

원호필렛-인벌류트 스퍼어 기어의 밀폐단조에 관한 상계해석

최재찬*, 허관도**, 김창호***, 최영***

*부산대학교 기계설계공학과, **동의대학교 기계설계학과,

***부산대학교 대학원

An Upper-Bound Analysis for Closed-Die Forging of the Involute Spur Gears with
Circular Arc Fillet

J. C. Choi*, K. D. Hur**, C. H. Kim***, Y. Choi***

*Dept. of Mechanical Design Engineering, Pusan National University

**Dept. of Mechanical Design, Donggeui University

***Graduate Student, Dept. of Mechanical Design Engineering,
Pusan National University

ABSTRACT

Closed-die forging of the spur gears with circular arc fillet has been analysed by using the upper-bound method. A kinematically admissible velocity field has been developed, wherein, the tooth profile consists of the involute curve and the circular arc fillet. In the analysis, the deformation regions have been divided into eight zones. A constant frictional stress has been assumed on the contacting surfaces. Utilizing the formulated velocity field, numerical calculations have been carried out to investigate the effects of various parameters, such as module, number of teeth, addendum modification coefficient and friction factor, on the relative forging pressure of spur gears. As the result of numerical calculations, the relative forging pressure does not change so much against the variation of module. On the other hand, the relative forging pressure increases at the final filling stage as the addendum modification coefficient increases.

Key Words : Closed-Die Forging(밀폐단조), Upper-Bound Method(상계법),
Involute Tooth Profile(인벌류트 치형), Velocity Field(속도장)

1. 서 론

기어는 용도가 대단히 많고 종류가 다양한 기계부품 중의 하나이다. 기어의 제조법으로는 호빙, 셰이빙, 밀링 등과 같은 절삭가공법과 주조, 분말야금, 소성가공 등의 비절삭가공법이 있으며, 정밀도를 요하는 제품은 현재 절삭가공된 기어가 많이 사용되고 있다. 그러나 소성가공에 의해 성형된 기어는 절삭가공에 의해 성형된 기어에 비하여 재료 및 비용절감과 강도 증가 등을 기대 할 수 있으므로, 최근 기어 제조에

서 생산성을 높이는 방법으로 소성가공에 의한 기어의 성형법에 관한 연구가 활발히 진행되고 있다^[1-5]. 소성가공에 의한 기어의 성형법으로는 압출, 냉간밀폐단조, 온간단조, 열간단조 등을 들 수 있으며, 특히 소형의 스피어 기어 성형에는 냉간밀폐단조가 많은 관심을 끌게 되었다.

그런데 기어의 냉간단조 금형은 온간단조 및 열간단조의 경우보다 가혹한 하중조건에서 사용됨으로 금형의 손상이 우려된다. 그러므로 금형설계시 단조하중과 압력을 예측하는 것이 매우 중요하다. 단조하중과 압력을 구하는 해석법으로는 슬래브법, 상·하계법, 유한요소법 등이 있으며, 이중 상계해법은 실제의 하중보다 적어도 같거나 큰 해를 예측하므로 금형설계시 실용적 측면에서 매우 유용한 방법이다.

상계법을 이용하여 기어 단조에 관한 해석을 한 연구자들 중에서 Juneja 등^[6] 과 Dean 등^[7]은 스피어 기어의 치형을 직선으로 가정하여 단조압력을 계산하였으나, 속도 불연속면에서 수직속도 성분의 연속성을 만족시키지 못하는 속도장에 의한 것이었고, Dean 등^[7]의 속도장은 직선치형의 공구면에서도 경계조건을 만족하지 않는 속도장이었다. Kondo 등^[8]이 치형을 직선으로 가정하여 제시한 속도장도 이뿌리원의 원호 경계면에서 수직속도성분의 연속성이 성립되지 못하는 것이었다.

본 연구자들은 스피어 기어의 단조에 관하여 일련의 연구를 수행하고 있다. 앞서 발표한 논문은^[9] 필렛을 고려하지 않고 이뿌리원에서 기초원까지를 직선으로 한 인벌류트 치형에 대해 상계해석한 것이었다. 본 논문에서는 이뿌리원과 기초원에 접하는 원호 필렛을 고려한 인벌류트 스피어 기어를 밀폐단조 할 때, 최소에너지 소비율을 만족하는 반경변수를 고려하여 체적일정조건, 속도연속성 및 경계조건을 만족하는 새로운 동적가공속도장을 제안하고 상계해를 구하고자 한다.

기 호 설 명

| | | | |
|-------------------|----------------------------|-------------|----------------------|
| r, θ | : 중심 0의 원주 좌표계 | \dot{E}_f | : 마찰에너지 소비율 |
| z | | \dot{E}_a | : 전단에너지 소비율 |
| \dot{E}_p | : 내부에너지 소비율 | m | : 마찰상수 |
| M | : 모듈 | P_{av} | : 평균 단조압력 |
| N | : 기어의 잇수 | r_b | : 기초원 반경 |
| r_{rt} | : 이뿌리원의 반경 | r_a | : 에너지 소비율이 최소로 되는 반경 |
| $r_g(t)$ | : 가공물 높이가 t일때 자유표면의 반경 | t | : 가공물의 높이 |
| $r_{arc}(\theta)$ | : 중심 0에 대한 필렛 곡선의 반경 | u | : 펀치의 하강속도 |
| $r_{inv}(\theta)$ | : 중심 0에 대한 인벌류트 곡선의 반경 | u_0 | : 회전방향의 속도 |
| r_{od} | : 이끝원 반경 | σ_0 | : 초기항복응력 |
| t_0 | : 초기소재의 높이 | x | : 전위계수 |
| U_r | : 반경방향의 속도 | | |
| U_z | : 축방향의 속도 | | |
| $\dot{\epsilon}$ | : 유효변형률 속도 | | |
| $\theta(t)$ | : 가공물의 높이가 t일때 자유면까지의 라디안각 | | |

2. 이론해석

Fig. 1은 인벌류트 스퍼어 기어의 냉간 밀폐단조에 관한 개략도를 나타낸 것이다. 이 그림에 도시된 바와 같이 펀치, 다이 및 이젝터에는 치가 가공되어 있고, 가공물을 단조 할 때 이젝터는 정지상태를 유지하도록 한다. 그리고 펀치가 일정속도로 하강함에 따라 재료는 다이의 치 공간으로 유동되어 간다. 이와 같은 재료유동에 대한 속도장을 표현하기 위하여, Fig. 2와 같이 스퍼어 기어의 반 피치를 8개의 영역으로 분할하고 0를 중심으로 하는 r, θ, z 의 원주 좌표계를 이용하여 이뿌리원에서 이끝원까지의 변형에 대해 해석한다. Fig. 2에서 B, B', D, F, G, I는 중심 0를 향한다. 본 논문에서 I, II, III, IV, V, VI, VII 및 VIII은 Fig. 2와 같이 분할된 각각의 영역을 나타낸다. 반경 r_0 은 에너지 소비율이 최소가 되는 변수이다.

이론해석을 위해 다음을 가정한다.

- 1) 치형은 인벌류트이고, 필렛은 원호이다.
- 2) 스퍼어 기어 단조에 사용되는 금형은 단조제품의 이끝원 보다 조금 더 깊게 가공되어 있으며, 그 틈새는 아주 작은 것으로 생각한다.
- 3) 단조될 재료는 등방성, 비압축성이고, Mises의 유동법칙을 따른다.
- 4) 재료 유동시의 자유면의 형상은 0를 중심으로 하는 원호이다.
- 5) 가공물과 공구사이의 접촉면에서 마찰은 일정하다.
- 6) 초기소재의 직경은 이뿌리원 직경과 같다.

2-1. 동적가용속도장

동적가용속도장은 체적일정조건과 경계면에서 속도 연속조건을 만족해야 한다. 체적 일정조건은 다음 식으로 평가한다.

$$\dot{\epsilon}_{rr} + \dot{\epsilon}_{\theta\theta} + \dot{\epsilon}_{zz} = 0 \quad (1)$$

그리고 본 논문의 모든 변형영역에서 z 축 방향 속도성분은 z 에 선형적으로 비례한다고 가정한다.

$$U_z = - \frac{uz}{t} \quad (2)$$

- 1) I 영역 속도장 ($0 \leq \theta \leq \alpha, 0 \leq r \leq r_0$)

$$U_r = \frac{ur}{2t} \quad (4)$$

$$U_\theta = 0 \quad (5)$$

- 2) II 영역 속도장 ($0 \leq \theta \leq \theta_f, r_0 \leq r \leq r_{rt}$)

$$U_r = \frac{u}{2t} \left\{ r - \frac{r_{rt}(r-r_m)^2}{(r_{rt}-r_m)^2} \right\} \quad (6)$$

$$U_\theta = \frac{u}{2t} \cdot \frac{r_{rt}(3r^2 - 4rr_m + r_m^2)\theta}{(r_{rt}-r_m)^2} \quad (7)$$

3) III 영역 속도장 ($r_m \leq r \leq r_{rt}$, $\theta_f \leq \theta \leq \theta(t)$, 단 $\theta(t) \leq \theta_b$)

$$U_r = \frac{u}{2t} \left[r + \frac{r_{rt}(r-r_m)^2}{2(r_{rt}-r_m)^2} (\sin(\theta-\theta_f)-2) \right] \quad (8)$$

$$U_\theta = \frac{u}{4t} \frac{r_{rt}(3r^2-4rr_m+r_m^2)}{(r_{rt}-r_m)^2} (\cos(\theta-\theta_f)+2\theta-1) \quad (9)$$

4) IV 영역 속도장 ($r_m \leq r \leq r_{rt}$, $\theta(t) \leq \theta \leq \alpha$, 단 $\theta(t) \leq \theta_b$)

$$U_r = \frac{u}{2t} \left[r + \frac{r_{rt}(r-r_m)^2}{2(r_{rt}-r_m)^2} (\cos(\theta(t)-\theta_f)+2\theta(t)-1) \frac{1}{\alpha-\theta(t)} \right] \quad (10)$$

$$U_\theta = \frac{u}{4t} \frac{r_{rt}(3r^2-4rr_m+r_m^2)}{(r_{rt}-r_m)^2} (\cos(\theta(t)-\theta_f)+2\theta(t)-1) \frac{\alpha-\theta}{\alpha-\theta(t)} \quad (11)$$

5) V 영역 속도장 ($r_{rt} \leq r \leq r_{arc}(\theta)$, $\theta_f \leq \theta \leq \theta(t)$, 단 $\theta(t) \leq \theta_b$)

$r_{arc}(\theta)$ 는 중심 0에 대한 원호 필렛의 곡면을 나타내고 다음과 같이 정의 된다.

$$r_{arc}(\theta) = R_f \cos(\theta-\theta_f) - \sqrt{R_f^2 \cos^2(\theta-\theta_f) - (R_f^2 - r_f^2)} \quad (12)$$

여기서 $R_f = r_{rt} + r_f$ 이고, r_f 는 Fig.2에서 이뿌리원과 인벌류트의 기초원에 접하는 중심 C의 원호 필렛 반경으로 다음과 같이 정의 된다.

$$r_f = \frac{r_b^2 - r_{rt}^2}{2r_{rt}}$$

V 영역 속도장을 다음과 같이 제시한다.

$$U_r = \frac{ur}{2t} \left\{ 1 - \frac{r_{rt}^2}{r^2} + \frac{r_{rt}^2}{2r^2} \sin(\theta-\theta_f) \right\} \quad (13)$$

$$U_\theta = \frac{u(R_f^2 - r_f^2 - r^2)}{2tr} \left[\frac{r^2 - r_{rt}^2}{\sqrt{-r^4 + 2(R_f^2 + r_f^2)r^2 - (R_f^2 - r_f^2)^2}} + \frac{r_{rt}^2}{4rR_f} \right] \quad (14)$$

6) VI 영역 속도장 ($r_{rt} \leq r \leq r_s(t)$, $\theta(t) \leq \theta \leq \alpha$, 단 $r_s(t) \leq r_b$, $\theta(t) \leq \theta_b$)

$$U_r = \frac{ur}{2t} + \frac{u}{2tr(\alpha-\theta(t))} \left[\frac{2r_f^2 - r_{rt}^2}{2} \sin^{-1} \left(\frac{R_f^2 + r_f^2 - r^2}{2r_f R_f} \right) + \frac{\sqrt{f(r)}}{2} - \frac{r_{rt}^2}{4R_f} \left(r + \frac{R_f^2 - r_f^2}{r} \right) - \frac{r_{rt}^2}{2} \sin^{-1} \left\{ \frac{(R_f^2 + r_f^2)r^2 - (R_f^2 - r_f^2)^2}{2r_f R_f r^2} \right\} \right] + \frac{u r_{rt}^2}{4tr(\alpha-\theta(t))} C_1 - \frac{u}{2tr(\alpha-\theta(t))} C_2 \quad (15)$$

$$U_\theta = \frac{u(R_f^2 - r_f^2 - r^2)}{2tr} \left[\frac{r^2 - r_{rt}^2}{\sqrt{-r^4 + 2(R_f^2 + r_f^2)r^2 - (R_f^2 - r_f^2)^2}} + \frac{r_{rt}^2}{4rR_f} \right] \frac{\theta - \alpha}{\theta(t) - \alpha} \quad (16)$$

여기서 $C_1 = 2\theta(t) + \cos(\theta(t) - \theta_f) - 1$, $C_2 = \frac{\pi}{2} r_f^2 - \frac{r_{rt}^2}{2}$

$$, f(r) = -r^4 + 2(R_f^2 + r_f^2)r^2 - (R_f^2 - r_f^2)^2$$

이다.

7) VII 영역 속도장 ($r_b \leq r \leq r_{inv}(\theta)$, $\theta_b \leq \theta \leq \theta(t)$)

여기서, $r_{inv}(\theta)$ 는 인벌류트 곡면을 나타내는 것으로 다음과 같이 정의된다.

$$\theta = \theta_b + \frac{\sqrt{r_{inv}(\theta)^2 - r_b^2}}{r_b} - \tan^{-1} \frac{\sqrt{r_{inv}(\theta)^2 - r_b^2}}{r_b} \quad (17)$$

VII 영역의 속도장을 다음과 같이 제시한다.

$$U_r = \left\{ C_3 + \frac{u}{2t} \left(\frac{r^2}{r_b} - r_b \right) \right\} \frac{r_b}{r} \quad (18)$$

$$U_\theta = \left\{ C_3 + \frac{u}{2t} \left(\frac{r^2}{r_b} - r_b \right) \right\} \frac{\sqrt{r^2 - r_b^2}}{r} \quad (19)$$

여기서 C_3 는 다음과 같다.

$$C_3 = \frac{u}{2t} \left[r_b + \frac{1}{r_b(\alpha - \theta_b)} \left\{ r_b r_f + (r_f^2 - r_b^2)(\theta_b - \theta_f) - \frac{r_b r_f \alpha^2}{2R_f} \right\} \right. \\ \left. + \frac{r_b \alpha^2}{2r_b(\alpha - \theta_b)} (2\theta_b + \cos(\theta_b - \theta_f) - 1) - \frac{C_2}{r_b(\alpha - \theta_b)} \right]$$

8) VIII 영역 속도장 ($r_b \leq r \leq r_s(t)$, $\theta(t) \leq \theta \leq \alpha$, 단 $\theta(t) \geq \theta_b$)

$$U_r = \frac{ur}{2t} + \frac{1}{\alpha - \theta(t)} \left(C_3 - \frac{ur_b}{2t} \right) \left\{ \frac{\sqrt{r^2 - r_b^2}}{r} - \frac{r_b}{r} \cos^{-1} \frac{r_b}{r} \right\} \quad (20)$$

$$+ \frac{1}{\alpha - \theta(t)} \frac{u}{6tr_b} \frac{\sqrt{(r^2 - r_b^2)^3}}{r} + \left(C_3 - \frac{ur_b}{2t} \right) \frac{r_b}{r} \\ U_\theta = \left\{ C_3 + \frac{u}{2t} \left(\frac{r^2}{r_b} - r_b \right) \right\} \frac{\sqrt{r^2 - r_b^2}}{r} \frac{\theta - \alpha}{\theta(t) - \alpha} \quad (21)$$

이상과 같이 제안한 속도장은 식(1)의 체적일정조건과 경계면에서 속도 연속 조건을 만족하므로 동적가용속도장이다.

2.2 상세해

2-2-1 내부에너지 소비율

각각의 영역에서 내부에너지 소비율은 다음과 같이 구한다.

$$\dot{E}_{p,i} = \int_V \sigma_o \bar{\epsilon}_i dV \quad (22)$$

여기서 i 는 각영역을 나타내는 하첨자이다.

2-2-2 전단에너지 소비율

속도불연속면 DmD, BD, DE, DF 및 GI에서 상대속도에 의한 전단에너지 소비율은 다음 식으로 구한다.

$$\dot{E}_s = \frac{\sigma_o}{\sqrt{3}} \int_s |\Delta V| dS \quad (23)$$

여기서 dS 는 속도불연속면의 미소면적이다.

2-2-3 마찰에너지 소비율

펀치와 가공물 사이의 접촉면, 다이 밀면과 가공물 사이의 접촉면, 다이 옆면과 가공물 사이의 접촉면에서 마찰에너지 소비율은 다음과 같이 구한다.

$$\dot{E}_f = \frac{m\sigma_o}{\sqrt{3}} \int_{A_f} |\Delta V| dA_f \quad (24)$$

여기서 A_f 는 마찰 접촉면이다.

2-2-4 전체에너지 소비율

스퍼어 기어의 반피치에 대해 에너지 소비율의 총합은

$$\dot{E}_t = \Sigma \dot{E}_p + \Sigma \dot{E}_s + \Sigma \dot{E}_f \quad (25)$$

이고, 스퍼어 기어 전체에 대한 에너지 소비율은 일정한 속도 u 로 움직이는 펀치에 제공된 동력과 같아야 하므로 스퍼어 기어 전체에너지 소비율은

$$\dot{E}_T = 2N\dot{E}_t \quad (26)$$

이다. 그리고 상대압력은

$$\frac{P_{av}}{\sigma_o} = \frac{\dot{E}_T}{\sigma_o \cdot u \cdot A} \quad (27)$$

이다. 여기서, A 는 해석하려는 순간의 펀치와 가공물의 접촉면적이다.

3. 결과 및 고찰

이론해석에서 본 바와 같이 원호 필렛을 고려한 인벌류트 치형의 스퍼어 기어를 냉간 밀폐단조 할 때, 동적가속속도장을 제안하고 상계해를 구하였다.

본 논문에서는 기어의 압력각을 20° , 스퍼어 기어의 완제품 두께를 15mm, 치높이를 2.25M, 펀치 하강속도를 1mm/sec 로하여 모듈, 기어 잇수, 전위계수 및 마찰상수 등의 변화에 대하여 평균압력 및 상대압력을 계산했다.

기어의 전위계수는 이끝 두께 한계, 원호필렛이 인벌류트의 기초원과 이뿌리원에 접하는 조건을 고려해서 치형으로서의 조건을 임지않도록 상·하한을 구했고, 전위계수가 커지면 이끝이 뾰족해지므로 하한에 근접한 값을 이용했다. 이 값들을 나타낸 것이 Table1 이다. 기어의 잇수가 23 이상인 경우는 전위계수를 0으로 선택하여 해석했다. 그림내용에서 전위계수가 명시되지 않은 것은 Table1의 x_w 가 사용된다.

Fig. 3과 Fig. 4는 각각 마찰상수 0.1과 0.3일때 에너지 소비율이 최소로 되는 변수 r_n 을 펀치 압하율에 대해 구한 결과이다. 이 결과에 의하면 펀치 행정이 어느정도 진행된 후에는 r_n 이 거의 일정한 값을 갖는다. 그리고 잇수가 22인 경우는 모듈 변화에 대한 미소한 값 차이가 있지만 전반적으로 r_n 은 모듈에 거의 영향을 받지 않는다. 또 거의 일정한 r_n 값을 갖는 범위에서는 잇수가 적은 경우보다 잇수가 많은 경우에 r_n 값이 더 크다. 이것은 잇수가 적을 때보다 잇수가 많을때 영역 II, III, IV가 차지하는 비율이 작다는 것을 의미한다. 이와같이 얻어지는 r_n 값을 해석에 적용한다.

Fig. 5와 Fig. 6은 압하율에 대한 상대압력을 나타낸 것으로 단조 최종단계에 접근

하면 상대압력이 급상승하는 경향을 보이고 있다. 이것은 이끝으로 접근 할수록 다이 면의 구속이 더 심해져서 단면적 확대에 비해 에너지 소비율이 크게 작용된 것으로 생각된다. 그리고 잇수가 15, 22 및 30 인 경우에 단조 최종상태의 상대압력은 서로 큰 차이가 없다.

Fig. 7은 단조 최종상태에서 해석한 결과들이다. 여기서 Ω 는 가공물이 이뿌리원에서 이끝원으로 유동될때 이끝원 두께를 나타내는 사이각과 기어의 잇수에 따라서 다이 면의 구속정도가 변하여 유동저항이 달라지는 하나의 조건으로 생각하여, 유동저항 비로 칭하고 잇수 변화에 대해 도시한 것이다. 이 유동저항비는

$$\Omega = 1 - \frac{\alpha - \theta(t)}{2\pi} 2N \quad (28)$$

로 정의했다. 여기서 Ω 가 1이면 가공물이 유동할 수 없는 완전 구속상태를 의미한다. 기어의 잇수가 많아지면 Ω 값은 점차 감소하여 유동저항이 감소하는 경향으로, 기어의 잇수증가에 대한 상대압력의 변화와 경향이 비슷하다. Fig. 7에서 마찰이 작아지고 잇수가 약 20 이상으로 증가하면 상대압력의 감소경향은 작아진다. 그런데 잇수가 증가하면 상대압력이 감소하는 경향은 유동저항비(Ω)가 잇수가 적을때보다 상대적으로 작아지고 Fig. 3과 Fig. 4와 같이 에너지 최소를 만족하는 r_n 이 잇수가 많을 때 큰 값을 가지므로 영역 II, III, IV가 차지하는 비율이 잇수가 적을때보다 작아져서 이 부분의 마찰에너지 소비율과 속도불연속면 DJ에서의 전단에너지 소비율이 차지하는 비율이 상대적으로 작아진다. 또한 잇수가 증가하면 치형조건에 의해서 V, VI 영역이 차지하는 비율이 작아져서 이 부분의 마찰에너지 소비율과 속도불연속면 DF에서의 전단에너지 소비율이 상대적으로 작아진 탓으로 생각된다.

Fig. 8은 잇수가 15일때 펀치 압하율에 대한 Ω 를 전위계수 조건에따라 나타낸 것으로, 압하율이 약 15% 이상되면 전위계수가 큰 것의 Ω 값이 커지므로 이끝원에 접근 할수록 구속이 심해지는 경향과 일치한다.

Fig. 9는 각각의 전위계수 조건에서 펀치 압하율에 대한 상대압력을 나타낸 것으로, 단조 최종상태에서는 전위계수가 큰 것의 상대압력이 크고 Fig. 8의 경향과 비슷하다.

Fig. 10과 Fig. 11은 각각의 잇수 조건에서 모듈과 상대압력의 관계를 나타낸 것으로 모듈변화에 대한 상대압력의 변화가 크지않음을 볼 수 있다. 이 경향은 마찰상수 0.1 일때 더 뚜렷하다. 이 두 그림에서 잇수의 범위가 15 ~ 30이면 그 상대압력의 차이는 크지않다.

Fig. 12는 모듈, 잇수 및 마찰상태가 같을때 각각의 치형에 대해 서로 다른 속도장으로 상세해석한 결과를 비교한 것이다. 필렛을 고려하지 않은 인벌류트 치형과 원호 필렛을 고려한 인벌류트 치형의 최종단계 상대압력은 잇수가 15일때는 거의 같고, 잇수가 22일때는 1.6 정도의 차이가 있다. 전반적으로 원호필렛을 고려한 인벌류트 치형의 상대압력이 작은 것은 이뿌리원과 기초원에 접하는 원호필렛이 존재하여 치형과 속도장이 다르고 특히 에너지 최소를 만족하는 변수 r_n 을 사용한 연유로 본다.

Fig. 13은 가공경화성 재료의 유동용력을 구할때 유효변형률($\bar{\epsilon}$)을 평가하는 두가지

방법을 비교한 것이다. 경우 1은 단순 업셋팅에서 사용되는 대수변형률 즉, $\ln(t_0/t)$ 이다. 경우 2는 본 논문의 상계해를 이용하여 해석한 것으로 평균 유효변형률이다. 그 방법은 표면마찰을 무시하면, 외력이 한 일이 모두 소성변형에 소비되므로

$$L dt = \int_V \bar{\sigma} d\bar{\epsilon} dV \quad (29)$$

이고, 유효변형률을 전체 변형영역에서의 평균 유효변형률로 가정하면

$$L dt = V \bar{\sigma} d\bar{\epsilon}_m \quad (30)$$

이다. 여기서 L 은 표면마찰 0인 단조하중($P_{av}A$), t 는 가공물의 높이, V 는 가공물의 체적이다. 그러므로

$$\frac{P_{av} A dt}{\bar{\sigma}} = A t d\bar{\epsilon}_m \quad (31)$$

이고, 평균 유효변형률은 다음식에서 수치적으로 계산된다.

$$\bar{\epsilon}_m = \int \frac{P_{av}}{\bar{\sigma}} \frac{dt}{t} \quad (32)$$

이 두가지의 유효변형률을 적용하여 본 논문의 상계해와 Kondo등^[8]이 공업용 순알루미늄($\bar{\sigma} = 151 \bar{\epsilon}^{0.28}$ MPa)을 밀폐단조한 실험결과를 비교한 것이 Fig. 14이다.

가공압력이 410MPa 되면, 가공물이 이끌원에 닿기 직전이고, 가공물이 이끌원에 접촉한 후에도 단조를 계속한 것으로 Kondo등^[8]은 기술하고 있다. Fig. 13의 경우 2로 유효변형률을 평가하여 상계해석한 가공압력이 실험된 결과와 잘 일치하고 있다. 이상의 결과들에서 본 논문의 속도장에 의한 상계해는 실제 스퍼어 기어의 냉간 밀폐단조에 유용하게 적용될 수 있을 것으로 본다.

4. 결 론

중실 원통형 소재를 이용하여 원호필렛을 고려한 인벌류트 스퍼어 기어를 밀폐단조할 때 상계법을 적용하기 위한 새로운 동적가공속도장을 제안하고, 이 속도장에 의해서 상계해를 구한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 속도장에서 에너지 최소를 만족하는 변수 r_n 은 기어의 잇수가 많아질수록 커지지만 모듈에는 거의 영향을 받지 않는다.
- (2) 잇수가 같을때, 상대압력은 모듈 변화에 대해 거의 변하지 않는다.
- (3) 마찰이 작을때, 잇수가 대략 15에서 30 정도의 범위이면 최종단계의 상대압력은 큰 차이가 없다.
- (4) 전위계수가 크고 단조 최종단계에 접근할수록 상대압력은 급격히 상승한다.
- (5) 원호필렛을 고려한 인벌류트 치형의 속도장에 에너지 최소를 만족하는 변수 r_n 을 도입한 상계해의 상대압력은, 필렛을 고려하지 않은 인벌류트 치형의 속도장에 의한 상계해보다 상대압력이 작다.

5. 참고 문헌

- (1) S.K.Samanta, "Helical Gear:A Novel Method of Manufacturing It", NAMRC, (1976), pp.199~205.
- (2) F.Dohmann and O.Traudt, "Metal Flow and Tool Stress in Cold Forging of Gear Components", Advanced Technology of Plasticity, Vol.II, pp.1081~1089.
- (3) A.R.O.Abdul-Rahman and T.A.Dean, "The Quality of Hot Forged Spur Gear Forms.partI : Mechanical and Metallurgical Properties", Int.J.Mach. Tool Des. Res., Vol.21, No.2, (1981), pp.109~127.
- (4) S.Fujikawa, H.Yoshioka and S.Shimamura, " Cold- and Warm- Forging Applications in the Automative Industry", Journal of Materials Processing Technology, 35, (1992), pp 317~342.
- (5) I.Moriguchi, " Cold Forging of Gear and Other Complex Shapes", Journal of Materials Processing Technology, 35, (1992), pp 439~450.
- (6) O.P.Grover and B.L.Juneja, "Analysis of Closed-Die Forging of Gear-Like Elements", Advanced Technology of Plasticity", Vol.II, (1984), pp.888~893.
- (7) N.A.Abdul and T.A.Dean, "An Analysis of the Forging of Spur Gear Forms" . Int.J.Mach.Tool Des.Res., Vol.26, No.2, (1986), pp.113~123.
- (8) K.Kondo and K.Ohga, "Development of Precision Cold Die Forging Process Utilizing Divided Flow",J.of the JSTP Vol.27,No.300,(1986),pp.121~131.
- (9) 최 재찬, 허 관도, 김 창호, 최 영, "인벌류우트 스퍼어 기어의 밀폐단조에 관한 상세해석", 한국소성가공학회지, Vol. 2, No. 4, (1993), pp. 22~37.

Table 1 Addendum modification coefficient

| | | | | | | | |
|------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $x \backslash N$ | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
| x_{min} | 0.4653 | 0.4276 | 0.3903 | 0.3534 | 0.3166 | 0.2800 | 0.2436 |
| x_{max} | 0.6996 | 0.7612 | 0.8202 | 0.8580 | 0.8278 | 0.7976 | 0.7675 |
| x_w | 0.47 | 0.43 | 0.40 | 0.36 | 0.32 | 0.30 | 0.25 |
| $x \backslash N$ | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 |
| x_{min} | 0.2073 | 0.1712 | 0.1352 | 0.0993 | 0.0633 | 0.0276 | 0.0 |
| x_{max} | 0.7373 | 0.7072 | 0.6770 | 0.6469 | 0.6167 | 0.5866 | 0.5564 |
| x_w | 0.22 | 0.19 | 0.14 | 0.10 | 0.07 | 0.04 | 0.0 |

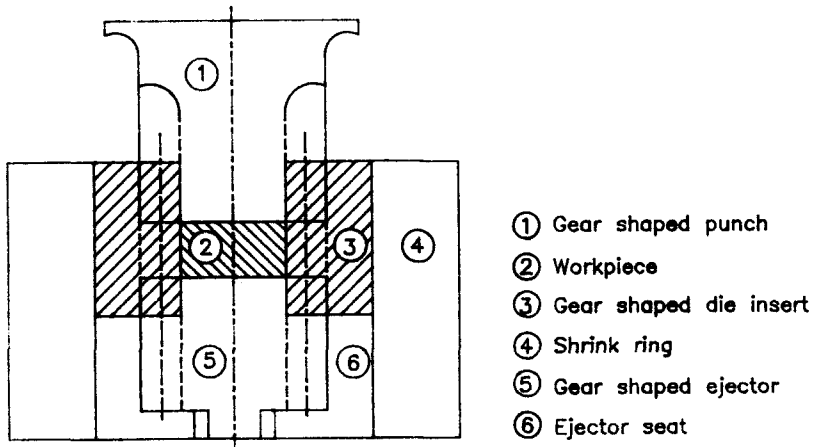


Fig.1 Schematic drawing of spur gear forging.

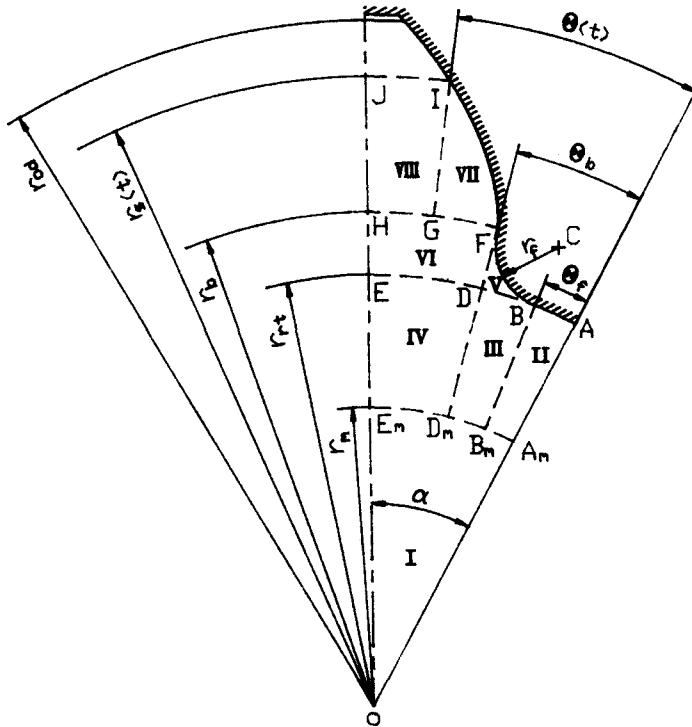


Fig.2 Assumed deformation regions for the closed die forging of the involute spur gears.

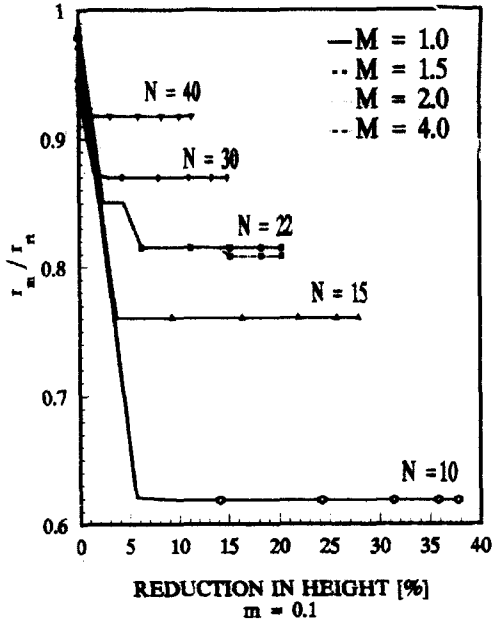


Fig. 3 Variation of the fractional radius with respect to reduction in height.

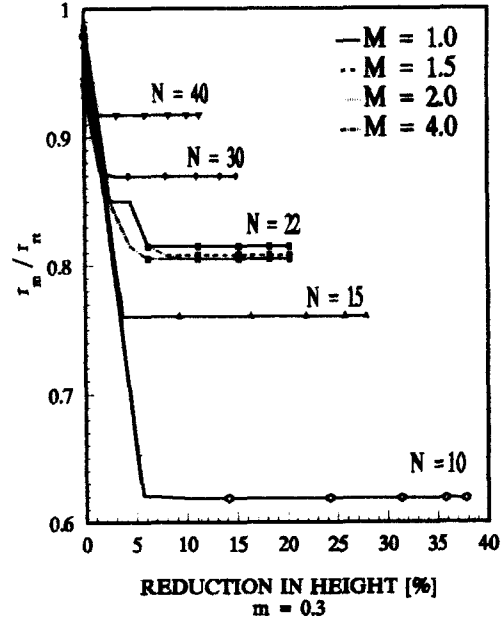


Fig. 4 Variation of the fractional radius with respect to reduction in height.

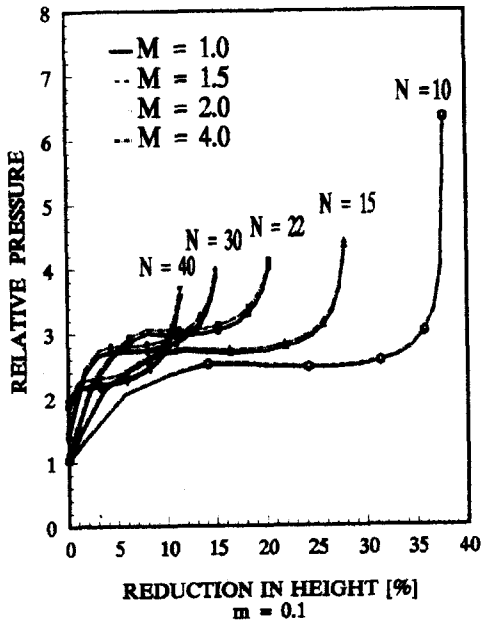


Fig. 5 Variation of the relative pressure with respect to reduction in height for different number of teeth and modules.

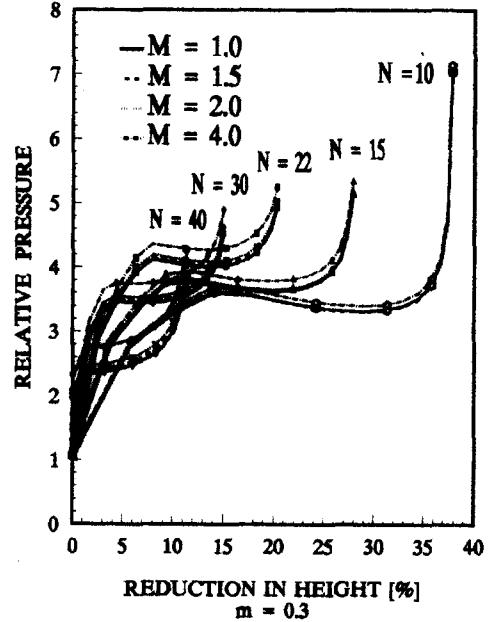


Fig. 6 Variation of the relative pressure with respect to reduction in height for different number of teeth and modules.

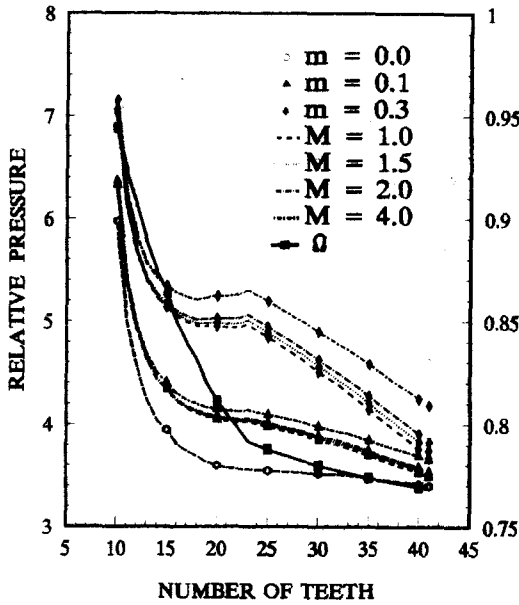


Fig. 7 Variation of the relative pressure and the ratio of flow restriction with respect to number of teeth.

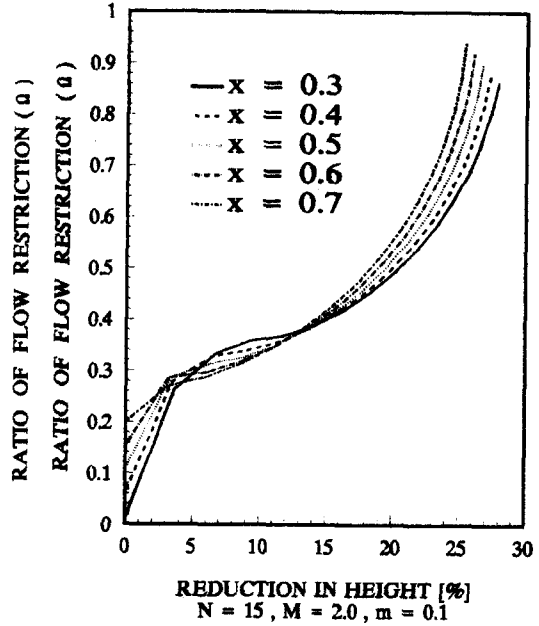


Fig. 8 Influence of the addendum modification coefficient on the ratio of flow restriction.

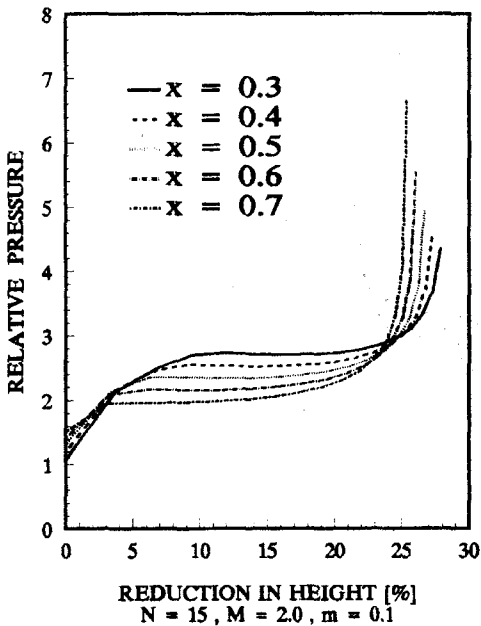


Fig. 9 Influence of the addendum modification coefficient on the relative pressure.

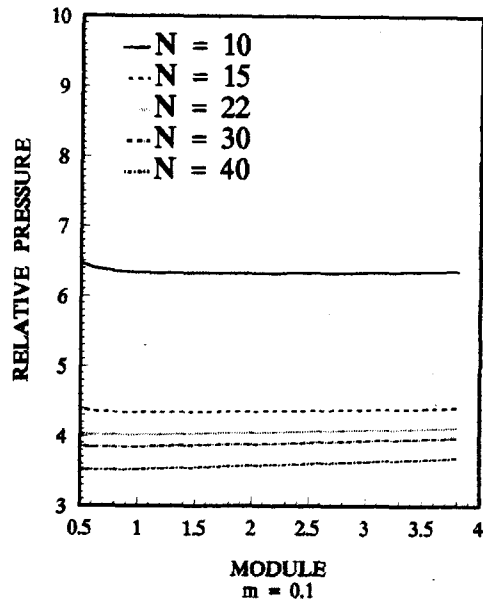


Fig. 10 Variation of the relative pressure with respect to module at each number of teeth.

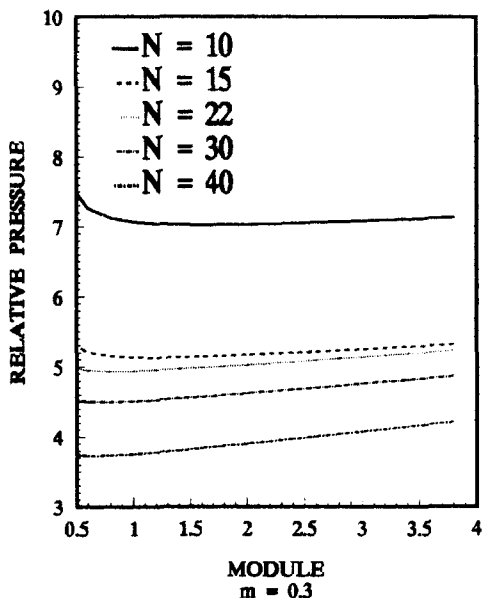


Fig. 11 Variation of the relative pressure with respect to module at each number of teeth.

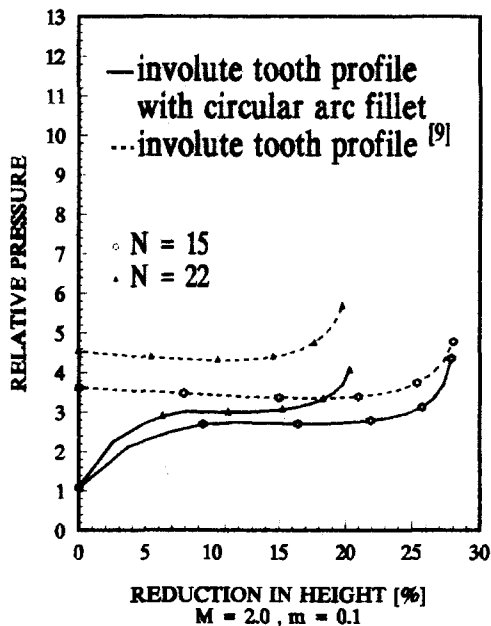


Fig. 12 Variation of the relative pressure for different tooth profiles.

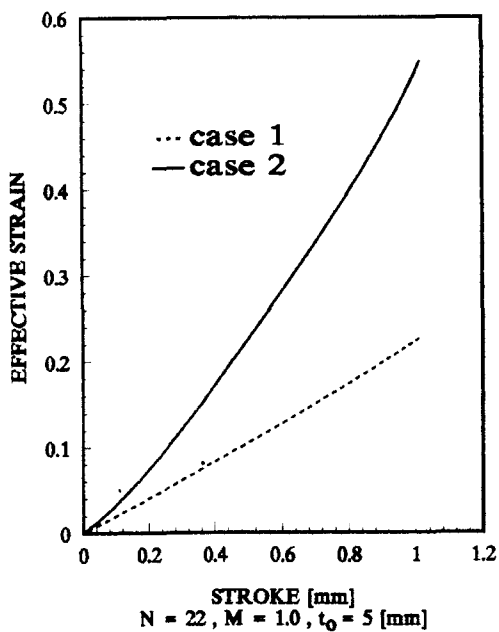


Fig. 13 Variation of the effective strain with respect to punch stroke.

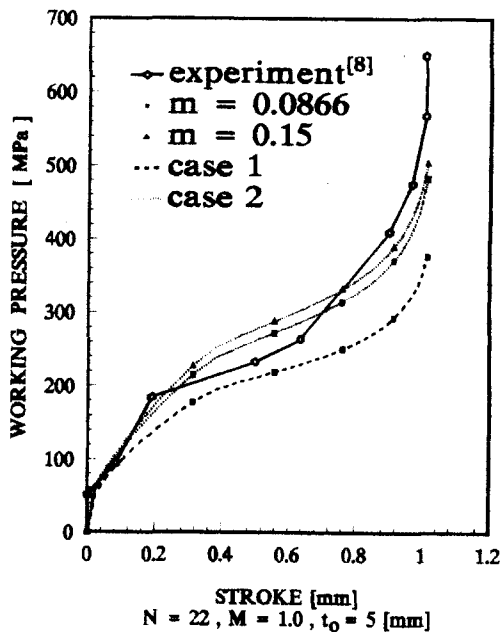


Fig. 14 Comparison of the experimental results with the upper bound solutions.