

차량하중에 의한 사장교의 동적거동에 관한 연구

A Study on Dynamic Behaviour of Cable-Stayed Bridge by Vehicle Load

박춘혁* · 한재익**

Park, Cheun Hyek · Han, Jai Ik

Abstract

This paper is considered on the dynamic behavior and the dynamic impact coefficient on the cable-stayed bridge under the vehicle load. The method of static analysis, that is, the transfer matrix method is used to get influence values about displacements, section forces of girder and cable forces. Gotten influence values were used as basic data to analyse dynamic behavior. This paper used the transfer matrix method because it is relatively simpler than the finite element method, and calculating speed of computer is very fast and the precision of computation is high. In the process of dynamic analysis, the uncoupled equation of motion is derived from simultaneous equation of the motion of cable-stayed bridge and vehicle travelling by using mode shape, which was borne from system of undamped free vibration. The solution of the uncoupled equation of motion, that is, time history of response of deflections, velocity and acceleration on reference coordinate system, is found by Newmark- β method, a kind of direct integral method. After the time history of dynamic response was gotten, and it was transferred to the time history of dynamic response of cable-stayed bridge by linear transformation of coordinates. As a result of this numerical analysis, effect of dynamic behavior for cable-stayed bridge under the vehicle load has varied depending on parameter of design, that is, the ratio of span, the ratio of main span length, tower height, the flexural rigidity of longitudinal girder, the flexural rigidity of tower, and the cable stiffness. investigated. Very good agreements with the existing solution in the literature are shown for the uncracked plate as well as the cracked plate.

요 지

본 연구는 사장교의 차량하중에 의한 동적거동을 파악하고자 수치해석상 비교적 간단한 일본의 豊里(Toyosato)大橋의 자료를 근거로하여 수치해석 대상모델을 구조형식별로, 여러가지 설계변수-즉, ① 경간비, ② 중앙경간장과 주탑높이와의 비, ③ 거어더의 강성, ④ 주탑의 강성, ⑤ 케이블의 강성-을 변화시켜 수치해석을 수행하여 동적거동을 파악하고, 그 결과를 가지고 설계변수의 영향 및 충격계수의 변화에 대하여 비교·분석하였다. 이때 변위 및 단면력의 영향선을 구하기 위한 해석은 전달행렬법을 이용하였으며, 동적해석에 있어서는 평면구조계의 집중질량계로 모델을 가정하여 차량과 교량의 운동 방정식을 유도한 후 모드중첩법을 사용하여 각 질점에 대한 변위 및 단면력의 동적시간이력을 구하였다.

* 정회원 · 전북대학교 토목공학과 교수

** 정회원 · 군산대학교 해양토목학과 조교

1. 서론

사장교는 거어더를 케이블로 보강한 구조형식으로서, 차량의 이동하중에 의한 동적 거동에 대한 특성은 사장교의 충격계수와 관련된 중요한 문제이다.

사장교의 동역학적 성상에 관한 연구는 지진응답에 대한 연구와 주행하중에 대한 연구 등 많은 연구가 이루어졌다. 그 중에서 주행하중하의 동적응답에 관한 국외의 연구는 1960년에 건설된 일본의 勝瀬橋를 대상으로 伊藤·島田·熊澤이 현지 실험을 통하여 주행하중에 의한 충격계수를 조사하였고,⁽¹⁾ 1964년에는 서독의 H.K. Havemann이 Norderelbe 橋를 대상으로 주행차량에 의한 동적응답 실험을 하여 거어더의 플랜지에 대한 응력의 동적응답 증폭율이 주행속도와 비례하여 크게 되는 것을 보였다.⁽²⁾ 또한 1968년에 완성된 尾道大橋를 대상으로 大久保·波, 牛尾·植田이, 1975년 大和橋를 대상으로 赤尾·栗田·加藤·松川·中西⁽³⁾이 각각 현지실험을 하여 주행하중에 의한 마찰계수를 조사하였다. 1978년에는 小松·川谷이 자동차주행에 의한 동적응답과 충격계수에 관한 연구가 있었다.⁽⁴⁾

한편, 국내에서도 사장교의 정적해석에 관한 많은 연구가 발표되었으나,⁽⁵⁻⁸⁾ 동적해석에 관한 연구는 현재 내진해석에 대한 연구가 다소 이루어지고 있고,^(9,10) 차량하중에 대한 연구는 일반교량에 대하여 다수 연구되고 있을 뿐^(11,12) 사장교를 대상으로 한 연구는 몇 편에 불과하다.^(13,14)

따라서, 본 연구는 사장교를 평면구조계의 집중질량계(Lumped Mass System)로 이상화하여, 모드중첩법(Mode Superposition Method)을 이용하여 교량과 차량의 連立振動方程式을 구하고, 그것을 직접적분법인 Newmark-β법을 이용하여 미분방정식을 풀어서 사장교의 동적응답을 구하고, 그 결과를 가지고 각 설계변수에 대한 영향을 분석·과약하고, 또한 충격계수의 변화를 고찰하고자 한다.

2. 사장교의 정적해석

사장교의 구조해석 모델은 3경간 사장교로서, 수치해석상 비교적 간단한 Fig. 1과 같은 일본의 豊里(Toyosato)大橋의 자료를 근거로 하여^(15,16) Table 1과

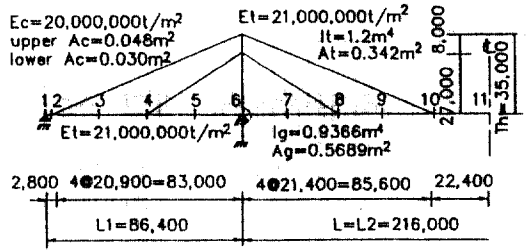


Fig. 1. Model of Numerical Analysis (Case 3)

Table 1. Specification of Each Model

Type	Parameter	Case 1	Case 2	Case 3	Case 4	Case 5
Radial	L_1/L	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50
	Th/L	0.14	0.16	0.18	0.20	0.22
Fan	$I_C(m^4)$	0.30	0.60	0.90	1.20	1.50
Harp	$I_T(m^4)$	0.60	0.90	1.20	1.50	1.80
	$AC(m^2)$	0.208	0.260	0.312	0.364	0.416
		U:0.032	U:0.040	U:0.048	U:0.056	U:0.064
		L:0.020	L:0.025	L:0.030	L:0.035	L:0.040

같이 설계변수를 변화시키고, 구조형식별로 Radial형, Fan형, Harp형으로 각각 구분하여 전달행렬법을 이용하여 수치해석을 수행한다.

傳達行列法은 行列을 이용한 교량구조물의 解析方法 중의 하나로 不靜定力을 未知量으로 하는 應力法과 각 절점의 변위량을 미지량으로 하는 變位法의 중간적인 解析방법으로서, 대상으로 하는 橋梁構造物의 力學的特性을 나타내는 미분방정식을 기초로 하여 교량구조물의 어떤 단면에 대한 변위량 및 단면력을 벡터의 1차변환, 즉 傳達行列式을 이용하여 해석하는 방법이다.⁽¹⁷⁾

사장교의 역학적 특성은 기본적으로 Fig. 2과 같이 거어더가 케이블과 주탑에 의하여 탄성지지되어 있는 연속보로 생각할 수 있다. 이때 주탑의 인장강도 EA_T 및 휨강도 EI_T 가 대단히 클 경우 거어더는 케이블에 의하여 탄성지지되어 있고 그의 탄성계수는 제 i 번째 Cable의 길이 l_{ci} , 신축강도 E_{ci} , A_{ci} 및 회전각 α_i 의 함수로 주어진다. 그리고 축방향변위 u_i 와 수직방향변위 w_i 와의 함수로 주어지는 강성계수 K_i 를 고려하면, 거어더에 대한 케이블 정착점에 작용하는 축방향력 N_i 및 전단력 S_i 을 기지량으로 하여 근사적으로 해석할 수 있다.

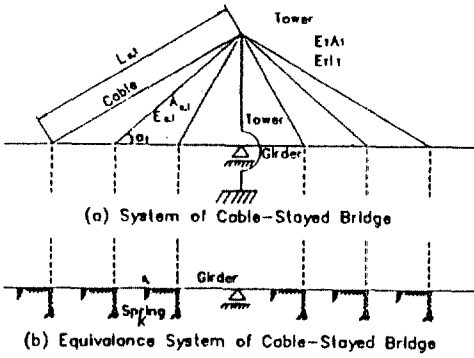


Fig. 2. Equivalent System of Cable-Stayed Bridge

그렇지만 사장교의 Cable-Saddle과 거어더의 구조형식은 여러 종류가 있어서 이들의 변위를 고려하지 않으면 정확한 해석을 할 수 없다.^(15,18,19) 따라서 케이블의 인장, Cable-Saddle의 변위, 주탑의 휨과 축방향력에 의한 변위 및 회전변위 등을 고려하여 케이블과 주탑에 의하여 탄성지지된 연속보가 휨과 축방향력을 동시에 받는 것으로 하여 전달행렬법에 의하여 해석한다.

3. 차량하중에 의한 사장교의 동적응답해석

사장교의 차량하중하의 동적응답해석을 수행하는 데에는 다음과 같은 가정을 기초로 하여, 모드중첩법을 이용하여 교량과 차량의 연립운동방정식을 유도한다. 이 연립운동방정식을 Newmark- β 법을 써서 그 해를 구하고, 사장교의 동적응답을 구한다.

- 1) 횡방향에 대칭인 차량하중으로 가정하여, 평면구조계로 보고 해석한다.
- 2) 미소변형이론에 의한 선형동적해석을 한다.
- 3) 진동중 Sag의 변화에 의한 케이블장력의 변화는 무시한다.
- 4) 사장교의 질량은 질점에 집중되어 있다고 가정한다.

3.1 사장교와 차량의 운동방정식^(20,21)

사장교의 운동방정식은 D'Alembert의 원리를 적용하면 다음과 같이 강제운동방정식을 Matrix 형식으로 쓸 수 있다.

$$[M]\{\ddot{w}\} + [C]\{\dot{w}\} + [K]\{w\} = \{F(t)\} \quad (3-1)$$

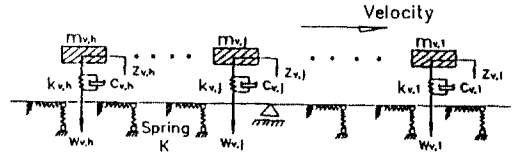


Fig. 3. System of Vehicular Loading on Girder

여기서, $[M]$, $[C]$, $[K]$ 는 각각 질량, 감쇠, 강성을 나타내는 Matrix이고, $\{w\}$, $\{\dot{w}\}$, $\{\ddot{w}\}$ 는 각각 절점의 변위, 속도, 가속도를 나타내는 Vector이며, $\{F(t)\}$ 는 절점외력을 나타낸다.

Fig. 3에서 보는 바와 같이 연행하중이 작용하고 있을 때, 각 하중의 Spring 이하의 하중을 무시한 1자유도(Single Degree-of-Freedom)로 가정하면 차량의 운동방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다.^(4,22-24)

$$[m_v]\{\ddot{\Delta}\} + [c_v]\{\dot{\Delta}\} + [k_v]\{\Delta\} = 0 \quad (3-2)$$

또, 차량하중으로 인한 거어더의 작용외력 $\{f_v(t)\}$ 는 다음과 같다.

$$\{f_v(t)\} = [m_v]\{g\} + [c_v]\{\dot{\Delta}\} + [k_v]\{\Delta\} \quad (3-3)$$

여기서, $[m_v]$, $[c_v]$, $[k_v]$ 는 각각 차량하중의 질량, 점성감쇠계수, Spring상수이고, $\{\Delta\} = z_v - w_v$, $\{\dot{\Delta}\} = \dot{z}_v - \dot{w}_v$, $\{\ddot{\Delta}\} = \ddot{z}_v - \ddot{w}_v$ 로서 z_v , w_v , \dot{z}_v , \dot{w}_v , \ddot{z}_v , \ddot{w}_v 는 하중절점의 연직방향 변위, 속도, 가속도 및 하중재하점상의 거어더의 연직변위, 속도, 가속도이다. g 는 중력가속도로서 980 cm/sec^2 이다.

3.2 사장교의 모드형상(Mode Shape)

운동방정식 (3-1), (3-2), (3-3)을 모드중첩법을 이용하여 풀기 위해서는 다자유도계의 N 연성운동방정식(N Coupled Equation of Motion)의 집합을 N 비연성운동방정식(N Uncoupled Equation of Motion)의 집합으로 바꾸는 정규좌표계(Normal-Coordinate) 변환을 이용한다. 이 방법은 변위가 N 개의 개별적인 좌표집합으로 표현되고 감쇠가 모드(Mode) 감쇠비 ζ 로 나타내지는 선형구조물의 동적응답을 구하는데 사용한다.⁽²¹⁾

즉, 어떤 모드성분 \hat{w}_n 의 경우, 변위는 다음식과 같이 모드진폭(Amplitude) a_n 에 모드형상벡터(Mode-Shape Vector) ϕ_n 를 곱함으로써 구할 수 있다.

$$\hat{w}_n = \varphi_n a_n \quad (3-4)$$

이 때 전체변위는 모든 성분의 합으로서 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} w &= \hat{w}_1 + \hat{w}_2 + \cdots + \hat{w}_n = \varphi_1 a_1 + \varphi_2 a_2 + \cdots + \varphi_n a_n \\ &= \sum_{n=1}^N \varphi_n a_n \\ \{w\} &= [\Phi] \{a\} \end{aligned} \quad (3-5)$$

식 (3-5)에서 $[\Phi]$ 는 모드형상행렬로 비감쇠 자유진동해석으로부터 구할 수 있는 고유벡터(Eigenvector)로 이루어지고 모드형상(Mode-Shape)라 정의된다.

자유진동을 하는 비감쇠계(Undamped System)에 대한 운동방정식은 식 (3-1)에서 감쇠행렬과 작용하중 벡터를 제외시킴으로써 다음 식으로 나타낼 수 있다.

$$[M]\{\ddot{w}\} + [K]\{w\} = \{0\} \quad (3-6)$$

자유진동은 조화진동이라 가정할 수 있으므로 일 반해를 $\{w\} = \{a\} \sin(\omega t + \theta)$ 라 하면 다음과 같은 고 유치 문제에 대한 식을 얻을 수 있다.

$$([K] - \omega^2[M])\{a\} = \{0\} \quad (3-7)$$

Cramer 공식에 의하여 식 (3-7)의 해는 다음 형 태로 주어짐을 알 수 있다.

$$\{a\} = \frac{\{0\}}{|[K] - \omega^2[M]|} \quad (3-8)$$

식 (3-8)은 분모의 Determinant가 Zero가 되어야 만 Nontrivial해가 구해진다. 즉, 유한진폭(Finite-amplitude)의 자유진동 조건은 다음과 같다.

$$|[K] - \omega^2[M]| = 0 \quad (3-9)$$

식 (3-9)의 근 즉, 고유치(Eigenvalues) ω^2 이 구 해지면, 상대적인 값으로서 모드벡터 $\{a\}$ 가 구해지 고, 모드형상행렬 $[\Phi]$ 를 구할 수 있다.

여기서, $[M]$ 은 질량행렬로서 대각행렬이고, $[K]$ 는 강성행렬로서 처짐영향계수 행렬을 $[D]$ 라고 하 면 다음 관계가 성립한다.

$$[K] = [D]^{-1} \quad (3-10)$$

본 연구에서는 식 (3-6)~식 (3-10)의 고유치문제

(Eigenproblem)를 풀기 위하여 수치해석상 가장 많 이 보편적으로 사용되고 있는 Jacobian Method를 이용하여 고유치(Eigenvalues)와 고유벡터(Eigen vectors)를 구하였다.⁽²⁰⁾

3.3 사장교의 동적응답

사장교의 동적응답을 모드중첩법에 의하여 구하기 위해서는 먼저 식 (3-1), 식 (3-2), 식 (3-3)을 비감쇠 자유진동 해석으로부터 구한 모드형상행렬(Mode-Shape Matrix)를 이용하여 선형 좌표변환을 하여야 한다.

따라서, 식 (3-5)와 시간에 대한 도함수를 식 (3-1)에 대입하고, 모드형상행렬의 전치(Transposed) 행렬을 각항의 앞에 곱해두면 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} [\Phi]^T [M] [\Phi] \{\ddot{a}\} + [\Phi]^T [C] [\Phi] \{\dot{a}\} \\ + [\Phi]^T [K] [\Phi] \{a\} = [\Phi]^T \{F(t)\} \end{aligned} \quad (3-11)$$

그리고, 식 (3-11)의 우변 하중항은 다음과 같이 변형된다.

$$\begin{aligned} [\Phi]^T \{F(t)\} = [\Phi]^T \{\varphi^T(t)\} ([m_v] \{g\} + [c_v] \{\dot{\Delta}\} \\ + [k_v] \{\Delta\}) \end{aligned} \quad (3-12)$$

$$\text{또, } \{\varphi(t)\} = \{0; \cdots; 0; \varphi_{k,j}; \varphi_{k+1,j}; 0; \cdots; 0\} \quad (3-13)$$

여기서, $\{\varphi(t)\}$ 는 하중 분배계수 벡터로써, $\varphi_{k,j}$, $\varphi_{k+1,j}$ 는 임의의 절점사이의 작용하중을 각각 절점 반력으로 역비례 배분한 계수이다. 또, 시간의 경과 에 따라 하중이 이동하기 때문에 하중의 양측절점도 이동하고, $\{\varphi(t)\}$ 는 시간의 함수가 된다.

또, 식 (3-2)의 하중 재하점의 처짐 $\{w_v\}$ 요소의 양단점의 처짐으로 가정하여 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\{w_v\} = \{\varphi(t)\} \{w\} = \{\varphi(t)\} [\Phi] \{a\} \quad (3-14)$$

따라서, 식 (3-2)는 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} [m_v] (\{\ddot{\Delta}\} + \{\varphi(t)\} [\Phi] \{\ddot{a}\}) + [c_v] \{\dot{\Delta}\} \\ + [k_v] \{\Delta\} = 0 \end{aligned} \quad (3-15)$$

모드형상의 직교성(Orthogonal property)은 다음 과 같다.

$$[\Phi]^T_n [M] [\Phi]_m = 0, \quad (3-16)$$

$$[\Phi]^T_n [K][\Phi]_m = 0, \quad m \neq n$$

감쇠행렬 $[C]$ 도 식 (3-17)과 같이 직교성을 적용할 수 있다고 가정하자.

$$[\Phi]^T_n [C][\Phi]_m = 0, \quad m \neq n \quad (3-17)$$

식 (3-17)은 Rayleigh가 제안한 다음 식으로 쉽게 증명된다.

$$[C] = a_0[M] + a_1[k] \quad (3-18)$$

여기서, a_0 와 a_1 는 비례상수이다. 따라서, 식 (3-11)은 다음과 같이 선형화된다.

$$M_n\{\ddot{a}\} + C_n\{\dot{a}\} + K_n\{a\} = F_n(t) \quad (3-19)$$

$$\begin{aligned} \text{여기서, } M_n &= [\Phi]^T_n [M][\Phi]_m = [I] \\ K_n &= [\Phi]^T_n [K][\Phi]_m = \omega_n^2 M_n = \omega_n^2 \\ C_n &= [\Phi]^T_n [C][\Phi]_m = 2\xi\omega_n M_n = 2\xi\omega_n \\ F_n(t) &= [\Phi]^T_n \{F(t)\} \\ &= [\Phi]^T \{\varphi^T(t)\} ([m_v]g + [c_v]\{\dot{\Delta}\} \\ &\quad + [k_v]\{\Delta\}) \end{aligned}$$

식 (3-19)와 식 (3-15)를 연립하여 Matrix 형태로 나타내면 다음과 같다.

$$M^*\{\ddot{x}\} + C^*\{\dot{x}\} + K^*\{x\} = f^* \quad (3-20)$$

여기서,

$$M^* = \begin{bmatrix} m_{b1} & 0 & \cdots & 0 & | & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & m_{b2} & \cdots & 0 & | & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & | & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & m_{bn} & | & 0 & \cdots & 0 \\ \hline m_{1,1} & m_{1,2} & \cdots & m_{1,n} & | & m_{v1} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & | & \vdots & \vdots & \vdots \\ m_{h,1} & m_{h,2} & \cdots & m_{h,n} & | & 0 & \cdots & m_{vh} \end{bmatrix}$$

$$K^* = \begin{bmatrix} k_{b1} & 0 & \cdots & 0 & | & -k_{1,1} & \cdots & -k_{1,h} \\ 0 & k_{b2} & \cdots & 0 & | & -k_{2,1} & \cdots & -k_{2,h} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & | & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & k_{bn} & | & -k_{n,1} & \cdots & -k_{n,h} \\ \hline 0 & 0 & \cdots & 0 & | & k_{v1} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & | & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & | & 0 & \cdots & k_{vh} \end{bmatrix},$$

$$\{x\} = \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \\ \hline \Delta_1 \\ \vdots \\ \Delta_h \end{Bmatrix},$$

$$f^* = \begin{bmatrix} f_{1,1} + \cdots + f_{1,h} \\ f_{2,1} + \cdots + f_{2,h} \\ \vdots \\ f_{n,1} + \cdots + f_{n,h} \\ \hline 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\begin{cases} m_{bi} = [\Phi_i]^T [M_i][\Phi_i] = 1 \\ c_{bi} = [\Phi_i]^T [C_i][\Phi_i] = 2\xi\omega_i \\ k_{bi} = [\Phi_i]^T [K_i][\Phi_i] = \omega_i^2 \\ m_{ij} = m_{vj}\{\varphi_j(t)\}[\Phi_i] \\ c_{ij} = [\Phi_i]^T \{\varphi_j^T(t)\} c_{vj} \quad (i=1, 2, \dots, n) \\ k_{ij} = [\Phi_i]^T \{\varphi_j^T(t)\} k_{vj} \quad (j=1, 2, \dots, h) \\ f_{ij} = [\Phi_i]^T \{\varphi_j(t)\} m_{vj}g \end{cases}$$

식 (3-20)은 연립 2계 미분방정식이므로써 그 해 x 를 구하기 위하여 직접적분법의 일종인 Runge-Kutta 법과 Newmark- β 법을 각각 이용하여 수행한 결과 모두 1/1000 정도의 計算精度를 가지고 있었으나, 계산속도는 후자가 약 3배 정도 빨라서 후자를 이용하였으며,⁽²⁵⁾ 식 (3-20)은 다음과 같이 치환한다.

$$\{\ddot{x}\} = (M^*)^{-1} f^* - (M^*)^{-1} C^* \{\dot{x}\} - (M^*)^{-1} K^* \{x\} \quad (3-21)$$

식 (3-21)에서 M^* 의 역행렬의 계산은 하중분배 계수 벡터 $\{\varphi(t)\}$ 가 하중이 진행되는 각 단계마다 변하기 때문에 많은 시간이 소요된다. 그러나, M^* 의 성분내에서의 변하는 요소는 일부이기 때문에, M^* 의

역행렬의 계산은 부분행렬법으로 계산량을 줄여서 계산시간을 줄일 수 있다.

즉, $(M^*)^{-1}F^*$ 와 $(M^*)^{-1}C^*$ 은 해석적으로 다음과 같이 구할 수 있다.

$$(M^*)^{-1}F^* = \begin{bmatrix} (f_{1,1} + \dots + f_{1,h})/m_{b1} \\ (f_{2,1} + \dots + f_{2,h})/m_{b2} \\ \dots \\ (f_{n,1} + \dots + f_{n,h})/m_{bn} \\ \dots \\ f_1 \\ \dots \\ f_h \end{bmatrix} \quad (3-22)$$

여기서,

$$f_j = -\sum (f_{i,1} + \dots + f_{i,h})m_{j,i}/m_{vj}m_{bi} \quad (j=1, 2, \dots, h)$$

$$(M^*)^{-1}C^* =$$

$$\begin{bmatrix} c_{b1}/m_{b1} & \dots & 0 & \dots & -c_{1,1}/m_{b1} & \dots & -c_{1,h}/m_{b1} \\ 0 & \dots & 0 & \dots & -c_{2,1}/m_{b2} & \dots & -c_{2,h}/m_{b2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & c_{bn}/m_{bn} & \dots & -c_{n,1}/m_{bn} & \dots & -c_{n,h}/m_{bn} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -c_{b1,m1,1}/m_{v1}m_{b1} & \dots & -c_{bn,m1,n}/m_{v1}m_{bn} & \dots & c_{n+1,n+1} & \dots & c_{n+1,n+h} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -c_{b1,mh,1}/m_{vh}m_{b1} & \dots & -c_{bn,mh,n}/m_{vh}m_{bn} & \dots & c_{n+h,n+1} & \dots & c_{n+h,n+h} \end{bmatrix} \quad (3-23)$$

여기서, $c_{n+j,n+j} = \sum_i (c_{ij}m_{j,i}/m_{vj}m_{bi}) + c_{vj}/m_{vj}$ ($j=1, 2, \dots, h$)

$$c_{n+k,n+j} = \sum_i (c_{ij}m_{k,i}/m_{vk}m_{bi}) \quad (k, j=1, 2, \dots, h; k \neq j)$$

$(M^*)^{-1}K^*$ 도 $(M^*)^{-1}C^*$ 와 같은 방법으로 하여, 해 $\{x\}$ 가 구해지면 식 (3-5)의 모드중첩에 의하여 사장교의 관성력(Inertial Force) $m\ddot{w}$, 감쇠력(Damping Force) $c\dot{w}$, 탄성력(Elastic Force) kw 가 구해진다.

이제, 사장교의 차량하중에 의한 동적처짐, 휨모멘트, Cable 장력 등은 응답가속도에 질량을 곱한 관성력에서 외력인 차량하중을 뺀 값을 구조물에 작용하는 동적하중으로 생각하여 사장교의 정역학적 영향치를 곱해주면 구할 수 있다.

4. 동적 수치해석 및 결과분석

사장교의 동적 수치해석모델은 다음과 같이 가정한다.

- 1) 차량의 하중은 DB-24로 보고 총중량 43,200

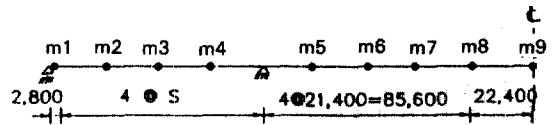


Fig. 4. Multi-Degree of Freedom System

Table 2. Mass of Girder ($t \cdot \text{sec}^2 \cdot \text{m}^{-1}$)

L1/L	S(m)	m1, m17	m2, m3 m4, m14 m15, m16	m5, m6 m7, m11 m12, m13	m8, m10	m9
0.30	15.0	4.197	7.063	7.063	9.572	10.208
0.35	18.2	4.785	8.294	8.292		
0.40	20.9	5.218	9.524	9.524		
0.45	23.6	6.015	10.755	10.755		
0.50	26.3	6.631	11.985	11.985		

kg으로 가정한다.

- 2) 노면의凹凸는 진폭 3 cm, 주기는 30 cm로 가정한다.
- 3) 교량의 감쇠율은 0.02이고, 차량의 감쇠율은 0.34로 가정한다.⁽⁴⁾
- 4) 차량의 Spring 상수는 630.0 t/m로 한다.^(23,24)
- 5) 적분 시간간격은 최고차 진동모드에 대응하는 고유주기의 1/5~1/6 정도인 0.002 sec로 하였다.⁽⁴⁾

Fig. 4는 집중질량법(Lumped-Mass Method)에 의해 사장교의 Girder의 질량이 17개의 질점에 집중되어 있다고 가정하여 나타낸 것이다. 여기서, 차량의 주행하중은 주탑에 대하여 직접 작용하지 않기 때문에 주탑의 동적거동에 대한 고려는 제외시켰다. 각 질점의 질량은 Table 2에 수록하였다.

4.1 차량하중에 의한 사장교의 동적응답

차량하중에 대한 동적응답은 1대의 차량(총중량: 43.2t, 스프링계수: 630.0 t/m, 고유진동수: 3.1 Hz, 감쇠정수: 0.34)이 속도 60 km/hr로 주행한다고 보고 각 시간에 따른 변위, 속도, 가속도의 응답을 각각 구하였다.

4.1.1 사장교의 동적응답에 대한 시간이력

Fig. 5는 주행자동차를 1대로 하고, Fan형의 Case 3의 경우에 한하여 중앙경간의 중앙점에 대한 동적응답에 대한 시간이력곡선을 나타내었다.

4.1.2 사장교의 최대동적응답

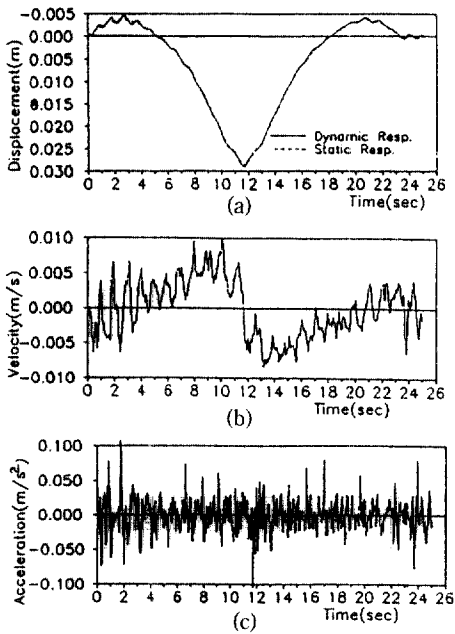


Fig. 5. Time History for Dynamic Response. (a) Response of Displacement, (b) Response of Velocity, (c) Response of Acceleration

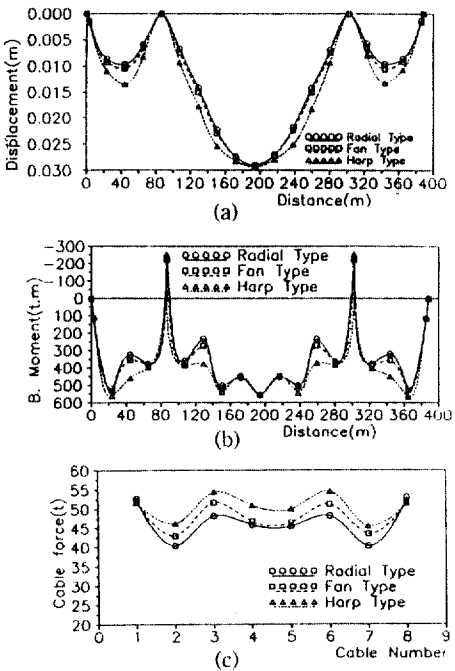


Fig. 6. Dynamic Response for Case 3. (a) Maximum Deflections, (b) Maximum Bending Moments, (c) Maximum Cable Forces.

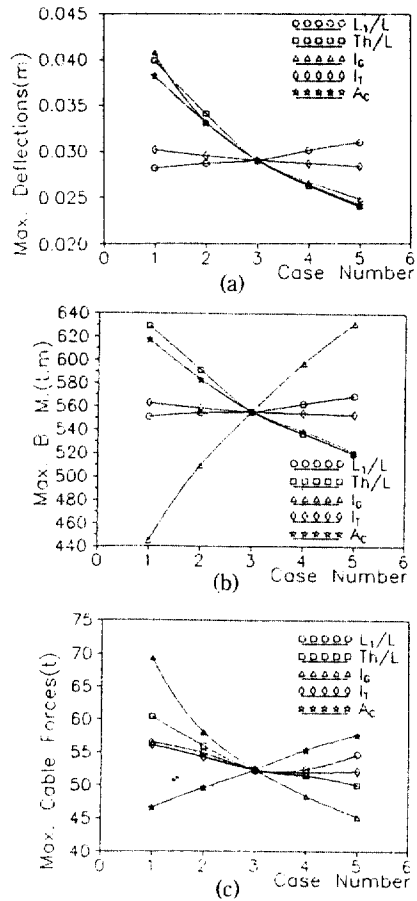


Fig. 7. Maximum Values of Dynamic Response. (a) Maximum Deflections, (b) Maximum Bending Moments, (c) Maximum Cable Forces.

Fig. 6은 각 구조형식별로 Case 3의 경우에 한하여 각 질점의 처짐응답, 휨모멘트응답과 각 케이블의 케이블장력응답에 대한 최대값들을 각각 도시하였다. 그림에서 보는 바와 같이 응답의 크기는 Radial형, Fan형, Harp형의 순서로 크게 나타나고 있어 본 수치해석에서는 Radial형이 가장 유리하였다.

4.2 사장교의 설계변수의 영향

앞에서 설명한 5가지의 설계변수를 가지고 각 Case에 대하여 수치해석을 수행한 후 최대변위 및 최대 단면력을 Fig. 7에 도시하고, 그 Case 1에서 Case 5까지의 증가율을 100%로 볼 때 각 Case의 증가율을 Table 3에 수록하였다.

4.3 사장교의 충격계수

하중이 Girder 위를 주행할 때 그 응답의 동적 효과는 하중이 정적으로 작용할 때의 영향치에 대한 비율로서 다음 식으로 나타낼 수 있다.⁽⁴⁾

$$i = \frac{y_{d_{\max}} - y_{s_{\max}}}{y_{s_{\max}}} \quad (4-1)$$

여기서, i = 충격계수, $y_{d_{\max}}$ = 동적최대응답, $y_{s_{\max}}$ = 정적최대응답

앞철의 최대치를 가지고 구한 충격계수를 처짐, 모멘트, 케이블장력에 대하여 각각 나타내면 Fig. 8와

같다.

여기서 처짐에 대한 충격계수는 설계변수 Th/L (Case 1)에 대해서 가장 큰 값인 0.045와 설계변수 Ac (Case 5)에 대하여 가장 적은 0.002를 보이고 있고, 모든 설계변수에 대하여 그 값이 다시 증가하거나 또는 감소율이 둔화되는 변곡점은 Case 3(충격계수 0.007)의 경우임을 알 수 있다. 휨모멘트에 대한 충격계수는 0.0263에서 0.0088까지 변하며, 케이블장력에 대해서는 0.050에서 0.013까지 변하고 변곡점은 Case 3에서 각각 0.0104, 0.0153의 값을 보여주고 있다.

Table 3. Effect of parameter for each Case

Parameter	Case	Deflections		Bending M.		Cable F.	
		Max. (m)	Δ (%)	Max. (t·m)	Δ (%)	Max. (t)	Δ (%)
L_1/L	1	0.02816	17.9	550.9	18.2	56.47	-92.0
	2	0.02866	13.3	554.2	6.6	54.85	-143.2
	3	0.02903	38.0	555.4	37.6	52.33	6.8
	4	0.03009	30.8	562.2	37.6	52.45	-128.4
	5	0.03095	30.8	569.0	37.6	54.71	-128.4
Th/L	1	0.03990	-36.8	529.7	-34.8	60.43	-43.2
	2	0.03405	-31.5	591.4	-32.7	55.94	-34.7
	3	0.02903	-17.5	555.4	-17.0	52.33	-8.2
	4	0.02625	-14.1	536.7	-15.5	51.48	-13.9
	5	0.02402	-14.1	519.6	-15.5	50.04	-13.9
I_G	1	0.04081	-47.9	444.8	34.5	69.37	-46.9
	2	0.03316	-25.9	509.2	24.7	58.05	-23.7
	3	0.02903	-14.6	555.4	22.3	52.33	-16.4
	4	0.02669	-11.6	597.1	18.5	48.38	-13.0
	5	0.02483	-11.6	631.7	18.5	45.23	-13.0
IT	1	0.03019	-36.4	562.8	-44.0	56.09	-46.8
	2	0.02952	-26.6	558.4	-30.0	54.25	-48.9
	3	0.02903	-20.1	555.4	-15.0	52.33	-8.9
	4	0.02866	-16.9	553.9	-11.0	51.98	4.6
	5	0.02835	-16.9	552.8	-11.0	52.16	4.6
AC	1	0.03825	-36.6	617.8	-35.9	46.60	27.0
	2	0.03310	-29.0	583.2	-28.4	49.58	24.9
	3	0.02903	-18.8	555.4	-17.0	52.33	27.8
	4	0.02639	-15.6	539.0	-18.3	55.40	20.3
	5	0.02420	-15.6	521.4	-18.3	57.65	20.3

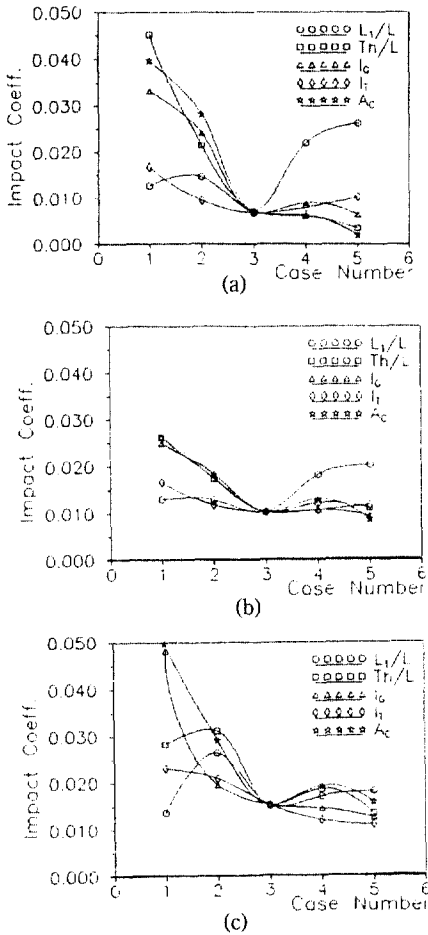


Fig. 8. Impact Coefficient of Fan Type.
 (a) Impact Coefficient of Deflections, (b) Impact Coefficient of Bending Moments, (c) Impact Coefficient of Cable Forces.

본 연구의 충격계수는 설계속도를 60 km/hr로 가정하고, 주행차량을 1대로 가정하여 구한 값으로서, 설계속도 및 차량대수, 차량중량의 증가에 의하여 각 설계변수에 대하여 충격계수값이 약간 증가할 것으로 예상된다. 따라서 보다 일반화할 수 있는 충격계수를 산정하기 위해서는 이에 관한 많은 연구가 요구된다.

5. 결 론

차량하중에 의한 사장교의 동적거동은 구조형식, 경간장비, 중앙경간장과 주탑의 높이 비, 거더의 강성, 주탑의 강성, 케이블의 총단면적 등 설계변수에

의하여 다양하게 나타나지만, 본 연구결과를 토대로 그 특징을 살펴볼 때 다음과 같은 결론을 얻을 수 있다.

1) 사장교의 차량하중에 의한 동적처짐 및 휨모멘트, 케이블장력에 대하여, 각 구조형식별로 볼 때 Radial형, Fan형, Harp형의 순으로 큰 응답을 보이고 있으므로, Radial형이 본 연구에서는 구조적으로 가장 유리하였다.

2) 경간장비(L_1/L)의 영향: 변수(L_1/L)의 증가에 따라 처짐과 휨모멘트는 증가하고, 케이블장력은 감소한 후 다시 증가하였다. 이 때의 영향은 Case 3을 지나서 Case 4에서 크고 불리하게 나타났다.

3) 중앙경간장과 주탑의 높이비(Th/L)의 영향: 변수(Th/L)의 증가에 따라 처짐과 휨모멘트, 케이블장력은 감소하였다. 이 때의 감소율은 Case 3을 지나서 Case 4에서 현저히 적어졌다.

4) 거더의 강성(I_G)의 영향: 변수(I_G)의 증가에 따라 처짐과 케이블장력은 감소하나, 휨모멘트는 증가하였다. 이 때의 감소율은 Case 3을 지나서 Case 4에서 소폭으로 나타났으며, 휨모멘트의 증가율은 점차 둔화되었다.

5) 주탑의 강성(I_T)의 영향: 변수(I_T)의 증가에 따라 처짐과 휨모멘트는 감소하였으나 케이블장력은 감소 후 다시 증가하였다. 이 때의 증가율은 Case 3을 지나서 Case 4에서 현저히 적어졌다.

6) 케이블의 총단면적(A_c)의 영향: 변수(A_c)의 증가에 따라 처짐과 휨모멘트는 감소하고, 케이블장력은 증가하였다. 이 때의 감소율은 Case 3을 지나서 Case 4에서 현저히 적어졌으나, 케이블장력의 증가율은 큰차이 없었다.

7) 본 연구의 해석모델에 있어서 충격계수는 시방서의 산정식⁽²⁶⁾을 사장교에 적용하여 계산한 값인 0.16~0.24값보다 훨씬 적은 0.002~0.05 사이의 값을 보여 여기에 관한 더 많은 연구가 필요하다고 생각되며, 각 설계변수에 대하여 CASE3의 경우가 적거나 또는 변화율이 완만하였다.

8) 본 연구의 Case 3의 설계변수들이 가장 경제적인 설계변수로서 실제 설계제원과 거의 비슷하였다.

따라서, 본 연구의 방법 및 결과를 토대로 경제적인 설계변수를 결정할 수 있어 사장교의 경제적인 설계에 기여할 수 있을 것으로 사료된다.

참고문헌

1. 伊藤 學, 島田靜雄, 熊澤周明, 勝瀬橋を對象とした斜張桁橋の模型實驗並びに載荷試驗について, 日本土木學會誌, Vol. 45, No. 11, pp. 9-14, 1960.11.
2. Havemann, H.K, Spannungs-und Schwingungsmessungen an der Brücke über die Nordereibe im Zuge der Bundesautobahn südliche Umgehung Hamburg, Der Stahlbau, 33 Ja., H. 10, S. 289-297, Oct., 1964.
3. 赤尾親助, 栗田章光, 加藤陵夫, 松川昭夫, 中西正昭, 大和橋の設計と施工, 橋梁と基礎, Vol. 9, No. 8, pp. 23-29, 1975. 8.
4. 小松定夫, 川谷充郎, 斜張橋の自動車走行による動的應答と衝擊係數に關する研究, 日本土木學會論文報告集, 第 275號, 1978. 7.
5. 황학주, 斜張橋의 靜的 解析에 關한 研究, 大韓土木學會誌, 第 31卷, 第 4號, 1983. 12.
6. 박춘혁 외 3인, 斜張橋의 靜的解析에 關한 연구 (數值計算을 中心으로), 大韓土木學會論文集, 第 5卷, 第 1號, 1985. 3.
7. 한재익, 多重 Cable 斜張橋의 靜的解析에 關한 研究, 전북대학교, 1987. 2.
8. 邊潤周, 斜張橋의 形式 및 構造系, 大韓土木學會誌 (特輯: 斜張橋), 第 35卷, 第 3號, 1987. 6.
9. 양승현, 지진하중에 의한 사장교의 동적거동, 전북대학교대학원, 1992. 2.
10. 박춘혁, 사장교의 동적거동에 관한 연구, 전남대학교대학원, 1986. 2.
11. 장동일, 이창윤, 차량하중으로 인한 트러스교의 동적응답해석에 관한 연구, 한양대학교 산업과학논문집, Vol. 25, 1987. 2.
12. 양장현, 이종관, 차량하중을 받는 연속교의 동적해석, 인하대학교 産業科學技術研究所 論文集, 第 17輯, 1989. 4.
13. 김남식, 차량하중에 의한 사장교의 동적거동에 대한 이론 및 실험적 연구, 서울대학교, 1988.
14. 주석범, 집중이동하중을 받는 사장교의 휨 및 비틀림거동에 관한 연구, 서울대학교, 1989.
15. 小西一郎編, 鋼橋, 設計編 II, 丸善株式會社, 1976年.
16. 日本土木學會, 鋼斜張橋—技術とその變遷—, 1990.
- 9.
17. 中井 博, 事口壽男, 傳達マトリックス法による鋼橋の解析, 森北出版株式會社, 1992年 1月.
18. Tang, M.C., "Analysis of Cable-stayed Girder Bridge", *Proc. of ASCE*, Vol. 92, No. ST-12, pp. 103-110, 1966.
19. 長谷川紀夫, 成岡昌夫, 變形を考慮した斜張橋の解析, 日本土木學會論文報告集, No. 169, pp. 59-61, 1969年 9月.
20. Paz, M., *Structural Dynamics-Theory and Computation*, Van Nostrand Reinhold Company Inc., 1985.
21. Clough, R.W. and Penzien, J., *Dynamics of Structures*, McGraw-Hill Book Company Inc., 1975.
22. 山田善一, 小堀爲雄, 活荷重に對する道路橋の動的應答—衝擊係數—に關する考察, 日本土木學會論文集, 第 148號, pp. 40-50, 1967. 12.
23. 本田秀行, 小堀爲雄, 走行自動車による3徑間連續桁橋の動的應答と衝擊係數, 日本土木學會論文報告集, 第 313號, pp. 13-22, 1981. 9.
24. 本田秀行, 小堀爲雄, 山田善一, 多徑間連續桁橋の動的應答と衝擊係數に關する考察, 日本土木學會論文報告集, 第 331號, pp. 65-73, 1983. 3.
25. 小堀爲雄, 應用土木振動學—構造物振動耐震設計—, pp. 120-124, 森北出版株式會社, 1979. 2.
26. 건설부, 도로교 표준시방서(1992년개정판), pp. 47-50, 1992.
27. Lazar, B.E., "Stiffness Analysis of Cable-Stayed Bridge", *Journal of the Structural Division*, ASCE, Vol. 98, No. ST7, July, 1972.
28. Tang, M.C., "Design of Cable-Stayed Girder Bridge", *Journal of the Structural Division*, ASCE, Vol. 98, No. ST8, 1972.
29. Tang, M.C., "Analysis of Cable-Stayed Girder Bridge", *Journal of the Structural Division*, ASCE, Vol. 97, No. ST5, 1971.
30. Podolny, W.Jr. and Fleming, J.F., "Historical Developments of Cable-Stayed Bridges", *Journal of the Structural Division*, ASCE, Vol. 98, No. ST9, September, 1972.

(接受: 1994. 6. 9)