

〈논문〉 SAE NO. 943715

형상 파라미터화 방법을 이용한 엔진 마운트용 고무의 형상 최적화

Optimum Shape Design of Engine Mounting Rubber Using a Parametric Approach

김 중 재,* 김 현 영**
J. J. Kim, H. Y. Kim

ABSTRACT

The procedure to design the engine mount is briefly discussed and the optimum shape design process of engine mounting rubber using a parametric approach is suggested. An optimization code is developed to determine the shape to meet the stiffness requirements of engine mounts, coupled with the commercial nonlinear finite element program ABAQUS. A bush type engine mount used in a current passenger car is chosen for an application model. The shape from the result of the parameter optimization is determined as a final model with some modifications. The shape and stiffness of each optimization stage are shown and the stiffness of the optimized model along the principal direction is compared with the design specification of the current model. Finally, an overview of the current status and future works for the engine mount design are discussed.

주요기술용어 : Engine Mount(엔진 마운트), Rubber(고무), Shape Optimization(형상 최적화), Shape Parameter(형상 파라미터)

1. 서 론

차량에서 엔진은 가장 큰 질량 집중체(concentrated mass)이다. 만약 엔진이 적절하게 구속되지 않거나 절연되어 있지 않으면, 차체에 진동을 일으키는 원인이 된다. 엔진은 다양한 진동 교란을 받는데 그중 일부는 외부에서 오는 것이고 일부는 내부적인 것이다. 노면으로부터 서스펜션(suspension)을 통해 전달되는 랜덤 쇼크(random shock)나 프로펠라 축의 유니버설 조인트로 부

터의 주기적인 흔들림등이 외부적인 것에 속한다. 또 엔진, 트랜스미션 또는 엔진 마운트 부속품의 회전 운동에 대한 불균형도 가진력을 발생시킨다. 따라서 엔진 마운트는 이러한 모든 것들을 고립시키는 역할을 해야 한다. 또한 엔진 마운트는 엔진의 정적인 장착 하중에 대한 지지와 전후, 좌우 및 수직 방향의 운동에 대해 적절한 강성을 가져야 한다. 엔진 마운팅 고무 부품의 해석은 엔진 마운트 시스템에 대한 진동 해석과 병행해야 하며, 진동 해석으로부터 얻은 하중지지 능력

* 기아자동차연구소 기술관리부 전산지원팀

** 강원대학교 기계공학과

등의 모든 요구 특성을 만족하기 위해서는 고무 재료의 특성에 대한 지식, 엔진 마운트의 장착 위치에 대한 결정 뿐 아니라 주어진 조건에 대한 형상의 최적 설계능력 등이 요구된다.

최근 컴퓨터의 고속화와 대형화에 따라 유한 요소법에 의한 비선형 해석이 실용화되어 실제 설계에 이용되고 있으며, 그 적용 범위가 고무나 플라스틱으로 까지 확대되고 있다.¹⁻⁴⁾ 고무는 자동차에 많은 부품의 소재로 이용되고 있으나 최근까지 대부분의 고무 부품의 설계나 고무 재료의 복잡한 특성 때문에 경험과 실험에 의존해 왔다. 이러한 시행 착오적인 방법에 의한 개발 기간 장기화와 재료 손실등을 고려할 때, 보다 체계적이고 분석적인 방법이 요구된다.

Fig.1은 엔진 마운트의 설계 절차를 보여준다. 엔진 마운트 시스템에 대한 진동해석⁵⁾으로부터 엔진의 지동과 노면으로부터의 진동에 의한 에너지가 운전자에게 최소로 전달되도록 3개의 주 방향에 대한 주 강성값(primary stiffness)과 마운트의 위치가 결정된다. 2차 강성값(secondary stiffness)과 간극 크기(gap size)는 대하중에 대한 정적인 간극 해석(gap analysis)로부터 결정된다. 이러한 두가지 해석으로부터 엔진 마운트에 대한 사양이 정해지면, 이에 부합하는 엔진 마운트의 형상을 설계해야 한다. 지금까지 형상 설계 단계는 설계와 실험의 반복에 의하며 설계와 변경은 이전의 경험에만 의존해 왔다.

본 연구에서는 기본적인 형상을 파라미터화하여 엔진 마운트의 형상을 최적화하는 절차를 제안하였다. 현재 쓰이고 있는 부시형(bush type) 엔진 마운트를 적용 모델로 선택하였다. 부시형 엔진 마운트는 승용차에 널리 사용되고 있으며, 설계 사양을 만족시키기 위해 그 형태가 다양하다. 엔진 마운트의 기본적인 형상을 몇개의 파라미터를 사용하여 정의하고 설계 사양으로 주어지는 강성값과 각 파라미터들의 조합으로 구성되는 형상이 갖는 강성값의 차이가 최소화되도록 파라미터 값들을 최적화하였다. 최적화된 파라미터 값들로 구성되는 형상을 내구 성능, 성형성등을 고려하여 수정한 후 이를 최종 형상으로 결정하였다. 최적화 결과와 중간 단계에서의

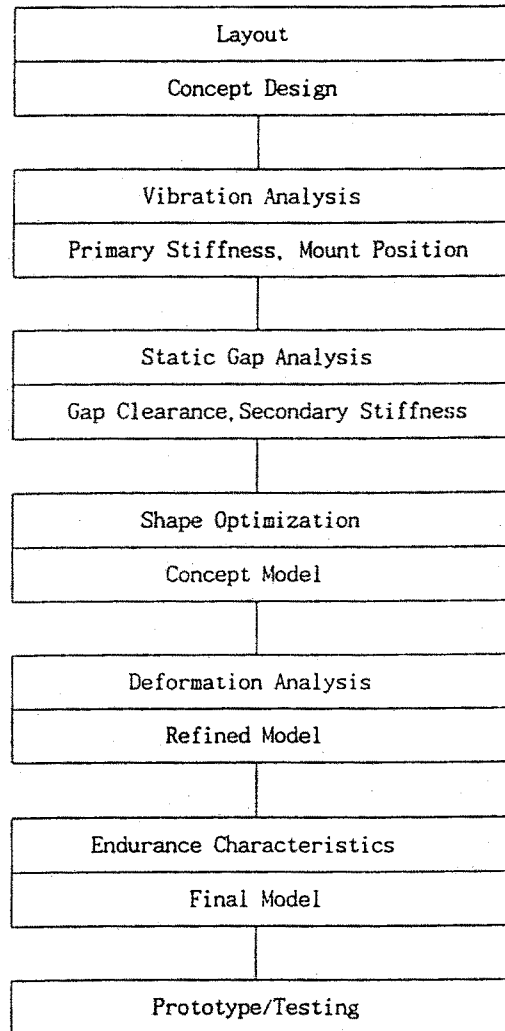


Fig.1 Design procedure of engine mount

강성값을 보였고 최적화된 형상의 주방향으로의 강성값을 현 제품의 설계 사양과 비교하였다.

2. 형상 최적화 과정

진동 해석으로부터 목표 주 강성값이 구해진 후 이를 만족시키기 위해 형상의 파라미터화를 통해 엔진 마운트의 기본 형상(conceptual model)을 결정할 수 있다. 파라미터의 수는 그것들에 의해 기본적인 형상을 기술할 수 있으면서 기술된 형상의 변형 양상이 실제 변형 특성을 갖도록

정한다. 예를 들어 길이, 두께와 반경등이 파라미터로 선택될 수 있다. 일단 형상 파라미터들이 선택되면 다음과 같은 함수를 최소화하는 파라미터 값을 찾는다.

위식에서 $w_t(i)$ ($i=1, 3$)는 가중치이며 k_i 는 i 번째 주방향으로의 강성값이다. 위침자^{des}는 진동 해석으로 부터 얻은 값을 나타내는 것이다. 어떤 형상에 대한 강성값은 파라미터들에 의해 구성된 형상에 대한 비선형 유한 요소 해석으로 부터 구할 수 있다.

설계가 타당하려면 설계 변수-이 경우에는 파라미터-가 어떤 범위 내에 있어야 한다.

$$x_i^{min} \leq x_i \leq x_i^{max} (i=1, \dots, n) \quad (2)$$

위식에서 x_i 는 i 번째 설계 변수를 의미하며 n 은 설계 변수의 수이다. 식 (1)과 (2)는 구속을 갖는 최적 설계 문제의 한 형태로 볼 수 있다.

설계 변수를 최적화하는 방법은 여러가지가 있는데^(6,7) 이 경우에는 함수 ψ 의 값을 얻기 위해 주어진 파라미터 조합에 대해 3번의 비선형 유한 요소 해석이 요구되므로 함수 ψ 에 대한 계산 회수를 최소화하는 것이 중요하다. 여러가지 간단한 경우에 대한 시도를 통해 2차 수렴의 개념을 이용한 Fletcher의 방법⁽⁶⁾이 이 경우에 가장 적합한 것으로 판단되었다. 또 구속 조건의 경계에서 검색이 중지되지 않으면서 구속 조건을 잘 처리할 수 있도록 Fiacco and McCormick 함수⁽⁸⁾를 사용하였다. 사용된 Fiacco and McCormick 함수의 형태는 다음과 같다.

$$\psi_{FM} = \psi + r^2 \sum \frac{1}{\phi_i^3} + \sum \langle \phi_i \rangle^2 \quad (3)$$

위식에서 ϕ 는 부등식 구속 조건을 나타낸다. 기호 $\langle \cdot \rangle$ 는 만족되지 않은 구속 조건을 표현하며, 위침자 r 는 만족된 것을 나타낸다. r 값을 1에서 시작하여 점진적으로 줄여가며 일련의 최적화 문제를 풀면 원하는 해를 얻을 수 있다. 파라미터 최적화의 절차는 Fig2에 보였다.

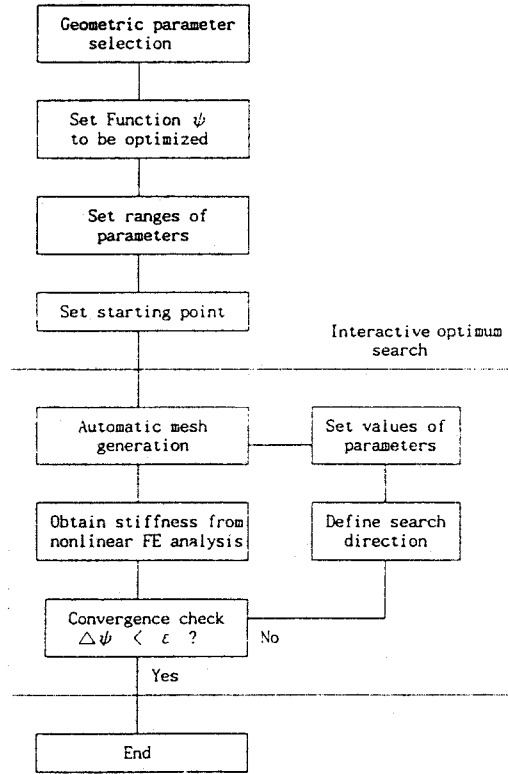


Fig.2 The procedure of parameter optimization

3. 설계 모델과 해석

설계 모델로 부시형 엔진 마운트를 선택하였다. Fig.3은 현재 승용차에 사용되고 있는 엔진 마운트의 실제 형상과 파라미터화된 형상을 보여 준다. 편의를 위해 Fig.3에 표현된 좌표계가 이후 계속되는 논의의 기준이 될 것이다. Fig.3(b)에 보인 것과 같이 부시형 엔진 마운트의 형상을 6개의 파라미터로 나타내었다. 그것들중 r_1 과 r_2 는 부품배치 문제로 고정된 값을 가지므로 여기서는 4개의 파라미터- t_1, t_2, t_3 and θ -가 설계 변수로 쓰였다. 이중 t_1 과 t_2 는 강성값에 직접적인 영향을 주는 것이고 θ 는 각 방향 강성값 사이의 비율에 영향을 미치는 것이다. 그리고 t_3 값은 간극과 2차 강성값을 설계하는 기초가 된다.

식 (1)의 가중치들은 각 방향 강성값의 중요도에 따라 조정된다. 여기서 고려되는 모델의

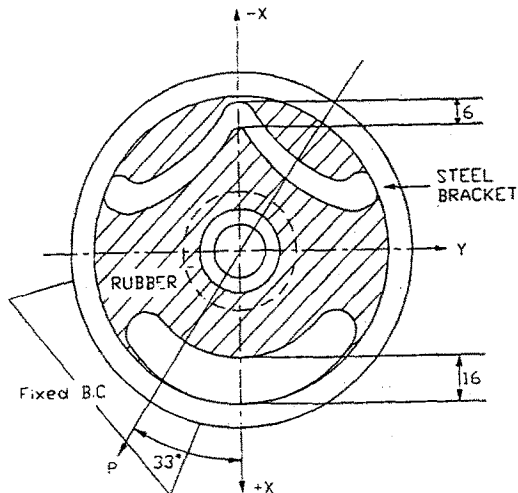
경우 동적 응답 특성의 관점에서 x방향의 강성 값이 가장 중요하며 y방향의 값은 중요한 의미를 갖지 않는다. 따라서 x방향에 대한 가중치를 크게 하였고 y방향의 가중치는 0으로 하였다.

한편 시스템 동해석으로 부터 결정되는 강성 값은 동적인 강성값이다. 따라서 이러한 강성값을 만족하는 형상을 결정하기 위해서는 초기 장착 하중이 가해진 상태에서 동적인 응답 특성을 해석하는 것이 필요하다. 그러나 엔진 마운트의 경우 동적인 응답 특성, 즉 강성값이 주파수에 민감하지 않다고 보고되고 있다.^{8,9)} 따라서 이런 경우 동적 강성값은 다음과 같이 표현된다.

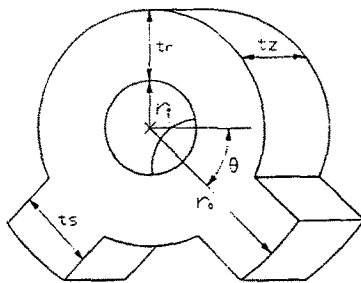
$$k_d = f k_s \quad (4)$$

위식에서 k_d , k_s 는 각각 동적 강성값과 정적 강성값을 나타내며 f 는 보정 상수로서 이전의 부서형 엔진 마운트에 대한 정, 동 단품 실험 결과들로 부터 약 1.4의 값을 얻었으므로 이 값을 사용하였다.

제품에 이용된 재료는 카본 블랙(carbon black)이 첨가된 천연 고무이다. Fig.4는 이 재료의 일축 인장 시험으로 부터 얻은 응력-변형률 곡선을



(a) Current engine mount



(b) Characterized shape for optimization

Fig.3 Schematic diagram of bush type engine mount and characterized geometry for optimization

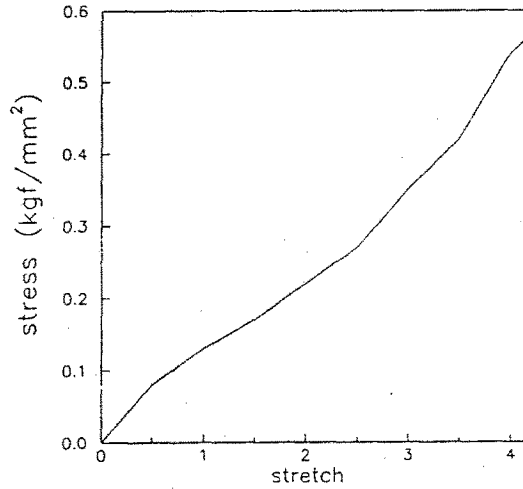


Fig.4 Stress-strain curve of uniaxial tension test

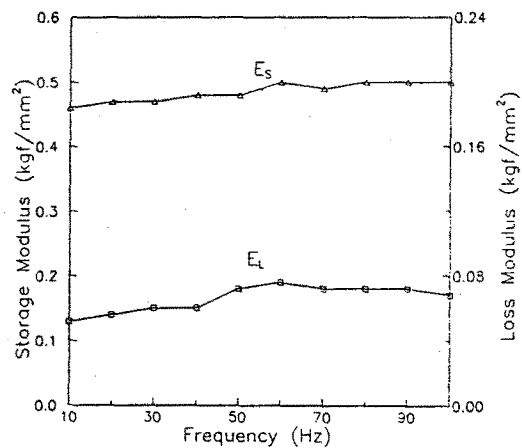


Fig.5 Storage(E_s) and loss modulus(E_L) with respect to frequency

보인 것이다. Fig.5는 10에서 100Hz까지의 주파수 영역에서 재료의 저장 계수(storage modulus)와 손실 계수(loss modulus)를 동특성 시험으로부터 얻은 결과이다.

이상의 고찰로 부터 본 연구에서의 최적화 문제는 다음과 같이 표현된다.

$$\psi = (k_x - k_x^{des})^2 + 0.5(k_z - k_z^{des})^2 = \text{minimum} \quad (5)$$

최적화 과정에서 강성값은 준정적(quasi-static) 비선형 해석을 통해 얻을 수 있는데 여기서는 상용 유한 요소 패키지인 ABAQUS⁽¹¹⁾를 사용하였고 형상 파라미터의 변화에 따른 ABAQUS 입력 모델은 최적화 프로그램내에 자동 메쉬 생성 서브루틴을 작성하여 자동으로 생성되도록 하였다. 주 강성값을 구하기 위한 해석에서는 모델의 변형률이 비교적 작으므로 고전적인 Mooney-Rivlin 형태의 변형률 에너지 포텐셜(strain energy potential)이 비압축성 초탄성 재료의 거동을 충분히 표현한다고 볼 수 있으므로 이를 해석에 사용하였다. Mooney-Rivlin 형태의 변형률 에너지 포텐셜, U, 는 다음과 같다.

$$U = C_{10}(I_1 - 3) + C_{01}(I_2 - 3) \quad (6)$$

위식에서 I_1 과 I_2 는 1차 및 2차 변형률 불변 계수이다. 계수 C_{10} 과 C_{01} 는 일축 인장 실험결과에 대한 곡선 근사로 부터 구할 수 있다. 이 경우에는 앞의 인장 실험 결과로 부터

$$C_{10} = 0.03622$$

$$C_{01} = -0.00335$$

의 값을 얻었다.

설계 사양과 부품 배치로 부터 설계 변수의 범위를 다음과 같이 정했다.

$$10. \leq t_r \leq 15.$$

$$10. \leq t_s \leq 40.$$

$$30. \leq t_z \leq 45.$$

$$0 \leq \theta \leq \pi/6 \quad (7)$$

이렇게 주어진 범위를 부등식 구속조건으로 취하여 Fiacco-McCormick 함수에 포함시켰다. Fiacco-McCormick 함수는 대부분의 구속이 있는 최적화 문제를 성공적으로 해결해 준다. 그러나 이 함수는 최적화 초기에 경계 조건을 완화하기 때문에 초기 단계의 검색에서 형상 파라미터의 값이 물리적으로 의미없는 값이 될 수 있다. 예를 들어 $\pi/2$ 근처의 θ 값은 실제 모델에서는 있을 수 없는 값이다. 또한 그런 경우에는 자동 메쉬 생성에도 오류가 발생한다. 따라서 파라미터들의 조합이 자동 메쉬 생성에 적합하지 않은 경우 강성값 자체를 아주 큰 값으로 하여 최적화 루틴에 돌려주는 방법을 추가로 사용하였다.

파라미터 값이 최적화되면 결과적인 형상을 세부 설계 단계(refined design process)의 기본 모델로 사용한다. 이 단계에서는 파라미터 최적화로부터 얻은 기본형상(conceptual model)을 간극 크기와 2차 강성값을 고려하여 수정한다. 우선 기본형상의 예리한 모서리를 제거하기 위해 필렛(fillet)을 더하고 수정된 형상에 대한 해석을 통해 주 강성값과 변형률 분포를 검토한다. 이러한 해석 결과로 얻는 주 강성값 결과에 따라 필렛의 크기와 기본 형상을 약간 수정한다. 한편 엔진 장착 하중에 대한 변형률 분포는 국부적인 내구 수명에 대한 검토 자료로 사용된다.

마지막으로 엔진 장착 하중을 고려하여 엔진 마운트의 중심을 장착 하중의 역방향인(-)P 방향으로 다음 식으로 계산되는 거리만큼 이동시킨다.

$$d = \left| \frac{F_x}{k_p} \right| \quad (8)$$

위식에서 F_x 는 엔진의 장착 하중이며 k_p 는 장착 하중 방향으로의 강성값이다. 이 과정은 엔진이 장착되었을 때 마운트의 중심이 마운트 브라켓의 중심과 일치되도록 하기 위한 것이다.

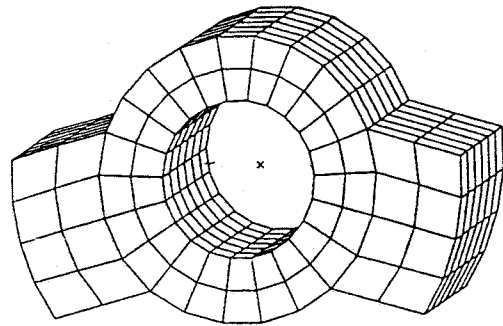
이상의 과정에 대해 최적화 프로그램은 FORT-RAN 77을 이용하여 작성하였고 모든 수치계산은 CRAY-YMP4에서 수행하였다.

4. 결과 및 고찰

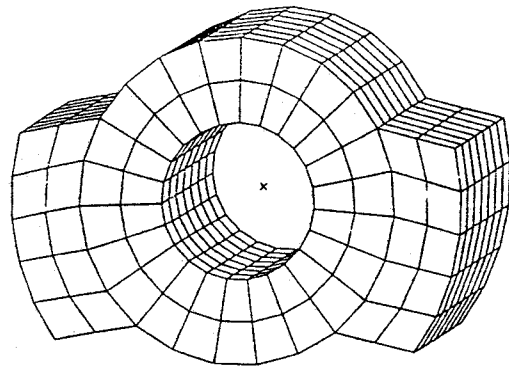
Fig.6은 본 연구에 사용된 부시형 엔진 마운트에 대한 파라미터 최적화 시작점과 최적화가 완료된 점에서의 유한 요소 모델을 보인 것이다. 시작점으로는 각 파라미터 범위의 중간값이 선택되었다. 최적화 과정중의 파라미터, 강성값과 함수 ψ 값의 변화를 Table 1에 보였다. 결과적으로 목표 강성값을 잘 만족시키면서 모든 파라미터 값이 정해진 설계 범위내에서 최적화되었으며, 최적화 과정의 최종 단계 근처에서는 θ 값의 변화에 의해 각 주방향 강성값 비율이 적절하게 조정되었음을 알 수 있다.

Fig.7은 세부 설계 단계에서 최종적으로 설계된 형상에 대한 2차원 유한 요소 모델을 보인 것이다. 세부 설계 단계에서 설계된 형상에 대해서는 접촉 문제를 포함하는 대변형 해석을 통해 2차 강성값까지 확인하는 것이 필요하므로 3차원 모델보다는 적절한 2차원 모델이 적합하다.

Fig.8에 세부 형상에 대한 (+)X와 (-)X 방향으로의 변형 해석 결과 얻은 변형 양상을 보였다. Fig.9는 세부 형상에 대한 힘·변형 관계를 설계 사양과 비교하여 본 것이다. 그림으로부터 (+)X 방향으로 16mm와 (-)X 방향으로 6mm 위치에서 접촉이 일어남을 알 수 있다. 설계 사양과 해석 결과에서 2차 강성값은 약간의 차이를 보이지만 전반적으로 최적화된 형상이 좋은 결



(a) initial



(b) optimized

Fig.6 Finite element models at the initial and optimized configurations

Table 1 The values of the functional ψ and stiffnesses during optimization

		Initial	Intermediate		Optimized	Remarks
Design parameter	t_x (mm)	10.0	12.5	12.4	12.9	target stiffness $k_x=9.0$ $k_z=8.0$ * $k_y=30.4$
	t_y (mm)	25.0	31.0	31.9	32.0	
	t_z (mm)	37.5	40.5	42.0	42.5	
	θ (deg)	15.0	21.0	14.3	11.3	
Stiffness	k_x	5.47	9.91	9.07	9.00	
	k_z	4.88	7.27	7.71	7.97	
	k_y	-	-	-	30.0	
Functional ψ		17.35	1.09	0.05	0.00	

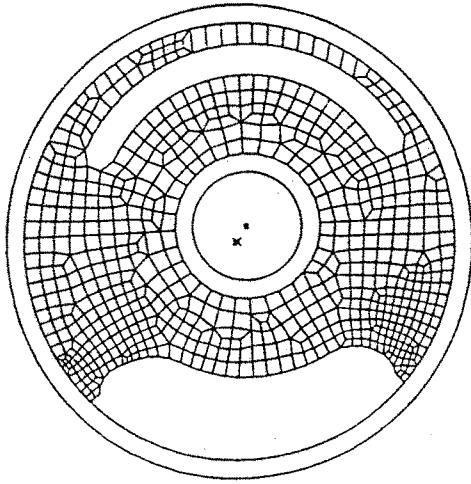


Fig.7 Refined finite element model after modification to optimized model

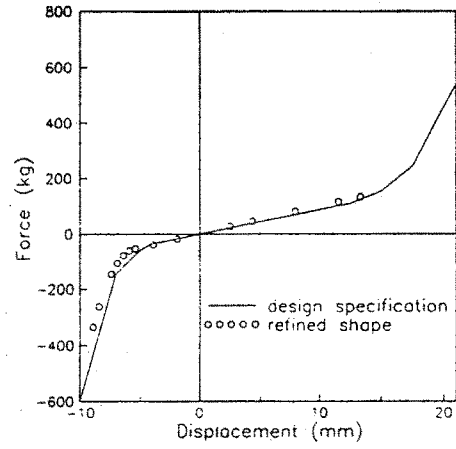
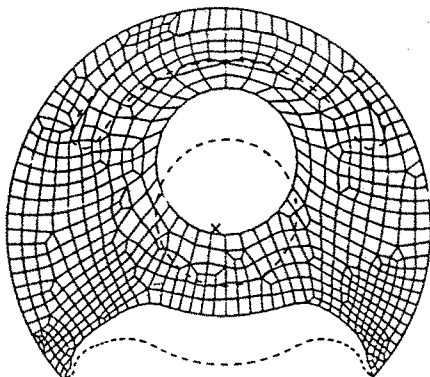
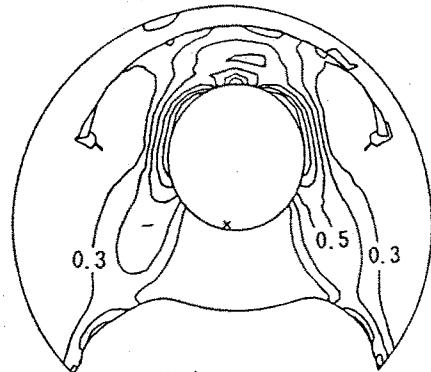


Fig.9 Comparison of force-displacement curve between optimized model and design specification

MIN : 0.007 MAX : 0.987

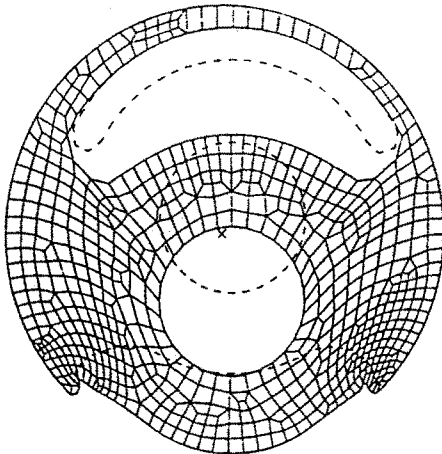


(a) (+) X direction



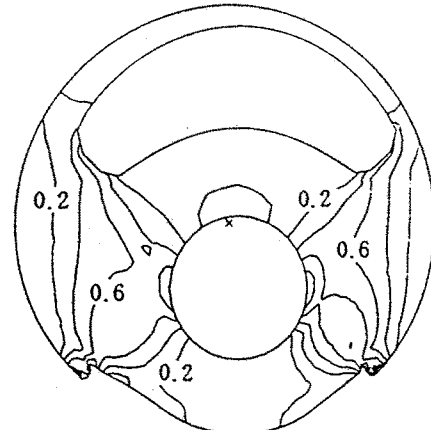
(b) (-) X direction

MIN : 0.0001 MAX : 2.660



(b) (-) X direction

Fig.8 Deformed shape



(a) (+) X direction

Fig.10 Strain distribution after deformation

과라고 볼 수 있다. 2차 강성 변형 범위에서 만족스러운 해석 결과를 얻기 위해서는, 압축 잔류 변형에 의한 내구 수명 향상을 위해 엔진 마운트 제작공정에 포함되는 압축 공정(swaging)에 대한 고려와 다른 형태의 변형률 에너지 포텐셜을 사용하는 것이 필요할 것이다. 본 해석에 사용한 Mooney-Rivlin 형태의 변형률 에너지 포텐셜은 변형률이 큰 범위에서는 부적합하므로 2차 강성 값에 대한 실험과 해석사이의 차이가 커질 수 있다. Fig.10에 세부 모델에 대한 변형 해석으로부터 얻은 변형률 분포를 보였다. 응력과 변형률 분포는 내구 수명의 예측에 이용되고 최종 설계 단계(final design stage)에서는 내구에 대한 고려가 포함될 것이다.

지금까지 엔진 마운트용 고무의 형상 설계를 위한 새로운 방법을 보였다. 제안된 방법은 엔진 마운트의 형상 설계자에게 체계적인 지침으로 이용될 수 있을 것이다. 이런 방법은 부시형 외의 다른 형상에 대해서도 적용될 수 있다. 향후에는 세부 형상 설계 이후 단계인 최종 설계 단계에 대해 자동 설계 방법을 도입하려 한다. 이를 위해서는 자동 자유 메쉬 생성 루틴(automatic free mesh generator), 적합한 변형률 에너지 포텐셜의 형태와 고무 재료의 내구 수명에 대한 데이터베이스 등이 필요할 것이다. 또 압축 공정에 대한 해석적인 고려가 있어야 할 것이다. 이러한 일들을 위해 엔진 마운트의 내구 수명과 압축 공정의 해석에 대한 연구가 현재 진행중이다.

5. 결 론

부시형 엔진 마운트를 기본적인 형상을 파라미터화하는 방법으로 최적 설계하는 절차를 제안하였다. 최적 설계를 위해 엔진 마운트의 요구 강성을 만족시키는 형상을 찾는 최적화 프로그램을 작성하여 ABAQUS와 함께 이용하였다. 적용 결과로부터 기본형상 설계에서 잘 정의된 파라미터의 사용이 좋은 결과를 가져오는 것을 알 수 있었다. 이 방법은 모든 형태의 엔진 마운트 설계에 이용될 수 있다.

파라미터 최적화 결과를 이용하여 얻은 세부

모델에 대한 해석이 설계 사양과 양호한 일치를 보이므로 실제 설계에 이용될 수 있는 것으로 사료된다. 최종 형상에 대한 자동설계 방법을 개발하기 위해 많은 연구가 진행 중이며 가까운 미래에 그 결과가 보고될 것이다.

참 고 문 헌

1. T.Scharnhorst and T.H.H. Pian, "Finite Element Analysis of Rubber-like Materials by a Mixed Model", *Int.J.Num.Mech.Engng.* Vol.12, pp.665-676, 1978.
2. B.Hägglad and J.A.Sundberg, "Large Strain Solutions of Rubber Components". *Comput.Struct.*17, pp.835-843, 1983.
3. S.R.Swanson, L.W.Christensen and M.Ensign, "Large Deformation Finite Element Calculations for Slightly Compressible Hyperelastic Materials", *Comput. Struct.* 21, No.1/2, pp.81-88, 1985.
4. 김현영, 최천, 방원준, 김재수, "자동차용 고무 부품의 대변형 유한요소 해석", *한국자동차 공학회지*, 15권, pp.107-119, 1992.
5. David M. Ford, "An Analysis and Application of a Decoupled Engine Mount System for Idle Isolation", *SAE 850976*, 1985.
6. J.N.Sidall, *Optimal Engineering Design*, Marcel Dekker, Inc., 1982.
7. N.G.R.Iyengar and S.K.Gupta, *Programming Methods in Structural Design*, Edward Arnold Limited., 1981.
8. K.N.Morman, Jr., B.G.Kao and J.C.Nagtagaal, "Finite Element Analysis of Viscoelastic Elastomeric Structures Vibrating about Non-linear Statically Stressed Configurations", *SAE paper 811309*, 1981.
9. H.Y.Kim, W.J.Bang and J.S.Kim, "Large Deformation Finite Element Analysis of Automotive Rubber Components by Using ABAQUS", *ABAQUS User's Conf. Proc.*, May 27-29, 1992, Newport, RI

10. ABAQUS Theory and Users' Manual, Hibbit, Karlsson and Sorensen, Inc., Providence, RI, 1989
11. R.S.Rivlin, "The Elasticity of Rubber", Rubber Chem. Tech. Vol.65, pp.G51-G66, 1992.