

## 碎波帶 밖에서 return flow의 數學的 模型

## A Mathematical Model of Return Flow outside the Surf Zone

李宗鑾\* · 朴一欽\*\*

Lee, Jong Sup · Park, Il Heum

## Abstract

An analytical model of return flow is presented outside the surf zone. The governing equation is derived from the Navier-Stokes equation and the continuity. Each term of the governing equation is evaluated by the ordering analysis. Then the infinitesimal terms, i.e. the turbulent normal stress, the squared vertical velocity of water particle and the streaming velocity, are neglected. The driving forces of return flow are calculated using the linear wave theory for the shallow water approximation. Especially, the space derivative of local wave heights is described considering a shoaling coefficient. The vertical distribution of eddy viscosity is discussed to the customary types which are the constant, the linear function and the exponential function. Each coefficient of the eddy viscosities which sensitively affect the precision of solutions is uniquely decided from the additional boundary condition which the velocity becomes zero at the wave trough level. Also the boundary conditions at the bottom and the continuity relation are used in the integration of the governing equation. The theoretical solutions of present model are compared with the various experimental results. The solutions show a good agreement with the experimental results in the case of constant or exponential function type eddy viscosity.

## 要 旨

碎波帶 밖에서 return flow에 관한 解釋的 模型을 提示하였다. Navier-Stokes 方程式과 連續方程式으로부터 基礎方程式이 誘導되었으며, 基礎方程式의 各 項은 ordering 解釋方法으로 相對的인 크기가 評價되었다. 이에 따라 微小項인 亂流法線應力項, 鉛直方向 水粒子速度 제곱項 및 streaming velocity 項이 無視될 수 있었다. return flow의 起動力이 되는 波動成分의 各 項은 線形波理論을 淺海波近似하여 算定하였으며, 특히 波高의 空間的 變化率은 淺水係數를 考慮하여 나타내었다. 그리고 渦動粘性係數의 鉛直分布는 既存의 常數型, 線形函數型 그리고 自然指數函數型的 3가지 形態에 대하여 檢討하였으며, 解의 精度에 敏感한 影響을 미치는 渦動粘性係數의 絕對값은 波谷點에서 流速이 zero라는 새로운 境界條件을 導入하여 一義的으로 決定하였다. 2階 微分方程式으로 나타나는 基礎方程式의 解를 구하기 위하여 底面에서 境界條件 및 連續條件을 使用하였다. 여러가지 水理實驗資料와 本 模型의 解를 比較한 結果, 渦動粘性係數의 鉛直分布를 常數型 혹은 自然指數函數型으로 假定하였을 때 좋은 結果를 나타내었다.

\* 正會員 · 釜山水產大學校 海洋科學大學 海洋工學科, 副教授

\*\* 正會員 · 釜山水產大學校 大學院 海洋工學科, 博士課程 修了

## 1. 序 論

碎波帶 內外에서 흐름場의鉛直構造는 掃流砂 및 浮遊砂의 移動과 地形變動 等的 漂砂移動問題에 있어서 重要하다. 一般的으로 海岸으로 向하는 進行波에 의한 掃流砂의 純移動은 外海에서 海岸方向이다. 그러나 碎波點 附近에서 形成되는 沿岸砂洲는 海岸에서 外海方向의 漂砂移動 結果로 여겨진다. 이러한 沿岸砂洲의 形成過程을 說明하기 위하여 많은 假說이 提案되었지만, 最近에는 鉛直 2次元 平面에서 波에 의한 循環流 즉 return flow로서 說明하고 있다.

이와 關聯하여 最近까지 碎波帶 內에서 return flow의 模型化는 活潑하게 이루어져 왔으나 碎波帶 밖에서의 模型化는 거의 드문 實情이다. 지금까지의 研究를 살펴보면 다음과 같다. 1847年 Stokes<sup>(1)</sup>는 實際의 波가 完全히 sinusoidal하지 못하여 微小振幅進行波의 경우에 水粒子가 完全히 닫힌 軌跡을 記述하지 못하므로, 波의 進行方向으로 2次の 平均 Lagrangian velocity(Stokes drift)가 있음을 밝혔다. 1953年 Longuet-Higgins<sup>(2)</sup>는 粘性流體에서 全水深에 걸쳐 zero mass flux를 假定하여 Stokes drift와 어떤 拋物線形態의 流速分布가 結合된 것으로 볼 수 있는 質量輸送速度의 鉛直分布를 誘導하였다. 그러나 그 適用範圍는 波高가 層流底面境界層의 2倍 이하 일 때로서 극히 限定되어 있다(van Rijn<sup>(3)</sup>). 그리고 1982年 Nadaoka and Kondoh<sup>(4)</sup>는 水深平均된 return flow의 값을 提案하였으며, 1984年 Dally and Dean<sup>(5)</sup>은 碎波帶 內外에서 海濱斷面變形과 關聯지어 return flow를 簡略化한 數學的 模型으로 適用하였다. 그리고 1991年 Southgate and Wallace<sup>(6)</sup>는 HR(Hydraulics Research)'s NPM(Nearshore Profile Model)으로 碎波帶 밖에서 代數函數形態의 return flow 鉛直分布를 數值計算하였으나 檢證은 이루어지지 않았다. 漂砂移動이 비록 碎波帶 內에서 卓越하게 發生하지만 漂砂移動限界水深 內의 全領域에서 일어난으로 碎波帶 밖에서의 return flow의 模型化는 海濱斷面變形機構와 關聯하여 상당히 重要하다고 하겠다. 한편, 1991年 Deigaard 等<sup>(7)</sup>은 碎波帶 內에서 return flow의 形成機構를 다음과 같이 說明하고 있다. 波가 碎波할 때 강한 에너지 減衰로 인하여 波高와 波에너지는 減少하며, 波運動과 關聯된 水

平運動量 flux 즉 radiation 應力도 海岸方向으로 減少한다. 이러한 radiation 應力の 傾斜는 平均海面의 傾斜와 均衡을 이룬다. 비록 radiation 應力과 wave set-up 사이에서 전체 힘들의 均衡이 얻어진다 할지라도 이 두 힘의 鉛直分布는 같지않고, 鉛直方向으로 힘의 均衡을 얻기 위하여 剪斷應力들이 導入되어야 한다. 이러한 機構는 1970年 Dyhr-Nielsen and Sørensen<sup>(8)</sup>에 의하여 最初로 提示되었으며, 1984年 Dally and Dean<sup>(5)</sup>에 의해 最初로 簡略化한 模型으로 導入되었다.

이와 類似하게 淺海域의 碎波帶 밖에서도 海岸方向으로 進行하는 波는 碎波할 때까지 淺水變形 等에 의하여 波高와 波에너지가 增加하게 되고 이에 따라 radiation 應力도 增加하게 된다. 전체적으로 radiation 應力の 傾斜와 wave set-down과 같은 平均海面의 變化가 均衡을 이루지만, 碎波帶 內에서와 같이 鉛直의 鉛直으로 그 分布가 같지 않을 것이므로, 本 研究에서는 이러한 點에 着眼하여 碎波帶 밖에서 return flow의 數學的 模型化를 1993年 李·朴<sup>(9)</sup>이 碎波帶 內에서 행한 方法과 類似하게 다음과 같이 행한다.

첫째, Navier-Stokes 方程式 및 連續方程式으로 부터 誘導된 基礎方程式의 各 項을 ordering 解釋方法으로 各 項이 차지하는 相對的인 크기를 評價하며, 이에 따라 解釋의 模型化에 基礎하여 非線形 移流項을 包含하는 微小項을 無視하여 解를 誘導한다. 둘째, 碎波帶 밖에서 return flow의 起動力이 되는 波動에 위한 項을 淺海波近似를 행한 線形波理論으로부터 評價하며, 특히 波高의 空間的 變化率은 Green의 法則에 根據한 淺水係數를 考慮하여 算定한다. 셋째, 不確定的인 渦動粘性係數를 定量的으로 評價하기 위하여 基礎方程式을 積分하는데 필요한 既存의 境界條件 외에 別途의 境界條件을 附加適用하여 渦動粘性係數를 一義의 로 決定할 수 있도록 한다. 그리고 넷째, 渦動粘性係數의 鉛直分布를 既存의 몇가지 函數形態로 假定하여 各 境遇에 대한 解釋結果를 水理實驗結果와 比較하고 討議한다.

## 2. 基礎方程式

### 2.1 基礎方程式의 誘導



$$\frac{\overline{\partial w^2}}{\partial x} \sim 0 \quad (10)$$

右邊 두번째 wave set-down 項은 碎波帶 밖에서 一定底面傾斜의 경우 式 (11)과 같이 나타낼 수 있다.

$$g \frac{\overline{\partial \eta}}{\partial x} \sim \frac{gH^2}{16hL} \sim 0.015625 \frac{gh}{L} \quad (11)$$

그리고 亂流와 關聯된 右邊 세번째와 네번째 項은 等方性 亂流를 假定하고 Prandtl의 混合距離理論 (Tennekes and Lumley<sup>(10)</sup>)을 導入하여 다음과 같이 나타낸다. 이때 水深.波長比  $h/L$ 은 1/20로서 近似하였다.

$$\begin{aligned} \frac{\overline{\partial u'^2}}{\partial x} &\sim \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \kappa^2 \left( \frac{\partial U}{\partial x} \right)^2 \right\} \\ &\sim \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \kappa^2 \frac{(\partial U / \partial x)^4}{(\partial^2 U / \partial x^2)^2} \right\} \sim 0.000244 \frac{gh}{L} \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \frac{\overline{\partial u'w'}}{\partial z} &\sim \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \kappa^2 \left( \frac{\partial U}{\partial z} \right)^2 \right\} \\ &\sim \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \kappa^2 \frac{(\partial U / \partial z)^4}{(\partial^2 U / \partial z^2)^2} \right\} \sim 0.000488 \frac{gh}{L} \end{aligned} \quad (13)$$

여기서 von Karman 常數  $\kappa = 0.4$ .

이상과 같은 式 (8)~(13)에서 式 (3)의 각 項에 대한 相對的 크기를 整理하면 表 1과 같다. 表 1에서 式 (3)의 각 項의 크기比를 살펴보면, 左邊의 네번째 streaming velocity에 의한 質量輸送項 및 右邊 첫번째 項이 zero로 가장 작게 나타났으며, 또한 左邊 첫번째 및 두번째의 移流項에 대하여 右邊의 세번째 亂流의 法線應力項이 0.16倍로 작게 나타났다. 그리고 左邊 세번째 項과 右邊 두번째 水面傾斜項 및 네번째 項이 각각 20.4, 10.2 및 3.2倍로 크게 나타났다.

上記의 크기比較에서 線形波理論을 適用하고 또한

order의 크기를 決定하는데 使用된 變數들을 近似하여 多少의 誤差는 있겠지만, 위 結果로부터 微小 項인 式 (3)의 左邊 네번째, 右邊 첫번째 및 세번째 項을 無視하고, 右邊 네번째 項을 渦動粘性係數  $\nu_t$ 로 近似하여 나타내면 式 (14)와 같은 碎波帶 밖에서 return flow에 관한 基礎方程式을 얻는다.

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( \nu_t \frac{\partial U}{\partial z} \right) = g \frac{\overline{\partial \eta}}{\partial x} + \frac{\overline{\partial u^2}}{\partial x} + \frac{\partial U^2}{\partial x} + \frac{\partial UW}{\partial z} \quad (14)$$

## 2.2. 碎波帶 밖에서 波動成分의 評價

碎波帶 밖에서 波動과 關聯된 項을 評價하기 위하여 淺海波近似를 행한 線形波理論을 使用한다. 따라서 波에 의한 水粒子의 速度  $u(t)$ ,  $w(t)$ 는 각각 式 (15), (16)으로 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} u(t) &= \frac{\pi H}{T} \frac{\cosh\{k(z+h)\}}{\sinh(kh)} \cos(kx - \sigma t) \\ &\approx \frac{H}{2} \left( \frac{g}{h} \right)^{1/2} \cos(kx - \sigma t) \end{aligned} \quad (15)$$

$$w(t) = \frac{\pi H}{T} \frac{\sinh\{k(z+h)\}}{\sinh(kh)} \cos(kx - \sigma t) \approx 0 \quad (16)$$

여기서  $k$ 는 波數이며,  $\sigma$ 는 角周波數이다. 따라서 return flow의 基礎方程式 式 (14)에서 起動力으로 作用하는 水粒子速度의 제공成分은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\overline{u^2}(t) = \frac{1}{T} \int_0^T u^2(t) dt = \frac{gH^2}{8h} \quad (17)$$

그리고 碎波帶 밖에서 平均水面變化에 따른 壓力傾斜는 運動量變化和 均衡을 이루므로 이러한 關係는 式 (18)과 같다(Longuet-Higgins and Stewart<sup>(11)</sup>).

表 1. return flow 誘導式에서 각 項의 크기 比較

구 분	$\frac{\partial U^2}{\partial x}$	$\frac{\partial UW}{\partial z}$	$\frac{\overline{\partial u^2}}{\partial x}$	$\frac{\overline{\partial u'w'}}{\partial z}$	$\frac{\overline{\partial w^2}}{\partial x}$	$g \frac{\overline{\partial \eta}}{\partial x}$	$\frac{\overline{\partial u'^2}}{\partial x}$	$\frac{\overline{\partial u'w'}}{\partial z}$
크기 $\left( x \frac{gh}{L} \right)$	0.00153	0.00153	0.03125	0	0	0.01563	0.000244	0.004880
크기비	1.0	1.0	20.4	0	0	10.2	0.16	3.2

$$\frac{dS_{xx}}{dx} + \rho g d \frac{d\bar{\eta}}{dx} = 0 \quad (18)$$

여기서 Radiation 應力  $S_{xx} = 3\rho g H^2/16$ ,  $d$ 는 平均水深이다. Komar<sup>(12)</sup>에 의하면 碎波帶 밖에서 一定底面傾斜를 假定하였을 때 式 (18)의 解는 式 (19)의 두번째 項과 같으며, 이것을 淺海波近似하면 세번째 項과 같다.

$$\bar{\eta} = -\frac{1}{8} \frac{H^2 k}{\sinh(2kh)} \approx -\frac{H^2}{16h} \quad (19)$$

式 (17), (19)의 각 成分들이 式 (14)의 基礎式에 適用될 때,  $x$ 方向의 波高變化率이 未知成分으로 남게 된다. 이 點을 解決하기 위하여 本 研究에서는 局地域에서 波高를 簡略하게 淺水係數  $K_s$ 를 考慮하여 算定한다. 이때, 淺水係數는 淺海域에서  $h^{-1/4}$ 에 比例한다는 Green의 法則에 根據하여 式 (20)과 같이 나타낸다. 이에 따라 碎波帶 밖에서 波高의  $x$ 方向의 變化는 式 (20)으로부터 式 (21)과 같이 나타낼 수 있다.

$$H = K_s \cdot H_0 = \left(\frac{c_{g0}}{c_g}\right)^{1/2} H_0 \approx \left(\frac{0.5c_0}{c}\right)^{1/2} H_0 \approx \left(\frac{1}{2\sigma}\right)^{1/2} \left(\frac{g}{h}\right)^{1/4} H_0 \quad (20)$$

$$\frac{\partial H}{\partial x} = -\left(\frac{1}{2\sigma}\right)^{1/2} \left(\frac{g}{h}\right)^{1/4} \frac{H_0}{4h} \frac{\partial h}{\partial x} \quad (21)$$

여기서  $c_g$ 는 群速度, 下添字 0는 深海에서 값을 나타낸다. 한편, 底面傾斜  $\tan\beta$ 가 一定하면 水深의  $x$ 方向 變化率은 式 (22)와 같다.

$$\frac{\partial h}{\partial x} = -\tan\beta \quad (22)$$

따라서 위의 關係로부터 水粒子速度 제곱의  $x$ 方向의 變化率 및 平均水面變動量의  $x$ 方向의 變化率은 각각 式 (23), (24)와 같다.

$$\frac{\partial \overline{u^2}}{\partial x} = \left\{ \left(\frac{1}{2\sigma}\right)^{1/2} \left(\frac{g}{h}\right)^{1/4} \frac{H_0}{2} + H \right\} \frac{gH}{8h^2} \tan\beta \quad (23)$$

$$\frac{\partial \bar{\eta}}{\partial x} = \left\{ \left(\frac{1}{2\sigma}\right)^{1/2} \left(\frac{g}{h}\right)^{1/4} \frac{H_0}{2} + H \right\} \frac{H}{16h^2} \tan\beta \quad (24)$$

return flow에 관한 基礎方程式 式 (14)에서 右邊의 세번째 및 네번째의 移流項은 平均流에 대한 非線形項으로서 式 (14)를 積分하여 解釋의 平均流의 分布를 구하는데 어려움이 있으며, 底面傾斜가 아주 緩慢한 경우 無視할 만한 項(李·朴<sup>(9)</sup>)이며 2.1節의 각 項의 相對의 크기比較에서도 대체로 작게 評價되었다. 따라서 本 研究에서는 解釋解를 구하기 위하여 非線形 移流項을 無視하고자 한다.

이상과 같은 假定과 式 (23) 및 (24)를 式 (14)에 代入하면 碎波帶 밖에서 return flow의 基礎式은 다음과 같이 簡單하게 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( v_i \frac{\partial U}{\partial z} \right) = \alpha(x) \quad (25)$$

여기서,

$$\alpha(x) = \left\{ \left(\frac{1}{2\sigma}\right)^{1/2} \left(\frac{g}{h}\right)^{1/4} \frac{H_0}{2} + H \right\} \frac{gH}{16h^2} \tan\beta \quad (26)$$

그리고 式 (25)를 積分할 경우 獨立變數로  $z$ 를 使用하는 것보다  $\zeta$ 를 利用하는 것이 便利하므로 式 (27)의 關係로부터 式 (25)는 式 (28)과 같다.

$$z = \zeta - h, \quad dz = d\zeta \quad (27)$$

$$\frac{\partial}{\partial \zeta} \left( v_i \frac{\partial U}{\partial \zeta} \right) = \alpha(x) \quad (28)$$

### 2.3. 渦動粘性係數 $v_i$ 와 境界條件

지금까지의 研究에서 return flow 鉛直流速分布를 決定하는데 있어서 渦動粘性係數는 대개 다음의 式 (29)~(31)과 같은 3가지 정도의 評價式이 使用되고 있다. 李·朴<sup>(9)</sup>에 의하면 碎波帶 內에서는 式 (30)과 같은 線形函數型이 좋은 結果를 나타낸 바 있다. 實際로 計算을 行할 경우 不確定的인 各 係數를 어떻게 評價하느냐에 따라 計算精度가 相當히 差異가 나고 그 基準을 삼을 만한 媒介變數에 관한 研究가 未洽하므로, 本 研究에서는 式 (28)을 積分하여 積分常數를 구하는데 필요한 2가지 境界條件 外에 한가지의 境界條件을 더 追加하여 渦動粘性係數  $v_i$ 의 絕對값을 一義의 方法을 使用한다.

$$v_{i1} = S_1 v_0 \quad (29)$$

$$v_{i2} = S_2 v_0' \zeta \quad (30)$$

$$v_{13} = S_3 v_0 \exp(\zeta/d_1) \quad (31)$$

여기서  $v_0 = ch$ ,  $v_0' = c \tan \beta$ ,  $S_1$ ,  $S_2$  및  $S_3$ 는 새로이附加되는 境界條件으로 決定되는 渦動粘性係數의 絶對값이다.

本 研究에서 使用하는 境界條件은 다음과 같다.

첫째, 式 (14)에서는 微小量으로 無視되었지만 底面摩擦에 의한 streaming velocity인 質量輸送項은 底面境界層에서 탁월하게 나타난다. 碎波帶 밖에서 Nadaoka and Kondoh<sup>(3)</sup>, Hwang and Lin<sup>(13)</sup> 및 Okayasu 等<sup>(14)</sup>의 實驗에서도 이러한 結果가 잘 나타나고 있다. 1977年 Phillips<sup>(15)</sup>는 底面境界層에서 streaming velocity의 鉛直分布를 式 (32)와 같이 나타내었다.

$$U_b(\zeta) = \frac{\sigma H^2 k}{16 \sinh^2(kh)} \left\{ 3 - 2(\beta\zeta + 2) \exp(-\beta\zeta) \cos(\beta\zeta) - 2(\beta\zeta - 1) \exp(-\beta\zeta) \sin(\beta\zeta) + \exp(-2\beta\zeta) \right\} \quad (32)$$

여기서  $\beta \equiv \delta^{-1} = (\sigma/2\nu)^{1/2}$ ,  $\delta$ 는 底面境界層의 特性길이 scale이다. 1990年 Hwang and Lin<sup>(13)</sup>은 底面近方에서 streaming velocity를 測定한 結果를 토대로 底面近方에서 無次元화된 鉛直流速分布式을 curve fitting하여 다음과 같이 나타내었다.

$$\frac{U_b}{U_a} = \begin{cases} 0.21 \tanh(0.3 \frac{\zeta}{\delta}) - 0.17 \tanh^2(0.3 \frac{\zeta}{\delta}), & \text{for } 0 \leq \frac{\zeta}{\delta} \leq 2.5 \\ -0.087 + 0.39 \operatorname{sech}(0.3 \frac{\zeta}{\delta}) - 0.25 \operatorname{sech}^2(0.3 \frac{\zeta}{\delta}), & \text{for } 2.5 < \frac{\zeta}{\delta} < 6.5 \end{cases} \quad (33a)$$

$$(33b)$$

따라서 本 研究에서는 簡單化를 위하여 그림 1에서  $\zeta < \zeta_0$  領域의 底面境界層을 考慮하지 않지만 底面境界條件으로 式 (32)의 底面境界層 最上部 즉  $\beta\zeta \rightarrow \infty$  일 때의 값을 使用하며, 이때  $\zeta_0$ 의 값은 式 (33)으로부터 海岸方向으로 流速이 가장 큰 點, 즉 2.5  $\delta$ 로서 決定될 수 있다.

$$U = U_0 = \frac{3\sigma H^2 k}{16 \sinh^2(kh)}, \quad (\zeta = \zeta_0) \quad (34)$$

여기서  $\zeta_0 = 2.5\delta$

둘째, 波頂과 波谷 사이에서 일어나는 質量輸送과 이로 인한 return flow에 관한 連續條件으로 式 (35)와 같다.

$$\int_{\zeta_0}^{d_1} U(\zeta) d\zeta = -M = -\frac{gH^2}{8c} \quad (35)$$

여기서  $M$ 은 質量輸送量이다.

그리고 셋째, 式 (36)에서와 같이 質量輸送의 흐름方向이 逆轉하는 層은 波谷點으로 한다. 이러한 것은 여러가지 水理實驗結果에서도 잘 나타나고 있으며 碎波帶 내에서 境界條件으로 適用한 李·朴<sup>(9)</sup>의 研究에서도 좋은 結果를 나타내었다.

$$U = 0, \quad (\zeta = d_1) \quad (36)$$

### 3. return flow의 解釋解

#### 3.1 $v_1$ 가 常數인 경우

式 (29)와 같이  $v_1$ 가 常數型인 경우 式 (28)을 積分하면 다음과 같다.

$$U = \frac{\alpha}{2S_1 v_0} \zeta^2 - C_1 \zeta + C_2 \quad (37)$$

式 (37)에 2가지 境界條件, 즉 式 (34)와 式 (36)을 適用하면 積分常數  $C_1$ 과  $C_2$ 는 다음과 같다.

$$C_1 = -\frac{\alpha(d_1 + \zeta_0)}{2S_1 v_0} - \frac{U_0}{d_1 - \zeta_0} \quad (38)$$

$$C_2 = U_0 - \left( \frac{\alpha \zeta_0}{2S_1 v_0} + C_1 \right) \zeta_0 \quad (39)$$

式 (38), (39)를 式 (37)에 代入하여 다시 쓰면 다음과 같다.

$$U = \frac{\alpha}{2S_1 v_0} (\zeta - d_1)(\zeta - \zeta_0) - U_0 \left( \frac{\zeta - \zeta_0}{d_1 - \zeta_0} - 1 \right) \quad (40)$$

그리고 連續條件인 式 (35)를 適用하면,  $v_{11}$ 의 絶對값  $S_1$ 은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$S_1 = \frac{\alpha(d_1 - \zeta_0)^3}{6v_0 \{ 2M + U_0(d_1 - \zeta_0) \}} \quad (41)$$

#### 3.2. $v_1$ 가 線形的으로 增加하는 경우

式 (30)과 같이 底面에서  $v_1$ 가 zero이고 水面까지 線形的으로 增加하는 경우, 式 (28)을 積分하면 다

음과 같다.

$$U = \frac{\alpha}{S_2 v_0'} \zeta + \frac{C_1}{S_2 v_0'} \ln \zeta + C_2 \quad (42)$$

3.1節과 같은 方法으로 境界條件을 適用하여 積分常數를 구한 結果는 式 (43), (44)와 같으며 積分常數를 式 (42)에 代入하여 구한 結果式은 式 (45)와 같다.

$$C_1 = -\frac{\alpha(d_1 - \zeta_0) + S_2 v_0' U_0}{\ln(d_1/\zeta_0)} \quad (43)$$

$$C_2 = \frac{S_2 v_0' U_0 - \alpha \zeta_0 - C_1 \ln \zeta_0}{S_2 v_0'} \quad (44)$$

$$U = \frac{\alpha}{S_2 v_0'} (\zeta - \zeta_0) - \frac{\alpha(d_1 - \zeta_0) + S_2 v_0' U_0}{S_2 v_0' \ln(d_1/\zeta_0)} \ln(\zeta/\zeta_0) + U_0 \quad (45)$$

한편, 連續條件에 의한  $v_{12}$ 의 絶對값  $S_2$ 는 다음과 같다.

$$S_2 = \frac{(d_1 - \zeta_0) \{ \alpha(d_1 + \zeta_0) \ln(d_1/\zeta_0) - 2\alpha(d_1 - \zeta_0) \}}{2v_0' [M \ln(d_1/\zeta_0) - U_0 \{ \zeta_0 \ln(d_1/\zeta_0) - d_1 + \zeta_0 \}]} \quad (46)$$

### 3.3. $v_1$ 가 自然指數函數的으로 增加하는 경우

$v_1$ 가 式 (31)과 같이 底面으로부터 自然指數函數的으로 增加하는 形態를 가질 때, 위와 같은 方法으로 式 (28)을 積分한 結果는 다음과 같다.

$$U = -\frac{\alpha d_1}{S_3 v_0} (\zeta + d_1) \exp(-\zeta/d_1) - \frac{C_1 d_1}{S_3 v_0} \exp(-\zeta/d_1) + C_2 \quad (47)$$

여기서,

$$C_1 = \frac{S_3 v_0 U_0 - \alpha d_1 \{ 2d_1 e^{-1} - (\zeta_0 + d_1) \exp(-\zeta_0/d_1) \}}{d_1 \{ e^{-1} - \exp(-\zeta_0/d_1) \}} \quad (48)$$

$$C_2 = \frac{\{ \alpha(\zeta_0 + d_1) + C_1 \} d_1 \exp(-\zeta_0/d_1)}{S_3 v_0} + U_0 \quad (49)$$

式 (48), (49)를 式 (47)에 代入하여 다시 쓰면 式

(50)과 같다.

$$U = -\frac{\alpha d_1}{S_3 v_0} \left\{ (\zeta + d_1) \exp(-\zeta/d_1) - (\zeta_0 + d_1) \exp(-\zeta_0/d_1) \right\} + \frac{\alpha d_1 \{ 2d_1 e^{-1} - (\zeta_0 + d_1) \exp(-\zeta_0/d_1) \} - S_3 v_0 U_0}{e^{-1} - \exp(-\zeta_0/d_1)} \left\{ \exp(-\zeta/d_1) - \exp(-\zeta_0/d_1) \right\} + U_0 \quad (50)$$

그리고 連續條件에 의한  $v_{13}$ 의 絶對값  $S_3$ 는 다음 式과 같다.

$$S_3 = \frac{\alpha d_1 [(d_1 - \zeta_0)^2 e^{-1} \exp(-\zeta_0/d_1) - d_1^2 \{ e^{-1} - \exp(-\zeta_0/d_1) \}^2]}{v_0 [(d_1 - \zeta_0) U_0 e^{-1} + (M + d_1 + U_0) \{ e^{-1} - \exp(-\zeta_0/d_1) \}]} \quad (51)$$

## 4. 模型의 檢證

### 4.1 水理實驗

實驗에서 使用한 2次元 造波水槽는 길이 18.5 m, 폭 0.6 m, 깊이 1.0 m이며, 斜面의 傾斜는 1/20로 一定하게 두었다. 實驗에 대한 자세한 事項은 1992年 李·朴<sup>(16)</sup>에 記述되어 있다. 概略的인 實驗條件은 表 2와 같다.

### 4.2 計算結果 및 考察

쇄과대 밖에서 return flow의 鉛直流速分布를 구하기 위하여 本 研究에서는 몇가지 假定을 하였다. 첫째, 基礎方程式 各 項의 크기比較를 행하여 微小量인 鉛直方向 水粒子速度 제곱項, streaming velocity 項 및 亂流法線應力項을 無視하였다. 둘째, 誘導된 基礎方程式의 積分을 행하기 위하여 아주 緩慢한 底面傾斜를 假定하여 非線形 移流項을 無視하였다. 셋째, 碎波帶 밖에서 線形波理論을 淺海波近似하여 波動에 의한 起動力을 解釋하였다. 넷째, 一義的으로 決定하기 어려운  $v_1$ 의 絶對값을 구하기 위하여 傳統的으로 使用된 境界條件 외에 波谷點에서 return flow 流速값이 zero라는 새로운 境界條件을 導入하였다. 이상과 같은 誘導過程과 表 2에 나타난 條件으로 計算된 return flow 解의 鉛直流速分布를 水理實驗結果와 比較한 것은 그림 2~4와 같다.

표 2. 수리실험 및 계산조건

CASE	$\tan\beta$	$H_0(\text{cm})$	$T(\text{sec})$	$x/x_b^*$	$H(\text{cm})$	$h(\text{cm})$	$d(\text{cm})$	$H_0/L_0$
C1-1	1/20	9.0	1.2	1.09	9.5	12.5	10.3	0.042
C1-2				1.22	9.0	14.0	11.5	
C1-3				1.48	9.6	17.0	13.8	
C1-4				1.74	9.8	20.0	16.7	
C2-1	1/20	7.2	1.5	1.04	9.4	12.5	10.0	0.024
C2-2				1.17	8.5	14.0	11.4	
C2-3				1.42	7.1	17.0	14.1	
C2-4				1.67	6.8	20.0	17.3	
C3-1	1/20	6.3	1.8	1.09	9.0	12.5	10.3	0.016
C3-2				1.22	8.6	14.0	11.9	
C3-3				1.48	7.2	17.0	14.8	
C3-4				1.74	7.1	20.0	17.7	

\*: 下添字 b는 碎波時的 값이다.

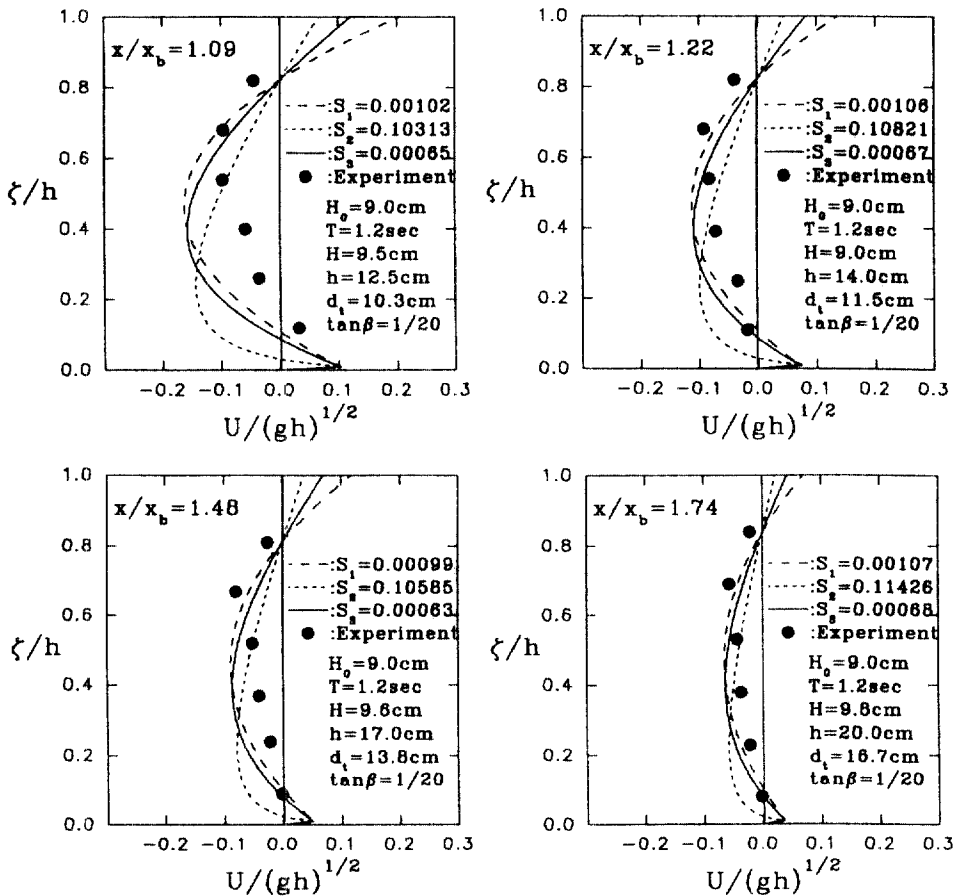


그림 2. return flow의 解解와 實驗值와의 比較(CASE C1-1~C1-4,  $H_0/L_0=0.042$ ).



그림 2는 深海波形傾斜  $H_0/L_0=0.042$ , 그림 3은  $H_0/L_0=0.024$  그리고 그림 4는  $H_0/L_0=0.016$ 인 경우의 計算結果이다. 그림에서 가만 圓은 水理實驗值이고, 긴 點線은  $v_x$ 의 鉛直分布를 常數型, 짧은 點線은 線形函數型, 그리고 實線은 自然指數函數型 일 때의 計算結果이다. 常數型일 때는 拋物線形態의 鉛直分布를 나타내고, 線形函數型일 때는 底面近方에서 流速이 크게 나타나는 形態를 보이고, 그리고 自然指數函數型일 때는 常數型和 類似하게 아래로 약간 처진 拋物線形態를 나타내고 있다.

그림 2~4에서처럼  $v_x$ 의 鉛直分布를 常數型 혹은 自然指數函數型으로 하였을 때, 深海波形傾斜에 관계없이 本 模型의 解는 水理實驗值와 比較의 잘 一致함을 알 수 있으며, 碎波點에서 멀리 떨어질수록 그 精度는 良好하게 나타나고 있다. 그러나 碎波點附近에서 計算된 解는 다소 過大評價되고 있으며,

특히 鉛直의으로  $0.2 < \zeta/h < 0.5$  領域에서 그 誤差가 크게 나타난다. 이것은  $v_x$ 의 絕對값을 決定하는데 사용된 質量輸送量을 線形波理論으로 算定할 경우, 1976年 Darlymple<sup>(17)</sup>이 指摘한대로, 實際 質量輸送量보다 過大評價하며 또한 이러한 誤差는 碎波點으로 갈수록 크게 增加한다는 것에 그 原因을 둘 수 있으며, 또한 本 研究에서 無視된 非線形 移流項의 影響인 것으로 여겨진다. 앞으로 보다 正確한 解를 얻기 위하여 이에 대한 많은 實驗의 理論的 研究가 必要할 것으로 생각된다.

### 5. 結 論

碎波帶 밖에서 return flow 鉛直流速分布를 구하는 解釋的 模型을 提示하고 討議하였다. 이상의 結果를 要約하면 다음과 같다.

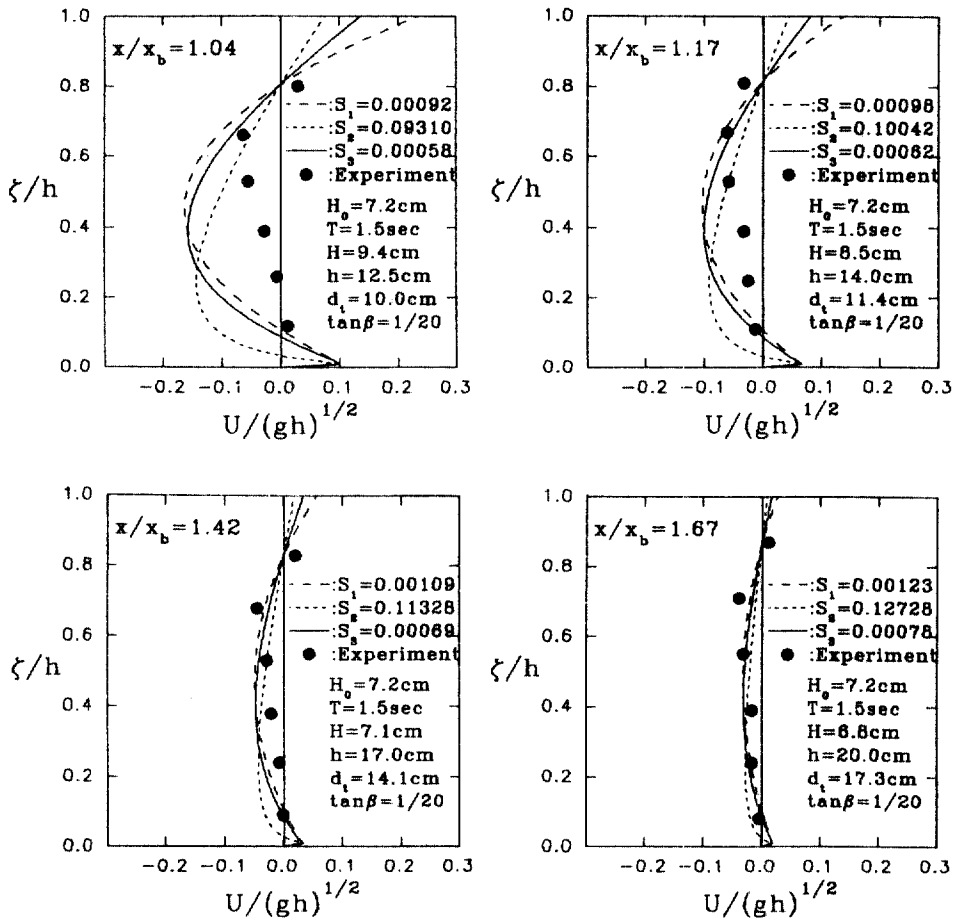


그림 3. return flow의 解釋解와 實驗值와의 比較(CASE C2-1~C2-4,  $H_0/L_0=0.024$ ).

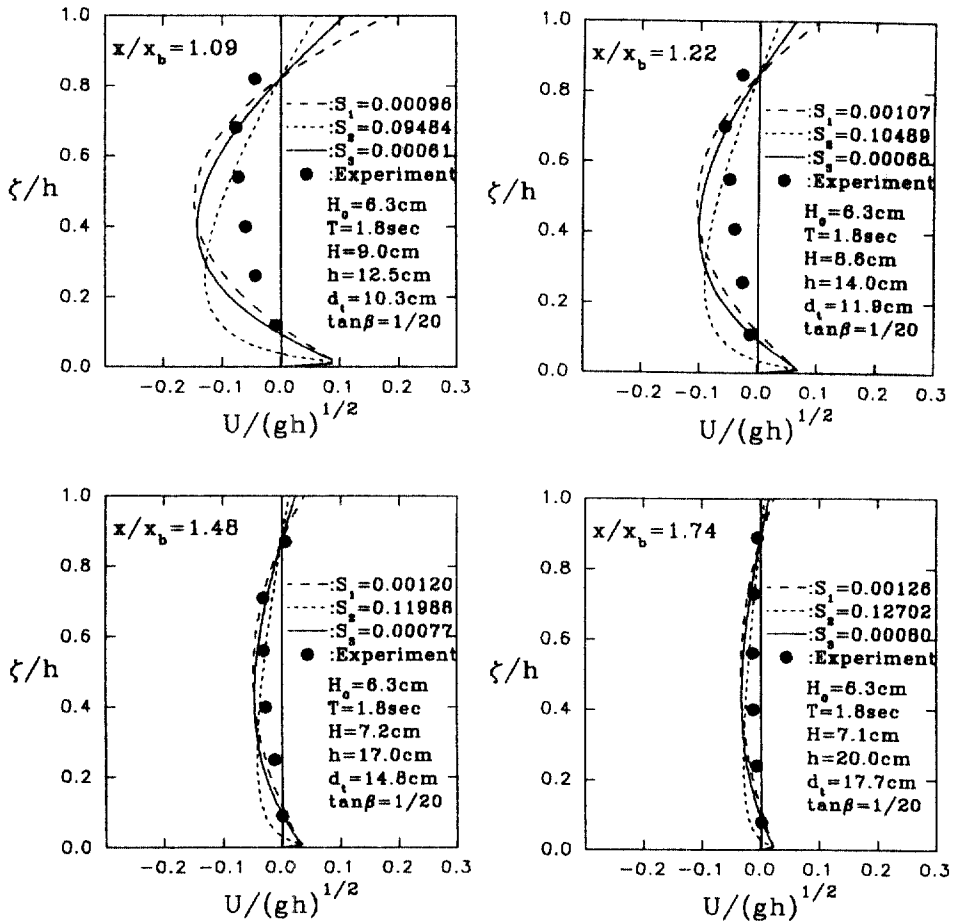


그림 4. return flow의 解釋과 實驗值와의 比較(CASE C3-1~C3-4,  $H_0/L_0=0.016$ ).

1) 基礎方程式의 각 項을 ordering 解釋方法으로 相對的 크기를 比較한 結果, 亂流法線應力項, 鉛直方向 水粒子速度 제곱項, streaming velocity 項 및 非線形 移流項을 無視할 수 있었다.

2) 線形波理論을 淺海波近似하여 return flow의 起動力을 評價하였으며, 이때, 未知成分으로 남아있는 波高의 空間的 變化率은 Green의 法則에 根據한 淺水係數를 誘導하여 算定할 수 있었다.

3) 一義的으로 決定하기 어려운  $v_i$ 의 絶對값을 구하기 위하여 傳統的으로 使用된 境界條件 외에 波谷點에서 return flow 流速값이 zero라는 새로운 境界條件을 導入하여  $v_i$ 값의 定量的 評價를 기하였다.

4)  $v_i$ 의 鉛直分布를 既存의 常數型, 線形函數型 및 自然指數函數型으로 假定하여 解를 誘導한 結果,

常數型 혹은 自然指數函數型일 때 解는 水理實驗值와 比較的 一致하였다.

5) 碎波點 附近에서 計算된 解는 水理實驗值에 대하여 다소 過大評價되며, 특히  $0.2 < \zeta/h < 0.5$  領域에서 그 誤差가 크게 나타난다. 이것은  $v_i$ 의 絶對값을 決定하는데 使用된 質量輸送量과 그 밖의 無視된 非線形 移流項의 影響일 것으로 思料된다.

### 感謝의 글

本 論文은 1990年度 後半期 韓國科學財團 支援 海外研修 및 1992年度 釜山水產大學校 海洋産業開發研究所의 碩博士課程 論文研究費에 의하여 研究된 것으로 同 財團 및 研究所에 깊은 感謝를 드립니다.

## 參考文獻

1. Stokes, G.G., "On the Theory of Oscillatory Waves", *Trans. Cambridge Phil. Soc.*, Vol. 8, 1847, pp. 441-455.
2. Longuet-Higgins, M.S., "Mass Transport in Water Waves", *Roy. Soc. Phil. Trans.*, Vol. 245 A.903, 1953, pp. 535-581.
3. van Rijn, L.C., *Handbook of Sediment Transport by Current and Waves*, Deft Hydraulics, 1989, pp. 2.1-2.45.
4. Nadaoka, K. and Kondoh, T., "Laboratory Measurements of Velocity Field Structure in the surf zone by LDV", *Coastal Eng. in Japan*, Vol. 25, 1982, pp. 125-145.
5. Dally, W.R. and Dean, R.G., "Suspended Sediment Transport and Beach Profile Evolution", *J. Waterway, Port, Coastal and Ocean Eng.*, Vol. 110, No. 1, 1984, pp. 15-33.
6. Southgate, H.N. and Wallace, H.M., "Q2DV Modelling of Undertow", *G6 Coastal Morphodynamics*, Book of Abstracts of Contributions to the Mid-term Workshop, 1991, Chap. 2.14.
7. Deigaard, R., Justesen, P. and Fredsøe, J., "Modelling of Undertow by a One-Equation Turbulence Model", *Coastal Eng.*, Vol.15, 1991, pp. 431-458.
8. Dyhr-Nielsen, M. and Sørensen, T., "Sand Transport Phenomena on Coasts with Bars", *Proc. 12th Inter. Conf. Coastal Eng.*, 1970, pp. 855-866.
9. 李宗燮, 朴一欽, "碎波帶에서 undertow에 관한 數學的 模型", *大韓土木學會論文集*, 第13卷 第3號, 1993, pp. 193-206.
10. Tennekes, H. and Lumley, J.L., *A First Course in Turbulence*, MIT Press, 1972, 300pp.
11. Longuet-Higgins, M.S. and Stewart, R.W., "Radiation Stresses in Water Waves; A Physical Discussion, with Applications", *Deep-Sea Res.*, Vol. 11, 1964, pp. 529-562.
12. Komar, P.D., *Beach Processes and Sedimentation*, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1976, 429pp.
13. Hwung, H.H. and Lin, C., "The Mass Transport of Waves Propagating on a Sloping Bottom", *Proc. 22nd Inter. Conf. Coastal Eng.*, 1990, pp. 544-556.
14. Okayasu, A., Shibayama, T. and Horikawa, K., "Vertical Variation of Undertow in the Surf Zone", *Proc. 21st Inter. Conf. Coastal Eng.*, Vol. 1, 1988, pp. 478-491.
15. Phillips, O.M., *The Dynamics of the Upper Ocean*, 2nd Ed., Cambridge Univ. Press, 1977, 336pp.
16. 李宗燮, 朴一欽, "碎波帶에서 波高減衰 및 return flow에 관한 水理實驗", *韓國海岸·海洋工學會 定期學術講演會 發表論文草線集*, 1992, pp. 106-113.
17. Darlymple, R.A., "Wave-Induced Mass Transport in Water Waves", *J. Waterways, Harbors and Coastal Eng. Div.*, Vol. 102, No. WW2, pp. 255-264.  
(接受: 1993. 10. 15)