned} \quad (17)$$

식 (17)에 근사해 (15)와 경계조건식 (2)을 대입한다. 이 때 조식 (14)의 첫째 식과 식 (13)의 무한급

수를 M 항까지 절단하여 만든 근사식 (18)을 대입한 후

$$\tilde{\phi}^s = \sum_{m=0}^M \Psi_m(r, \theta) \mu_m \equiv \{\Psi(r, \theta)\}^T \{\mu\} \quad (18)$$

정리하면 식 (19)가 된다.

$$\begin{aligned} & \left(\int_A \left[\beta C C_r \nabla \{N^e\} \cdot \nabla \{N^e\}^T - \frac{\omega^2 C_g}{C} \{N^e\} \{N^e\}^T \right] dA \right) \{\phi^e\} \\ & - \left(\int_{\partial A} \alpha \beta C C_r \{N^e\} \{N^e\}^T ds \right) \{\phi^e\} \\ & - \left(\int_{\partial C} \beta C C_r \{N^e\} \frac{\partial \{\Psi\}^T}{\partial r} ds \right) \{\mu\} \\ & = \left(\int_{\partial C} \beta C C_r \frac{\partial \phi^o}{\partial r} ds \right) \{N^e\} \end{aligned} \quad (19)$$

식 (19)의 우변은 평면파에 의한 외력이다. 식 (19)는 임의 한 요소에 대한 식이므로 이로부터 생긴 식을 해당 미지수에 대한 식에 더하여 연립방정식을 구성한다. 전체 NE 요소에 대해 식 (19)을 계산하면 미지수의 갯수인 NP 개의 방정식이 생기나 식 좌변 셋째 항 때문에 산란파의 미지수 $M+1$ 개가 포함되므로 총 미지수는 $NP+M+1$ 개가 된다. 그러나 국지적인 형상함수의 특성 때문에 연립방정식의 성분 대부분이 0이 되므로 band matrix가 된다.

3.2 외해지역

구역 C 의 미지수는 식 (18)의 미지상수 $\{\mu\}$ 이며 지배방정식은 식 (10)이 된다. 식 (18)은 이 구역의 근사해이므로 형상함수 Ψ_m 을 곱해 구역 C 에 대해 적분값을 0으로 놓는 Galerkin방법을 사용하면 식 (20)이 된다.

$$0 = \int_C (\nabla^2 \tilde{\phi}^s + k^2 \tilde{\phi}^s) \Psi_m dA, \quad m=0, \dots, M \quad (20)$$

형상함수 Ψ_m 은 지배방정식 (10)을 만족하므로 여기에 포텐셜 $\tilde{\phi}^s$ 를 곱한 식의 적분을 빼도 식 (20)은 변하지 않는다. 그리고 식 (16)에서 식 (17)을 유도할 때와 같은 방법을 사용하여 면적분을 선적분으로 바꾸면 선적분만의 식 (21)이 된다.

$$\begin{aligned} 0 &= \int_C (\Psi_m \nabla^2 \tilde{\phi}^s - \tilde{\phi}^s \nabla^2 \Psi_m) dA \\ &= \int_C (\nabla \cdot \Psi_m \nabla \tilde{\phi}^s - \nabla \cdot \tilde{\phi}^s \nabla \Psi_m) dA \end{aligned}$$

$$= \int_{\partial C} \left(\Psi_m \frac{\partial \tilde{\phi}^s}{\partial n} - \tilde{\phi}^s \frac{\partial \Psi_m}{\partial n} \right) dS \quad (21)$$

식 (21)에 상수 $\beta C C_r$ 를 곱하고 구역 A 의 포텐셜과 연계시키기 위해 둘째 항에 정합조건식 (14)의 둘째 식과 관계식 (3)을 사용하여 정리하면 식 (22)가 얻어진다.

$$\begin{aligned} & \int_{\partial C} \beta C C_r \Psi_m \frac{\partial \Psi_m}{\partial r} \mu_m ds - \int_{\partial C} \beta C C_r \phi \frac{\partial \Psi_m}{\partial r} ds \\ & = - \int_{\partial C} \beta C C_r \phi^o \frac{\partial \Psi_m}{\partial r} ds, \quad m=0, \dots, M \end{aligned} \quad (22)$$

식 (22)에 구역 A 의 근사해 (15)를 대입하고 행렬의 식으로 나타내면 식 (23)이 된다.

$$\begin{aligned} & - \left(\int_{\partial C} \beta C C_r \frac{\partial \{\Psi\}}{\partial r} \{N^e\}^T ds \right) \{\phi\} \\ & + \left(\int_{\partial C} \beta C C_r \{N^e\} \frac{\partial \{\Psi\}^T}{\partial r} ds \right) \{\mu\} \\ & = - \int_{\partial C} \beta C C_r \phi^o \frac{\partial \{\Psi\}}{\partial r} ds \end{aligned} \quad (23)$$

식 (23)으로 부터 산란파의 미지수 갯수에 해당하는 $M+1$ 개의 방정식이 얻어진다.

Galerkin방법에 나타난 미지수는 $NP+M+1$ 개이며 구역 A 의 차분식 (19)에서 NP 개의 방정식이 만들어지고 구역 C 의 차분식 (23)에서 $M+1$ 개의 연립방정식이 생겨 총 $NP+M+1$ 개의 식이 생겨 미지수를 정할 수 있다. 또한 유도된 차분식은 Chen(1986)의 변분법으로 구성된 차분식과 동일한 식임을 알 수 있다.

4. 수치모형

이 절에서는 제 3절에서 유도한 차분화식의 수치 계산 방법을 나타내고 기존의 Chen(1986)의 모형과 상이한 점을 기술하였다.

4.1 항 주변부

구역 A 의 차분식 (19)를 계산하기 위해 삼각요소를 사용하였고 임의 한 요소(e)의 꼭지점을 첨자 i, j, k 로 표시하고 그 넓이를 Δ_e 로 나타내면 꼭지점 i 에 대한 형상함수는 식 (24)가 된다.

$$N_i^e(x, y) = \frac{a_i + b_i x + c_i y}{2\Delta_e} \quad (24)$$

여기서

$$\begin{aligned} a_i &= x_j^e y_k^e - x_k^e y_j^e \\ b_i &= y_j^e - y_k^e \end{aligned}$$

$$c_i = x_k^e - x_j^e$$

꼭지점 j 와 k 의 형상함수도 동일한 형태를 가지나 첨자의 순서는 i, j, k 의 순서에 따라 순환한다. 요소(e)에 대한 차분식 (19)의 좌변 첫 항은 식 (25)가 되며 이를 행렬 $[K_1^e]$ 로 표기한다.

$$\frac{(CC_\kappa)^e}{4\Delta_e} \begin{bmatrix} \beta(b_i^2 + c_i^2) - \frac{2k^2 \nabla_e^2}{3} & \beta(b_i b_j + c_i c_j) - \frac{k^2 \nabla_e^2}{3} & \beta(b_i b_k + c_i c_k) - \frac{k^2 \nabla_e^2}{3} \\ \beta(b_j b_i + c_j c_i) - \frac{k^2 \nabla_e^2}{3} & \beta(b_j^2 + c_j^2) - \frac{2k^2 \nabla_e^2}{3} & \beta(b_j b_k + c_j c_k) - \frac{k^2 \nabla_e^2}{3} \\ \beta(b_k b_i + c_k c_i) - \frac{k^2 \nabla_e^2}{3} & \beta(b_k b_j + c_k c_j) - \frac{k^2 \nabla_e^2}{3} & \beta(b_k^2 + c_k^2) - \frac{2k^2 \nabla_e^2}{3} \end{bmatrix} \quad (25)$$

여기서 과광특성과 관련있는 매개변수들은 해당 요소의 평균값을 의미한다. 식 (19)의 둘째 항은 경계선과 인접한 요소에서만 '총이 아닌 값'을 가지며 식 (26)이 되고 행렬 $[K_2^e]$ 에 더해 연립방정식을 구성한다.

$$-(\alpha \beta CC_\kappa l)^e \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{6} \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{3} \end{bmatrix} \quad (26)$$

식 (26)에서 l 는 경계요소의 경계선 길이를 의미한다. 식 (25)과 (26)으로 주어진 값들은 한 요소(e)에서 계산된 것이나 상이한 꼭지점과 관련된 형상함수에 대한 값이므로 계산된 값을 전체 격자점에 대한 식으로 재편(assembly)하여야 하며 재편된 행렬을 $[K_1]$ 으로 표기한다. 식 (25)와 (26)으로 표시된 행렬은 대칭이므로 행렬 $[K_1]$ 도 대칭행렬이 된다. 또한 앞에서 언급한 바와 같이 이 행렬은 band matrix가 되므로 기억용량이 상당히 줄어드는 잇점이 있다.

차분식 (19)의 좌변 셋째 항의 한 요소(e)에 대한 적분된 행렬은 식 (27)이 되며 $[K_3^e]$ 로 표기한다. 구역 A 의 형상함수는 선형함수이나 구역 C 에서는 Hankel 함수와 삼각함수의 곱으로 표시되기 때문에 경계선의 중앙점에서 막대적분법으로 수치적분하였다.

$$\begin{aligned} & \left(\beta CC_\kappa \frac{iga_\sigma k}{\omega} \right)^e \frac{\pi R}{2(NC-1)} \times \\ & \begin{bmatrix} \frac{H_0'}{H_0} \frac{H_1'}{H_1} \cos\theta^e \dots \frac{H_M'}{H_M} \cos M\theta_e \\ \frac{H_0'}{H_0} \frac{H_1'}{H_1} \cos\theta^e \dots \frac{H_M'}{H_M} \cos M\theta_e \end{bmatrix} \quad (27) \end{aligned}$$

식 (27)에서 θ_e 은 요소(e)의 경계선 중앙점에서의 각이며 H_m' 는 dH_m/dr 을 의미하며 Hankel 함수의 인수는 kR 을 가지나 편의상 생략하였다. 그리고 경계선 ∂C 의 모든 요소에 대한 행렬을 구해 격자점에 대해 재편한 행렬을 $[K_3]$ 로 나타내었다. 이 경계선에 NC 개의 격자점을 배치하였고 이에 따른 경계요소의 개수는 $NC-1$ 개가 된다.

구역 A 의 차분화식의 외력은 식 (19)의 우변이며 요소(e)에 대한 외력벡터를 $\{q_1^e\}$ 로 표기하였다. 외력벡터를 구하기 위해 적분은 식 (27)과 마찬가지로의 방법을 사용하였으며 식 (28)이 된다.

$$\begin{aligned} & \left(\beta CC_\kappa \frac{ga_\sigma k}{\omega} \right)^e \frac{\pi R}{NC-1} \left(\cos(\theta_e - \theta_0) e^{ikR \cos(\theta_e - \theta_0)} \right. \\ & \left. + K_r \cos(\theta_e + \theta_0) e^{ikR \cos(\theta_e + \theta_0)} \right) \begin{Bmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \end{Bmatrix} \quad (28) \end{aligned}$$

모든 경계요소에 대해 식 (28)을 계산하여 격자점에 대한 재편한 외력벡터 $\{q_1\}$ 을 구성하였다.

구역 A의 차분화식 (19)를 모든 요소에 대해 계산하여 격자점에 대한 식으로 나타내면 식 (29)의 연립방정식이 된다.

$$[K_1]\{\phi\} + [K_3]\{\mu\} = \{q_1\} \quad (29)$$

4.2 외해지역

구역 C에 대한 차분식 (23)의 좌변 첫 항은 $[K_3]$ 의 전치행렬 $[K_3]^T$ 가 되며 이를 풀어 쓰면 식 (30)이 된다.

$$\left(\beta CC_g \frac{iga_0 k}{\omega} \right)^e \frac{\pi R}{2(NC-1)} \times \begin{bmatrix} \frac{H_0'}{H_0} & \frac{2H_0'}{H_0} & \dots & \frac{H_0'}{H_0} \\ \frac{H_1'}{H_1} \cos\theta_1 & \frac{H_1'}{H_1} (\cos\theta_1 + \cos\theta_2) & \dots & \frac{H_1'}{H_1} \cos\theta_{NC-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{H_M'}{H_M} \cos M\theta_1 & \frac{H_M'}{H_M} (\cos M\theta_1 + \cos M\theta_2) \dots & \frac{H_M'}{H_M} \cos M\theta_{NC-1} \end{bmatrix} \quad (30)$$

차분식 (23) 좌변 둘째 항의 형상함수는 경계치 문제 식 (10)-(12)에 대한 고유함수로 θ 방향인 Sturm Liouville축의 방향이 된다. 이 함수들의 직교성질(orthogonality)에 의해 적분은 해석적으로 구할 수 있으며 이를 대각행렬 $[K_2]$ 로 나타내었고 그 성분 $k_{2(i,m)}$ ($i=0, \dots, M$)은 식 (31)이 된다.

$$k_{2(i,m)} = \begin{cases} i=m & \begin{cases} -\beta CC_g \left(\frac{ga_0}{\omega}\right)^2 k\pi R \frac{H_m'}{H_m}, & m=0 \\ -\beta CC_g \left(\frac{ga_0}{\omega}\right)^2 \frac{k\pi R}{2} \frac{H_m'}{H_m}, & m \neq 0 \end{cases} \\ i \neq m, & 0 \end{cases} \quad (31)$$

마지막으로 구역 C의 외력은 식 (24)의 우변으로 주어지고 식 (4)의 지수함수는 Bessel 함수를 포함하는 식 (32)의 형태로 바꾸면

$$e^{ikr \cos\theta} = J_0(kr) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} i^n J_n(kr) \cos n\theta \quad (32)$$

이 역시 해석적으로 구할 수 있다. 이 외력벡터를 $\{q_2\}$

로 표기하고 형상함수 Ψ_m 을 곱해 생기는 성분 $(q_2)_m$ 의 적분은 식 (33)으로 풀어 쓸 수 있다.

$$(q_2)_m = \beta CC_g \left(\frac{ga_0}{\omega}\right)^2 kR \frac{H_m'}{H_m} \left(\int_0^\pi (1+K_r) J_0 \cos m\theta d\theta + 2 \sum_{n=1}^{\infty} i^n J_n \int_0^\pi \{ \cos n(\theta - \theta_0) + K_r \cos n(\theta + \theta_0) \} \cos m\theta d\theta \right) \quad (33)$$

여기서 J_n 은 제1종 n 차 Bessel 함수이며 그 인수는 kR 이다. 식 (33)을 계산하기 위하여 m 이 홀인 경우와 아닌 경우로 나누어 각각 나타내면 식 (34a)와 (34b)가 된다.

$$(q_2)_0 = \beta CC_g \left(\frac{ga_0}{\omega}\right)^2 kR \frac{H_0'}{H_0} \left(\pi(1+K_r) J_0 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (1-K_r) i^n J_n \frac{1-(-1)^n}{n} \sin n\theta_0 \right) \quad (34a)$$

$$(q_2)_m = \beta CC_g \left(\frac{ga_0}{\omega}\right)^2 kR \frac{H_m'}{H_m} \left[\pi(1+K_r) i^m J_m \cos m\theta_0 + \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq m}}^{\infty} (1-K_r) i^n J_n [1 - (-1)^{n-m}] \left(\frac{1}{n-m} + \frac{1}{n+m} \right) \sin n\theta_0 \right] \quad (34b)$$

식 (34)는 반사계수가 1인 경우에는 Chen(1986)의 식과 같으나 1이 아닌 경우에는 직교입사 때라도 외력의 값은 달라지므로 Chen의 모형과 다른 식이 된다.

구역 C의 차분식 (23)을 계산한 식들을 행렬을 사용하여 연립방정식으로 나타내면 식 (35)가 된다.

$$[K_3]^T \{\phi\} + [K_2]\{\mu\} = \{q_2\} \quad (35)$$

식 (35)의 $[K_2]$ 는 대각행렬이므로 역행렬을 구하기 쉬운 장점이 있다.

식 (29)와 (35)를 풀면 원하는 미지수를 구할 수 있으나 두 연립방정식은 상호 연관되어 있어 동시에 풀어야 한다. 이를 직접법으로 풀기 위해서는 연립방정식들의 성분 모두를 기억시켜야만 하나 $[K_2]$ 의 대각행렬 성질을 이용하면 두 연립방정식을 쉽게 분리할 수 있다. 즉 식 (35)에 역행렬 $[K_2]^{-1}$ 를 앞에서 곱해 정리하면 식 (36)이 되고

$$\{\mu\} = [K_2]^{-1} \{q_2\} - [K_2]^{-1} [K_3]^T \{\phi\} \quad (36)$$

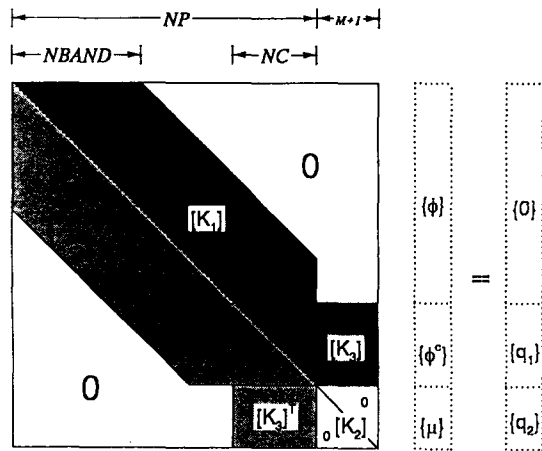


Fig. 3. The simultaneous equation of model in global matrix form.

이를 식 (29)에 대입하면 식 (37)을 얻게 된다.

$$([K_1] - [K_3][K_2]^{-1}[K_3]^T)\{\phi\} = \{q_1\} - [K_3][K_2]^{-1}\{q_2\} \quad (37)$$

식 (37)의 좌변 둘째 항은 대칭행렬임을 쉽게 증명할 수 있으며 첫째 항도 대칭행렬이므로 좌변의 전체 행렬은 대칭행렬이 된다. 따라서 기억용량을 줄일 수 있으며 행렬 $[K_1]$ 의 band 특성이 파괴되지 않는 잇집도 가진다. 이 행렬을 소거법인 Gauss 방법으로 풀면 구역 A의 모든 격자점에서 속도포텐셜 $\{\phi\}$ 의 크기가 결정된다. 구한 $\{\phi\}$ 를 식 (36)에 대입하면 구역 C의 산란파의 진폭에 해당하는 미지수들이 구해져 항내 및 주변부의 파랑변형을 계산할 수 있다.

이 절에 사용된 방법에 대한 기억용량의 장점을 요약하면 다음과 같다. 경계선 ∂C 에 위치한 요소의 격자점 NC 는 구역 A의 격자점의 갯수 NP 에 포함된다. 구역 C의 산란파의 해를 구하기 위해 사용된 형상함수의 갯수는 $M+1$ 개로 이 미지수의 갯수와 동수의 연립방정식이 구성된다. 식 (29)와 (35)의 행렬 성분을 도식화한 것을 그림 3에 나타내었다. 통상 미지수를 주는 데 가장 많은 기억용량이 점유되는 것은 행렬 $[K_1]$ 이나 이는 대칭 band 행렬이므로 기억용량을 반으로 줄일 수 있다. 즉 그림 3에서 짙은 부분만의 성분만 기억시키면 되고 대각행렬 $[K_2]$ 의 대각성분과 외력벡터들의 기억 장소만이 필요하다. 또한 $[K_2]$ 의 대각행렬 성질을 이용하여 쉽게 계산되

는 변형식 (37)도 대칭행렬이 되어 band의 갯수 (NBAND)가 이 과정에 의해 변하지 않으며 소거법을 사용할 때도 계속 유지됨으로 처음 $[K_1]$ 에 취한 배열의 band 갯수가 계속 유지된다.

5. 수치결과

이 장에서는 제 4장의 모형을 사용하여 그 결과를 직사각형 항만에 대한 수치실험 결과(Ippen와 Goda, 1963; Lee, 1969)과 비교하고 반사계수 및 마찰계수의 영향을 분석하였다.

Hankel 함수로 표시된 산란파에 형상함수의 값을 계산할 때 주의를 기울여야 한다. 이 함수의 계산을 위해 우선 해당 차수의 Bessel 함수 J_n, Y_n 계산하여야 하고 이들의 계산은 J_0, Y_0 와 J_1, Y_1 을 계산한 후 순환식 (recursion formula)인 식 (38)을 사용한다(Abramowitz와 Stegun, 1972).

$$J_{n+1}(z) = \frac{2n}{z} J_n(z) - J_{n-1}(z) \quad (38)$$

제2종 Bessel 함수 Y_n 의 계산도 마찬가지로 형태의 식 (38)을 사용한다. 인수 z 가 정해지고 차수가 인수보다 크게 되면 J_n 은 단조 감소하므로 식 (38)을 사용하게 되면 계산된 함수의 유효수자가 감소하게 되어 계산된 값이 의미가 없어지게 된다. 따라서 Abramowitz와 Stegun이 제시한 방법과 같이 임의 값이 부여된 상당히 큰 차수의 J_n 으로 부터 역으로 계산한 값을 구한 뒤 이들의 상대적인 비를 사용하여 계산한다. 이 값들을 검증하기 위하여 Abramowitz와 Stegun의 표에 나타난 값을 표 1에 함께 나타내었다.

표 1에서 보인 바와 같이 본 모형의 Hankel 함수 값은 상당히 정밀한 값이며 이 과정에 대한 검증은 행렬 $[K_2], [K_3]$ 와 외력벡터 $\{q_2\}$ 의 성분을 구성하는데 사용되기 때문에 필수적인 것으로 판단된다.

수치실험(Ippen와 Goda, 1963; Lee, 1969)에 대한 배치와 격자망은 그림 1에 도시하였고 항만의 제원 및 격자망은 Chen과 Houston(1987)의 보고서에 사용된 값을 이용하였다. 항 폭(b)은 2.38인치, 항 길이(l)은 12.25인치, 반원의 반지름(R)은 2인치, 수심(h)은 10.128인치로 일정하며 입사파향은 θ_0 는 $3\pi/2$ 로 해안에 직교하게 입사한다. 마찰감쇠가 없으면 선형문제이므로 진폭(a_n)은 해에 영향을 주지 않게 되며 여기

Table 1. Comparison of Bessel functions with various orders

n	Numerical		Abramowitz & Stegun(1972)	
	$J_n(1)$	$Y_n(1)$	$J_n(1)$	$Y_n(1)$
0	0.765198E+00	0.882570E-01	0.765198E+00	0.882570E-01
1	0.440051E+00	-.781213E+00	0.440051E+00	-.781213E+00
2	0.114903E+00	-.165068E+01	0.114903E+00	-.165068E+01
3	0.195634E-01	-.582152E+01	0.195634E-01	-.582152E+01
4	0.247664E-02	-.332784E+02	0.247664E-02	-.332784E+02
5	0.249758E-03	-.260406E+03	0.249758E-03	-.260406E+03
6	0.209383E-04	-.257078E+04	0.209383E-04	-.257078E+04
7	0.150233E-05	-.305890E+05	0.150233E-05	-.305890E+05
8	0.942234E-07	-.425675E+06	0.942234E-07	-.425675E+06
9	0.524925E-08	-.678021E+07	0.524925E-08	-.678021E+07
10	0.263062E-09	-.121618E+09	0.263062E-09	-.121618E+09

n	Numerical		Abramowitz & Stegun(1972)	
	$J_n(5)$	$Y_n(5)$	$J_n(5)$	$Y_n(5)$
0	-.177597E+00	-.308518E+00	-.177597E+00	-.308518E+00
1	-.327579E+00	0.147863E+00	-.327579E+00	0.147863E+00
2	0.465651E-01	0.367663E+00	0.465651E-01	0.367663E+00
3	0.364831E+00	0.146267E+00	0.364831E+00	0.146267E+00
4	0.391232E+00	-.192142E+00	0.391232E+00	-.192142E+00
5	0.261141E+00	-.453695E+00	0.261141E+00	-.453695E+00
6	0.131049E+00	-.715247E+00	0.131049E+00	-.715247E+00
7	0.533764E-01	-.126290E+01	0.533764E-01	-.126290E+01
8	0.184052E-01	-.282087E+01	0.184052E-01	-.282087E+01
9	0.552028E-02	-.776388E+01	0.552028E-02	-.776388E+01
10	0.146780E-02	-.251291E+02	0.146780E-02	-.251291E+02

Table 2. Dimensionless length parameters

kl	1.0	1.33*	2.0	3.0	4.0	4.25**	5.0
kR	0.1633	0.2171	0.3265	0.4898	0.6531	0.6939	0.8163
l/L	0.1592	0.2117	0.3183	0.4775	0.6366	0.6764	0.7958

At the kl value of * the amplification factor shows the first peaks and the second peak appears at**.

서는 0.01 cm를 사용하였다. 한편 격자망에 대한 매개상수들은 다음과 같다: 요소 갯수(NE)는 118개, 격자점수(NP)는 86개, 구역 A 의 경계요소 갯수는 34개, 경계선 ∂C 에 위치한 요소의 격자점 NC 는 19개이며 산란파의 형상함수 갯수는 8개를 사용하여 M 은 7이 된다. 그리고 격자점의 순번도 Chen과 Houston이 사용한 것을 이용하였으며 이는 기억용량의 크기를 좌우하는 주요 인자로 band의 갯수($NBAND$)는 21개가 된다.

기존의 수치결과는 kl 이 0에서 5까지 항내 안쪽의 내벽 중앙점에서 입사파고와 계산파고의 비를 나타낸

것이 대부분이다. 이 경우의 무차원 변수들을 나타내어 표 2에 정리하였다. 주목해야할 점은 입사파중 가장 작은 파장이라도 항 길이의 약 1.3배가 된다. 따라서 항내에는 한 파장도 안되는 파랑이 침입하므로 마찰에 의한 감쇠는 크지 않을 것으로 사료된다. 한편 Lee(1989)는 Jonsson(1978)의 마찰계수와 비교하여 식 (1)의 전형적인 f 값의 범위는 0.005에서 0.15에 속함을 밝혔으며 Chen(1986)은 2에서 50까지 매우 큰 마찰계수를 사용해 계산한 값을 제시하였다. 그러나 f 값이 대표적인 값보다는 상당히 큰 2에 대한 계산 결과는 마찰감쇠가 없는 경우와 비교할 때 거의

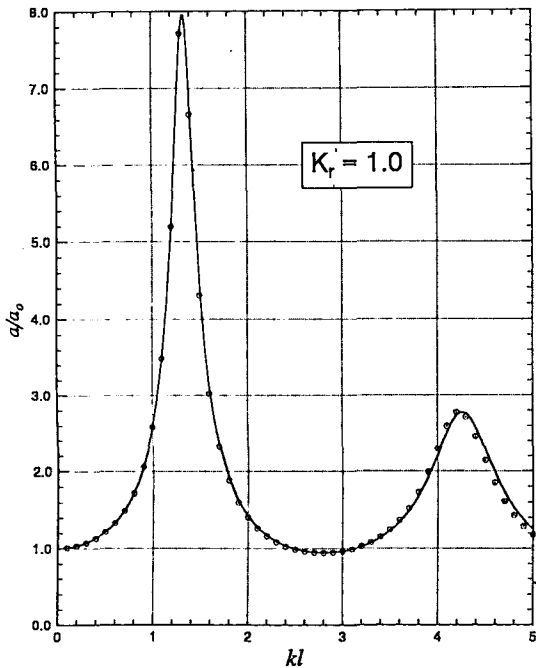


Fig. 4. Comparison of amplification factors at the center of inner end bay: — Present result; ⊙ Park *et al.* (1994).

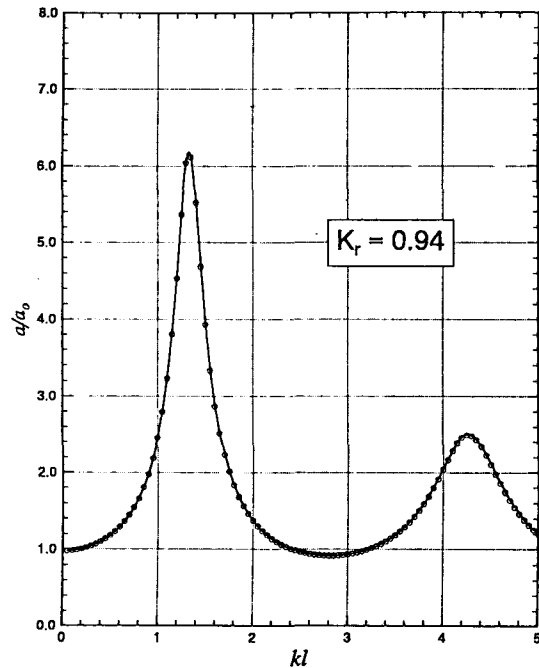


Fig. 5. Amplification factors at the center of inner end bay. — correct forcing; ⊙ wrong forcing.

같은 결과로 나타났다. 이는 외견상 쉽게 납득이 가지 않는 결과이나 위에 언급한 바와 같이 파랑의 진행 거리가 짧아 마찰에 의한 감소가 충분히 이루어지지 않기 때문인 것으로 해석된다. 따라서 본 논문에서는 이 점을 감안하여 마찰계수를 '쉬움'으로 정하여 사용하였다.

본 모형의 결과를 검증하기 위해 Park 等(1994)의 계산 결과와 비교한 자료를 그림 4에 나타내었다. 그림에서 실선은 본 모형의 결과이며 부호는 Park 等の 계산 값으로 Park 等の 결과는 기존 계산결과와 거의 일치하는 것으로 기술되었다. 파장이 짧아질수록 두 결과의 차이가 커지는 것으로 나타났다. Park 等の 모형은 $1/\sqrt{r}$ 에 비례하는 산란파의 형상함수를 사용하였기 때문에 본 모형의 형상함수의 근사함수이며 이로 인한 차이를 쉽게 예상할 수 있다. 본 결과가 그 밖의 기존 결과와 차이가 나면 그 이유로는 Hankel 함수의 계산 값에 의한 것으로 추정할 수 있다.

Chen과 Houston(1987)의 프로그램 코드를 보면 직선해안의 반사계수는 1로 정했으나 인접한 구역

A의 육지 경계선 ∂B 와 항내의 경계선 ∂A 에서는 1보다 작은 값들을 사용하였다. 이 수리실험의 경우 구역에 따른 반사계수값을 다르게 정한 점은 적합하지 못한 것으로 판단된다. 그리고 반사계수가 1이 아닌 값을 직선해안에 부여하면 외력벡터 $\{q_2\}$ 의 값을 차이를 보이게 된다.

또한 반사계수가 1이 아닌 경우 Chen(1986) 모형의 항내 경계조건은 입사파향을 고려하지 않아 항내 경계선중 y축과 평행한 부분에서도 부분 흡수에 의한 에너지 감쇠가 존재한다. 본 계산에서는 이러한 점들을 감안하여 경계조건 (2)를 사용하여 계산하였다. 즉 직선해안과 x축과 평행한 항내 안쪽 벽면에서만 반사계수를 0.94로 주어 계산한 결과를 도시한 것이 그림 5의 실선이다. 실선은 식 (34a)와 (34b)를 사용하여 계산한 외력이며 부호는 기존의 결과와 같이 위 두식의 둘째항들을 고려하지 않고 계산한 결과이다.

반사계수를 1보다 작게 취하면 외력이 변하기는 하나 그 변화량은 적은 것으로 나타났다. 그러나 파장이 항만의 길이 보다 훨씬 작은 경우에는 외력에 상당한 차이가 나타날 것으로 예상되므로 식 (34a)와

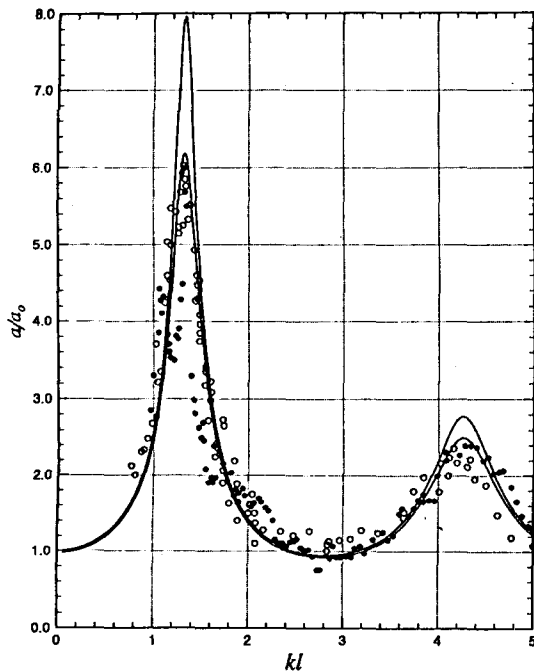


Fig. 6. Amplification factors at the center of inner end bay. Lab data: ○ Lee (1969); ● Ippen and Goda (1963). Numerical results: — $K_r=0.94$; ··· $K_r=1$.

(34b)를 사용해야 한다. 본 수치실험에서는 주로 경계선에서 에너지의 부분 흡수에 의해 파고비가 감소하는 것으로 분석된다.

본 모형의 결과와 실험치와 비교하기 위해 계산 결과 및 실험 결과를 그림 6에 도시하였다. 그림에서 부호는 실험 자료이며 빈 원형부호는 Lee(1969)의 자료이며 채운 원형부호는 Ippen과 Goda(1963)의 자료이다. 점선은 반사계수가 1인 경우이며 실선은 0.94인 경우의 계산 값이다. 그러나 Chen 모형은 반사계수에 보다 민감한 결과를 보이고 있다(Chen, 1986). 파고비의 감소율은 파장에 따라 다르나 극대값의 부근에서 가장 크게 일어나는 것을 알 수 있다. 반사계수를 0.94로 정해 계산한 값이 수치실험 자료에 잘 부합되는 것으로 나타났으며 이 정도의 반사계수는 적당한 값으로 사료된다. 그러나 비선형성에 의한 파랑변형도 있을 것으로 추정되므로 이에 대한 연구도 필요한 것으로 판단된다.

6. 결론 및 토의

항내 파랑변형을 계산하기 위한 모형의 기본방정식으로 마찰감쇠를 포함한 환경사파랑식(Chen, 1986)을 사용하여 Galerkin방법을 사용하여 경계치 문제를 차별화하였다. 올바른 경계조건 및 외력을 제시하고 기존 모형과의 차이점들을 분석하였다. 즉 완전반사인 경우 기존 모형의 결과는 본 수치모형의 수치계산법과 동일하나 반사계수가 1이 아닌 부분 흡수의 경우에는 본 모형의 경계조건과 외력 계산식을 사용해야 한다.

본 모형의 결과를 비교하기 위해 기존 수치결과 및 수치실험 결과를 비교 하였으며 마찰계수의 적합한 값 및 경계선에서 반사계수의 설정에 대해 분석하였다. 선형 모형인 본 결과는 반사계수를 0.94로 정했을 때 수치실험 자료와 잘 부합되는 것으로 나타났으나 비선형성에 의한 파랑변형도 중요한 것으로 사료되며 이에 관한 연구가 필요하다.

감사의 글

본 연구는 1994년 한국해양연구소에서 실시한 出捐研 研究開發事業(PN00261) 연구의 일부결과이며 연구비 지원을 지원해 준 것과 수치계산 자료를 제공해 준 朴佑善 박사에 감사를 드립니다.

참고문헌

- 鄭遠武, 片宗根, 鄭信澤, 鄭景太, 1992. 複合要素法을 이용한 港內 波浪 應答 數值解析, 韓國海洋 海岸工學會誌 4(2): 34-44.
- Abramowitz, M. and Stegun, I.A., 1972. *Handbook of Mathematical Functions*, Dover, New York.
- Chen, H.S., 1986. Effects of bottom friction and boundary absorption on water wave scattering, *Applied Ocean Research*, 8(2): 99-104.
- Chen, H.S., 1990. Infinite elements for water wave radiation and scattering, *Inter. J. for Numer. Methods for Fluids*, 11: 555-569.
- Chen, H.S. and Houston, J.R., 1987. *Calculation of water oscillation in coastal harbors HARBS and HARBD User's Manual*, U.S. Army Engineering Waterways Experiment Station, Vicksburg, MS, Instruction Report CERC-87-2.
- Chen, H.S. and Mei, C.C., 1974. *Oscillations and wave forces in an offshore harbor*, Ralph M. Parsons Lab., Report No. 190, M.I.T.
- Ippen, A.T. and Goda, Y., 1963. *Wave induced oscillations in harbor: The solution for a rectangular harbor connected to the open-sea*, Report No. 59, Hydrodynamic Lab., M.I.T.

- Jonsson, I.G., 1978. *A New Approach to Oscillatory Rough Turbulent Boundary Layers*. Series Paper No. 17. Institute of Hydrodynamics and Hydraulic Engineering, Technical Univ. of Denmark.
- Lee, J.J., 1969. *Wave induced oscillations in harbors of arbitrary shape*. Ph.D. Thesis, California Institute of Technology.
- Lee, J.W., 1989. *Hybrid element analysis of water waves for harbor design*. Ph.D. Thesis, Univ. of Hawaii.
- Mei, C.C., 1989. *The Applied Dynamics of Oceans Surface Waves*. World Scientific Pub. Co., Singapore.
- Park, W.S., Chun, I.S. and Jeong, W.M. 1994. Infinite Elements for the Analysis of Harbor Resonances. *J. of Korean Soc. of Coastal and Ocean Engineers*, **6**(2): 139-149.
- Seegerlind, L.J., 1984. *Applied finite element analysis*. 2nd ed., John Wiley and Sons, New York.