大韓土木學會論文集
第14卷 第6號 · 1994年 11月
pp. 1281~1288

1축 대칭단면을 갖는 곡선교의 고유진동수특성

The Characteristics of Natural Frequencies of the Curved Bridge with Singly Symmetric Cross Sections

임 성 순*
Yhim, Sung Soon

Abstract

Beams curved in plan are often designed with the circular curved member system including warping effects. In this study, the curved bridges are idealized as the circular curved member system with singly symmetric cross sections and simply supported ends. Displacement fields of them to satisfy the boundary conditions are expanded by Fourier series and the governing equation of natural frequencies of them is derived. The distributions of the characteristics of natural frequencies of them are shown according to the variations of relevant parameters-angle of intersection, curvature, and parameter of symmetry of cross section which can represent the properties of the curved bridges. A parametric study is conducted to investigate the effect of relevant parameters on natural frequencies.

요 지

평면에서 곡선을 이루는 들보는 흔히 뒬효과를 고려한 원형곡선부재로 설계된다. 본 연구에서는 곡선교를 단면이 일축대칭이고 단순지지된 원형곡선부재로 이상화시켰다. 경계조건을 만족하는 변위형상함수를 퓨리어급수로 전개하고 이로부터 곡선교의 진동수방정식을 유도하였다. 곡선형교의 특성을 나타낼 수 있는 매개변수-중심각, 곡률계수 및 단면의 대칭성계수-의 변화에 따른 원형곡선부재의 고유진동수 특성분포를 보였다. 몇 개의 해석예를 통하여 고유진동수에 미치는 매개변수의 효과를 조사하였다.

1. 서 론

곡선형교는 기하학적 형상이 복잡하고 형상에 따른 연계성(coupling) 때문에 해석 이론를 정립하기 어렵고 지배방정식의 일반해를 구하기도 어렵다. 기존의 연구내용과 실험내용도 제한된 범위내에서 이루워지고 있다. 곡선형교의 기하학적 형상이 곡선이므로 단면력의 연계성(coupling)이 발생하게 되며 단면중립선상에 연직방향의 하중만을 받는 경우에도 비틂모멘트가 발생하는 교량 형식이기도 하다. 기존의 연구내용을 보면 계산상의 어려움으로 인하여 계산이 쉬운 St. Venant 비틂모멘트만을 고려하

* 정회원 · 서울시립대학교 토목공학과 전임강사

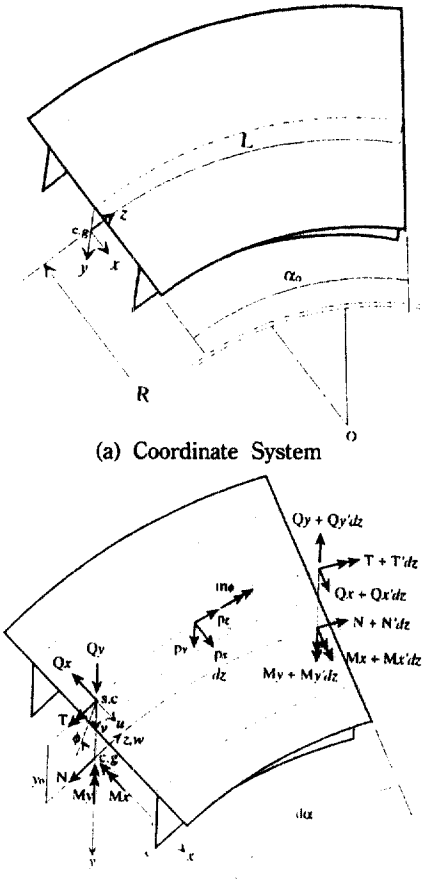
고 있는 실정이며 지지조건도 계산이 간단한 단순지지교량으로 국한되어 있다. 이는 기하학적 복잡성과 단면력의 연계성으로 인하여 엄밀해를 유도하기가 어렵고 계산방법의 개발이 미비했기 때문이다.

본 연구에서는 곡선형교량에 대하여 미분기하학을 기초로 한 해석이론을 이용하여 연직축에 대해 대칭인 단면을 갖는 단순지지 원형곡선부재에 대한 고유진동수 방정식을 유도하고 고유진동수 변화의 규명을 목적으로 한다. 본 연구에서는 St. Venant 비틂모멘트 뿐만 아니라 뒬비틂모멘트(Warping Torsion)를 고려하고 곡률효과와 단면의 대칭성계수, 단면계수비에 따른 동적거동특성치인 원형곡선부재의 고유진동수 변화를 규명하고자 한다.

2. 기본이론

2.1 해석모델

본 연구에서는 원형곡선부재의 길이가 L이고 곡률반경이 R인 평면내 원형곡선부재를 해석모델로 설정하였다. 원형곡선부재의 좌표계와 형상을 도시하면 Fig. 1(a)와 같고 미소요소에 작용하는 단면력 및 외력을 도시하면 Fig. 1(b)와 같다. Fig. 1(a)에서 부재길이는 L, 곡률반경은 R로 표시하였고 x, y축은 단면의 도심을 통과하는 단면의 주축을 나타내며 z축은 부재길이방향을 나타낸다. 단면은 y축에 대해 대칭인 단면 즉, 일축대칭인 단면을 갖는 곡선부재이다. 또한 본 연구에서는 양단이 단순지지된 단순곡선들보를 해석모델로 선정하였다. Fig. 1(b)에서 외력벡타는 $\{p_x, p_y, p_z, m_\phi\}$로 표시하고 p_x, p_y, p_z는 x, y, z방향으로 단위길이당 작용하는 하중의 크기이며 m_ϕ는 단위길이당 작용하는 비틂모멘트하중의 크기이다. c.g.는 단면의 도심을 나타내며 s.c.는 단면의 전단중심을 의미한다. 단면에 작용하는 전단력은 Q_x, Q_y로, 비틂모멘트는 T로 표시하였으며 이 단면력들은 전단중심에 작용하고 x, y방향의 변위를 u, v로, 회전각변위를 ϕ로 표시하였다. 축력과 x, y방향의 휨모멘트는 각각 N, M_x, M_y로 표현하였으며 축방향 변위를 w로 표현하였다. 전단중심과 도심과의 y방향의 거리차를 y_0로 표시하였다. 또한 미소요소의 부재길이방향길이를 dz로 표시하였고 원형부재의 중심각변화량을 $d\alpha$로 표현하였다. 따라서 Fig. 1b에서 ( )'는 z축에 대한 미분을 의미한다. 그



(a) Coordinate System

(b) Differential Element

Fig. 1. Coordinate System and Differential Element

리고 중심각과 부재 길이와의 관계는 식 (1.a)와 같으며 미소요소에 대한 부재길이와 중심각과의 관계는 식 (1.b)와 같다.

$$L = R\alpha \tag{1.a}$$

$$dz = Rd\alpha \tag{1.b}$$

2.2 평형방정식

x, y, z축에 대한 힘의 평형조건과 x, y, z축에 대한 모멘트 평형조건을 이용하여 결과를 정리하면 식 (2)와 같다.

$$\Sigma F_x = Q_x' + \frac{N}{R} + p_x = 0 \tag{2.a}$$

$$\Sigma F_y = -Q_y' + p_y = 0 \tag{2.b}$$

$$\Sigma F_z = N' - \frac{Q_x}{R} + p_z = 0 \tag{2.c}$$

$$\Sigma M_x = M_x' + \left(\frac{T + Q_y y_0}{R}\right) + Q_y = 0 \tag{2.d}$$

$$\Sigma M_y = M_y' + Q_x = 0 \tag{2.e}$$

$$\Sigma M_z = T' - \left(\frac{M_x + N y_0}{R}\right) + m_\phi = 0 \tag{2.f}$$

여기서 ( )'는 z축에 대한 미분을 의미한다. 식 (2)에서 전단력 Q_x, Q_y를 소거하면 식 (3)이 된다.

$$N' + \frac{M_y'}{R} + p_z = 0 \tag{3.a}$$

$$M_x'' + \frac{T'}{R} - \frac{N y_0}{R^2} - \frac{p_x y_0}{R} + p_y = 0 \tag{3.b}$$

$$M_y'' - \frac{N}{R} - p_x = 0 \tag{3.c}$$

$$T' - \left(\frac{M_x + N y_0}{R}\right) + m_\phi = 0 \tag{3.d}$$

2.3 힘-변위와의 관계

일반적으로 축방향강도는 휨방향 및 비틂방향 강도에 비해 크기 때문에 축방향력을 무시하고 힘-변위와의 관계 및 모멘트-곡률과의 관계를 정리하면 식 (4)과 같다.

$$N = E\Lambda\left(w' - \frac{u}{R} - \phi\frac{y_0}{R}\right) = 0 \tag{4.a}$$

$$M_x = -EI_x\left(v'' - \frac{\phi}{R}\right) \tag{4.b}$$

$$M_y = EI_y\left[u'' + \frac{u}{R^2} - \frac{\phi}{R^2}(y_0 + r_y)\right] \tag{4.c}$$

$$T = -EI_w\left(\phi^{(3)} + \frac{v^{(3)}}{R}\right) + GJ\left(\phi' + \frac{v'}{R}\right) \tag{4.d}$$

여기서, 윗첨자 (n)은 z축에 대한 n차 도함수를 의미하며 A=단면적, E=탄성계수, G=전단계수, I_x=x축에 대한 단면 2차모멘트, I_y=y축에 대한 단면 2차모멘트, I_w=뒴상수(Warping constant), J=비틂상수, 그리고 $r_y = \frac{1}{I_y}\int yx^2 dA$를 의미한다.

식 (4)는 4개의 변수(u, v, w, φ)를 갖는 4개의 연계된(coupled) 미분방정식이다. 식 (4)을 간단히 하기위해서 축력 N을 무시하고 정리하면 3개의 비연계된(uncoupled) 미분방정식이 된다. 이를 정리하면 식 (5)와 같다.

$$EI_x\left(v^{(4)} - \frac{\phi''}{R}\right) + \frac{EI_w}{R}\left(\phi^{(4)} + \frac{v^{(4)}}{R}\right) - \frac{GJ}{R}\left(\phi'' + \frac{v''}{R}\right) + p_x\frac{y_0}{R} - p_y = 0 \tag{5.a}$$

$$EI_y\left[u^{(4)} + \frac{u''}{R^2} - \frac{\phi''}{R^2}(y_0 + r_y)\right] - p_x = 0 \tag{5.b}$$

$$-EI_w\left(\phi^{(4)} + \frac{v^{(4)}}{R}\right) + GJ\left(\phi'' + \frac{v''}{R}\right) + \frac{EI_x}{R}\left(v'' - \frac{\phi}{R}\right) + m_\phi = 0 \tag{5.c}$$

3. 자유진동 방정식

3.1 관성력

외력을 D'lembert 힘의 항으로 표시하면 식 (6)과 같다.

$$p_x = -\rho A\frac{\partial^2}{\partial t^2}(u - y_0\phi) \tag{6.a}$$

$$p_y = -\rho A\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \tag{6.b}$$

$$m_\phi = -\rho I_p\frac{\partial^2\phi}{\partial t^2} + \rho A y_0\frac{\partial^2}{\partial t^2}(u - y_0\phi) \tag{6.c}$$

여기서 ρ=단위질량이고 I_p=단면의 극관성 모멘트를 나타낸다.

3.2 자유진동 방정식

식 (6)을 3개의 독립된 미분방정식 (5)에 대입하면 식 (7)을 얻을 수 있다.

$$\frac{GJ}{R^2}v'' - \left(EI_x + \frac{EI_w}{R^2}\right)v^{(4)} + \frac{(EI_x + GJ)}{R}\phi'' - \frac{EI_w}{R}\phi^{(4)} = \rho A\ddot{v} - \rho A\frac{y_0}{R}(\ddot{u} - y_0\ddot{\phi}) \tag{7.a}$$

$$-\frac{EI_y}{R^2}u''-EI_yu^{(4)}+\frac{EI_y}{R^2}(y_0+r_y)\phi''$$
$$=\rho A(\ddot{u}-y_0\ddot{\phi}'') \tag{7.b}$$

$$\frac{(EI_x+GJ)}{R}v''-\frac{EI_w}{R}v^{(4)}-\frac{EI_x}{R^2}\phi+GJ\phi''-EI_w\phi^{(4)}$$
$$=-\rho Ay_0(\ddot{u}-y_0\ddot{\phi})+\rho I_p\ddot{\phi} \tag{7.c}$$

여기서 (·)는 시간에 대한 미분을 의미한다.

3.3 변위함수가정

변위 u, v, φ는 식 (9)와 같이 변위 및 곡률에 대한 경계조건을 만족하는 함수인 $\sin\theta_i z$와 시간에 따른 함수 $\sin p_i t$의 곱으로 표현할 수 있다. 즉, (¯)는 시간에 대한 함수이며 (~)는 z에 대한 함수를 의미한다. 또한 i는 i번째 모우드를 의미하며 $\theta_i=\frac{i\pi}{L}$ 이다. U_i, V_i, Φ_i는 x, y 및 비틂방향 진동의 진폭을 의미한다.

$$u(z,t)=\sum_{i=1}^{\infty}\bar{u}_i(t)\tilde{u}_i(z)=\sum_{i=1}^{\infty}U_i\sin p_it\cdot\sin\theta_iz \tag{8.a}$$

$$v(z,t)=\sum_{i=1}^{\infty}\bar{v}_i(t)\tilde{v}_i(z)=\sum_{i=1}^{\infty}V_i\sin p_it\cdot\sin\theta_iz \tag{8.b}$$

$$\phi(z,t)=\sum_{i=1}^{\infty}\bar{\phi}_i(t)\tilde{\phi}_i(z)=\sum_{i=1}^{\infty}\Phi_i\sin p_it\cdot\sin\theta_iz \tag{8.c}$$

$$u(o,t)=u(L,t)=\tilde{u}_i(o)=\tilde{u}_i(L)=0 \tag{9.a}$$

$$v(o,t)=v(L,t)=\tilde{v}_i(o)=\tilde{v}_i(L)=0 \tag{9.b}$$

$$\phi(o,t)=\phi(L,t)=\tilde{\phi}_i(o)=\tilde{\phi}_i(L)=0 \tag{9.c}$$

$$u''(o,t)=u''(L,t)=\tilde{u}_i''(o)=\tilde{u}_i''(L)=0 \tag{9.d}$$

$$v''(o,t)=v''(L,t)=\tilde{v}_i''(o)=\tilde{v}_i''(L)=0 \tag{9.e}$$

3.4 자유진동에 대한 상미분 방정식

식 (8)을 식 (7)에 대입하고 정리하면 식 (10)과 같은 상미분방정식이 된다.

$$\frac{\rho Ay_0}{R}\omega_i^2U_i+\left(EI_x\theta_i^4+\frac{GJ}{R^2}\theta_i^2+\frac{EI_w}{R^2}\theta_i^4-\rho A\omega_i^2\right)V_i$$
$$+\left\{\frac{(EI_x+GJ+EI_w\theta_i^2)\theta_i^2}{R}-\frac{\rho Ay_0^2}{R}\omega_i^2\right\}\Phi_i=0 \tag{10.a}$$

$$\left\{\left(\frac{1}{R^2}-\theta_i^2\right)EI_y\theta_i^2+\rho A\omega_i^2\right\}U_i$$
$$-\left\{-\frac{(y_0+r_y)}{R^2}EI_y\theta_i^2+\rho Ay_0\omega_i^2\right\}\Phi_i=0 \tag{10.b}$$

$$\rho Ay_0\omega_i^2U_i+\frac{\theta_i^2}{R}(EI_x+GJ+EI_w\theta_i^2)V_i$$
$$\left\{\frac{EI_x}{R^2}+(GJ+EI_w\theta_i^2)\theta_i^2-\rho I_0\omega_i^2\right\}\Phi_i=0 \tag{10.c}$$

여기서 $I_o=I_p+y_0^2A$이며 I_0는 전단중심에 대한 관성모멘트이다.

3.5 고유진동수방정식

식 (10)을 매트릭스 식으로 정리하면 식 (11)과 같고 변수{U_i, V_i, Φ_i}가 해를 갖기 위해서는 매트릭스의 행렬식(Determinant)이 0이 되어야 한다.

$$\begin{bmatrix}L_{11}&L_{12}&L_{13}\\L_{21}&L_{22}&L_{23}\\L_{31}&L_{23}&L_{33}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}U_i\\V_i\\\Phi_i\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}0\\0\\0\end{Bmatrix} \tag{11.a}$$

여기서 $L_{11}=\left(\frac{p_{ui}^2}{p_{vi}^2}\right)\left(\frac{1}{R^2\theta_i^2}-1\right)+\left(\frac{p_i^2}{p_{vi}^2}\right)$, $L_{12}=0$,

$$L_{13}=-\left(\frac{y_0+r_y}{R^2\theta_i^2}\right)\left(\frac{p_{ui}^2}{p_{vi}^2}\right)-y_0\left(\frac{p_i^2}{p_{vi}^2}\right),$$

$$L_{21}=\frac{y_0}{R}\left(\frac{p_i^2}{p_{vi}^2}\right),$$

$$L_{22}=1+\frac{1}{R^2}\left(\frac{p_{\phi i}^2}{p_{vi}^2}\right)\frac{I_0}{RA}-\left(\frac{p_i^2}{p_{vi}^2}\right),$$

$$L_{23}=\frac{1}{R\theta_i^2}+\frac{I_0}{RA}\left(\frac{p_{\phi i}^2}{p_{vi}^2}\right)-\frac{y_0^2}{R}\left(\frac{p_i^2}{p_{vi}^2}\right),$$

$$L_{31}=y_0\left(\frac{p_i^2}{p_{vi}^2}\right),$$

$$L_{32}=\frac{1}{R\theta_i^2}+\frac{I_0}{R^2A}\left(\frac{p_{\phi i}^2}{p_{vi}^2}\right),$$

$$L_{33}=\frac{1}{R^2\theta_i^4}+\frac{I_0}{A}\left(\frac{p_{\phi i}^2}{p_{vi}^2}\right)-\frac{I_0}{A}\left(\frac{p_i^2}{p_{vi}^2}\right) \tag{11.b}$$

이다. 여기서 $p_{ui}^2=\theta_i^4\frac{EI_y}{\rho A}$, $p_{vi}^2=\frac{EI_x}{\rho A}$,

$$p_{\phi i}^2=\frac{\theta_i^2(GJ+EI_w\theta_i^2)}{\rho I_0} \tag{11.c}$$

를 의미하며 p_{vi}, p_{ui}, $p_{\phi i}$는 각각 2축대칭인 박벽단면을 갖는 "직선부재"의 y, x축 방향과 비틂방향의 고유진동수를 나타낸다. 행렬식을 정리하면 식 (12.a)와 같은 6차의 진동수방정식이 되며 이는 p_i^2항에 대해서는 3차방정식으로 표현할 수 있다. 식 (12.a)의 각항의 계수를 정리하면 식 (12.b)와 같다.

$$\left(\frac{p_i^2}{p_{vi}^2}\right)+C_{1i}\left(\frac{p_i^2}{p_{vi}^2}\right)^2+C_{2i}\left(\frac{p_i^2}{p_{vi}^2}\right)+C_{3i}=0 \tag{12.a}$$

여기서

$$C_{1i}=-\left(\frac{1}{\theta_i^4R^4\gamma}+1\right)+\left\{\frac{1}{\theta_i^2R^2}\left(1-\frac{\eta}{\gamma}\right)-\xi\right\}\left(\frac{p_{vi}}{p_{vi}}\right)^2 -\xi(1+\gamma)\left(\frac{p_{\phi i}}{p_{vi}}\right)^2$$

$$C_{2i}=\left(1-\frac{1}{\theta_i^2R^2}\right)\left\{\frac{1}{\gamma}\left(\frac{1}{\theta_i^4R^4}+\frac{\eta}{\theta_i^2R^2}\right)+\xi\right\}\left(\frac{p_{ui}}{p_{vi}}\right)^2+\xi\left(\frac{1}{\theta_i^2R^2}-1\right)^2\left(\frac{p_{\phi i}}{p_{vi}}\right)^2 +\xi\left(1-\frac{1}{\theta_i^2R^2}\right)(1+\gamma)\left(\frac{p_{ui}}{p_{vi}}\right)^2\left(\frac{p_{\phi i}}{p_{vi}}\right)^2$$

$$C_{3i}=\xi\left(\frac{1}{\theta_i^2R^2}-1\right)^3\left(\frac{p_{ui}}{p_{vi}}\right)^2\left(\frac{p_{\phi i}}{p_{vi}}\right)^2 \tag{12.b}$$

이며 곡률계수 $\gamma=\frac{I_p}{AR^2}$, 단면대칭성계수 $\xi=\frac{I_0}{I_p}$, 단면특성계수 $\eta=\frac{y_0r_y}{R^2}$를 의미한다.

식 (11)과 식 (12)에서 곡률반경 R을 무한히 큰 값으로 가정하면 비틂과 수평 휨방향 진동이 연계된 2개의 진동수 방정식을 얻을 수 있으며 수직 휨방향 진동에 대한 독립된 진동수 방정식을 얻을 수 있다. 이러한 식들은 식 (13)과 같으며 일반적으로 알려진 직선 부재에 대한 진동수 방정식과 일치함을 알 수 있다. 1축대칭 단면을 갖는 원형곡선부재의 진동수 방정식은 곡률계수(γ), 단면대칭성계수(ξ), 그리고 단면특성계수(η) 항이 연계(coupling)되어 있으며 이는 비대칭단면을 갖는 직선들보의 진동방정식과도 유사하다. 그러나 원형곡선부재의 진동수방정식과 직선부재의 진동수방정식의 차이점은 원형곡선부재의 진동수방정식에는 직선부재의 진동수방정식에서 볼 수 없는 곡률계수(γ) 항이 한가지 더 추가된다. 2축대칭단면인 경우 전단중심과 도심이 일치하므로 $y_0=r_y=0$가 되며 식 (11.c)와 같은 진동수 방정식을 얻을 수 있다.

$$p_{1i}^2,\ p_{2i}^2=\frac{\xi}{2}(p_{\phi i}^2+p_{ui}^2) \pm\frac{1}{2}\sqrt{\xi^2(p_{\phi i}^2+p_{ui}^2)^2-4\xi p_{\phi i}^2p_{ui}^2} \tag{13.a}$$

$$P_{3i}^2\times P_{vi}^2 \tag{13.b}$$

2축대칭단면을 갖는 원형곡선부재의 경우 진동수 방정식의 해는 식 (14)와 같다.

$$p_{1i}^2=p_{ui}^2\left(1-\frac{1}{\theta_i^2R^2}\right) \tag{14.a}$$

$$\left(\frac{p_{2i,3i}}{p_{vi}}\right)^2=\frac{1}{2}\left\{1+\frac{1}{\gamma\theta_i^4R^4}+\left(\frac{p_{\phi i}}{p_{vi}}\right)^2(1+\gamma)\right\} \pm\frac{1}{2}\sqrt{\left[\left(1+\frac{1}{\gamma\theta_i^4R^4}\right)^2+\left(\frac{p_{\phi i}}{p_{vi}}\right)^4\left(1+\frac{1}{\gamma}\right)^2+2\left(\frac{p_{\phi i}}{p_{vi}}\right)^2\left\{\gamma-1+\frac{1}{\theta_i^4R^4}\left(\frac{1}{\gamma}-1\right)+\frac{4}{\theta_i^2R^2}\right\}\right]} \tag{14.b}$$

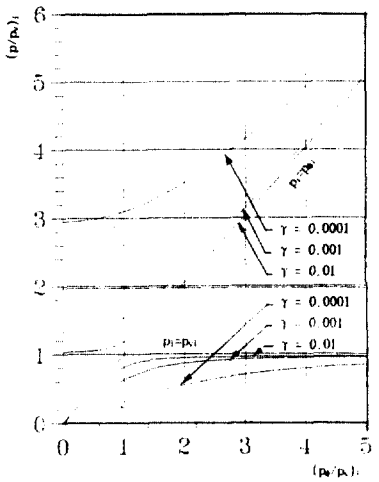
식 (14a)는 원형곡선부재의 수평 휨방향에 대한 고유진동수를 나타내며 길이 L인 직선부재의 독립된 수평휨방향 고유진동수를 의미한다. 식 (14b)는 수직방향과 비틂방향이 서로 연계된 i번째 고유진동수를 나타내는 식이다. 이 값은 중심각 $\alpha=L/R$과 곡률계수 $\gamma=I_p/AR^2$에 영향을 받는 값들이다.

4. 해석예

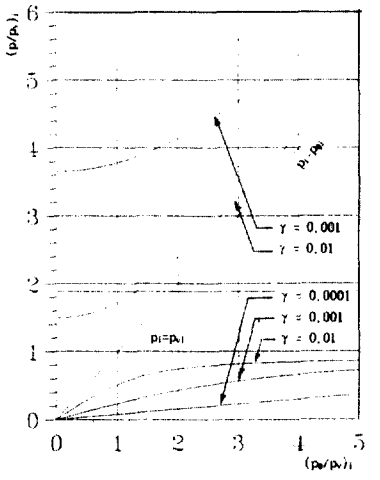
본 연구에서는 원형곡선 부재에 대한 고유진동수 특성을 규명하기 위하여 중심각, 곡률계수, 단면형상계수 및 단면비대칭계수를 변화시키면서 단순지지된 원형곡선부재의 고유진동수를 구하였다. 해석결과에 대한 그림은 수평축을 $(p_\phi/p_v)_i$의 값, 수직축을 $(p/p_v)_i$의 값으로 표시하였다. 첫번째 해석예는 중심각이 30도,60도, 90도이고 전단중심과 도심이 일치하는 원형곡선 단순들보를 선정하였고 해석결과를 도시하면 Fig. 2와 같다. Fig. 2에서 알 수 있듯이 두개의 연계된 진동수중 p_{2i}, p_{3i} 하나는 언제나 p_{vi}, $p_{\phi i}$보다 작으며 또 다른 하나는 p_{vi}, $p_{\phi i}$보다 항상 크다. p_{1i}는 $(p_\phi/p_v)_i$와 관계가 있는 것이 아니라 곡률계수가 증가함에 따라 p_{vi}와 $p_{\phi i}$에 점근하게 된다.

Fig. 2에서 알 수 있듯이 원형곡선들보의 길이가 동일하고 중심각이 다른 경우 중심각이 증가하면 할수록 고유진동수는 직선들보의 고유진동수값과 멀어짐을 알 수 있다.

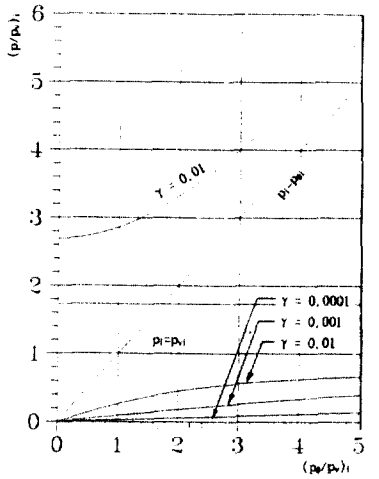
두번째 해석예는 1축대칭인 원형곡선부재 즉, 전단중심과 도심이 일치하지 않는 원형곡선부재의 경우 휨과 비틂에 대한 진동수를 계산하는 해석모델을 선정하였다. 단면특성계수(η)를 고려한 경우와 고려하지 않은 경우에 대한 해석결과를 도시하면 Fig. 3과 같다. Fig. 3은 중심각이 30도, 단면대칭성계수 $\xi=1.5$, 그리고 단면특성계수 $\eta=0.001$인 경우의 원형곡선부재의 고유진동수를 도시한 그림이다. Fig. 3에서 알 수 있듯이 단면특성계수(η)는 원형곡선부재의 면외거동 즉, 수직휨방향과 비틂방향의 고유진동수에 영향을 거의 주지 못함을 알 수 있다. 그러나 면내거동 즉,수평휨방향의 고유진동수는 단면특성계수(η)를 고려한 경우의 고유진동수가 고려하지 않았을 경우의 고유진동수보다 커짐을 알 수 있다. 따라서 단면특성계수(η)는 면외거동에 비해 면내거동에 더 큰 영향을 줌을 알 수 있다.



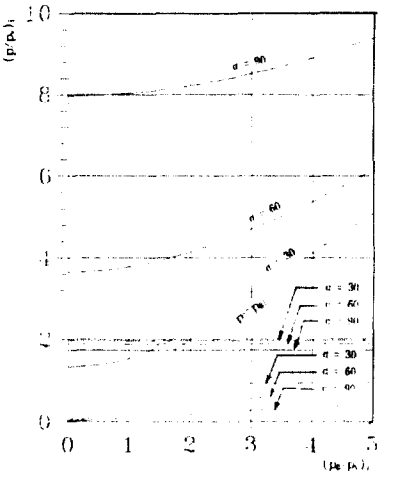
(a) R=1, ξ=1, η=0, $(p_u/p_v)_i=2$, α=30



(b) R=1, ξ=1, η=0, $(p_u/p_v)_i=2$, α=60

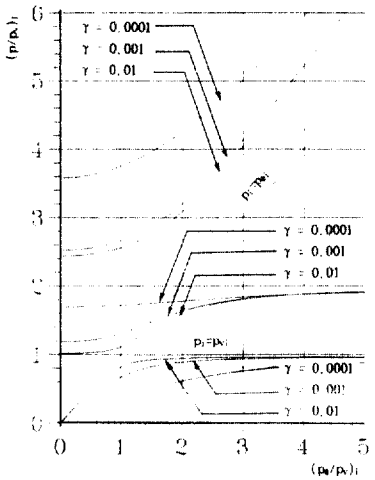


(c) R=1, ξ=1, η=0, $(p_u/p_v)_i=2$, α=90

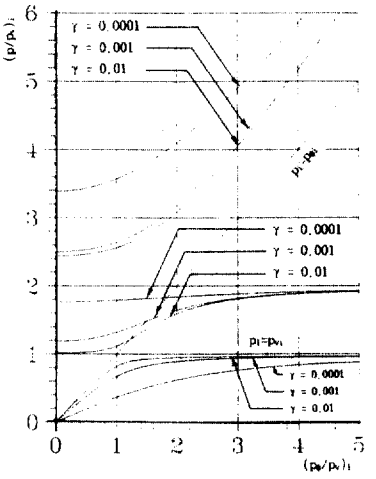


(d) R=1, ξ=1, η=0, $(p_u/p_v)_i=2$, γ=0.001

Fig. 2. First Natural Frequencies Distribution of Curved Member due to Curved Angles



(a) $\alpha=30$, $R=1$, $\xi=1.5$, $(p_u/p_v)_i=2$, $\eta=0.001$

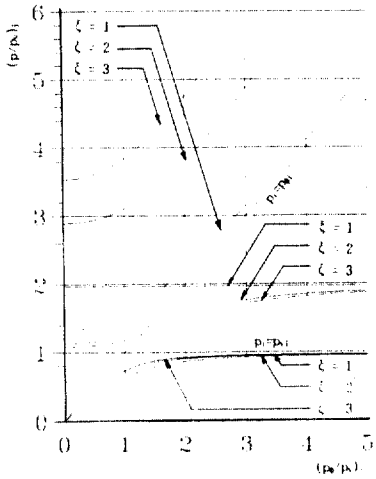


(b) $\alpha=30$, $R=1$, $\xi=1.5$, $(p_u/p_v)_i=2$, $\eta=0$

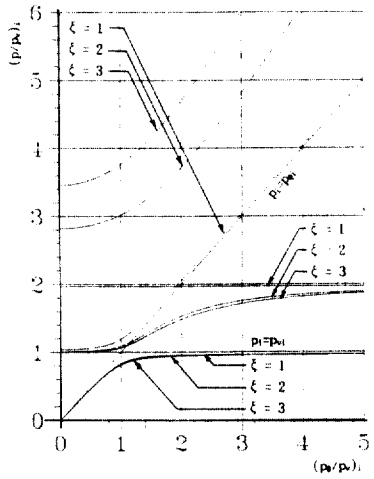
Fig. 3. First Natural Frequencies Distribution of Curved Member due to η

또한 Fig. 2(a)와 Fig. 3(a)는 단면대칭성계수(ξ)를 1인 경우와 1.5인 경우의 해석결과이다. 수직휨방향 고유진동수의 변화는 거의 없으나 단면대칭성계수(ξ)가 증가하면 비틂방향의 고유진동수는 감소함을 알 수 있다.

세번째 예는 중심각이 30도이고 곡률계수 $\gamma=0.001$와 $\gamma=0.01$로 일정한 경우 단면대칭성계수(ξ)를 변화시켜가면서 해석한 예제이다. 일반적으로 곡률계수(γ)는 비틂방향과 휨방향 거동의 연계성을 의미하며 단면대칭성계수(ξ)는 비틂방향과 수평휨방향 거동의 연계성을 의미하는 항이다. 단면대칭성계수(ξ)의 값이 증가하면 수평휨방향 고유진동수보다 비틂방향 고유진동수가 큰값으로 변하며 비틂방향 고유진동수는 감소함을 알 수 있다.



(a) $\alpha=30$, $i=1$, $R=1$, $(p_u/p_v)_i=2$, $\gamma=0.001$, $\eta=0$



(b) $\alpha=30$, $i=1$, $R=1$, $(p_u/p_v)_i=2$, $\gamma=0.01$, $\eta=0$

Fig. 4. First Natural Frequencies Distribution of Curved Member due to ξ

5. 결 론

본 연구에서 선택한 원형곡선부재에 대하여 단면특성계수,곡률계수 및 단면대칭성계수의 변화에 따라 고유진동수의 분포를 정리한 결과, 다음과 같이 요약,정리할 수 있다.

(1) 곡률계수가 증가하면 즉, 중심각이 작아지면 원형곡선부재의 고유진동수는 직선부재의 고유진동수에 접근하게 된다. 반대로 곡률계수가 감소하면 즉,반경은 일정하고 중심각이 커지면 원형곡선부재의 고유진동수 분포는 직선부재의 고유진동수와 많은 차이를 나타냄을 알 수 있다.

(2) 단면특성계수의 변화는 원형곡선부재의 수직휨방향과 비틂방향의 고유진동수에 거의 영향을 주지 못함을 알 수 있다. 이는 단면의 전단중심과 도심과의 편차거리가 원형곡선부재의 반경에 비해 작은 값이므로 1축대칭단면이나 2축대칭단면의 경우의 수직방향과 비틂방향 고유진동수는 거의 차이가 없음을 알 수 있다.

(3) 곡률계수는 일정하고 단면대칭성계수가 증가하면 원형곡선부재의 고유진동수는 증가함을 알 수 있다. 이는 단면의 전단중심과 도심과의 편차거리로 말미암아 면내거동에 대한 고유진동수가 가장 영향을 많이 받음을 알 수 있다.

본 연구의 결과를 고찰해 볼 때 원형곡선부재의 고유진동수는 단면특성계수보다는 단면대칭성계수에 영향을 더 받으며 단면대칭성계수보다는 곡률계수에 더 영향을 받음을 알 수 있다.

따라서 곡률이 큰 곡선들보의 경우, 곡선부재를 직선부재로 이상화하여 고유진동수를 구하면 큰 편차를 나타내므로 곡률의 효과가 고려된 곡선들보부재로 이상화하여 고유진동수를 산정하여야 한다.

감사의 글

이 논문은 1993년 문교부 한국학술진흥재단의 신진교수과제 학술연구보조비에 의해 이루어진 일부분으로서 이에 깊은 감사를 드립니다.

참고문헌

1. Vlasov, V.Z., Thin-Walled Elastic Beams, OTS 61-11400,National Science Foundation, Washington, D.C..
2. Kollbrunner, C.E. and Basler, K., *Torsion in Structures-An Engineering Approach*, Springer-Verlag, 1969.
3. Gjelsvik, A., *The Theory of Thin-Walled Bars*, John Wiley and Sons, 1981.
4. Tabbia, M.M. and Turkstra, C.S., "Free Vibration of Curved Box Girders", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 54, No. 4, 1977, pp. 501-514.
5. Culver, C.G., "Natural Frequencies of Horizontally Curved Beam", *Journal of the Structural Division*, ASCE, Vol. 93, No. ST2, Proc. Paper 5187, April, 1967, pp. 189-203.
6. Yonezawa, H., "Moments and Free Vibrations in Curved Girder Bridges, *Journal of the Engineering Mechanics*~, ASCE, Vol. 88, No. EM1, Feb., 1962.
7. Heins, C.P. and Spates, S.R., "Behavior of Single Horizontally Curved Girder", *Journal of the Structural Division*, ASCE, Vol. 96, No. ST7, July, 1970, pp. 1511-1524.
8. Amin, F.M. and Brotton, D.M., "Horizontally Curved Beam Finite Elememt Including Warping", *Int. Journal for Numerical Method in Engineering*, Vol. 10, 1976, pp 1397-1403.
9. Rutenberg, A., "Vibration Properties of Curved Thin-Walled Beams", *Journal of the Structural Division*, ASCE, Vol. 105, No. ST7, July, 1979, pp. 1445-1455.
10. 장승필, 임성순, "유한요소법을 이용한 나선형 곡선부재의 정적해석에 관한 연구", **대한토목학회 논문집**, 제8권 2호, 1988. 6.
11. 장승필,임성순, "나선형 곡선부재의 자유진동에 관한 연구", **대한토목학회 논문집**, 제8권 2호, 1988. 6.
12. 장승필, 임성순, 주석범, "집중 이동하중을 받는 사장교의 휨 및 비틂 거동에 관한 연구", **대한토목학회 논문집**, 제9권 3호, 1989. 9.
13. 장승필, 임성순, 조서경, "불규칙한 노면을 주행하는 이동하중에 의한 연속교의 동적거동에 관한 이론 및 실험적 연구", **대한토목학회 논문집**, 제9권 3호, 1989. 9.
14. 임성순, "나선형곡선부재의 동적해석", 서울대학교 박사학위논문, 1987. 8.

(接受 : 1994. 9. 13)