

## 단섬유 강화 금속 복합재의 충격 해석에 관한 연구

### Impact Analysis of Short Fiber-Reinforced Metal Matrix Composites

안 국 찬\*  
Kook-Chan Ahn

#### ABSTRACT

This study employed the Eshelby's equivalent inclusion method incorporated with mean field theory to investigate the internal stress of short fiber-reinforced metal matrix composites during static loading and the dynamic finite element analysis by using alternative unit cell model to investigate the impact behaviors during the impact loading.

Using the 2124 Al-SiC system as an example, the general effects of parameters such as fiber's aspect ratio, content and modulus were examined.

#### 1. 서 론

재료의 기계적 성질을 향상시키고 구조물을 경량화하기 위하여 강화재를 단일재에 함유하기 위한 여러 생산방법이 지난 여러 해를 거쳐 개발되어 왔다. 취성 입자<sup>1)</sup> 즉 SiC입자(particle)에 의해 강화된 금속은 상용적인 제조 기술을 이용하여 기계화와 가공을 할 수 있는 잇점이 있으나, 섬유 강화재는 강성과 탄소성 인장 성질에 훨씬 유리한 영향을 미친다. 단섬유(whisker)에 의해 강화된 알루미늄 합금은 상용적인 알루미늄 금속 가공과 성형 과정용으로 인정하며<sup>1)</sup>, 특히 좋은 섬유 일렬 배열이 얻어진다면 인장 성질은 훨씬 증가된다. 섬유 일

렬 배열은 인발에서 수축 유동 또는 팽창 유동을 이용한 공정 동안에 자주 얻어진다.

휘스카 또는 단섬유 강화 MMCs에서 적절한 결합, 충분한 형상비 및 선택적 배열은 강화재를 효과적으로 하는데 필수적이다. 예를 들면, 복합재의 종탄성 계수는 형상비( $a=l/d$ )가 작게 될 때 크게 감소한다. 더우기 파괴되어 새롭게 형성된 섬유 끝은 기지 금속에 대한 매우 약한 결합을 가지고 하중을 받게 될 때 기공(voids)을 발생한다. 그러므로 섬유의 예리하고, 가깝게 위치한 깨어진 끝에서 시작된 심각한 응력 집중과 기공 형성 때문에 연성은 크게 감소될 것으로 예상된다<sup>2)</sup>. 섬유 파손은 MMCs의 성능을 대부분 크게 저해시키기 때문에, 1차 생산과정에서 뿐만 아니라 2차 형성

\* 전주산업대학교 기계설계공학과

과정에서도 주요한 문제 중의 하나이다.

기지 금속이 상대적으로 대 변형을 하고 있을 때 섬유의 내부 응력을 결정하는 것이 우리의 관심이다. 많은 연구 중 self-consistent model<sup>(3,4)</sup>, 유한 요소법<sup>5)</sup>과 Eshelby 등가 강화법<sup>6-8)</sup>이 복합재의 각 구성상의 응력 및 변형을 정보를 얻는데 목표를 둔 미시역학에 기초한 방법 중의 일부분이다. self-consistent model은 섬유 방향과 형상비의 취급이 상대적으로 간단한 잇점이 있으나, 강화재들 사이의 상호 관계를 근사적으로 고려하고 있다. 유한 요소법은 국부적 응력/변형을 분포와 강화재들 사이의 상호 관계에 대한 자세한 정보를 얻을 수 있으나, 단위 세포 모델에 대한 강화재의 기하학 형상, 배열 및 경계 조건의 근사성에서 아직 논란의 대상이 되고 있다<sup>9)</sup>. 실제로 내부 응력은 전체 하중과 구속 상태에 따라 MMCs내에서 부분마다 다르게 변한다. 앞에서 언급한 미시적 해석은 단지 이러한 전체 하중과 구속 상태에 관계없는 정보를 준다. 그러므로 국부적인 미시 역학적 해석과 거시적 변형 해석 사이를 연결할 필요가 있다. Dvorak 등<sup>4,9)</sup>, Min<sup>10)</sup>, Weng<sup>11)</sup>, Sun과 Chen<sup>12)</sup>은 복합재의 거시적 소성 이론을 개발한 많은 연구가들에 해당한다. 등방성 재료의 소성이론과 비교할 때 이러한 연구에서 제안된 이론들은 여전히 너무 복잡하여 실제 적용할 수 없다. 더구나 이러한 연구 방법에 기초를 둔 전체 해석에서 국부적 내부 응력을 발견한다는 것은 매우 어렵든지 또는 불가능하다. 즉 미시적 척도와 전체 하중 및 구속 상태 사이의 어떠한 연결이 없다. Kuhn 등<sup>13,14)</sup>은 복합재의 가공에 의해 유발된 손상을 해석하기 위하여 노력하였다. 그러나, 그들의 매우 단순화된 연구 방법 때문에 그들 해석의 이용에 한계성이 있다.

또한 최근에 Christman 등<sup>15)</sup>은 2124 Al-SiC 휘스카 복합재에 대한 기지 미시 구조에서 제어된 변위에 응답하여 한방향 인장 응력-변형을 거동에서 변화를 연구하였다. 시효는 강화되지 않은 제어 합금의 항복 강도에 중요한 영향을 미치지만 복합재의 항복 강도는 시효에 독립이라는 것을 실험적으로 알았다. 그러나 복합재의 전반적 연성은 시효가 증가함에 따라 단조롭게 감소하였다. 섬유 끝에서 기공 형성에 관한 초기의 연구들<sup>16)</sup>은 휘스카 강화 복합재의 제한된 연성이 상호 접촉면의 강도와 기지 재료 성질에 의존하는 기공 형성의 형태를 가지고 휘스카 끝단에 있는 90도 모서리에서 발

생하는 심각한 응력 집중에 강하게 의존한다는 것을 보였다.

Christman 등<sup>15)</sup>에 의해 연구된 휘스카 강화 금속 기지 복합재의 이론적 인장 성질의 계산은 하나의 휘스카를 포함하는 축대칭 단위 세포 모델에 대한 수치해에 의해 얻어진다. 이 방법은 정확한 정성적 경향은 예측하였으나, 실험 결과와의 정량적 일치는 결여되었다. 탄소성 복합재의 전반적 성질을 평가하기 위한 다른 방법은 Teply와 Dvorak<sup>17)</sup>에 의해 제안되었다. 그들은 순간적인 강성에서 상계와 하계를 유도하기 위하여 최소 소성일의 원리를 사용하였다. 섬유와 입자 복합재의 주기적 모델은 문헌<sup>17)</sup>에서 사용되었다. 여기에서는 휘스카 강화복합재를 위한 모델을 포함하고 있으나, 원통 휘스카 형상은 이러한 모델에서 잘 표현되지 않는다.

그리고 장섬유 강화 복합재에 대한 충격 문제에 관한 연구는 국내외적으로 많이 이루어졌으나<sup>18-21)</sup>, 단섬유 강화 복합재에 대한 이론적 시도는 강화 단섬유의 미시적 구조와 기지 재료의 거시적 해석과의 차이에서 비롯되는 적용 이론의 복잡성 및 난해성 때문에 아직도 초보적인 단계에 있다.

따라서 본 연구에서는 기초적 단계에 지나지 않으나, 평균장 이론<sup>6-8)</sup>과 연계된 Eshelby의 등가 강화법을 도입하여 단섬유 강화 금속 복합재가 정하중을 받게 될 때 섬유 형상비, 함유량 및 강성의 변화에 따른 내부 응력을 예측하고, 반복적인 단위 세포 모델을 이용한 동적(충격) 유한 요소해석을 통하여 복합재에 발생하는 충격 거동을 해석하고자 한다.

## 2. 이론 해석

### 2.1 Eshelby 등가 강화법

#### 2.1.1 일반적 Eshelby 강화법

일반적 Eshelby 강화법에 관계된 여러 가정과 강화재는 기지 금속 중 어디에도 잔류 응력이 전혀 없는 경우를 가정하여, 그림 1의 좌표계를 사용한다. 좌표계는 두 세트이며, 변형 좌표계  $\Gamma$ 는 주외력의 방향에 축을 가지고 사용된다. 강화재 좌표계  $\Gamma'$ 는 변형 좌표계와 각을 이룰 수 있도록 강화재에 붙어 있다. 특히 가장 긴 섬유 축은 항상 강화재 좌표계  $\Gamma'$ 에서 3축에 지적된다. 회전각  $\phi$ ,

는  $\Gamma$ 와  $\Gamma'$ 의 축  $i(i=1 \text{ to } 3)$  사이에 이루는 각으로 정의되며, 일반적 변형 동안에 강화재는 변형 좌표에 대하여 회전한다. 그러나 본 연구에서는 강화재는 회전하지 않고 작용 응력도 변형의 과정에 방향을 바꾸지 않는다고 가정한다. 평균장 이론<sup>6-8)</sup>에 기초를 둔 기본 정식화를 요약하면, 인접하는 강화재의 영향은 각각 기지와 강화재에 대해  $\langle \sigma \rangle_M$ 과  $\langle \sigma \rangle_I$ 로 표시하는 소위 평균 응력을 나타낸다. 평균 응력들의 내부 균형은

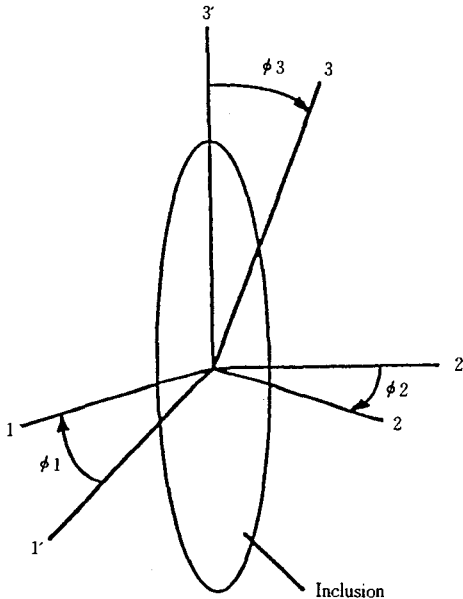


Fig. 1 Coordinate system

$(1-f)\langle \sigma \rangle_M + f\langle \sigma \rangle_I = 0$  ..... (1)  
 로 쓸 수 있다. 여기서  $f$ 는 강화재의 체적 부분이다. 거기에 외부 응력  $\sigma^A$ 가 존재할 때 기지와 강화재에서 평균 응력은 다음과 같다.

$$\hat{\sigma}_M = \sigma^A + \langle \sigma \rangle_M \text{ ..... (2a)}$$

$$\hat{\sigma}_I = \sigma^A + \langle \sigma \rangle_I \text{ ..... (2b)}$$

평균응력은 각 상에서 총 응력의 체적 평균이며, 이것은 측정할 수 있는 응력이다. 하나의 강화재 시스템을 위해 전술한 바와 같은 과정을 따르면 강화재에서 순 변형률은 비균질 복합재를 위해서는  $\epsilon^C + \epsilon^A + \langle \epsilon \rangle_M - \epsilon^{T*}$ 이고, 등가 균질 시스템을 위해서는  $\epsilon^C + \epsilon^A + \langle \epsilon \rangle_M - \epsilon^T$ 이다. 그래서 평균 강화재 응력은 다음 두 방법으로 쓸 수 있

다<sup>6)</sup>.

$$\sigma_I = C^I (\epsilon^C + \epsilon^A + \langle \epsilon \rangle_M - \epsilon^{T*})$$

: 비균질 복합재 ..... (3a)

$$= C^M (\epsilon^C + \epsilon^A + \langle \epsilon \rangle_M - \epsilon^T)$$

: 등가 균질 복합재 ..... (3b)

다시, 응력-자유 변환 변형률  $\epsilon^T$ 는 주어진  $\sigma^A$ 와  $\epsilon^{T*}$ 를 이용하여 해결할 수 있다. 수행되는 과정을 알아보면, 강화재에서 평균 응력을 다음과 같이 얻기 위하여 식 (2b)와 (3b)를 사용하므로써 시작한다.

$$\langle \sigma \rangle_I = C^M (S-I) \epsilon^T + \langle \sigma \rangle_M \text{ ..... (4)}$$

여기서,  $I$ 는 identity 텐서이다.

$\langle \sigma \rangle_I$ 를 식 (1)에 대입하여 정리하면

$$\langle \epsilon \rangle_M = -f(S-I) \epsilon^T \text{ ..... (5)}$$

을 얻는다. 식 (5)의  $\langle \epsilon \rangle_M$ 을 식 (3a)와 (3b)에 대입하면, 변환 변형률이

$$\epsilon^T = -D(C^I \epsilon^{T*} - (C^I - C^M) \epsilon^A) \text{ ..... (6)}$$

로 된다. 여기서

$$D = ((C^M - C^I)(S - f(S - I) - C^M))^{-1} \text{ ..... (7)}$$

이다. 계산 편의상 식 (6)은 다음의 텐서 형태로 표현된다.

$$\epsilon^{T_{mn}} ((1-f)C^M_{ijkl}(S_{klmn} - \delta_{km} \delta_{ln}) - C^I_{ijkl}((1-f)S_{klmn} + f \delta_{km} \delta_{ln})) = (C^I_{ijkl} - C^M_{ijkl}) \epsilon^A_{kl} - C^I_{ijkl} \epsilon^{T*}_{kl} \text{ ..... (8)}$$

여기서  $\delta$ 는 Kronecker 델타 함수이다. 식 (8)을 매트릭스 형태로 쓰면

$$[A] \{x\} = [B] \text{ ..... (9)}$$

이다. 여기서  $[A]$ 는  $9 \times 9$  차 매트릭스,  $\{x\}$ 는  $\{\epsilon^T_{11}, \epsilon^T_{12}, \epsilon^T_{13}, \epsilon^T_{21}, \dots, \epsilon^T_{33}\}$ 인 미지수를 포함하는  $9 \times 1$  벡터이며,  $[B]$ 는  $9 \times 1$  벡터이다. 그러므로 주어진  $\epsilon^{T*}$ 와  $\sigma^A$ 를 이용하여 식 (9)를 풀므로써 변환 변형률  $\epsilon^T$ 를 얻을 수 있다.  $\epsilon^T$ 가 결정된 후 평균기지 변형률/응력이 식 (2b)와 연계한 식 (5)와 (3b)에 따라 계산되며, 식 (4)에 의해 해당 평균 섬유 응력이 계산된다. 그리고 기지와 섬유에서의 평균 응력은 식 (2a)와 (2b)를 이용하므로써 얻어진다. 일반적으로 식 (9)에서 계수 매트릭스  $[A]$ 는 대칭이 아니다. 섬유 방향에 임의의 각을 가지고 하중을 받고 있는 복합재에 대하여, 위의 정식화는 강화재 좌표계로부터 Eshelby 텐서를 변환 좌표계로 변환하므로써 간단히 할 수 있다. 특히, 회전각  $\phi_1=0, \phi_2=\phi_3=\phi$ 인 경우를 시험하는 데 관심이 있다. 즉 강화재 좌표계가 1축에 대하여  $-\phi$ 만큼 회전해 있다; 변형 좌표계에

서 새로운 Eshelby 텐서  $S^{*7}$ 는

$$S^*_{ijkl} = S_{mnop} \alpha_{im} \alpha_{jn} \alpha_{ko} \alpha_{lp} \dots\dots\dots (10)$$

이다.

여기서

$$\alpha = \begin{Bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi & \cos \phi \end{Bmatrix}$$

2.1.2 소성 변형

기지에서 소성 흐름은 균일 응력-자유 소성 변형률  $\epsilon^P$ 로 표현될 수 있다. 그러므로 불일치에 의해 발생한 응력장은 응력-자유 방법<sup>6)</sup>에서  $-\epsilon^P$ 만큼 변형된 강화재를 함유하고 있는 기지의 응력장과 동일하다. 즉,

$$\epsilon^{T*} = -\epsilon^P \dots\dots\dots (11)$$

변환 변형률  $\epsilon^T$ 는 식 (9)에서 얻을 수 있으며, 총 거시적 복합재 변형률  $\epsilon^{Comp}$ 을 결정하기 위해 사용된다.

$$\epsilon^{Comp} = \epsilon^A + \epsilon^P + f \epsilon^T \dots\dots\dots (12)$$

또한 복합재 소성 변형률은 다음과 같다<sup>6)</sup>.

$$\epsilon^{Comp(P)} = \epsilon^P + f \epsilon^{T(P)} \dots\dots\dots (13)$$

여기서  $\epsilon^{T(P)}$ 는 어떠한 작용 응력이 포함되지 않는 소성 변형률  $\epsilon^P$ 만에 의한 변환 변형률이다. 즉  $\epsilon^{T(P)}$ 는 우변에서 제거될  $\sigma^A$ 를 가진 식 (8)을 풀므로써 얻어진다. 실제 해석에서 소성 변형률  $\epsilon^P$ 는 알려진 a priori가 아니라, 대신에 복합재에서 응력 상태에 따라 결정되며, 항복 기준은 복합재 상태를 결정하기 위해 사용된다. 이러한 관점에서 기지 금속은 von Mises 항복 기준을 따르는 것으로 가정한다.

$$\hat{\sigma}_M^{eff} = Y \dots\dots\dots (14)$$

여기서 Y는 구속된 기지의 유동 응력이며, 평균 기지 응력  $\hat{\sigma}_M$ 은 식 (2a)에 주어져 있다. 유효 응력은 von Mises 항복 함수에 의한다. 구속된 유동 응력은 구속되지 않은 기지 재료의 유동 응력과 다르다. 구속된 유동 응력은 "shorting term"과 기지 미시구조<sup>6,7)</sup>에 의해 제어되는 다른 항을 포함하고 있다는 것을 실험적, 이론적 연구에서 강하게 제시하였다. 구속된 유동 응력을 예측한다는 것은 그렇게 성공적이지 않다<sup>6,7)</sup>. 본 연구에서는 포물선 Ludwik-Hollomon 관계를 이용한다<sup>22)</sup>.

$$Y = Y_0 + k \sqrt{\epsilon^P} \dots\dots\dots (15)$$

여기서  $Y_0$ 는 기지 초기 항복 응력이다.

본 연구에서는 기지에서 직접 소성 변형률이 변

형 좌표계  $\Gamma$ (그림 1)에서 축 1, 2 및 3의 방향에 나타나는 변형을 고려하고 어떠한 전단 변형률은 고려하지 않는다.

따라서 소성 변형률은

$$\epsilon^P = \epsilon^P \begin{Bmatrix} \alpha & 0 & 0 \\ 0 & -(1-\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (16)$$

로 쓸 수 있으며, 여기서  $\alpha$ 는 변형 동안에 변하는 스칼라 값이다. 실제로  $\alpha$ 는 섬유에 의해 부과된 구속성을 나타내는 기지 유동의 소성 이방성을 나타낸다. 식 (16)에서 표현된 소성변형은 체적 보존 필요조건을 만족한다.

하나의 축방향력이 변형 좌표계  $\Gamma$ 에서 3축을 따라 작용하는 가장 간단한 경우를 고려하자. 방향각 0인 섬유를 함유하는 복합재(좌표계  $\Gamma$ 와  $\Gamma'$ 의 축들은 서로 평행하다.)에 대해서 이론적으로  $\alpha$ 는 0.5를 가진다. 즉 변형률량은 3축에 대해서 축대칭이다. 이것은 최근에 Eshelby법을 이용한 모든 발표 논문에서 연구된 경우이다. 그러나 0과 다른 섬유 방향각에서는 강화재가 다른 방향에 있는 다른 구속도를 일으킨다. 변형좌표계  $\Gamma$ 에서 1과 2방향에서의 소성 흐름은 같지 않다. 3축(triaxial)응력들을 포함하는 훨씬 일반적인 변형에 대하여  $\alpha$  값은 확실히 외부 작용응력  $\sigma^A$ 의 상태에 의존한다. 결과적으로,  $\alpha$ 와  $\epsilon^P$ 는 일반적으로 알려져 있지 않다. 이미 결정된  $\alpha$ 에 대하여 해당  $\epsilon^P$ 는 주어진 작용 응력에 의해 쉽게 계산될 수 있다. 즉,  $\epsilon^P$ 는 주어진  $\alpha$ 에 대하여 항복 기준(14)을 사용하므로써 풀 수 있다. 그러므로  $\alpha$ 의 초기 추측이  $\epsilon^P$ 를 계산하기 위하여 사용된다.  $\epsilon^P$ 가 계산된 후 다음<sup>6)</sup>에 주어진 복합재 포텐셜 에너지를 최소화하므로써 정확한  $\alpha$  값을 결정하기 위하여 시도하였다.

$$PE = \frac{1}{2} \sigma^A \epsilon^A - \frac{1}{2} f (\sigma^A + \langle \sigma \rangle_I) \epsilon^{T*} \dots\dots (17)$$

여기서  $\alpha$ 가 새롭게 될 때,  $\epsilon^P$ 는 연이어 재 계산된다.  $\epsilon^P$ 와  $\alpha$ 를 결정하기 위하여 반복 과정이 이용된다.

2.2 유한 요소 해석

2.2.1 모델

본 연구에서 도입한 축대칭 단위 세포 모델은 Tvergaard<sup>5)</sup>에 잘 표현되어 있고, 지배 방정식은

Lagrangian 정식화가 사용되며,  $g_{ij}$ 와  $G_{ij}$ 는 각각 기준 위치와 현재 위치에서의 metric 텐서이다. 또한  $\eta_{ij}=(G_{ij}-g_{ij})/2$ 는 Lagrangian 변형률 텐서이다. 현 기초 벡터에서 Kirchhoff 응력 텐서의 Contravariant 성분  $\tau^{ij}$ 는 Cauchy 응력 텐서  $\sigma^{ij}$ 의 성분과 다음과 같이 관계된다.

$$\tau^{ij}=\sqrt{G/g} \sigma^{ij} \dots\dots\dots (18)$$

중분 응력-변형률 관계는 다음과 같이 주어지는 순간적인 계수의 텐서를 가지는 형태  $\tau^{ij}=L^{ijkl}\eta_{kl}$ 이다.

$$\begin{aligned} L^{ijkl} = & \frac{E}{1+\nu} \left\{ \frac{1}{2} (G^{ik}G^{jl}+G^{il}G^{jk}) \right. \\ & + \frac{\nu}{1-2\nu} G^{ij}G^{kl} \\ & \left. - \beta \frac{3/2(E/E_t-1)}{E/E_t-(1-2\nu)/3} \frac{s^{ij} s^{kl}}{\sigma_e^2} \right\} \\ & - \frac{1}{2} (G^{ik} \tau^{jl} + G^{jk} \tau^{il} \\ & + G^{il} \tau^{jk} + G^{jl} \tau^{ik}) \dots\dots\dots (19) \end{aligned}$$

여기서 응력 편차(deviator)  $s^{ij}=\tau^{ij}-G^{ij}\tau^k{}_k/3$ 에 의한 유효 Mises 응력은  $\sigma_e=(3s_{ij}s^{ij}/2)^{1/2}$ 이다.  $\beta$ 의 값은 각각 소성 항복 또는 탄성 제한에 대해 1 또는 0이며, E는 Young의 계수,  $\nu$ 는 포아송 비,  $E_t$ 는 응력 레벨  $\sigma_e$ 에서 진응력 대 자연변형률 곡선의 기울기이다.

한축 응력-변형률 거동은

$$\epsilon = \begin{cases} \frac{\sigma}{E}, & \text{for } \sigma \leq \sigma_y \\ \frac{\sigma_y}{E} \left\{ \frac{\sigma}{\sigma_y} \right\}^n, & \text{for } \sigma > \sigma_y \end{cases} \dots\dots\dots (20)$$

이다. 여기서  $\sigma_y$ 는 한축 항복 응력이며, n은 변형률 경화 지수이다.

섬유의 탄성 변형이 고려될 때 섬유에서 순간적인 계수는 식 (19)와 유사한 표현을 가진다. 거기에는 섬유 탄성을 나타내는  $E_f$ 와  $\nu_f$  값으로 언급되는 Young의 계수와 포아송 비를 가지고 어떠한 섬유의 소성 변형도 가지지 않는다( $\beta_f=0$ ).

### 2.2.2 해석 방법

모델 문제의 수치 증분 해는 지배 방정식의 Lagrangian 정식화에 기초를 두고 있다. 원통 기준 좌표계의 기준 벡터에서 변위 성분  $u_i$ 에 의한 Lag-

rangian 변형률 텐서는

$$\eta_{ij} = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i} + u_{k,i} u_{k,j}) \dots\dots\dots (21)$$

로 표현된다.

여기서  $(\ )_{,j}$ 는 기준 좌표계에서 Covariant 유도 함수를 나타내며, 축대칭에 의해  $u_3=0$ 이다. 평형 필요 조건은 가상일의 원리에 의해 열거된다.

$$\int_V \tau^{ij} \delta \eta_{ij} dV = \int_S T^i \delta u_i dS \dots\dots\dots (22)$$

여기서 V와 S는 해석될 세포의 기준 체적과 표면이며,  $T^i(=\tau^{ij} + \tau^{kj} u_{i,k})n_j$ 는 언급된 수직 표면 장력이다. 식 (22)의 근사해는 변위장의 유한 요소 근사를 사용하므로써 얻어진다. 사용된 요소는 4개의 삼각형, 축대칭, 선형 변위 요소로 이루어진 사변형이다. 자세한 수치 증분법은 (23, 24)에 기술되어 있다.

사용된 메쉬의 두가지 예제가 그림 2에 있으며, 강 섬유인 경우와 섬유 탄성이 고려되는 경우이다. 두 경우에 메쉬는 섬유의 예리한 끝 부근의 지지 재료에서 발전하는 고 변형률 구배를 표현하기 위하여 섬유의 이점 부근에서 연속적으로 미세하게 된다. 강 섬유의 경우 Fig. 2(a)에 섬유는 해석될 단위 세포의 바닥과 함께 이동하므로 다음의 부가적 경계 조건이 기술되어야 한다.

$$u^1 = -U/2, u^2 = 0, \text{ at } x^1 \leq 1_f, x^2 = r_f \dots\dots\dots (23)$$

$$u^1 = -U/2, u^2 = 0, \text{ at } x^1 = 1_f, x^2 \leq r_f \dots\dots\dots (24)$$

탄성 섬유의 경우 Fig. 2(b)에 어떠한 외부의 경계 조건도 요구되지 않으나, 영역  $0 \leq x^1 \leq 1_f, 0 \leq x^2 \leq r_f$ 내에 있는 모든 요소들은 섬유의 성분  $E_f$ 와  $\nu_f$ 로 표시되는 탄성 재료 상수를 가지는 탄성으로 남아있다고 여긴다. 가상 일의 원리식 (22)을 확장하면 다음의 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} & \int_V \{ \tau^{ij} \delta \eta_{ij} + \tau^{ij} \dot{u}_{k,i} \delta u_{k,j} \} dV \\ & = \int_S T^i \delta u_i dS \\ & - [ \int_V \{ \tau^{ij} \delta \eta_{ij} dV - \int_S T^i \delta u_i dS \} \end{aligned}$$

해는 가상일의 원리식 (22)의 증분 형태와 경계 조건식<sup>5)</sup>의 증분 형태를 사용하여 증분적으로 수행된다. 평형 수정항은 각 증분에 연계된다<sup>25)</sup>. 경계 조건은 특별한 Rayleigh-Ritz 유한 요소법<sup>26)</sup>의 적용에 의해 보충된다.

거기에서 미지수로 선택된 특별한 매개 변수는 세포의 곡선축 상의 절점에서 변위 증분과 증분적 끝단 변위  $\bar{U}$ 이다. 이런 특별한 매개 변수를 위한 선형 대수 방정식의 해에서 값이 기술되며, 중심

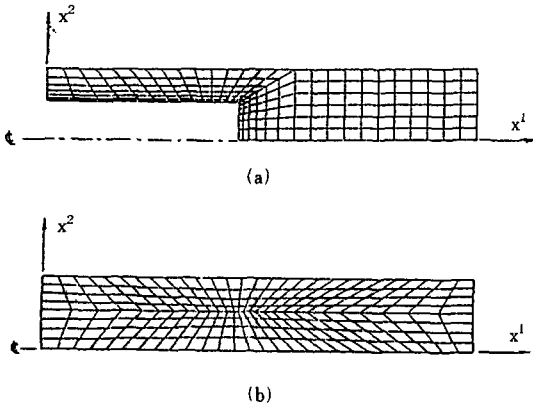


Fig. 2 Unit cell element (a) rigid fibers (b) elastic fibers

점 C에서 반경 변위 증분의 값  $u_c^2$ (5)와 Fig. 3)은 횡방향과 축방향에서 진동력들 사이의 고정된 비가

$$\sigma_2 / \sigma_1 = \rho \dots\dots\dots (25)$$

이 되도록 정해진다.

그래서 특별한 Rayleigh-Ritz해로 부터 기인하는 선형 대수 방정식은 중분식

$$\sigma_2 - \rho \sigma_1 = -[\sigma_2 - \rho \sigma_1] \dots\dots\dots (26)$$

을 포함하고 있다. 여기서 괄호안의 항  $[\sigma_2 - \rho \sigma_1]$ 은 평형 수정 항이다.

동적(충격)해석을 위해서는 무엇보다도 먼저 접촉력을 알아야 한다. 이를 위해 부하과정(loading process)에서는 Hertz 접촉 법칙<sup>27)</sup>이 유효하나, 제하과정(unloading process)은 부하과정과는 달리 작은 하중에서도 압입으로 일어나는 영구 압입 변형을 설명할 수 있는 Crook<sup>28)</sup>이 제안한 식

$$F = F_m \left( \frac{\alpha - \alpha_0}{\alpha_m - \alpha_0} \right)^q \dots\dots\dots (27)$$

을 사용한다.

식 (27)에서  $F_m$ 은 제하과정이 시작되는 최대 접촉력,  $\alpha_m$ 은  $F_m$ 에 상응하는 압입량,  $\alpha_0$ 은 영구 압입량이며,  $q$ 는 제하과정의 접촉법칙 지수이다.

Hamilton의 원리에 따라 운동방정식을 유도하면  $M_{ij} \Delta_j + K_{ij} \Delta_j = F_i \dots\dots\dots (28)$

의 유한 요소 방정식을 얻을 수 있다.

식 (28)의 운동 방정식을 해석하기 위해서 본 연구에서는 Wilson과 Clough<sup>29)</sup>에 의해 제안된 유한 차분 형태의 시간 적분을 행한다.

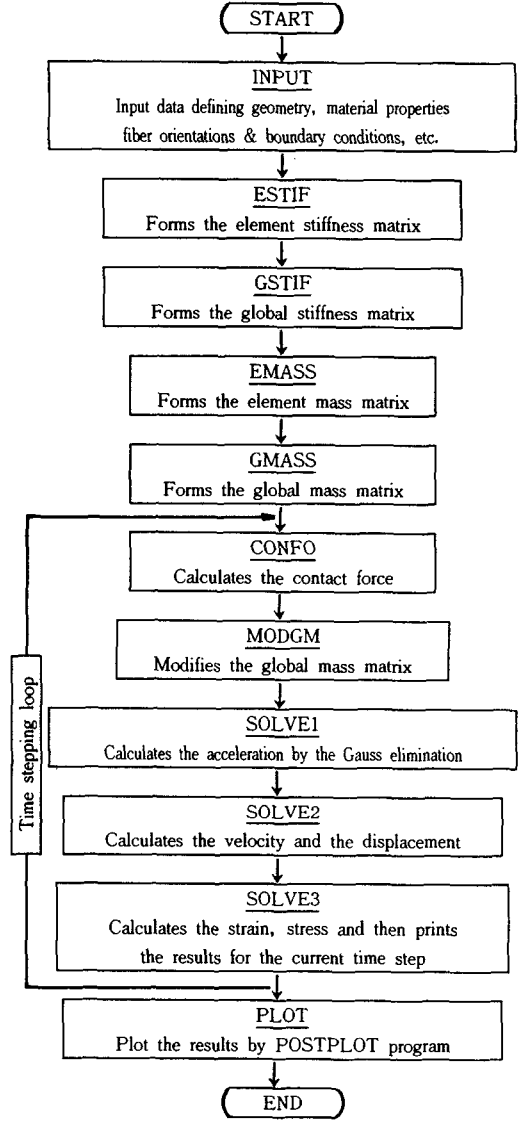


Fig. 3 Flow diagram for impact analysis of MMCs

그리고 시간  $t + \delta t$ 에서의 강구의 운동 방정식은  $F_{t+\delta t} = -m_s(\ddot{w}_s)_{t+\delta t} \dots\dots\dots (29)$

또는

$$m_s(w_s)_{t+\delta t} = -k[(w_s)_{t+\delta t} - w_{t+\delta t}(x_0, y_0)]^n \text{ (부하 과정)}$$

$$= -F_m \left( \frac{\alpha - \alpha_0}{\alpha_m - \alpha_0} \right)^q \text{ (제하 과정)} \dots\dots\dots (30)$$

로 표현되므로 강구와 보 또는 판의 운동은 비선형으로 연계되어 있음을 알 수 있다. 식 (30)에서  $m_s$

는 강구의 질량이다.

이상의 과정을 이용하여 충격 해석용 유한 요소 프로그램을 작성하였으며 이들의 자세한 과정은 그림 3의 흐름도(flow diagram)에 잘 나타나 있다.

### 3. 고 찰

본 연구에서는 섬유와 기지 사이의 다른 열팽창에 의한 변형은 고려하지 않고 15)에서의 2124 Al-SiC 휘스카 복합재의 기계적 성질을 다음과 같이 선택하여 정적, 동적 해석을 행하였다.

$$E_M=73\text{GPa}, \nu_M=0.33, Y_0=400\text{MPa},$$

$$E_f=450\text{GPa}, \nu_f=0.17$$

여기서 E와  $\nu$ 는 각각 Young의 계수와 포아송 비이고,  $Y_0$ 는 기지 재료의 초기항복 응력이다.

먼저 정적인 해석을 위하여 탄성 범위내에서 섬유 함유량 및 섬유 형상비에 따른 길이 방향 Young의 계수와 관계를 구해보면 그림 4와 같이 된다. 여기서 섬유함유량이 높은 복합재일수록 형상비가 약 10보다 적을때 Young의 계수가 급격히 떨어지기 시작한다는 것이다. 즉, 형상비 10은 강화재를 효과적으로 하기 위한 최소 필요 조건이라는 것을 알 수 있으며, 이것은 제조과정 동안 섬유 파괴를 피해야 하는 이유중의 하나이다.

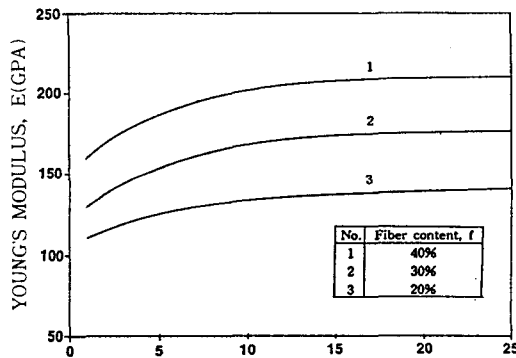


Fig. 4 Young's modulus-fiber aspect ratio curve dependence on fiber content

복합재가 섬유 방향과 각  $\phi$ 를 이루는 한축 인장 하중을 받을때 Fig. 5는 섬유형상비와 섬유 함유량의 범위에 대해 섬유 방향각  $\phi$ 의 함수로써 정상

적인 섬유 축응력을 받는 동안에 하중 방향으로 나열된 섬유는 가장 높은 축방향 인장 응력을 받고 있다는 것을 쉽게 알 수 있다. 또한 적은 형상비는 섬유에서 더 낮은 응력 레벨을 일으킨다.

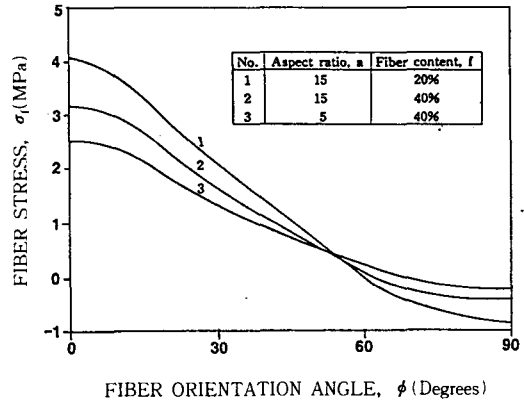


Fig. 5 Fiber stress-fiber orientation angle dependence on aspect ratio and fiber content

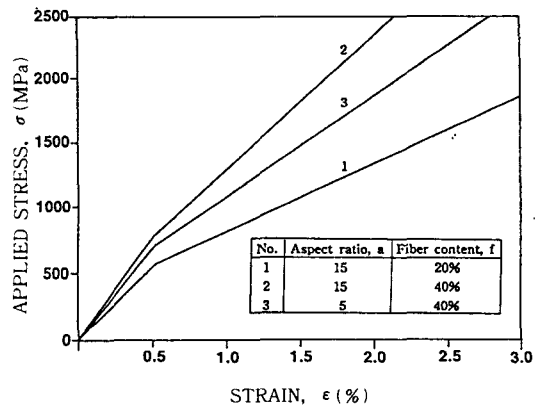


Fig. 6 Applied stress-strain curve dependence on aspect ratio and fiber content

반면에 섬유 함유량이 낮은 복합재의 섬유일수록 더 높은 응력을 받는다. 즉, 주어진 하중을 받게 되는 복합재에서 섬유 함유량이 감소할 때 섬유는 더 많은 하중을 할당 받는다.

이번에는 강화 방향 즉  $\sigma_{11} = \sigma_{22} = 0$ 에 대한 작용 응력을 구해보면 식 (18)에서  $\alpha = 0.5$ 로 함으로써 얻을 수 있다.

Fig. 6은 작용 응력 대 전체 복합재 변형률 식

(14)를 보여준다.

복합재의 한 방향 항복 응력이 기지가 항복을 시작하는 응력으로 정의된다면 Fig. 8에 따라 복합재 항복 응력은 기지 항복 응력보다 훨씬 더 높다. 예를 들면 섬유 함유율 20%와 형상비 15의 복합재에 대하여 복합재의 축방향 초기 항복 응력은 기지 금속의 400Mpa로부터 600Mpa까지 상승한다. 질적으로 높은 형상비와 높은 섬유 함유율은 변형을 경화화 및 마찬가지로 복합재 초기 항복 응력을 높이는 경향이 있다.

다음으로 압축 횡방향 하중하에 있는 복합재의 변형이 시험된다.

횡방향 하중에서 섬유 응력은 길이 방향 하중과 관련된 직접적 하중 분배와는 대조적으로 기지의 3축 응력 상태가 된다. 하나의 결과로써 축방향 섬유 응력은 파괴없이 섬유를 유지하는 횡방향 하중 동안에 매우 감소된다. Fig. 7은 섬유 형상비에 따라 작용 응력 대 섬유 응력 관계를 도시한 것이다.

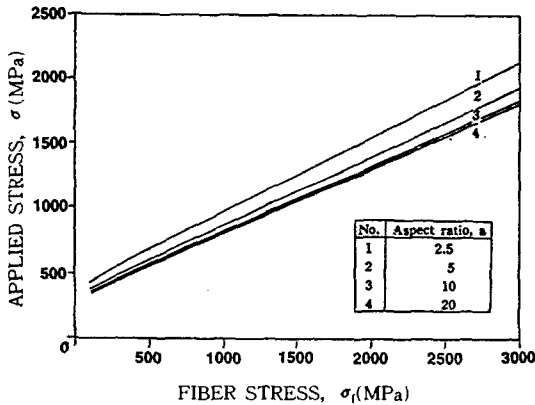


Fig. 7 Applied stress-fiber stress curve dependence on aspect ratio

이 그림에 의하면 같은 작용 응력에서 섬유 형상비가 클수록(2.5에서 20까지) 증가 폭이 점점 작아지고 있다. 다른 말로는 큰 형상비의 섬유는 형상비가 작은 섬유가 받는 것보다도 그렇게 높은 인장 응력은 받지 않는다. 그래서 횡방향 하중이 없는 횡방향 변형을 겪고 있는 복합재에 대해 형상비는 복합재의 전반적 응력-변형을 관계와 축방향 섬유 응력 상에서 제한적인 효과를 가진다고 결론 지을 수 있으며, 이러한 양상은 Tszeng<sup>30)</sup>의 연구 결과와 아주 잘 일치하고 있다.

유한 요소법에 의한 MMCs의 충격 특성을 연구하기 위해 앞서 저자가 작성한 동적 유한 요소법의 해석 정도를 비교·검토하기 위하여 Goldsmith<sup>31)</sup>에 의해 연구된 12.7×12.7×763l(mm) 크기의 균질 등방성 보(강)로 된 양단 단순 지지보의 중앙에 직경 12.7mm 강구로 충격을 가하는 경우를 생각한다. 강구의 초기속도는 45.72m/sec.이다.

보의 중앙을 중심으로 대칭이므로 한 편을 50개의 요소로 나누고, 시간 증분 Δt를 0.02μsec.로 하여 강구가 보에 접촉하는 순간(t=0μsec.)부터 접촉이 끝날때 까지(t=20μsec.) 탄성 과정을 고려하여 시간의 변화에 따른 접촉력과 강구와 보의 변위의 변화에 대하여 해석을 행하였다. 그 결과 Fig. 8에서 처럼 Goldsmith의 해석 결과의 접촉력 변화 과정과 아주 잘 일치하였다.

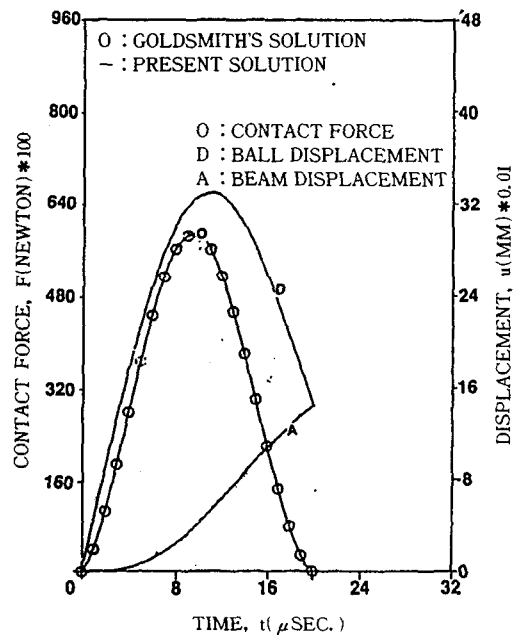


Fig. 8 Comparison of contact force history from Goldsmith's analysis and present simulation

섬유 형상비, 함유량 및 강성의 변화에 따른 MMCs의 충격 특성을 유한 요소법으로 규명하기 위하여 섬유 함유량 및 섬유 방향이 일정하다는 가정하에 형상비를 달리하며 해석한 결과는 Fig. 9에 나타나 있다. 본 그림에서 섬유 형상비가 클수록 중앙에서의 최대 접촉력은 크며, 접촉 시간은



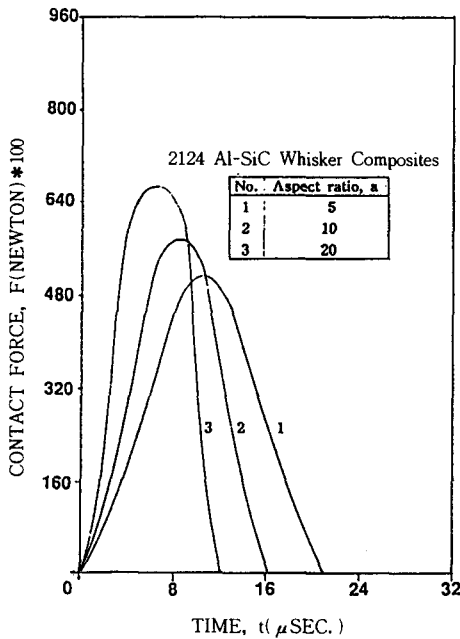


Fig. 9 Contact force-time curve dependence on aspect ratio

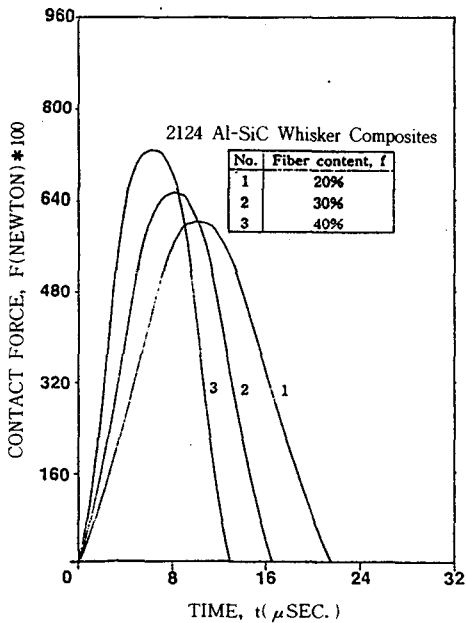


Fig. 10 Contact force-time curve dependence on fiber content

짧아짐을 알 수 있다. 이것은 형상비가 클수록 폭 방향보다 길이 방향으로의 굽힘 강성이 크고, 섬유가 효과적인 강화재 기능을 하는 것으로 볼 수 있으며, 섬유 형상비를 더욱 크게 하면 장섬유 MMCs에 근사하는 결과를 얻을 수 있을 것이다. 또한 섬유 형상비 및 섬유 방향이 일정하다는 가정 하에 함유량의 변화에 따른 접촉력의 관계를 해석한 것이 Fig. 10에 나타나 있다. 여기에서는 함유량이 많을수록 최대 접촉력이 크게 됨을 알 수 있으며, 이는 섬유 함유량의 증대에 따라 강성이 증가하는데 기인한다. 이러한 결과들은 장섬유 강화 적층 복합재에서 해석된 것들과 유사한 것으로 본 연구에 도입된 이론은 해석하기 어려운 단섬유 MMCs에 대한 충격 거동의 기초적 해석을 가능하게 해 준다.

#### 4. 결 론

본 연구에서는 평균장 이론과 연계된 Eshelby의 등가 강화법을 도입하여 정하중을 받는 단섬유 강화 금속 복합재의 내부 응력을 해석하고, 단위 세포 모델을 이용한 충격 유한 요소 해석을 통하여 단섬유 강화 금속 복합재에 발생하는 충격 거동을 연구하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) 단섬유 강화 금속 복합재에 대한 적용 이론의 복잡성 및 난해성을 극복하여 기초적이거나 부정, 동적 해석에 적용 가능한 본 이론의 타당성을 확인하였다.
- 2) 단섬유 강화 금속 복합재의 제조에 있어서 10 정도의 섬유 형상비가 강화재를 효과적으로 하기 위한 최소 필요 조건이라는 것을 알았다.
- 3) 동일한 작용 응력에서 섬유 형상비가 클수록 섬유 응력의 증가율은 감소한다는 것을 알았다.
- 4) 섬유 형상비가 클수록 충격 접촉력은 크게 되며, 접촉 시간은 짧아짐을 알 수 있었다.

이 논문은 1993년도 한국학술진흥재단의 공모 과제(자유공모) 연구비에 의해 연구된 것이며 이에 관계자 여러분께 감사드립니다.

#### 참 고 문 헌

- 1) McDanel, D. L., Metall. Trans., Vol.

- 16A, pp.1105~1115, 1985.
- 2) Needleman, A., J. Applied Mechanics, Paper No.87-WA/APM-9.
  - 3) Hill, R., J. Mech. Phys. Solid, Vol. 13, pp.89, 1965.
  - 4) Dvorak, G.J., and Bahei-El-Din, Y.A., J. Mech. Phys. Solid, Vol. 27, pp.51~72, 1979.
  - 5) Tvergaard, V., Acta metall., Vol. 38, pp. 185~194, 1990.
  - 6) Withers, P.J., Stobbs, W.M., and Pedersen, O.B., Acta metall., Vol.37, pp. 3061~3084, 1989.
  - 7) Warner, T.J., and Stobbs, W.M., Acta metall., Vol. 37, pp.2873~2881, 1989.
  - 8) Pedersen, O.B., Acta metall., Vol. 38, pp. 1201~1219, 1990.
  - 9) Dvorak, G.J., and Bahei-El-Din, etc., J. Mech. Phys. Solids, Vol. 6, pp.655~687, 1988.
  - 10) Min, B.K., J. Mech. Phys. Solids, Vol. 29, pp.327~352, 1981.
  - 11) Weng, G.J., J. Mech. Phys. Solids, Vol. 38, pp.419~441, 1990.
  - 12) Sun, C.T., and Chen, J.L., J. Composite Materials, Vol. 23, pp.1009~1020, 1989.
  - 13) Erturk, T., and Kuhn, H.A., J. Engineering and Technology, Vol.101, pp.3~11, 1979.
  - 14) Erturk, T., Kuhn, H.A., and Lawley, A., Metall. Trans., Vol. 5, pp.2295~2303, 1974.
  - 15) Christman, T., and Suresh, S., Acta metall., Vol. 36, pp.1691~1704, 1988.
  - 16) Nutt, S.R., and Needleman, A., Scripta metall. Vol. 21, p.705, 1987.
  - 17) Teply, J.L., and Dvorak, G.J., J. Mech. Phys. Solids, Vol. 36, p.29, 1988.
  - 18) 안국찬, 김문생, 김규남, 대한기계학회논문집, Vol. 13, No. 1, pp.9~19, 1989.
  - 19) 최익현, 홍창선, 한국항공우주학회지, Vol. 21, No. 5, pp.47~56, 1993.
  - 20) 이영진, 박웅, 대한기계학회논문집, Vol. 14, No. 6, pp.1365~1381, 1990.
  - 21) Tan, T.M., and Sun, C.T., Trans. of ASME, J. Applied Mechanics, Vol. 52, pp. 6~12, 1985.
  - 22) Garmong, G., Metall. Trans., Vol. 5A, p. 2183, 1974.
  - 23) Needleman, A., and Tvergaard, V., J. Mech. Phys. Solids, Vol. 25, p.159, 1977.
  - 24) Tvergaard, V., Int. J. Fract., Vol. 8, p. 237, 1982.
  - 25) Tvergaard, V., and Needleman, A., Acta metall., Vol. 32, p.157, 1984.
  - 26) Tvergaard, V., J. Mech. Phys. Solids, Vol. 24, p.291, 1976.
  - 27) Hertz, H., Journal of Reine Angle Math, Crelle, Vol. 92, p.155, 1881.
  - 28) Crook, A.W., Proceeding of Royal Society, London, Series A, Vol. 212, p. 377, 1952.
  - 29) Wilson, E.L., and Clough, R.W., Symp. on Use of Computers in Civil Eng. Lisbon, 1962.
  - 30) Tszeng, T.C., Manuscript submitted to J. Applied Mechanics.
  - 31) Goldsmith, W., Impact, Edward Arnold Ltd., London, 1960.