

상계요소법에 의한 축대칭 압출의 최종공정 에서의 파이핑 발생에 관한 연구

최재찬* , 최인근**

* 부산대학교 기계설계공학과, 기계기술연구소

** 대우정밀 기술연구소

A Study on the Piping Defect at The Final Stage of Axisymmetric Extrusion by Upper Bound Element Technique

Jae-Chan Choi* , In-Keun Choi**

Dept. of Mechanical Design Engineering, Pusan National University
Daewoo Precision Ind., Technical Center

ABSTRACT

The upper bound element technique(UBET) is used to analyze the final stage of the axisymmetric forward extrusion. Kinematically admissible velocity field involving curved surface of velocity discontinuity is assumed. The required power to arise the piping defect is obtained and is compared with Aviture's solution at the same condition. Conditions for inception of the cavity and development of the pipe are predicted. The internal radius of the pipe and critical length of billet are also determined. Experiments are carried out for extrusion with lead specimens to investigate the piping phenomena. The theoretically predicted results showed reasonably good agreement with the experimental observation.

1. 서 론

오늘날 기업이 추구하는 최대 목표는 질이 좋고 결함이 없는 제품을 경제적으로 생산하는 것이다. 그러나 여러가지 금속성형 문제에 있어서 특정한 가공조건 하에서는 제품에 몇몇 결함이 생긴다. 특히 압출 및 인발에 잘 나타나는 결함으로서 스네

이크 스킨(snake skin)¹⁾, 중심파열(central bursting)²⁾, 데드존(dead zone)의 형성³⁾, 파이핑 결함(piping defect)^{4,5)} 등을 예로 들 수 있다. 이러한 결함은 단면 감소율, 다이 각, 마찰 조건, 재질 등의 공정변수들을 적절히 선택 함으로써 방지 될 수 있다고 알려져 있다. 최근 Avitzur 와 Choi^{6,7)}, Kim⁸⁾에 의해 중심파열(central bursting)에 대한 많은 연구가 진행되고 있으나, 아직도 현장에서 자주 발생하는 다른 결함에 대하여는 이론적, 체계적 연구가 미비한 실정이다.

특히 압출에 있어 현장의 가혹한 조건에서 잘 나타나는 결함은 최종 단계에서 빌렛 끝의 중심부에 형성되는 캐비티(cavity) 및 파이핑 현상이다. 빌렛이 짧아짐에 따라 캐비티는 직경과 길이가 점점 증가하여 빌렛 끝부분에 깔때기형상의 구멍이 생기고 마침내 압출된 봉에 파이핑이 생겨 제품이 못쓰게 된다.

이러한 결함은 Schweissguth 와 Genders⁹⁾에 의해 처음으로 관찰되었고 그 후 Thomson과 Pearson¹⁰⁾은 실험을 통하여 파이핑의 생성원인 및 방지책에 대하여 연구하였다. 이론적 해석으로는 Johnson과 Kudo¹¹⁾가 평면변형에 대하여 해석하였고, 그 후 축대칭 변형에서 Avitzur⁴⁾는 반경방향의 평행속도장을 가정하여 전방압출에 대하여, Kudo¹²⁾는 원통형 단위 변형영역 (unit cylindricaldeforming region)을 도입하여 후방압출의 최종공정에 대한 상계해를 구한 바 있다.

본 논문에서는 원통형 변형영역에서 Kobayashi¹³⁾가 제시한 곡선형 경계면을 가진 속도장을 전방압출의 끝 공정에서의 동적가용 속도장에 적용 함으로써 파이핑이 일어나는 조건을 상계 요소법(upper bound element technique)으로 구하려고 한다. 또한 압출응력을 파이프의 내경에 대하여 최소화 시킴으로써 캐비티의 생성 및 파이핑의 진행 조건을 예측하고, 각 압출조건에 대하여 파이프의 내부반경 및 파이핑 결함이 나타나기 시작하는 빌렛의 임계길이 (critical length)를 결정하고자 한다.

이러한 해석 결과들은 여러가지 공정변수에 대하여 수치적으로 계산하여 타 해석 결과치와 비교하였고, 비교적 압출압력이 작은 납을 이용하여 압출의 끝 공정에서 파이핑을 발생시킨 실험 결과치와 비교 검토하였다.

2. 이론 해석

2-1. 동적 가용 속도장

속도장이 동적가용(kinematically admissible)이 되기 위해서는 비압축성, 연속조건, 속도 경계조건을 만족해야 한다. 여기서 가공재료는 완전 강 소성체로서 체적 변화가 없고 가공경화하지 않으며 Von-Mises의 응력 변형을 법칙에 따른다고 가정한다.

전방압출의 최종공정에서 나타나는 속도장은 직각다이 부근에서 얇은 원판의 압축(thin disk forming)과 같은 형태로, 중심부에는 캐비티가 완전한 파이핑 형태로 발전된 속도장으로 가정하여 생각할 수 있다. 따라서 UBET로 해석하기 위하여 Fig.1과 같이 세개의 변형영역으로 나누어 구분하면, 영역[1]과 [2]는 소성 유동상태에 있는 변형영역이 되고 영역[3]은 강체로서 임의의 속도 V 로 축방향으로 움직이는 파

이프가 된다.

변형영역[1]은 다이와 탭사이의 압축변형을 받는 원통형 변형영역으로써 곡선형태의 불연속면¹³⁾에 의하여 세개의 영역으로 구분되며 비압축성 조건과 경계조건을 만족해야 한다. 변형영역[1]에서 각 영역의 속도성분은 다음과 같다.

$$U_{R1} = 0 \quad U_{y1} = -U \quad \text{영역 [1.1]}$$

$$U_{R2} = -\frac{R_o^2 - R_f^2}{2LR} U \quad U_{y2} = -aU \quad \text{영역 [1.2]} \quad (1)$$

$$U_{R3} = 0 \quad U_{y3} = 0 \quad \text{영역 [1.3]}$$

불연속 곡선의 식은 이 곡선을 따라 법선방향의 속도성분이 연속되어야 한다는 조건으로부터 구할 수 있다.

그러므로 속도 불연속선 3-5는

$$y_{35} = \frac{L(1-a)}{R_o^2 - R_f^2} (R_o^2 - R^2) + aL \quad (2)$$

이 되며 불연속 경계 4-5에서 연속조건을 적용하면

$$y_{45} = \frac{aL}{R_o^2 - R_f^2} (R^2 - R_f^2) \quad (3)$$

이 된다.

변형영역[2]는 직선 불연속면에 의해 분할된 원추형 속도장을 나타내며 비압축성 조건과 경계조건을 만족하는 속도장은 다음과 같다.

$$U_R = -(V-U) \frac{R_f - R_i}{2L} \cdot \frac{R + R_i}{R}$$

$$U_y = -V + \frac{(V-U)}{2R} \{ (R_f - R_i) \frac{y}{L} + 2R + (R_i - R_f) \} \quad (4)$$

$$U_\theta = 0$$

여기서, 경계 4-6의 기하학적 관계식은

$$y_{46} = \frac{R_f - R}{R_f - R_i} L \quad (5)$$

이 되며, 경계 3-4의 연속조건에서 영역[3]에서의 압출 후 속도 V는

$$V = \frac{R_o^2 - R_i^2}{R_f^2 - R_i^2} U \quad (6)$$

가 된다.

2.2 각 변형영역에서 변형률 속도와 속도 불연속의 크기
 변형영역[1]에서 변형률속도는 식(1)에 의하여 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_{RR} &= \frac{\partial U_R}{\partial R} = \frac{R_o^2 - R_f^2}{2LR^2} U \\ \dot{\epsilon}_{\theta\theta} &= \frac{U_R}{R} = -\frac{R_o^2 - R_f^2}{2LR^2} U \\ \dot{\epsilon}_{yy} &= \dot{\epsilon}_{\theta y} = \dot{\epsilon}_{yR} = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

그리고 속도 불연속의 크기는

$$\begin{aligned} \Delta v_{15} &= U \\ \Delta v_{35} &= \frac{R_o^2 - R_f^2}{2LR} U \cos \theta + U(1-a) \sin \theta \\ \Delta v_{45} &= \frac{R_o^2 - R_f^2}{2LR} U \cos \theta + aU \sin \theta \end{aligned} \quad (8)$$

이 된다. 그리고 변형영역 [2]에서 변형률 속도는 식(4)에 의하여

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_{RR} &= (V-U) \frac{R_i(R_f - R_i)}{2LR^2} \\ \dot{\epsilon}_{\theta\theta} &= -(V-U) \frac{(R_f - R_i)(R + R_i)}{2LR^2} \\ \dot{\epsilon}_{yy} &= (V-U) \frac{(R_f - R_i)}{2LR} \\ \dot{\epsilon}_{Ry} &= (V-U) \frac{(R_f - R_i)(L - y)}{4LR^2} \end{aligned} \quad (9)$$

와 같이 되며 속도 불연속의 크기는

$$\begin{aligned} \Delta v_{36} &= (V-U) \frac{(R_f - R_i)(R + R_i)}{2LR} \\ \Delta v_{46} &= \frac{(V-U)}{2R} \left\{ (R_f - R_i) \frac{y}{L} + 2R + (R_f - R_i) \right\} \cos \beta \\ &\quad + (V-U) \frac{(R_f - R_i)(R + R_i)}{2LR} \sin \beta \end{aligned}$$

$$\Delta v_{34} = (V-aU) - \frac{V-U}{2R_f} \left\{ (R_f - R_i) \frac{y}{L} + R_i + R_f \right\} \quad (10)$$

이 된다.

2.3 변형영역에서의 총 소요 에너지의 계산

각 영역[1]과 [2]에서의 상계에너지는 내부 변형에너지와 각 경계선 상의 마찰 및 전단 에너지의 합으로 이루어진다.

$$W_T = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_o \int_v \sqrt{\frac{1}{2} \dot{\epsilon} \dot{j}^* \dot{\epsilon} \dot{j}^*} dV + \int_s \tau v^* dS \quad (11)$$

따라서 전 영역에서의 총 소요에너지는

$$W_T = W_{\pi 11} + W_{\pi 12} = \pi R_o^2 U \sigma_{\text{eff}} \quad (12)$$

이 되어 결국 전방압출의 끝공정에서 파이핑이 일어날때 요구되는 압출용력의 결과식은 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_{\text{eff}}}{\sigma_o} = & \frac{1}{\sqrt{3}} \left[\left\{ 2 \ln \frac{R_o}{R_f} - \left(1 - \left(\frac{R_f}{R_o} \right)^2 \right) \right\} + \frac{4}{3} \frac{1 + R_f/R_o + (R_f/R_o)^2}{1 + R_f/R_o} \right. \\ & \cdot (1 - 2a + 2a^2) \frac{L}{R_o} + 2 \left(1 - \left(\frac{R_f}{R_o} \right)^2 \right) \left(1 - \frac{R_f}{R_o} \right) \cdot \frac{R_o}{L} \\ & + 2m \frac{L}{R_o} (1-a) + 2 \left(\frac{V}{U} - 1 \right) \left(\frac{R_f}{R_o} - \frac{R_i}{R_o} \right) \cdot \frac{R_o}{L} \cdot \frac{1}{R_o^2} \cdot I \\ & + \frac{1}{2} \left(\frac{V}{U} - 1 \right) \left(\frac{R_f}{R_o} + 3 \frac{R_i}{R_o} \right) \cdot \left(m \frac{R_o}{L} \left(\frac{R_f}{R_o} - \frac{R_i}{R_o} \right)^2 \right. \\ & + \sqrt{\left(\frac{L}{R_o} \right)^2 + \left(\frac{R_f}{R_o} - \frac{R_i}{R_o} \right)^2} \left. \right] + \frac{1}{2} \frac{L}{R_o} \left[4 \left(\frac{V}{U} - a \right) \frac{R_f}{R_o} \right. \\ & \left. - \left(\frac{V}{U} - 1 \right) \left(3 \frac{R_f}{R_o} + \frac{R_i}{R_o} \right) \right] + 2m \frac{V}{U} \frac{R_f}{R_o} \frac{1}{R_o} \end{aligned} \quad (13)$$

여기서,

$$I = \int_{R_i}^{R_f} \int_0^L \frac{1}{R} \left\{ R_i^2 + RR_i + R^2 + \frac{1}{4} (L-y)^2 \right\}^{1/2} dR dy \quad (14)$$

이며 Fig.1에서의 a 값은 식(13)의 압출 용력을 최소로 하는 값으로 정해져야 하므로

$$\frac{\partial \left(\frac{\sigma_{\text{eff}}}{\sigma_o} \right)}{\partial a} = 0 \quad (15)$$

에서 다음과 같이 된다.

$$a = \frac{1}{2} \left\{ 1 + \frac{3}{4} \frac{(m + \frac{R_f}{R_o})(1 + \frac{R_f}{R_o})}{1 + \frac{R_f}{R_o} + (\frac{R_f}{R_o})^2} \right\} \quad (16)$$

2.4 파이핑 결함 발생의 판정조건

식(13)은 파이핑이 생길때 요구되는 상계해이므로 이 해가 같은 조건하에서 파이핑이 일어나지 않는 정상상태의 해보다 낮은 값을 가질경우 실제 흐름은 파이핑 결함이 일어난다고 볼 수 있다.

즉 $R_i=0$ 일때 식(13)은 정상 흐름의 해가 되기 때문에 R_i 가 0에서 미소하게 증가함에 따라 요구되는 해는 점차 감소해야 한다.

이를 수학적으로 표현하면 다음 식이 된다.

$$\left. \frac{\partial(\frac{\sigma_{\text{max}}}{\sigma_o})}{\partial R_i} \right|_{R_i=0} \leq 0 \quad (17)$$

그러므로 위의 조건은 파이핑이 일어나기 위한 조건이며 파이핑이 시작되는 빌렛의 임계길이를 구하는 기준이 된다.

3. 실험

실험에 사용된 기기는 유압으로 작동되는 만능 인장시험기(U.T.M)으로서 최대용량 30톤이다. 다이는 2mm의 랜드 부위를 가지는 직각다이로서 압출비가 1.5, 2.0, 2.5, 3.0, 4.0, 6.0, 8.0 의 7종류이며 SKD11공구강으로 가공, 담금질처리 하였다. 실험 재료로는 비교적 압출 압력이 작고 가공경화성이 적은 납(lead)을 선택 하였으며 실험에 사용된 빌렛은 직경 25mm로 고온으로 가열한 금형으로 주조하였다.

압출 시 컨테이너와 다이 내면에서의 마찰상수를 측정하기 위해 동일조건에서 링 압축시험을 행하였고 윤활제로서 칼슘 그리스에 MoS_2 분말을 중량비 10% 로 섞어 사용한 결과 마찰상수가 0.13으로 나타났다.

실험은 상온에서 램의 속도를 10 mm/min 으로 하였고 파이핑효과를 관찰하기 위하여 각 압출 비에 대하여 빌렛을 캐비티가 나타나기 시작하는 임계길이를 부터 단계적으로 줄여가면서 최대 $L/R_o = 0.1$ 까지 압출하였다.

그리고 파이핑이 일어날 때 재료의 내부유동 및 파이핑 깊이를 관찰하기 위해 빌렛을 축 방향으로 2등분하여 압출하였고, 행정의 끝에 나타나는 압력 상승과 비정상 상태를 관찰하기 위하여 하중-변위 선도를 구하였다.

4. 결과 및 고찰

파이핑이 일어나는 조건을 찾기위해서 식(13)을 파이프의 내경에 대하여 최소화

시키고 여러 공정변수를 변화시킴으로써 영향을 관찰하였다. 또한 이를 실험적으로 관찰하기 위해서 각 압출 비에 대하여 빌렛 길이를 서서히 줄여가면서 압출하였는데 그 시편들이 Fig.2에 나타나 있다. Fig.3은 압출 비 R=4에 대하여, 임계길이에서 빌렛 중심부의 안쪽으로 주름이 생기기 시작 함으로써 캐비티가 생성되고

빌렛길이가 점차 짧아짐에 따라 파이핑이 진행됨을 보여준다.

Fig.4는 압출 비 R=6에서 빌렛이 짧아짐에 따라 진행된 파이핑 현상과 그에 따른 내부 유동을 나타내는데, 파이핑의 직경이 커질수록 내부의 깊이도 깊어짐을 알 수 있고 또한 다이 근처의 변형 영역에서 곡선형태의 데드메탈(dead metal)영역이 존재함을 관찰할 수 있는데 이는 본 논문에서 가정된 속도장이 실제 유동 패턴과 상당히 유사하다는 것을 의미한다. Fig.5는 각 압출 비에 대하여 램이 최대로 진행된 $L/R_0 = 0.1$ 에서 파이핑이 완전히 진행된 현상을 나타내는데, 빌렛의 중심부에 생긴 파이프의 직경이 압출된 봉의 직경과 거의 같아짐을 알 수 있다.

Fig.6은 실험에서 측정된 하중-변위 선도를 나타낸 것인데 처음에는 램이 진행함에 따라 압출압력은 점차 감소하다가 최종공정 근처에서는 압출압력이 급격히 상승함을 보이고 있다. 이는 가공이 마치 얇은 디스크의 단조와 같은 형태가 되어 내부 변형에너지보다 다이와 램의 마찰에 의한 에너지가 급격히 증가하기 때문이라 볼 수 있다.

Fig.7은 본 논문의 속도장으로 계산한 상계해와 Avitzur가 얻은 상계해⁴⁾를 동일 조건에서 비교한 것을 나타낸다. 동적 가용 속도장으로서 반경 방향으로 흐르는 평행 속도장(radial velocity field)을 가정하여 계산한 Avitzur의 상계해⁴⁾는 본 해에 비하여 마찰 조건에 따라 상당히 큰 폭으로 변하는데, 이는 속도장에서 실제 유동에서 일어나는 데드메탈 영역을 고려하지 않아 마찰 에너지의 영향이 크게 작용한 것에 기인한다고 볼 수 있다. 따라서 완전 윤활조건에서는 Avitzur의 해가 매우 낮게 나타나며 마찰상수가 0.15에서 부터 본 상계해가 낮게 나타나기 시작하여 0.3이상의 마찰 조건에서는 전 압출비에 대하여 낮은 값을 보인다.

Fig.8은 각 압출비에 대하여 구한 상계 해와 실험에서 얻은 압출응력을 비교 도시하였다. 재료를 완전 강소성 재료로 가정하였기 때문에 낮은 압출비에서는 실험치와 비교적 잘 일치함을 보이고 있으나 큰 압출비에서는 가공경화의 영향으로 실험치가 다소 높게 나타나는 경향이 있다. Fig.9에서는 빌렛 길이 $L/R_0=0.1$ 일때 마찰상수 m 의 변화에 따른 압출비와 파이프 내경과의 관계를 나타내었는데 같은 압출비에서 m 이 커짐에 따라 파이프의 내경은 미소하게 증가하며, 마찰상수 $m=0.13$ 일때 이론치를 실험치와 비교한 결과 잘 일치함을 보여준다.

Fig.10은 빌렛길리와 파이프 직경과의 관계를 보여 주는데 각 압출비에서 임계길이 이하로 빌렛이 점차 감소함에 따라 파이프 직경이 선형적으로 커지는 경향을 보이며 실험과 잘 일치하고 있다. 이때 압출비의 각 선이 횡축과 교차되는 점(*)은 캐비티가 생성되기 직전의 빌렛 임계길이를 나타내며 이점들은 Fig.11에서 실험과 비교하여 도시되었는데, 압출비가 클수록 또한 마찰상수가 작을수록 임계길이가 짧아짐을 알 수 있다. 따라서 이 임계길이는 압출조건에서 경제적인 압출행정의 기준

이 되며, 파이핑 결함을 방지하기 위해서는 최소한 빌렛의 잔여부분이 임계길이보다 길게 남도록 압출해야 한다.

5. 결 론

축대칭 압출의 최종공정에서 압출하중을 구하여 최소화 시킴으로써 파이핑의 진행 조건을 예측하였고, 파이핑 결함이 발생하기 시작하는 빌렛의 임계길이를 구하여 이를 실험과 비교한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 윤행상태가 아주 좋은 다이에서는 Avitzur 의 평행 속도장이 매우 유용하나, 비교적 거친 다이에서는 데드메탈 영역을 가정한 본 논문의 속도장이 낮은 압출 하중을 얻을 수 있었으며 마찰의 영향을 적게 받는 것으로 나타났다.
2. 파이프의 내경은 압출비와 빌렛길이가 감소함에 따라, 마찰이 증가함에 따라 증가한다.
3. 파이핑 결함을 방지하기 위해서는 빌렛의 잔여부분이 적어도 임계길이보다 크게 남도록 압출해야 하며, 이 임계길이는 압출비가 증가함에 따라, 마찰이 감소함에 따라 작아진다.
4. 최종공정에서의 압출용력은 압출비와 마찰이 커짐에 따라 증가하며, 빌렛이 짧아짐에 따라 점차 감소하다가 최소점을 지난 후 급격히 상승한다.

6. 참고문헌

1. A.L.Hoffmann, "Metal Forming : Interrelation between Theory and Practice", Plenum Press, New York, 1971
2. E.H.Lee and R.M. McMeeking, "Concerning Analysis of Central Burst in Metal Forming", J. of Engr. for Industry, Trans. ASME, 100, 1978
3. B.Avitzur, "Metal Forming Processes and Analysis", McGraw - Hill Book Co. New York
4. B.Avitzur, "Analysis of Metal Extrusion", Trans. ASME, for Ind. Ser. B, Vol. 87, p57, 165
5. B.Avitzur, "Impact Extrusion-Upper Bound Analysis of the End of the Stroke", Trans. ASME for Ind. ser. B, pp849, 1973
6. B.Avitzur and J.C. Choi, "Analysis of Central Bursting Defects in Plane Strain Drawing and Extrusion", J. of Engr. for Industry, Trans. ASME, 108, 317, 1986
7. J.C. Choi and B.M. Kim, "Analysis of the Effect of Strain Hardening

- on Central Bursting Defects in Strip Drawing", Trans. of KSME, 9(5), 677, 1985
8. 김병민, 최재찬, "유한요소법을 이용한 전방압출공정의 내부결함에 관한 연구", 한국소성가공학회지, Vol. 1, No. 1, pp66-74, 1992
 10. C.E. Pearson and R.N. Parkins, "The Extrusion of Metals" John Wiley & Sons, Inc., New York
 11. H. Kudo, "An Upper Approach to Plane Strain Forging and Extrusion I and II", Int. J. Mech. Sci., Vol. 1, pp57-83, pp229-252, 1960
 12. H. Kudo, "Some Analytical and Experimental Studies of Axisymmetric Cold Forging and Extrusion- I", Int. J. Mec. Sci, Vol. 2, pp102-127, 1960
 13. S. Kobayashi and E. Thomsen, "Upper and Lower Bound Solutions to Axisymmetric Compression and Extrusion Problems", Int. J. Mech. Sci., Vol. 7, pp127-143, 1965

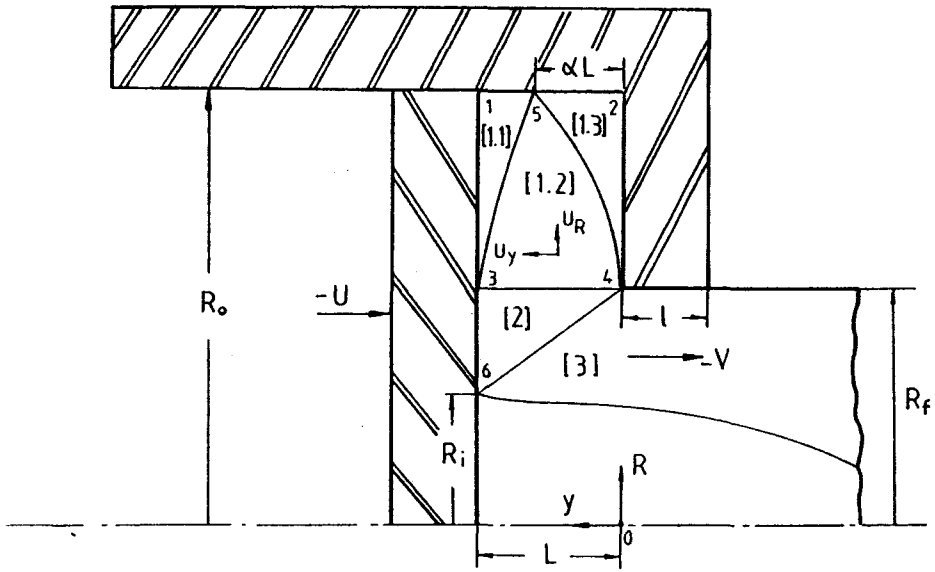


Fig.1 Kinematically admissible velocity field for the end of the stroke

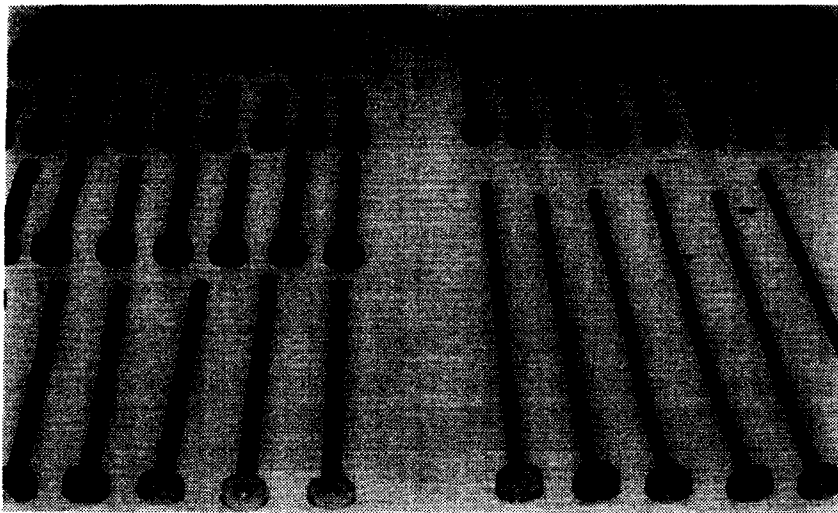


Fig.2 Extruded rods

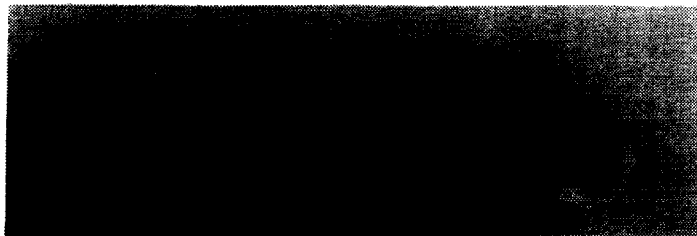


Fig.3 Progressing piping defects ($R=4$)

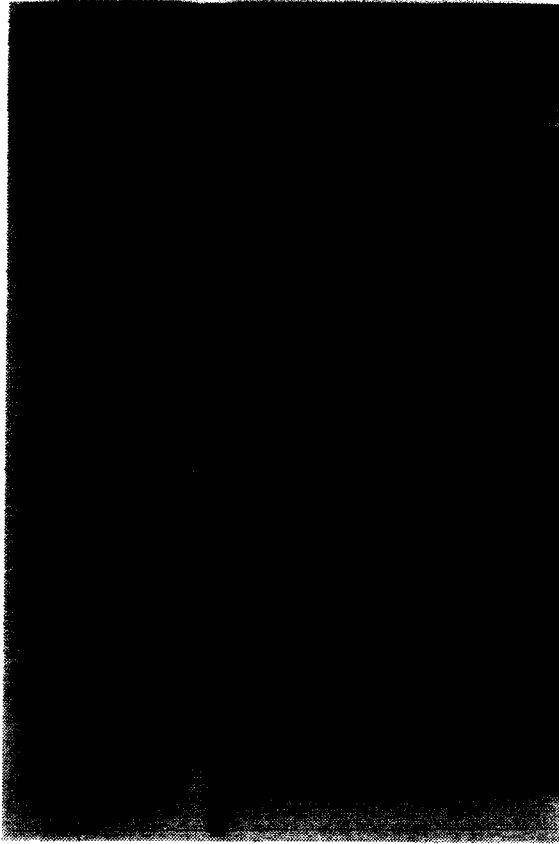


Fig. 4 Progressing defects and internal flow pattern (R=6)

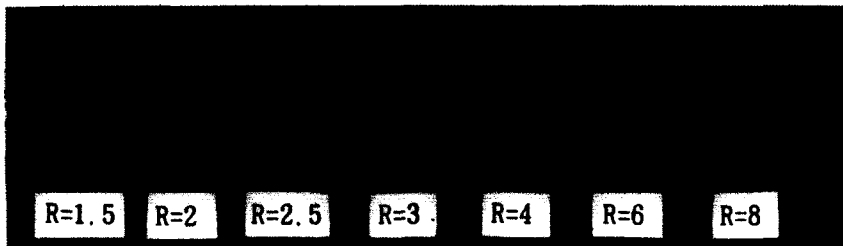


Fig. 5 Fully developed piping phenomena for various extrusion ratios (L/R₀=0.1)

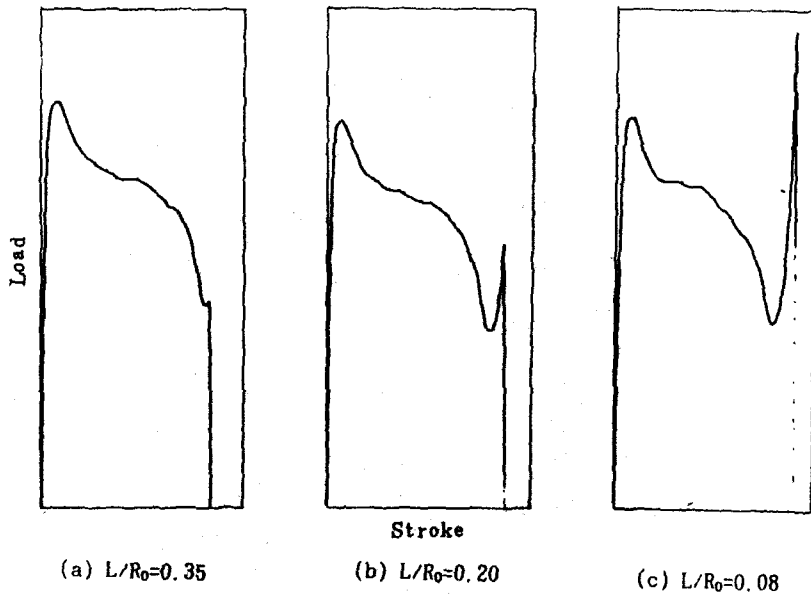


Fig. 6 Load-stroke autographic diagram ($R=6$)

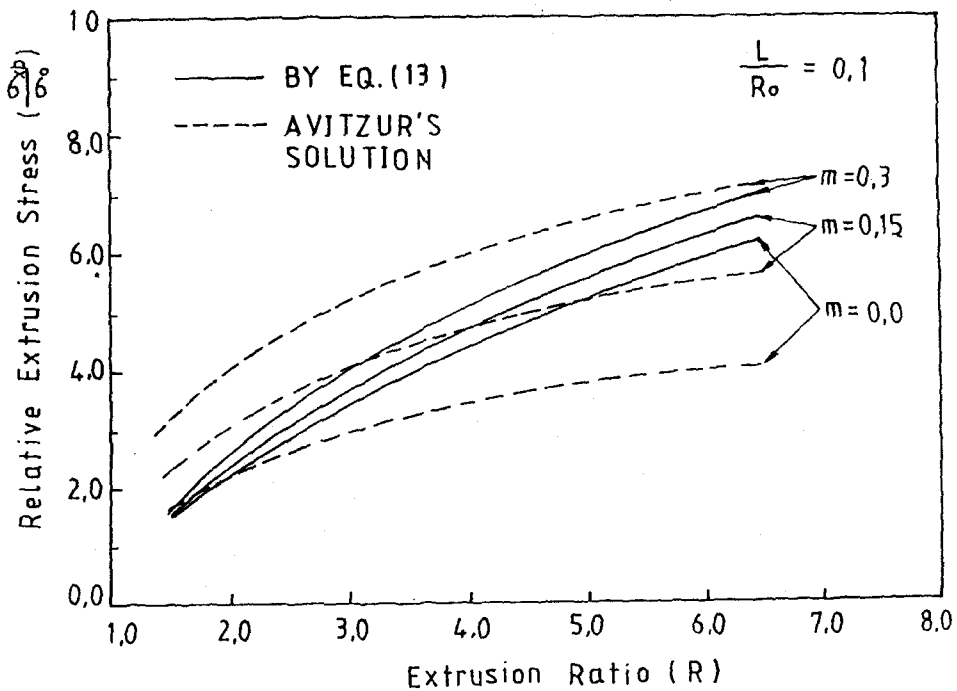


Fig. 7 Comparison of upper bound loads at the end of the stroke

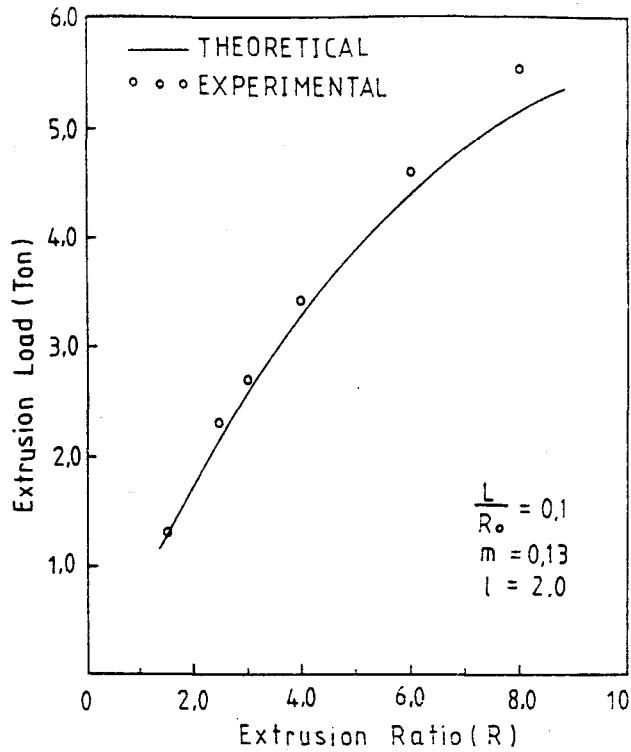


Fig. 8 Comparison of the theoretical and experimental extrusion loads

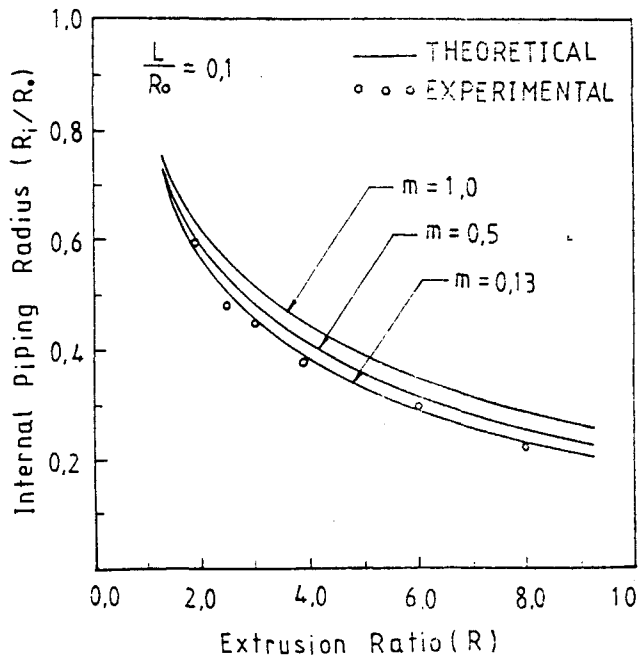


Fig. 9 Effect of extrusion ratio and friction factor on piping radius

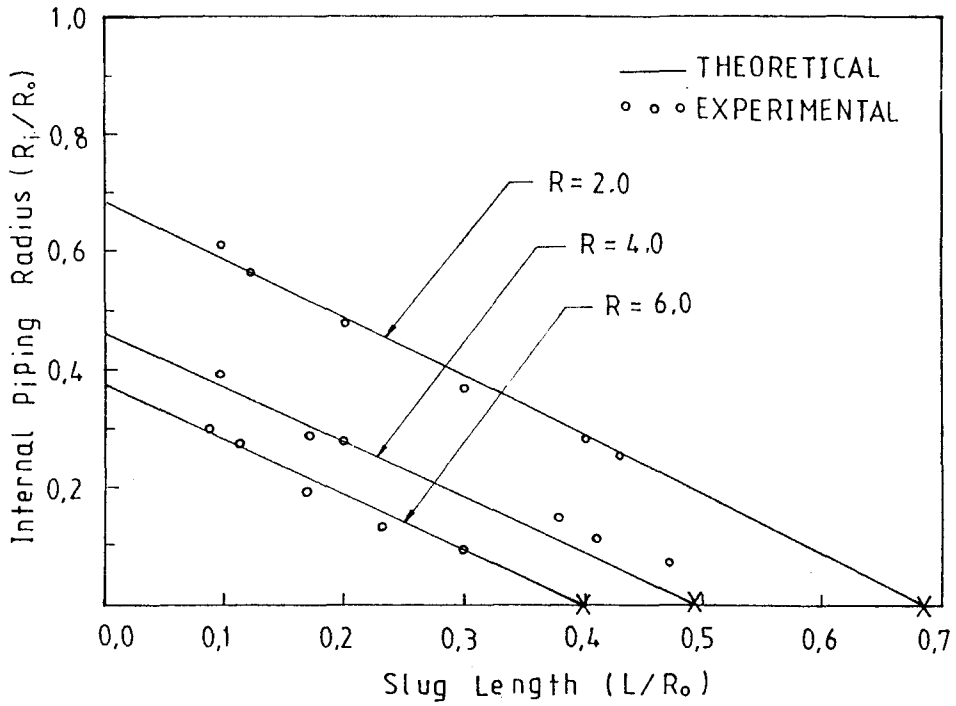


Fig.10 Effect of slug length on piping radius at the end of the stroke

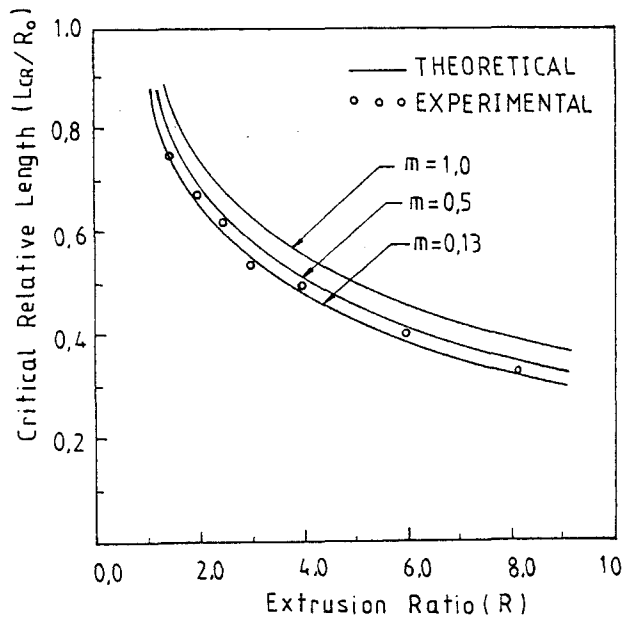


Fig.11 Effect of extrusion ratio and friction factor on critical length

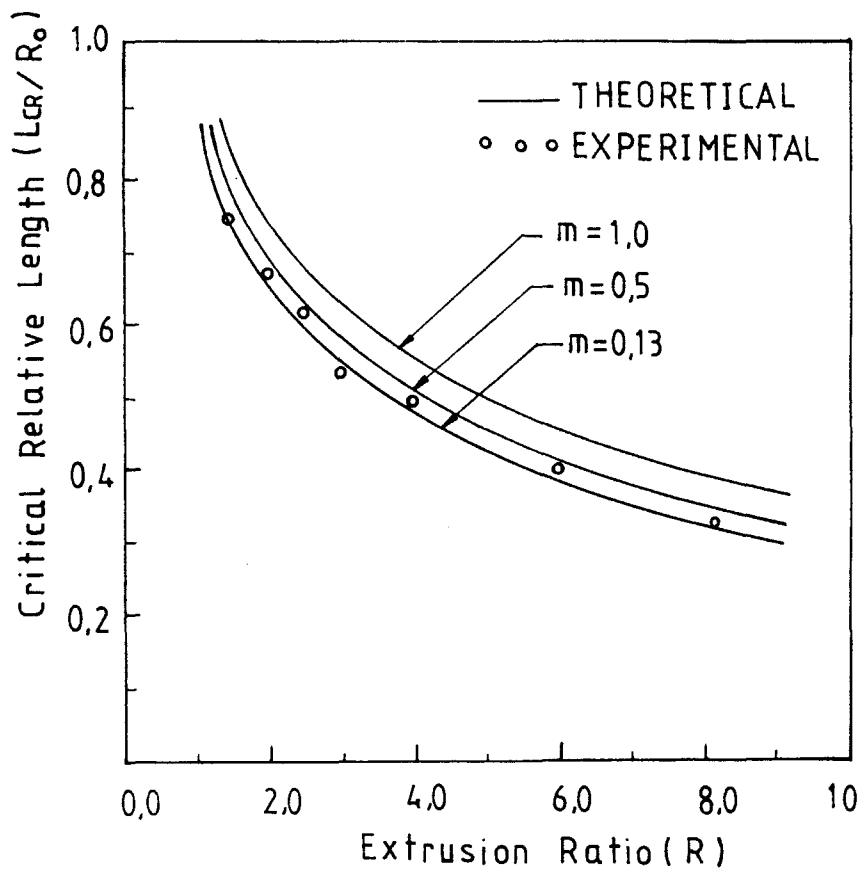


Fig.11 Effect of extrusion ratio and friction factor on critical length