

## 철근 콘크리트 휨부재의 연성지수에 관한 해석적 연구

Analytical Study on Ductility Index  
of Reinforced Concrete Flexural Members

이 재 훈\*

Lee, Jae Hoon

## Abstract

One of the most important design concept for reinforced concrete structures is to achieve a ductile failure mode, and also moment redistribution for economic design is possible in case that adequate ductility is provided. Flexural ductility index is, therefore, used as a reference for possibility of moment redistribution as well as for prediction of flexural behavior of designed R.C. structures. Ductility index equations, however, provide approximate values due to the linear concrete compressive stress assumption at the tension steel yielding state. Theoretically more exact ductility index is calculated by a numerical analysis with the realistic stress-strain curves for concrete and steel to be compared with the result from the ductility index equations. Variation of ductility index for the selected variables and the reasonable maximum tension steel ratio for doubly reinforced section are investigated. A moment-curvature curve model is also proposed for future research on moment redistribution.

## 要 旨

철근 콘크리트구조는 극한하중에서 연성과괴가 일어나도록 하는 것이 가장 중요한 설계개념의 하나이며 단면이 충분한 소성변형능력을 가지고 있을 때에는 한계상태설계법 개념을 도입하여 소성구조해석이나 모멘트 재분배를 수행하여 경제적인 단면을 설계할 수 있다. 따라서 휨연성지수는 설계된 철근 콘크리트 구조물의 휨거동을 예측하는데 뿐만 아니라 모멘트 재분배의 가능성을 판단하는데에도 이용된다. 그러나 휨연성지수 공식은 인장철근이 항복하는 순간의 곡률에 대하여 선형의 콘크리트 압축응력으로 가정하기 때문에 근사값의 휨연성지수를 계산하게 된다. 본 연구에서는 콘크리트와 철근의 응력-변형도 곡선을 이용한 수치해석으로 이론적 정해에 가까운 휨연성지수를 구하고 각 변수에 따른 휨연성지수의 변화와 공식의 오차, 복철근보의 최대철근량을 고찰함으로써 철근콘크리트 구조설계의 참고자료를 제공하고자 하며 모멘트 재분배에 관한 연구에 이용될 수 있는 철근 콘크리트 휨부재의 모멘트-곡률 곡선 모델을 제시하고자 한다.

\* 정회원 · 영남대학교 토목공학과 전임강사

# 1. 서론

한계상태설계법(Limit State Design) 개념으로 구조물을 설계하는 경우 소성구조해석(Plastic Structural Analysis)이나 모멘트 재분배(Moment Redistribution)를 수행하기 위해서는 단면이 충분한 소성 변형능력(Plastic Rotation Capacity)을 가지고 있어야 한다. 즉, 강구조는 전단면이 완전소성상태가 될 때까지 Flange의 국부좌굴, 복부의 국부좌굴, 웹-비틀림 좌굴 등이 발생하지 않는 조밀단면(Compact Section)에 대해서만 가능하며, 철근 콘크리트구조는 단면의 충분한 소성변형능력과 더불어 휨에 의하여 파괴될 때까지 전단파괴나 철근정착파괴 등이 발생하지 않는 경우에만 가능하다. 이와 같은 조건을 만족하는 경우, 부정정구조의 하중증가에 따른 휨모멘트 분포는 재료비선형을 고려한 엄밀한 구조해석으로 구할 수 있으나, 특히 철근 콘크리트 보의 설계시에는 모멘트 재분배법이 사용하기 간편하며 안전측인 결과를 준다.

부모멘트를 받는 A지점의 단면이 정모멘트를 받는 B지점의 단면보다 먼저 소성상태에 도달하는 그림 1의 1차 부정정구조에 대하여 선형탄성 구조해석을 수행하는 경우, A지점의 단면이  $M_n$ 에 도달할 때까지(모멘트 분포 ①) 각 위치에서의 모멘트는 하중의 크기에 비례한다. 하중이 더 증가하면 소성힌지상태의 A지점이 받는 모멘트는 더 이상 증가하지 않고 B지점의 단면이  $M_n$ 에 도달할 때까지(모멘트 분포 ③) 정모멘트 부분이 증가하게 된다. 그러나, 선형탄성 구조해석을 수행하는 경우에는 각 위치에서의 모멘트가 하중의 크기에 계속 비례하여 ②와 같은 모멘트 분포를 보이게 된다. 이때  $M_{fict}$ 는 선형탄성 구조해석상 얻어지는 가상의 모멘트 값이므로  $M_n$ 으로 조정하며 이 때 발생하는 모멘트차이는 평형조건을 만족하도록 재분배하여 최종 모멘트 분포 ③을 얻는다.

콘크리트 표준시방서<sup>(1)</sup>와 ACI<sup>(2)</sup>는 단면의 유연성에 따라 부모멘트의 10~20%를 재분배할 수 있도록 규정하였고 BSI<sup>(3)</sup>는 30%까지 재분배할 수 있도록 규정하였으며 단면의 유연성을 철근량으로 표현하여 복잡한 유연성 계산과정을 생략하도록 하였다. 단면의 유연성은 식 (1)의 휨연성지수(Ductility Index)로 표현되며 그림 2에 보이는 극한상태의 곡률  $\phi_u$

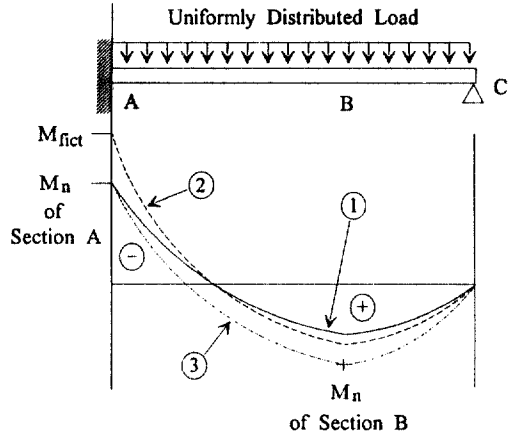


Fig. 1. Moment Distribution.

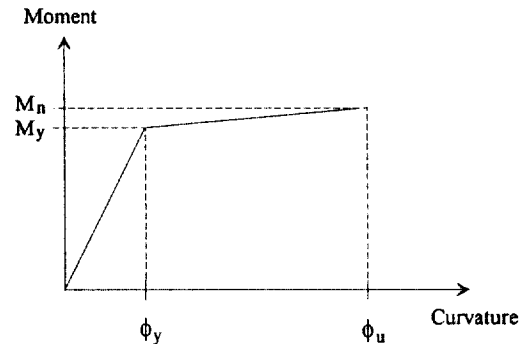


Fig. 2. Moment and Curvature at Steel Yielding and Ultimate State.

에 대한 인장철근이 항복점에 도달하는 곡률  $\phi_y$ 의 비율로 정의된다.

$$\text{휨연성지수} = \frac{\phi_u}{\phi_y} \quad (1)$$

휨연성지수는 2장에 언급된 가정을 바탕으로 유도된 공식에 따라 근사적으로 계산할 수 있는데, 본 연구에서는 콘크리트와 철근의 용력-변형도 곡선을 이용한 수치해석으로 이론적 정해에 가까운 휨연성지수를 구하고 각 변수에 따른 휨연성지수의 변화와 공식의 오차, 복철근보의 최대철근량을 고찰함으로써 철근콘크리트 구조설계의 참고자료를 제공하고자 하며 모멘트 재분배에 관한 연구에 이용될 수 있는 철근 콘크리트 휨부재의 모멘트-곡률 곡선 모델을 제시하고자 한다.

## 2. 휨연성지수 공식

복철근단면에서 인장철근이 항복점에 도달했을 때 콘크리트의 압축응력이 선형분포를 가진다고 가정하고 콘크리트의 인장력을 무시하면, 탄성이론에 의하여 식 (2)와 같이 인장철근이 항복점에 도달한 상태에서의 곡률  $\phi_y$ 를 구할 수 있다. 극한상태의 곡률  $\phi_u$ 는 직사각형 콘크리트 유효응력 분포를 사용하여, 압축철근이 항복한 경우의 식 (3)과 압축철근이 항복하지 않는 경우의 식 (4)로 구할 수 있다. 따라서, 휨연성지수는 압축철근이 항복한 경우는 식 (5)로, 압축철근이 항복하지 않는 경우는 식 (6)으로 구할 수 있다.<sup>(4)</sup> 단철근 단면의 경우  $\rho'$ 이 0이므로 식 (3)과 식 (4)가 같게 됨에 따라 식 (5)와 식 (6)의 휨연성지수도 같게 되어 식 (7)로 표현된다.

$$\phi_y = \frac{f_y/E_s d}{1 + (\rho + \rho')n - \sqrt{(\rho + \rho')^2 n^2 + 2(\rho + \frac{\rho' d'}{d})n}} \quad (2)$$

$$\phi_u = \frac{0.85f_c' \beta_1 \epsilon_c}{df_y(\rho - \rho')} \quad (3)$$

$$\phi_u = \frac{\beta_1 \epsilon_c / d}{\sqrt{(\frac{\rho' E_s \epsilon_c - \rho f_y}{1.7f_c'})^2 + \frac{\beta_1 E_s \epsilon_c \rho' d'}{0.85f_c' d}} - \frac{\rho' E_s \epsilon_c - \rho f_y}{1.7f_c'}} \quad (4)$$

$$\frac{\phi_u}{\phi_y} = \frac{0.85f_c' \beta_1 E_s \epsilon_c}{f_y^2 (\rho - \rho')} \left[ 1 + (\rho + \rho')n - \sqrt{(\rho + \rho')^2 n^2 + 2(\rho + \frac{\rho' d'}{d})n} \right] \quad (5)$$

$$\frac{\phi_u}{\phi_y} = \frac{\beta_1 E_s \epsilon_c}{f_y} \times \frac{1 + (\rho + \rho')n - \sqrt{(\rho + \rho')^2 n^2 + 2(\rho + \frac{\rho' d'}{d})n}}{\sqrt{(\frac{\rho' E_s \epsilon_c - \rho f_y}{1.7f_c'})^2 + \frac{\beta_1 E_s \epsilon_c \rho' d'}{0.85f_c' d}} - \frac{\rho' E_s \epsilon_c - \rho f_y}{1.7f_c'}} \quad (6)$$

$$\frac{\phi_u}{\phi_y} = \frac{0.85f_c' \beta_1 E_s \epsilon_c}{f_y^2 \rho} [1 + \rho n - \sqrt{\rho^2 n^2 + 2\rho n}] \quad (7)$$

이때,  $E_s$  = 철근의 탄성계수

$n$  = 철근과 콘크리트의 탄성계수비

$c$  = 0.003 = 콘크리트의 극한 압축변형률

$\beta_1$  = 극한상태의 콘크리트 직사각형 유효압축 응력 깊이와 중립축 깊이와의 비율

## 3. 응력-변형도 곡선을 이용한 해석 방법

### 3.1 균열단면 해석의 가정

철근콘크리트 보의 단면거동을 해석하기 위하여 다음과 같은 가정을 사용한다. 이와 같은 가정들은 철근 콘크리트 구조 분야에서 일반적으로 사용되고 있는 가정들이라고 믿어진다.

(1) 평면상태의 단면은 휨변형 후에도 평면을 유지하며 전단변형은 무시한다.

(2) 철근은 그림 3(a)와 같이 선형탄성-완전소성의 응력-변형도곡선(linear elastic-perfectly plastic stress-strain curve)을 갖는다. 변형률경화(strain hardening)는 무시한다.

(3) 콘크리트 응력-변형도곡선은, 그림 3(b)와 같이 상승부분이 포물선이고 하강부분이 직선인 Hognes-tad의 곡선에 따른다.

(4) 콘크리트의 인장강도는 무시한다.

(5) 철근과 콘크리트는 완전히 부착되어 있다.

### 3.2 단면 거동해석 및 Computer Program

모멘트-곡률 곡선(M- $\phi$  곡선)은 콘크리트재료의 비선형성으로 인하여 직접적인 방법으로는 해를 구하기가 매우 어려우며 일반적으로 trial and error

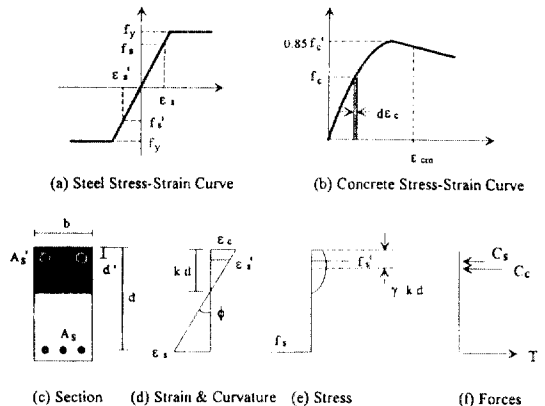


Fig. 3. Stress, Strain, Curvature, and Forces.

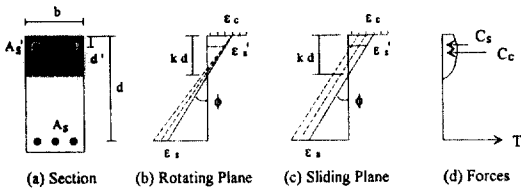


Fig. 4. Rotating and Sliding Deformed Plane Method.

방법을 사용한다. 가정한 변형평면에 대하여, 콘크리트와 철근의 응력-변형도곡선에 따라 응력분포를 결정하고, 식 (8)의 평형상태를 만족시키는지 검토한다. 평형상태를 얻을 때까지 변형평면에 대한 가정을 반복하며 모멘트와 곡률은 식 (9)와 식 (10)으로 결정된다(그림 3 참조).

$$\alpha 0.85f_c bkd + f_s A_s - f_s' A_s' = 0 \quad (8)$$

$$M = \alpha f_c bkd(d - \gamma kd) + f_s' A_s'(d - d') \quad (9)$$

$$\phi = \frac{\epsilon_c}{kd} \quad (10)$$

$$\alpha = \frac{\int_0^{\epsilon_{cm}} f_c d\epsilon_c}{0.85f_c' \epsilon_{cm}} \quad (11)$$

$$\gamma = 1 - \frac{\int_0^{\epsilon_{cm}} f_c d\epsilon_c}{\epsilon_{cm} \int_0^{\epsilon_{cm}} f_c d\epsilon_c} \quad (12)$$

이때,  $kd$  = 콘크리트 압축연단과 중립축 사이의 거리

변형평면의 중립축위치를 정하는 방법으로는 그림 4(b)의 Rotating Method와 (c)의 Sliding Method가 있다. Rotating Method<sup>(6,6)</sup>는 압축연단의 변형률  $\epsilon_c$ 를 증가시키면서 각각의 변형률에 대하여 변형평면을 회전시켜가며 평형조건을 만족하는 곡률  $\phi$ 를 결정하는 방법이며, 본 연구에 이용되는 Sliding Method<sup>(7)</sup>는  $\phi$ 를 증가시키면서 각각의  $\phi$ 에 대하여 변형평면을 수직이동시켜가며 평형조건을 만족하는  $\epsilon_c$ 를 결정하는 방법이다.  $\phi$ 나  $\epsilon_c$ 의 증분을 충분히 작게한다면 두 가지 방법의 결과는 거의 일치하지만 증분이 큰 경우에는 Sliding Method가 곡률증가에 관하여 더 일관성있는 결과를 제공한다. 이와 같은 단면거동해석은 필자의 Computer Program[MO-

CUST]<sup>(8)</sup>를 수정하여, 인장철근이 항복점에 도달할 때의 곡률  $\phi_y$ 와 모멘트  $M_y$ , 극한상태의 곡률  $\phi_u$ 와 모멘트  $M_u$ , 휨연성지수,  $M_y$ 에 대한  $M_u$ 의 비율을 구할 수 있는 Computer Program[DFM]을 작성하였다.

## 4. 해석결과 및 분석

### 4.1 해석에 이용된 변수

극한상태에서 T형 단면의 중립축은 정모멘트를 받는 경우 Flange에 존재하는 것이 일반적이고 부모멘트를 받는 경우 Web에 존재하게 된다. 이때, 콘크리트의 인장응력을 무시한다면 구형단면과 해석상 같은 거동을 보이므로 다음과 같은 구형단면에 대하여 재료강도와 인장 및 압축철근의 단면적을 조합한 총 360개의 단면을 해석하였다. 콘크리트 시방서<sup>(1,2)</sup> 규정에 의한 단철근단면의 재료강도에 따른 평형철근비( $\rho_b$ ), 최소철근비(Min  $\rho$ ), 최대철근비(Max  $\rho$ )는 표 1과 같다.

단면 : 폭,  $b = 30.5 \text{ cm} (12 \text{ in.})$

높이,  $h = 45.7 \text{ cm} (18 \text{ in.})$

인장철근 유효높이,  $d = 40.6 \text{ cm} (16 \text{ in.})$

압축철근 위치,  $d' = 5.1 \text{ cm} (2 \text{ in.})$

변수 : 콘크리트 압축강도,  $f_c' = 280, 350, 420 \text{ kg/cm}^2$

철근 항복응력,  $f_y = 3000, 4000, 5000 \text{ kg/cm}^2$   
(SD30, SD40, SD 50)

인장 철근비,  $\rho = \text{Min } \rho, 0.2\rho_b, 0.3\rho_b, 0.4\rho_b,$   
 $0.5\rho_b, 0.6\rho_b, 0.7\rho_b, \text{Max } \rho$

압축 철근비,  $\rho' = 0, 0.25\rho, 0.5\rho, 0.75\rho, \rho$

### 4.2 $M_y$ 에 대한 $M_u$ 의 비율 및 모멘트-곡률 곡선 모델

축력이 작용하지 않는 철근 콘크리트 휨부재의 모멘트-곡률 곡선은 각 구간 내에서 거의 선형을 보이므로 2개 혹은 3개 직선의 조합으로 모델링할 수 있을 것이다. 콘크리트의 인장 응력을 무시하면 그림 5(a)와 같이 2개의 직선(Bilinear)으로 고려하면 그림 5(b)와 같이 3개의 직선(Trilinear)으로 구성할 수 있다. 이때,  $M_y$ 에 대한  $M_u$ 의 비율은 0.8과 1.0 사이의 값을 갖는 것으로 알려져 있는데,<sup>(4)</sup> 본 연구에 채택된 변수들에 대하여 해석한 결과 0.88과 1.0 사이의 값을 보이고 있다. 각 변수에 대한  $M_y$

표 1. 평형철근비, 최대철근비, 최소철근비

	철근비	$f'_c = 280 \text{ kg/cm}^2$ ( $\beta_1 = 0.85$ )	$f'_c = 350 \text{ kg/cm}^2$ ( $\beta_1 = 0.8$ )	$f'_c = 420 \text{ kg/cm}^2$ ( $\beta_1 = 0.75$ )
$f_y = 3000 \text{ kg/cm}^2$	$\rho_b$	0.04518	0.05315	0.05980
	max $\beta$	0.03388	0.03986	0.04485
	min $\rho$	0.00467	0.00467	0.00467
$f_y = 4000 \text{ kg/cm}^2$	$\rho_b$	0.03053	0.03591	0.04040
	max $\rho$	0.02289	0.02693	0.03030
	min $\rho$	0.00350	0.00350	0.00350
$f_y = 5000 \text{ kg/cm}^2$	$\rho_b$	0.02222	0.02614	0.02941
	max $\rho$	0.01666	0.01960	0.02206
	min $\rho$	0.00280	0.00280	0.00280

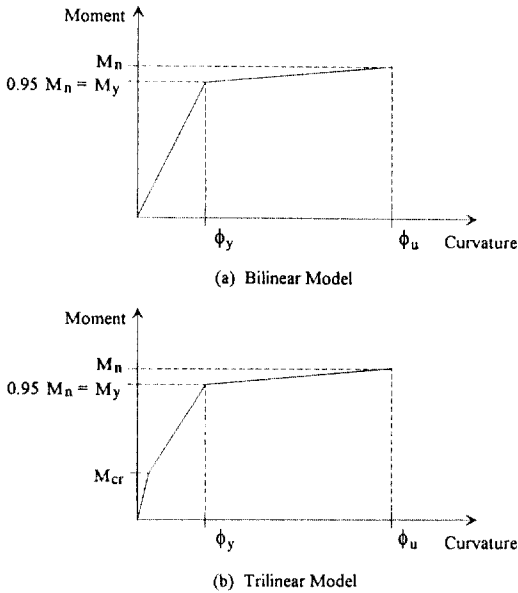


Fig. 5. Moment-Curvature Curve Models.

$M_y/M_n$ 값의 변화는 휨유연성지수의 변화와 반대 양상을 보인다. 즉, 인장철근량이나 철근 항복응력이 증가하면  $M_y/M_n$ 값이 증가하고, 압축철근량이나 콘크리트 압축강도가 증가하면  $M_y/M_n$ 값이 감소한다. 그림 6은 360개 단면에 대한 해석결과인  $M_y/M_n$ 값의 분포를 보이는데 0.94와 0.96 사이의  $M_y/M_n$ 값을 갖는 단면이 68.1%이고 0.93과 0.97 사이의  $M_y/M_n$ 값을 갖는 단면이 86.4%이므로 0.95를 대표값으로 채택 하여도 큰 오차가 없을 것으로 판단된다. 그림 6의

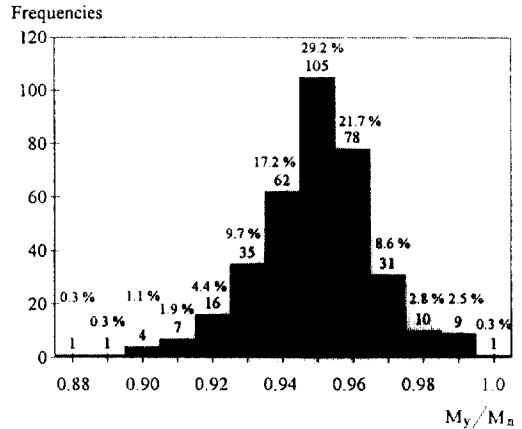


Fig. 6. Frequency and percentage of  $M_y/M_n$  Ratios: Total 360 Sections.

모멘트-곡률 곡선 모델의 구성순서는 다음과 같다.

- (a) Bilinear 모델: ① 극한상태에서의 모멘트  $M_n$ 과 곡률  $\phi_u$ 를 계산하여 표시한다.
- ②  $0.95 M_n$ 값을  $M_y$ 로 하여 표시한다.
- ③ 환산균열단면 강성  $E_c I_{cr}$ 을 계산한다.
- ④ 원점에서  $E_c I_{cr}$ 을 기울기로 하여 직선을 그려서  $M_y$ 와의 교점을 찾고 점( $\phi_u, M_n$ )와 직선으로 연결 한다.
- (b) Trilinear 모델: ① 극한상태에서의 모멘트  $M_n$ 과 곡률  $\phi_u$ 를 계산하여 표시한다.
- ② 균열모멘트  $M_{cr}$ 을 계산하고  $0.95 M_n$ 값을  $M_y$ 로 하여 각각 표시한다.

표 2.  $M_y/M_n$ 값이 0.95인 모멘트-곡률 곡선 모델이 적용가능한 단면의 인장철근비

		$f'_c = 280 \text{ kg/cm}^2$	$f'_c = 350 \text{ kg/cm}^2$	$f'_c = 420 \text{ kg/cm}^2$
단철근보	$f_y = 3000 \text{ kg/cm}^2$	$0.2\rho_b - 0.5\rho_b$	$0.4\rho_b - 0.6\rho_b$	$0.4\rho_b - 0.6\rho_b$
	$f_y = 4000 \text{ kg/cm}^2$	Min $\rho - 0.4\rho_b$	$0.3\rho_b - 0.5\rho_b$	$0.3\rho_b - 0.6\rho_b$
	$f_y = 5000 \text{ kg/cm}^2$	Min $\rho - 0.4\rho_b$	Min $\rho - 0.5\rho_b$	Min $\rho - 0.5\rho_b$
복철근보	$f_y = 3000 \text{ kg/cm}^2$	$0.3\rho_b - 0.7\rho_b$	$0.4\rho_b - \text{Max}$	$0.5\rho_b - \text{Max } \rho$
	$f_y = 4000 \text{ kg/cm}^2$	$0.2\rho_b - 0.7\rho_b$	$0.2\rho_b - \text{Max } \rho$	$0.2\rho_b - \text{Max } \rho$
	$f_y = 5000 \text{ kg/cm}^2$	Min $\rho - 0.5\rho_b$	$0.2\rho_b - 0.6\rho_b$	$0.2\rho_b - 0.7\rho_b$

③ 전단면 강성  $E_c I_g$ 와 환산균열단면 강성  $E_c I_{cr}$ 을 계산한다.

④ 원점에서  $E_c I_g$ 를 기울기로 하여  $M_{cr}$ 까지 직선을 그린다.

⑤ 원점에서  $E_c I_{cr}$ 을 기울기로 하여  $M_y$ 와의 교점을 찾아  $M_{cr}$  교점과 직선으로 연결하고, 점( $\phi_u, M_n$ )과도 직선으로 연결한다.

360개 단면의  $M_y/M_n$ 값을 검토해본 결과 이와 같은 모멘트-곡률 곡선 모델은 특히 표 2에 나타난 인장철근비를 갖는 단면( $M_y/M_n$ 값이 0.94~0.96인 단면)에 대하여 적용가능할 것으로 판단된다. 표 2에 표현된 복철근 단면은 실무설계에서 많이 사용되는  $\rho'/\rho$  비율이 1/4과 3/4 사이인 단면을 뜻하는데 이와 같은 단면의 대부분은  $(\rho - \rho')/\rho_b$  비율이 0.5 이하이므로 콘크리트 시방서<sup>(12)</sup>에서 모멘트 재분배를 허용하는 단면들이다.

### 4.3 단철근 단면

280 kg/cm<sup>2</sup>의 콘크리트 압축강도와 SD30 철근에 대한 평형철근비, 최대철근비(0.75 $\rho_b$ ), 최대철근비의 1/2, 최소철근비를 갖는 단철근 단면에 대하여 3.2에서 언급한 해석방법으로 구한 모멘트-곡률 곡선이 그림 7에 나타나 있다. 콘크리트의 인장용력을 무시하였기 때문에 Bilinear 형태를 보이고 있으며 모멘트가 곡률에 거의 선형으로 비례하다가 기울기가 급격히 감소하게 되는 점이 인장철근의 항복을 의미한다. 잘 알려진 바와 같이<sup>(4)</sup> 철근량이 작을수록 각 구간내에서 선형에 가까우며 인장철근의 항복 이후 파괴상태가 될 때까지 변형능력(Plastic Rotation Capacity)이 크게 됨을 알 수 있다.

그림 8은 인장철근량에 따른 휨연성지수의 변화를

Moment [t-m]

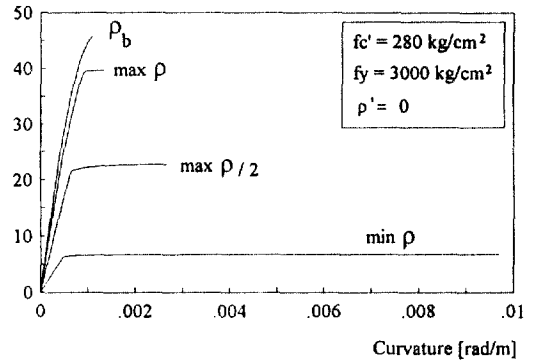


Fig. 7. Moment-Curvature Curves.

보여주는데, 잘 알려진 바와 같이 철근량의 증가에 따라 초기에 휨연성지수가 급작스럽게 감소한다. 그림에서 보는 바와 같이 공식으로 계산된 휨연성지수는 해석에 의한 결과보다 항상 크게 계산되는데, 이것은 공식을 유도할 때 선형의 콘크리트 압축 응력으로 가정한 결과로 비선형의 콘크리트 압축 응력을 사용하는 경우보다 인장철근이 항복점에 도달한 상태에서의 곡률  $\phi_y$ 가 항상 작게 계산되기 때문이다.

표 3과 표 4는 콘크리트 압축강도, 철근 항복응력, 인장 철근량을 조합한 72개 단철근 단면의 휨연성지수를 해석적 방법과 공식에 의하여 계산한 결과를 보여주고 있다. 해석에 의한 결과를 보면 잘 알려진 바와 같이 콘크리트 압축강도가 증가할수록, 또 철근 항복응력이 감소할수록 휨연성지수가 증가함을 알 수 있다. 공식에 의한 값(표 4)은 해석에 의한 값(표 3)과는 달리 콘크리트 압축강도가 증가할수록 최소 철근비의 단면을 제외한 나머지 단면의 휨연성지수

표 3. 모멘트-곡률 해석에 의한 단철근보의 휨연성지수

$\rho$	$f'_c = 280 \text{ kg/cm}^2$			$f'_c = 350 \text{ kg/cm}^2$			$f'_c = 420 \text{ kg/cm}^2$		
	SD 30	SD 40	SD 50	SD 30	SD 40	SD 50	SD 30	SD 40	SD 50
min $\rho$	19.9	15.5	12.7	24.6	19.2	15.7	29.3	22.8	18.6
$0.2\rho_b$	9.09	8.13	7.51	9.33	8.37	7.72	9.72	8.72	8.05
$0.3\rho_b$	5.49	4.97	4.64	5.64	5.10	4.78	5.87	5.32	4.99
$0.4\rho_b$	3.74	3.46	3.26	3.84	3.56	3.35	4.01	3.71	3.50
$0.5\rho_b$	2.75	2.56	2.45	2.83	2.64	2.52	2.96	2.76	2.64
$0.6\rho_b$	2.10	1.99	1.91	2.17	2.06	1.97	2.27	2.16	2.07
$0.7\rho_b$	1.64	1.58	1.53	1.70	1.64	1.59	1.80	1.73	1.68
max $\rho$	1.46	1.41	1.37	1.52	1.48	1.44	1.62	1.55	1.52

표 4. 공식에 의한 단철근보의 휨연성지수

$\rho$	$f'_c = 280 \text{ kg/cm}^2$			$f'_c = 350 \text{ kg/cm}^2$			$f'_c = 420 \text{ kg/cm}^2$		
	SD 30	SD 40	SD 50	SD 30	SD 40	SD 50	SD 30	SD 40	SD 50
min $\rho$	22.3	17.4	14.2	26.6	20.7	30.3	23.5	19.2	
$0.2\rho_b$	10.4	9.23	8.49	10.3	9.16	8.44	10.2	9.12	8.41
$0.3\rho_b$	6.36	5.74	5.34	6.28	5.69	5.29	6.24	5.66	5.27
$0.4\rho_b$	4.45	4.06	3.81	4.39	4.02	3.77	4.35	3.99	3.75
$0.5\rho_b$	3.35	3.09	2.92	3.30	3.05	2.88	3.27	3.03	2.87
$0.6\rho_b$	2.64	2.46	2.34	2.60	2.43	2.31	2.57	2.41	2.29
$0.7\rho_b$	2.15	2.02	1.93	2.11	1.99	1.91	2.10	1.98	1.89
max $\rho$	1.96	1.85	1.77	1.93	1.82	1.75	1.91	1.81	1.74

Ductility Index

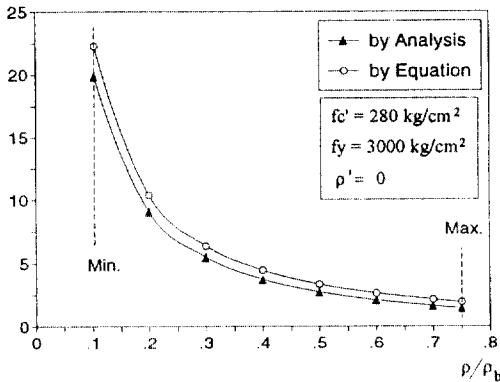


Fig. 8. Ductility Factor with Respect to Tension Steel Content.

가 감소하게 되는데, 이것은 콘크리트의 압축강도에

따라 평형철근비가 다르기 때문에 발생하게 된 것이다. 즉,  $f'_c = 280 \text{ kg/cm}^2$ 인 경우의  $\rho_b$ 와  $f'_c = 420 \text{ kg/cm}^2$ 인 경우의  $\rho_b$ 가 다르기 때문에  $0.2\rho_b$ 와 Max  $\rho$  사이의 철근량이 콘크리트 강도에 따라 다르고, 공식이 가지고 있는 오차발생요인(선형 콘크리트 압축응력-변형도 가정)이 복합하여 나타난 결과라고 판단된다. 표 3과 표 4에서 보는 바와 같이 280~420  $\text{kg/cm}^2$ 의 콘크리트 강도를 갖는 단철근 단면의 경우, 해석에 의하면 최소 1.37( $f'_c = 280 \text{ kg/cm}^2$ , SD50, Max  $\rho$ )의 휨연성지수를 보이며 공식에 의하면 최소 1.74( $f'_c = 420 \text{ kg/cm}^2$ , SD50, Max  $\rho$ )의 휨연성지수를 보인다.

표 5는 각 단면에 대하여 공식에 의한 휨연성지수와 해석에 의한 휨연성지수의 비율을 나타낸 것으로 각 변수에 대한 공식이 갖는 오차의 경향을

표 5. 단철근보의 휨연성지수 비율 : [공식] ÷ [모멘트-곡률 해석]

$\rho$	$f'_c = 280 \text{ kg/cm}^2$			$f'_c = 350 \text{ kg/cm}^2$			$f'_c = 420 \text{ kg/cm}^2$		
	SD 30	SD 40	SD 50	SD 30	SD 40	SD 50	SD 30	SD 40	SD 50
min $\rho$	1.12	1.12	1.12	1.08	1.08	1.08	1.03	1.03	1.03
$0.2\rho_b$	1.14	1.14	1.13	1.10	1.09	1.09	1.05	1.05	1.04
$0.3\rho_b$	1.16	1.15	1.15	1.11	1.11	1.11	1.06	1.06	1.06
$0.4\rho_b$	1.19	1.17	1.17	1.14	1.13	1.13	1.08	1.08	1.07
$0.5\rho_b$	1.22	1.21	1.19	1.17	1.16	1.14	1.10	1.10	1.09
$0.6\rho_b$	1.26	1.24	1.23	1.20	1.18	1.17	1.13	1.12	1.11
$0.7\rho_b$	1.31	1.28	1.26	1.24	1.21	1.20	1.16	1.14	1.13
max $\rho$	1.34	1.31	1.29	1.27	1.23	1.21	1.17	1.17	1.14

잘 보여준다. 철근 항복응력의 변화는 공식의 오차에 별 영향을 주지 않으며 콘크리트 강도가 클수록, 또 인장철근량이 적을수록 해석치에 가까운 값을 준다. 따라서, 철근량이 최소허용치에 가깝고  $420 \text{ kg/cm}^2$ 의 콘크리트 압축강도를 가진 단면에 대해서는 공식을 이용하여도 큰 차이가 없으나(3%~5% 오차), 인장철근량이 많고  $280 \text{ kg/cm}^2$ 의 콘크리트 압축강도를 가진 단면에 대해서는 최고 34%의 차이를 보인다.

#### 4.4 복철근 단면

잘 알려진 바와 같이 압축철근은 연성을 증가시킨다. 그림 9의 해석 결과에서 보는 바와 같이 인장철근이 평형철근량의 0.3배인 단면에 인장철근과 같은 양의 압축철근이 추가되면, 휨강도는 크게 증가하지 않으나 인장철근이 항복한 상태의 곡률은 약간 감소하고 극한상태의 곡률은 크게 증가하게 된다. 표 6에서 표 8까지는 각 변수들에 따른 단면의 휨연성지수를 해석과 공식에 의하여 계산한 결과를 보여주는데, 단철근 단면의 경우와 마찬가지로 공식에 의한 결과가 항상 크게 계산되며 압축철근량이 증가할수록 해석에 의한 휨연성지수와의 오차가 줄어들게 된다. 인장철근이 항복한 상태의 곡률  $\phi_y$ 를 검토해 보면 공식에 의한 결과가 해석 결과에 비하여 작게 계산되는데, 인장철근량이 많을수록, 압축철근량이 적을수록, 또 콘크리트의 강도가 작을수록 차이가 크게 나타난다.

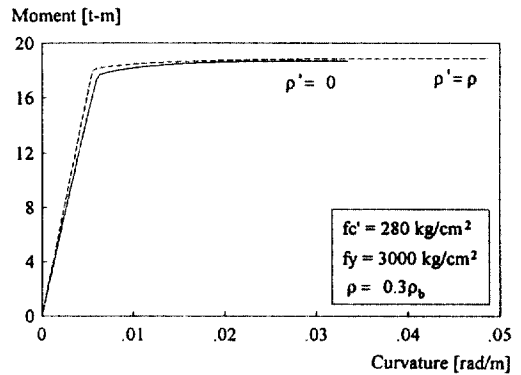


Fig. 9. Moment-Curvature Curves considering Compression Steel.

그림 10은 콘크리트강도  $280 \text{ kg/cm}^2$ , 철근 항복응력  $3000 \text{ kg/cm}^2$ 인 단면의 인장 및 압축철근량에 따른 휨연성지수의 변화를 보여주며, 그림 11은 철근 항복응력이  $3000 \text{ kg/cm}^2$ 이고 인장철근량이  $0.5\rho_b$ 인 단면의 콘크리트강도 및 압축철근량에 따른 휨연성지수의 변화를 보여준다. 응력-변형도 곡선을 이용한 해석 결과에 의하면 그림 11에서 보는 바와 같이 압축철근량이 많을수록 콘크리트강도의 변화가 휨연성지수에 주는 영향이 크지 않다는 것을 알 수 있다.

그림 12는 콘크리트강도가  $350 \text{ kg/cm}^2$ 이고 인장철근량이  $0.5\rho_b$ 인 단면의 철근항복응력 및 압축철근량에 따른 휨연성지수의 변화를 보여주는데 철근 항복응력의 변화가 단철근단면보다 복철근단면에 더 큰 영향을 준다는 것을 알 수 있다.



표 6.  $f'_c = 280 \text{ kg/cm}^2$ 에 대한 인장 및 압축철근에 따른 휨연성지수

철근 종류	인장철근 $\rho$	$\rho' = 0$		$\rho' = 0.25\rho$		$\rho' = 0.5\rho$		$\rho' = 0.75\rho$		$\rho' = \rho$	
		해석	공식	해석	공식	해석	공식	해석	공식	해석	공식
SD 30	$0.3\rho_b$	5.49	6.36	6.65	7.55	7.60	8.41	8.28	9.02	8.79	9.48
	$0.4\rho_b$	3.74	4.45	5.00	5.79	6.13	6.91	7.01	7.75	7.71	8.39
	$0.5\rho_b$	2.75	3.35	3.81	4.64	5.17	5.92	6.18	6.91	7.00	7.67
	$0.6\rho_b$	2.10	2.64	2.99	3.69	4.49	5.21	5.60	6.30	6.46	7.15
	$0.7\rho_b$	1.64	2.15	2.42	3.04	3.72	4.67	5.12	5.84	6.08	6.75
	max $\rho$	1.46	1.96	2.19	2.79	3.42	4.40	4.95	5.65	5.93	6.58
SD 40	$0.3\rho_b$	4.97	5.74	5.66	6.40	6.20	6.89	6.61	7.25	6.96	7.54
	$0.4\rho_b$	3.46	4.06	4.21	4.86	4.90	5.55	5.46	6.09	5.95	6.52
	$0.5\rho_b$	2.56	3.09	3.30	3.89	4.05	4.66	4.71	5.32	5.27	5.84
	$0.6\rho_b$	1.99	2.46	2.68	3.22	3.45	4.03	4.17	4.75	4.77	5.35
	$0.7\rho_b$	1.58	2.02	2.24	2.74	3.00	3.56	3.75	4.33	4.42	4.97
	max $\rho$	1.41	1.85	2.04	2.54	2.82	3.36	3.58	4.15	4.26	4.81
SD 50	$0.3\rho_b$	4.64	5.34	5.06	5.72	5.40	6.01	5.67	6.23	5.89	6.40
	$0.4\rho_b$	3.26	3.81	3.76	4.33	4.21	4.78	4.61	5.14	4.93	5.44
	$0.5\rho_b$	2.45	2.92	2.95	3.46	3.44	3.97	3.90	4.42	4.29	4.80
	$0.6\rho_b$	1.91	2.34	2.39	2.86	2.90	3.40	3.40	3.90	3.83	4.33
	$0.7\rho_b$	1.53	1.93	1.99	2.42	2.50	2.97	3.01	3.50	3.49	3.97
	max $\rho$	1.37	1.77	1.83	2.25	2.34	2.79	2.86	3.33	3.34	3.82

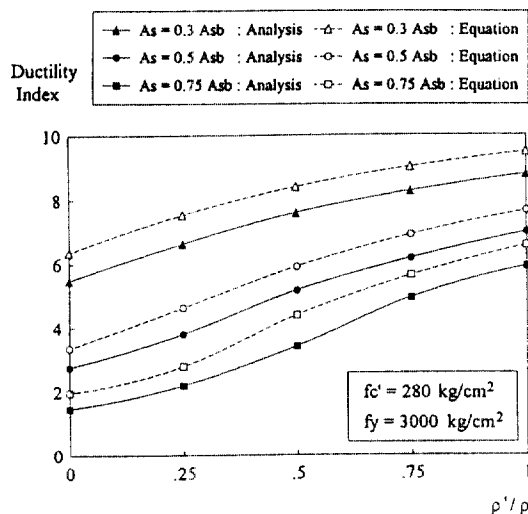


Fig. 10. Ductility Factor Comparison (Analysis vs. Equation).

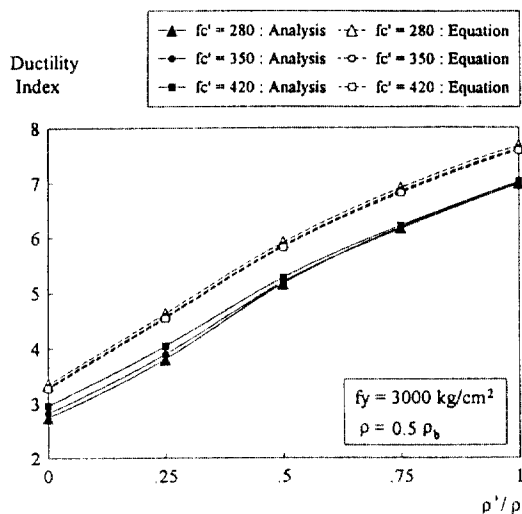


Fig. 11. Ductility Factor Comparison (Analysis vs. Equation):  $f'_c$  unit =  $\text{kg/cm}^2$ .

표 7.  $f'_c = 350 \text{ kg/cm}^2$ 에 대한 인장 및 압축철근에 따른 휨연성지수

철근 종류	인장철근 $\rho$	$\rho' = 0$		$\rho' = 0.25\rho$		$\rho' = 0.5\rho$		$\rho' = 0.75\rho$		$\rho' = \rho$	
		해석	공식	해석	공식	해석	공식	해석	공식	해석	공식
SD 30	$0.3\rho_b$	5.64	6.28	6.76	7.48	7.65	8.33	8.32	8.95	8.82	9.41
	$0.4\rho_b$	3.84	4.39	5.08	5.72	6.17	6.84	7.03	7.69	7.70	8.33
	$0.5\rho_b$	2.83	3.30	3.90	4.58	5.20	5.86	6.16	6.85	6.98	7.61
	$0.6\rho_b$	2.17	2.60	3.06	3.65	4.51	5.15	5.59	6.25	6.43	7.09
	$0.7\rho_b$	1.70	2.11	2.48	3.00	3.78	4.62	5.12	5.79	6.06	6.70
	max $\rho$	1.52	1.93	2.24	2.75	3.47	4.35	4.94	5.60	5.90	6.53
SD 40	$0.3\rho_b$	5.10	5.69	5.77	6.34	6.28	6.83	6.67	7.20	7.00	7.49
	$0.4\rho_b$	3.56	4.02	4.28	4.82	4.96	5.50	5.50	6.04	5.97	6.48
	$0.5\rho_b$	2.64	3.05	3.37	3.85	4.10	4.62	4.73	5.27	5.28	5.80
	$0.6\rho_b$	2.06	2.43	2.74	3.19	3.49	3.99	4.19	4.71	4.78	5.31
	$0.7\rho_b$	1.64	1.99	2.29	2.70	3.03	3.52	3.77	4.29	4.41	4.93
	max $\rho$	1.48	1.82	2.09	2.51	2.85	3.32	3.60	4.11	4.25	4.78
SD 50	$0.3\rho_b$	4.78	5.29	5.17	5.67	5.49	5.96	5.75	6.19	5.95	6.36
	$0.4\rho_b$	3.35	3.77	3.85	4.29	4.27	4.74	4.66	5.11	4.98	5.41
	$0.5\rho_b$	2.52	2.88	3.02	3.42	3.50	3.94	3.94	4.39	4.32	4.76
	$0.6\rho_b$	1.97	2.31	2.45	2.83	2.95	3.37	3.43	3.87	3.85	4.30
	$0.7\rho_b$	1.59	1.91	2.04	2.40	2.54	2.94	3.04	3.47	3.51	3.94
	max $\rho$	1.44	1.75	1.88	2.22	2.38	2.77	2.88	3.31	3.35	3.79

#### 4.5 최대 철근량

단철근단면의 최대철근비에 대하여 콘크리트 표준시방서와 ACI는 식 (13)의 평형철근비의 75%로 규정하여 식 (14)를 사용하도록 하였다. 복철근단면에 대하여는 콘크리트 표준시방서 5.3(3)과 ACI 10.3.3에서 압축철근에 대하여는 0.75를 적용할 필요가 없다고 규정하였으므로 식 (15)로 인장철근량의 최대허용치를 나타낼 수 있다. 그러나, 압축철근의 항복여부와 압축철근단면적 만큼의 콘크리트응력 감소 ( $-0.85f'_c$ )를 고려하지 않고 근사적으로 식 (16)을 사용하기도 한다.

그림 11에서는 복철근단면에 대한 휨연성지수로 식 (15)와 식 (16)을 비교하였다. 점선은 Limit은 콘크리트강도가  $280 \text{ kg/cm}^2$ , 철근 항복응력이  $3000 \text{ kg/cm}^2$ 이고 최대철근량을 갖는 단철근단면의 휨연성지수 1.46을 표시하며, 실선은 같은재료의 단면에  $0.375\rho_b$ 의 압축철근량을 고정시키고 인장철근량을

Ductility Index

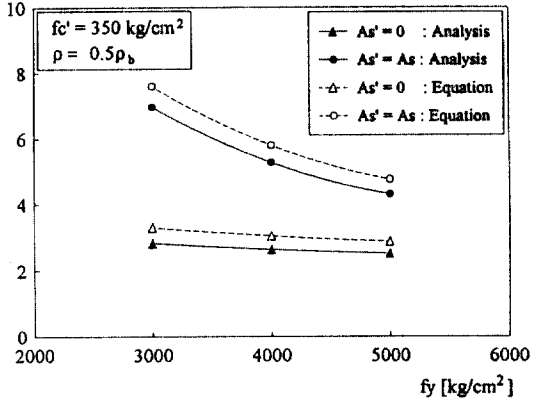


Fig. 12. Ductility Factor Comparison (Analysis vs. Equation).

변화 시켰을 때의 휨연성지수의 변화를 나타낸다. 그림에 나타난 바와 같이 복철근단면의 휨연성지수

표 8.  $f_c' = 420 \text{ kg/cm}^2$ 에 대한 인장 및 압축철근에 따른 휨연성지수

철근 종류	인장철근 $\rho$	$\rho' = 0$		$\rho' = 0.25\rho$		$\rho' = 0.5\rho$		$\rho' = 0.75\rho$		$\rho' = \rho$	
		해석	공식	해석	공식	해석	공식	해석	공식	해석	공식
SD 30	$0.3\rho_b$	5.87	6.24	6.95	7.43	7.79	8.29	8.48	8.91	8.90	9.38
	$0.4\rho_b$	4.01	4.35	5.22	5.69	6.27	6.81	7.11	7.65	7.75	8.30
	$0.5\rho_b$	2.96	3.27	4.05	4.55	5.28	5.83	6.22	6.82	7.02	7.58
	$0.6\rho_b$	2.27	2.57	3.18	3.62	4.58	5.12	5.63	6.22	6.44	7.06
	$0.7\rho_b$	1.80	2.10	2.58	2.98	3.89	4.59	5.15	5.76	6.07	6.67
	max $\rho$	1.62	1.91	2.33	2.73	3.57	4.33	4.97	5.57	5.90	6.51
SD 40	$0.3\rho_b$	5.32	5.66	5.95	6.31	6.43	6.80	6.79	7.17	7.10	7.46
	$0.4\rho_b$	3.71	3.99	4.42	4.79	5.08	5.47	5.59	6.02	6.04	6.45
	$0.5\rho_b$	2.76	3.03	3.48	3.83	4.19	4.60	4.80	5.25	5.34	5.78
	$0.6\rho_b$	2.16	2.41	2.84	3.17	3.57	3.97	4.25	4.69	4.82	5.29
	$0.7\rho_b$	1.73	1.98	2.37	2.69	3.10	3.50	3.82	4.27	4.45	4.91
	max $\rho$	1.55	1.81	2.18	2.49	2.91	3.31	3.64	4.09	4.28	4.76
SD 50	$0.3\rho_b$	4.99	5.27	5.34	5.65	5.63	5.94	5.87	6.16	6.06	6.34
	$0.4\rho_b$	3.50	3.75	3.98	4.27	4.39	4.72	4.76	5.09	5.06	5.39
	$0.5\rho_b$	2.64	2.87	3.13	3.41	3.59	3.92	4.02	4.37	4.39	4.75
	$0.6\rho_b$	2.07	2.29	2.54	2.81	3.03	3.35	3.50	3.85	3.90	4.28
	$0.7\rho_b$	1.68	1.89	2.12	2.38	2.61	2.93	3.10	3.46	3.55	3.92
	max $\rho$	1.52	1.74	1.96	2.21	2.44	2.75	2.94	3.29	3.39	3.78

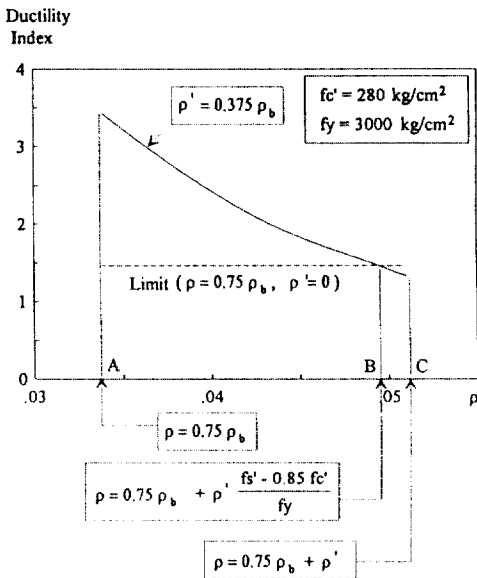


Fig. 13. Maximum Tension Steel Ratio Considering Compression Steel.

가 단철근단면의 휨연성지수 1.46과 같아지는 때는 복철근단면이 식 (15)의 인장철근량을 가지는 경우 (그림에서 B지점)이며, 식 (16)을 사용하면 C지점의 인장철근량으로서 1.35의 휨연성지수를 갖게 된다. 따라서, 일관된 휨연성지수를 갖게하기 위해서는 복철근단면의 최대 허용 인장철근비로 식 (15)가 합리적이다. 특히, 압축철근이 항복하지 않는 경우는 식 (15)와 식 (16)의 차이가 커지게 된다. 그러나, 실무설계에서는 최대철근량을 갖는 단면으로 설계하는 경우가 매우 드물고, 대부분의 복철근단면은 압축철근이 항복하는 경우가 일반적이며, 또 압축철근이 항복하는 경우  $0.85f_c'$ 가 상대적으로 작은 값이므로 식 (16)을 근사적으로 사용하여도 큰 무리가 없을 것이다.

$$\rho_b = \frac{0.85f_c' \beta_1}{f_y} \frac{0.003E_s}{0.003E_s + f_y} \quad (13)$$

$$\rho_{\max} = 0.75\rho_b \quad (14)$$

$$\rho_{\max} = 0.75\rho_b + \rho' \frac{f_s' - 0.85f_c'}{f_y} \quad (15)$$

$$\rho_{\max} = 0.75\rho_b + \rho' \quad (16)$$

## 5. 결 론

콘크리트와 철근의 응력-변형도 곡선을 이용한 수치해석으로 재료강도와 인장 및 압축철근의 단면적을 조합한 총 360개의 단면을 해석하여 이론적 정해에 가까운 휨연성지수를 구하고 각 변수에 따른 휨연성지수의 변화와 공식의 오차, 복철근보의 최대철근량을 고찰하였으며 모멘트 재분배에 관한 연구에 이용될 수 있는 철근 콘크리트 휨부재의 모멘트-곡률 곡선 모델을 제시하였다.

잘 알려진 바와 같이 콘크리트 압축강도가 증가할수록, 철근 항복강도가 감소할수록, 인장철근량이 작을수록, 압축철근량이 많을수록 휨연성지수가 증가하고, 인장철근량이 작을수록 모멘트-곡률 곡선이 각 구간내에서 선형에 가까우며 인장철근량의 증가에 따라 초기에 휨연성지수가 급작스럽게 감소한다. 압축철근량이 많을수록 콘크리트강도의 변화가 휨연성지수에 영향을 주지 않으며, 철근항복응력의 변화가 단철근단면보다 복철근단면에 더 큰 영향을 준다.

공식으로 계산된 휨연성지수는 해석에 의한 결과보다 항상 크게 계산되어, 280~420 kg/cm<sup>2</sup>의 콘크리트 강도를 갖는 단철근 단면의 경우, 해석에 의하면 최소 1.37의 휨유연성지수를 보이지만 공식에 의하면 최소 1.74의 휨연성지수를 보인다. 이것은 공식을 유도할 때 선형의 콘크리트 압축응력으로 가정한 결과로 비선형의 콘크리트 압축응력을 사용하는 경우보다 인장철근이 항복점에 도달한 상태에서의 곡률  $\phi_y$ 가 항상 작게 계산되기 때문이다. 공식으로 계산한 곡률  $\phi_y$ 는 인장철근량이 많을수록, 압축철근량이 적을수록, 또 콘크리트의 강도가 작을수록 해석결과와 차이가 크게 나타난다. 철근 항복응력의 변화는 공식의 오차에 별 영향을 주지 않으며 콘크리트 강도가 클수록, 또 인장철근량이 적을수록, 또 압축철근량이 증가할수록 해석치에

가까운 값을 준다. 특히, 철근량이 최소허용치에 가깝고 420 kg/cm<sup>2</sup>의 콘크리트 압축강도를 가진 단철근단면에 대해서는 3%~5%의 오차를 보이므로 공식을 이용하여도 큰 차이가 없을 것이다.

최대 인장철근량 규정이 일관성을 가지려면 식 (15)를 이용하여 복철근단면의 최대 인장철근량을 정해야 하지만, 실무설계에서는 식 (16)을 근사적으로 사용하여도 큰 무리가 없을 것이다.

모멘트 재분배에 관한 연구에 이용될 수 있는 철근 콘크리트 휨부재의 모멘트-곡률 곡선 모델로는 0.95의  $M_y/M_n$  값을 갖는 Bilinear 혹은 Trilinear로 채택하여도 큰 오차가 없을 것으로 판단된다.

## 참고문헌

1. 대한민국 건설부, "콘크리트 표준시방서", 1988.
2. ACI Committee 318, "Building Code Requirements for Reinforced Concrete and Commentary", ACI 318-89, ACI 318R-89, American Concrete Institute, Detroit, 1989.
3. BSI, "Code of Practice for the Structural Use of Concrete", CP110: Part 1: 1972, British Standard Institution, London, 1972, 154 pp.
4. R. Park and T. Paulay, *Reinforced Concrete Structures*, John Wiley and Sons, New York, 1981, pp. 203-207, pp. 515-516.
5. J.G. MacGregor, U.H. Oelhafen, and S.E. Hage, "Reexamination of the EI Value for Slender Column", *Reinforced Concrete Column (SP-50)*, Detroit: American Concrete Institute, 1975, pp. 1-40.
6. S.A. Mahin and V.V. Bertero, *RCCOLA-A Computer Program for Reinforced Concrete Column Analysis*, U.C. Berkeley, 1977.
7. Jae-Hoon Lee, "A Study on Analysis of Unbraced Reinforced Concrete Plane Frames with Slender Columns for Design Purposes", Ph.D. Dissertation, Department of Civil and Environmental Engineering, University of Wisconsin, Madison, May 1991, 235p.
8. 이재훈, "철근 콘크리트 장주 설계를 위한 P-Δ 해석", *대한토목학회 논문집*, 제 12권 제 4-1호, 1992, pp. 87-96.

(接受 : 1993. 8. 12)