

# 썰기형 밀폐 공간 내에서의 자연 대류 열전달

## Natural Convection Within a Wedge-Shaped Enclosure

배 태 열\*, 권 순 석\*\*,  
T. Y. Bae, S. S. Kwon

**Key words :** Natural Convection(자연대류), Wedge-Shaped Enclosure(썰기형공간), Finite Difference Method(유한차분법)

### Abstract

Natural convection within a wedge-shaped enclosure has been studied numerically by finite difference method. Radial surfaces of the wedge are isothermally hot and cold while circumferential surfaces are insulated. Results show isotherms, streamlines and velocity profiles as well as Nusselt number distributions for a Rayleigh number range of  $10^3$  to  $10^5$ . In addition, it is found that there is a wedge angle as shown the minimum mean Nusselt number for using an insulated enclosure.

#### 기 호 설 명

- $A$  : 등온면의 면적
- $D$  : 기준 길이,  $2 \times R$
- $g$  : 중력 가속도
- $h$  : 대류 열전달 계수
- $k$  : 열전도율
- $N_u$  : Nusselt수
- $Pr$  : Prandtl수,  $\nu/\alpha$
- $R$  : 반경방향
- $Ra$  : Rayleigh수,  $g\beta(T_h - T_c)D^3/\nu\alpha$
- $T$  : 온도
- $V$  : 속도
- $v$  : 무차원 속도,  $VD/\alpha$
- $\omega$  : 무차원 와도
- $\alpha$  : 열확산율
- $\beta$  : 체적 팽창 계수
- $\nu$  : 동점성계수
- $\theta$  : 원주방향[degree]

- $\phi$  : 무차원 온도,  $[(T - T_c)/(T_h - T_c)]$
- $\psi$  : 무차원 유동함수

#### 첨 자

- $c$  : 저온 등온면
- $h$  : 고온 등온면
- $R$  : 반경 방향
- $T$  : 공간각
- $\theta$  : 원주 방향
- bottom*: 아랫면
- top* : 윗면
- : 평균

### 1. 서 론

밀폐공간내에서의 자연대류 열전달은 지난 수십년간 많은 연구가 이루어졌다. 환상공간<sup>1)</sup>이나 고온면과 저온면이 평행한 공간내의 자연대류 열전달현상은 그 형상이 가지는 유체역학적 중요성과 태양열 이용장치의 주변기기, 건물 및 열적 절연

\* 동아대학교 대학원 기계공학과  
\*\* 동아대학교 공과대학 기계공학과

공간으로의 활용성 등으로 수치해석 및 실험으로 많은 연구가 수행되었다. 그러나 최근에는 공학적으로 실제와 유사한 형상에 대한 연구<sup>6,8)</sup>가 지배적이다. 이와같은 것의 예로는 건물의 천정과 지붕 사이의 공간과 같은 삼각형 공간을 들 수 있는데 이에 대한 연구가 다수 진행<sup>3,11)</sup> 되었다. 주거용 건물이나 상업용 건물등의 지붕과 천정 사이 공간 내에서는 자연대류가 일어나는 대표적인 경우인데, 이와같은 밀폐공간내에서의 자연대류 열전달에 대한 연구의 결과로 정확한 냉·난방 부하를 산정하여 에너지 절감의 효과가 기대어진다. 다각형 공간에 대한 선행의 연구들을 살펴보면, Flack등<sup>4, 5)</sup>은 공기 채워진 2등변 삼각형 공간에 대하여 연구하였고, Akinsete등<sup>1)</sup>은 직각 삼각형 공간내에서 등온의 경우 및 열 플럭스가 일정한 경우에 대하여 수치해석 하였는데, 이때 고온면과 저온면이 만나는 정점에서의 경계온도는 불연속적이었다. 따라서 가정적인 수치해석을 통하여 정점을 구형을 변환하여 국소 Nusselt수를 구하였다. Poulikakos등<sup>9, 10)</sup>은 그들의 실험장치인 직각 삼각형에서는 고온면과 저온면이 일치하는 곳에 최대 높이의 약 7% 정도의 단열공간을 두어 고온면과 저온면이 접촉하지 않는 실험장치로 변환하여 정점의 문제를 해결하였다. 본 연구는 등온인 직선면 사이에 단열인 원형벽을 두어 불연속적인 온도경계의 정점을 피하였으며, 이때 좌측의 높이가 작은 원형벽은 실제적인 다각 공간에서 대류현상을 시뮬레이션 하는데 적합한 것이다. 이 경우에 지붕과 천정을 분리하는 짧은 수직벽은 건물의 벽면에서 지붕의 돌출로 야기되는 그림자에 의한 태양열의 유입이 차단되는 경우등을 고려하면 원형벽으로 하는것이 보다 실제적이다. 이와같은 공간에 대한 연구로는 Al-ani등<sup>2)</sup>에 의하여 윗면이 가열되고 아랫면이 냉각되는 쐐기형 공간에서 유체가 물인 경우에 대하여 레이저에 의한 유동현상의 가시화와 열전달에 대하여 연구하였다. 본 연구에서는, 주로  $\theta_f=30^\circ$ 인 쐐기형 밀폐공간에서 Prandtl수가 0.71일때 윗면이 고온인 경우( $T_{h,top}$ )와 아랫면이 고인 경우( $T_{h,bottom}$ )에 대하여 유한차분법으로 수치해석하여 공간내의 자연대류 유동 및 열전달 특성을 고찰하였다. 또한  $\theta_f$ 를 변수로 하여 최소 평균 Nusselt수가 나타나는  $\theta_f$ 를 구하였다.

## 2. 수치해석

자연대류에 대한 수치해석을 하기 위하여 다음과 같은 몇가지 가정을 하였다. 공간내의 유동은 정상 층류유동, 2차원적이며 공간내의 유체는 물성치가 일정하고, Boussinesq 근사를 따르며, 지배방정식으로는 극 좌표계를 채택하였다. 유동함수와 와도를 도입한 무차원 지배방정식은 다음과 같다.

$$\nabla^2\psi = -\omega \tag{1}$$

$$\nabla^2\omega = \frac{1}{Pr} \left( v_R \frac{\partial \omega}{\partial R} + \frac{v_\theta}{R} \frac{\partial \omega}{\partial \theta} \right) + Ra \left( \sin\theta \frac{\partial \phi}{\partial R} + \frac{\cos\theta}{R} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \right) \tag{2}$$

$$\nabla^2\phi = v_R \frac{\partial \phi}{\partial R} + \frac{v_\theta}{R} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \tag{3}$$

본 연구에서 고려된 공간의 도식적 형상은 Fig.1 과 같고, 경계조건은 다음과 같다.

### 상·하 직선 등온면

$$v_R = v_\theta = \psi = 0, \omega = -\frac{\partial^2 \psi}{\partial R^2}, \phi = 1 \text{ or } 0 \tag{4}$$

### 좌·우 원형 단열벽

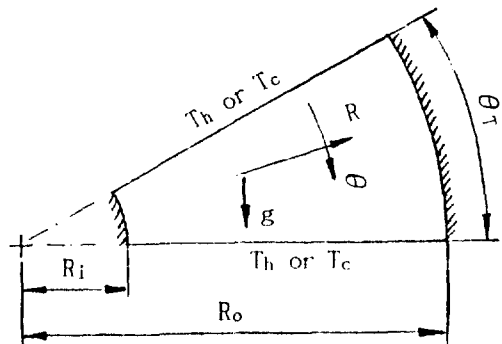


Fig.1 Schematic diagram of the geometry investigated

$$\phi = v_R = v_\theta = \omega = 0, \frac{\partial \phi}{\partial \theta} = 0 \quad (5)$$

수치해석하기 위하여 (1)-(3)의 편미분 방정식에 유한차분법을 적용하였으며, 수렴속도와 계산의 안정성을 위하여 중심차분법, hybrid법을 사용하였다. 격자의 형상은 벽면 부근에서의 온도구배 계산을 보다 정확히 하기 위하여 이곳의 격자간격은 중앙 부분의 격자간격보다 미소하게 취하였으며, 공간 전체를  $\theta$ 방향으로 36등분,  $R$ 방향으로 80등분 하였다. 수치계산에서 수렴기준은 다음과 같고, 하나의 해를 구하는데는 32bit 퍼스널 컴퓨터로 30분 이내였다.

$$\frac{Q^n - Q^{n-1}}{Q^n} \leq 10^{-4} \quad (6)$$

여기서  $Q$ 는 유동함수 또는 온도를 나타내며  $n$ 은 반복횟수를 나타낸다. 계산하여 얻어진 결과로부터 등온면에서의 Nusselt수는 다음과 같이 구하였다.

국소 Nusselt수

$$Nu = - \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \Big|_{\theta=0 \text{ or } \theta_T} \quad (7)$$

평균 Nusselt수

$$\bar{Nu} = \frac{1}{A} \int Nu \, dA \quad (8)$$

### 3. 결과 및 고찰

$Pr=0.71, R_0/R_i=4.0$ 이고 온도 조건이 바뀌는 썩기형 밀폐공간에서  $Ra=10^3-10^5, \theta_T=20^\circ-60^\circ$ 의 범위에 대하여 수치해석한 결과는 다음과 같다.

Fig.2는  $\theta_T=30^\circ$ 일 때, 윗면이 고온이고 아랫면이 저온인 경우 Rayleigh수의 변화에 대한 등온선을 각각 나타낸다.  $Ra=10^3$ 에서는 대류에 의한 영향이 거의 없는 것으로 생각되며,  $Ra=10^4$ 에서도 등온선의 변화는 아주 작다.  $Ra=10^5$ 에서의 등온선은 고온면 부근에서 다소 변곡을 나타내고 있으나

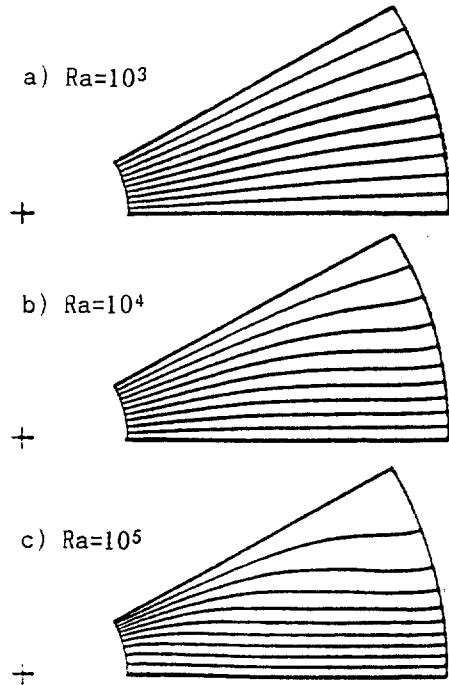


Fig.2 Isotherms for various Rayleigh numbers at  $T_{h,top}, \theta_T=30^\circ, \Delta\phi=0.1$ .

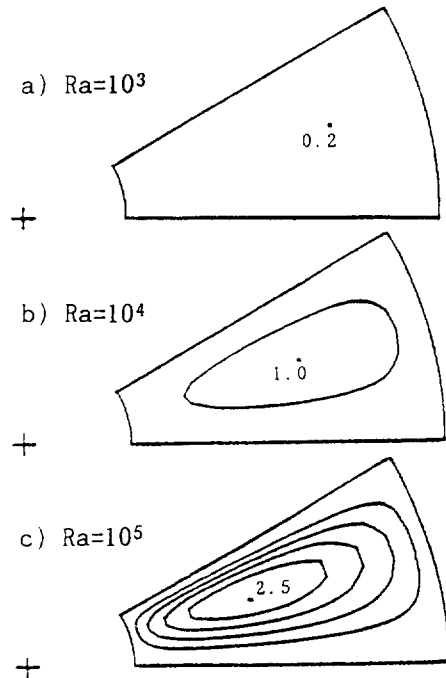


Fig.3 Streamlines for various Rayleigh numbers at  $T_{h,top}, \theta_T=30^\circ, \Delta\phi=0.5$ .

온도구배가 성층으로 이루어졌기 때문에 전도에 의한 열전달이 지배적이라고 할 수 있다.

Fig.3은 Fig.2와 같은 조건에서 Rayleigh수의 변화에 대한 유선을 각각 나타낸다. 밀폐공간내의 유동은 Rayleigh수의 증가에 따라 미소하게 증가하고, Rayleigh수가 증가하여도 유동 형태에는 큰 변화가 없으며, 고온면 부근에서 발달한 대류유동은 시계방향으로 형성된다. 그리고  $\psi_{max}$ 를 나타내는 지점은 Rayleigh수의 증가에 따라 밀폐공간내의 좁은 부분으로 이동하고 있다.

Fig.4는  $\theta_7=30^\circ$ 일 때, 아랫면이 고온이고 윗면이 저온인 경우 Rayleigh수의 변화에 대한 등온선을 각각 나타낸다.  $Ra=10^3$ 에서는 등온선이 성층으로 되어 있어 대류의 영향은 거의 없는것으로 생각되며,  $Ra=10^4$ 에서는 대류의 발달로 온도반전을 나타내기도 하고,  $Ra=10^5$ 에서는 상하의 등온면 부근에서 열경계층의 형성도 고려되며, 온도반전도 폭넓게 형성되어진다.

Fig.5는 Fig.4와 같은 조건하에서 Rayleigh수의 변화에 대한 유선을 각각 나타낸다. 전체적으로 단일 셀 유동이고,  $Ra=10^3$ 에서는 유동이 아주 미약하지만,  $Ra \geq 10^4$ 에서는 윗면이 고온인 경우보다 약 6-9배의  $\psi_{max}$ 를 나타내고 있으며,  $\psi_{max}$ 의 위치는 윗면이 고온인 경우와는 다르게 Rayleigh수가 증가하여도 거의 변화를 보이고 있지않다. 그리고 고온면 부근에서 발달한 대류유동은 윗면이 고온인 경우와는 반대로 반시계 방향으로 유동이 형성된다.

Fig.6은  $\theta_7=30^\circ$ 일 때,  $\theta=15^\circ$ 에서 무차원 반경방향좌표에 대한 무차원 원주방향의 속도분포를 나타낸다. 윗면이 고온인 경우와 아랫면이 고온인 경우의 속도분포는 반대로 나타나고 있는데, 이는 공간내의 유체유동이 온도 경계조건의 변화에 따라서 반대 방향으로 유동됨을 의미한다. 그리고 아랫면이 고온일 때의  $Ra=10^5$ 에서는 수직 벽면길이의 차이로 인하여 벽면길이가 긴쪽에서 급격한 속도구배를 보이고 있다.

Fig.7은  $\theta_7=30^\circ$ 일 때,  $(R-R_0)/(R_0-R_1)=0.5$ 에서 무차원 원주방향좌표에 대한 무차원 반경방향 속도분포를 나타낸다. 중심을 기준으로 좌우가 거의 대칭인 속도분포를 나타내고 있으며, 속도방향은 원주방향에서의 속도분포와 같은 경향을 보이고 있다.

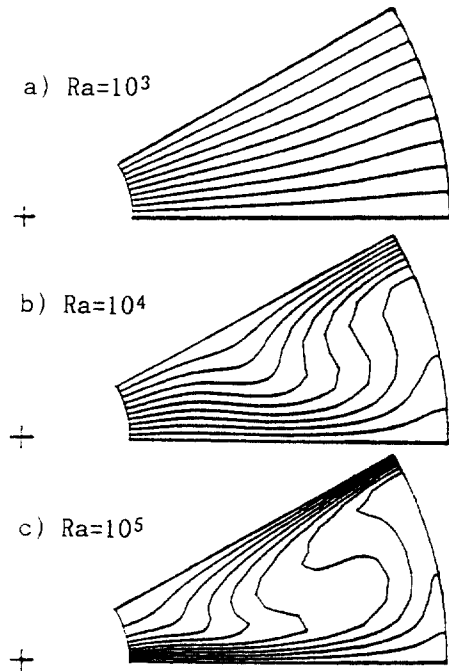


Fig.4 Isotherms for various Rayleigh numbers at  $T_{h, bottom}, \theta_7=30^\circ, A\phi=0.1$ .

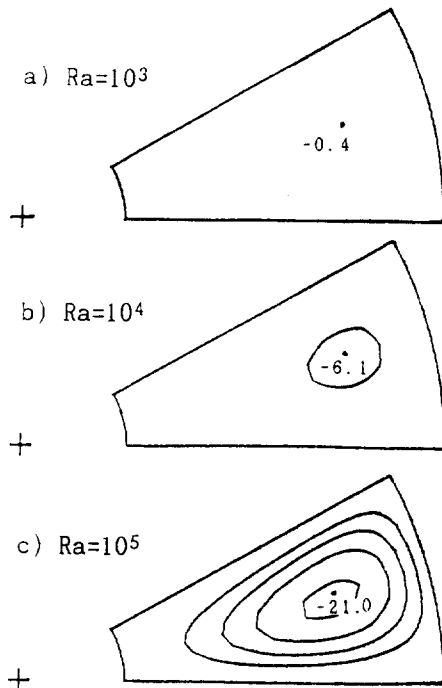


Fig.5 Streamlines for various Rayleigh numbers at  $T_{h, bottom}, \theta_7=30^\circ, A\phi=5.0$ .

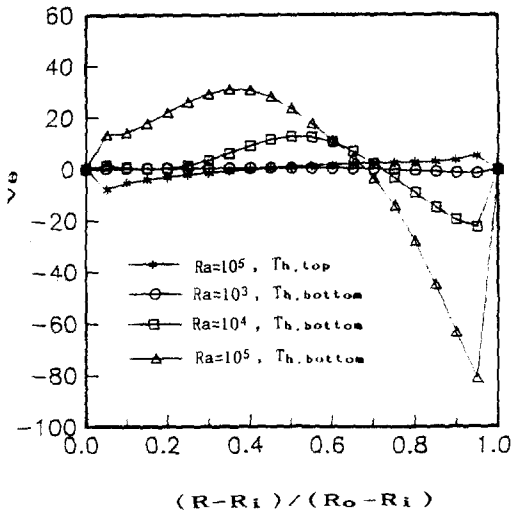


Fig.6 Angular velocity versus radial coordinate for various Rayleigh numbers at  $\theta = \theta_T/2, \theta_T = 30^\circ$ .

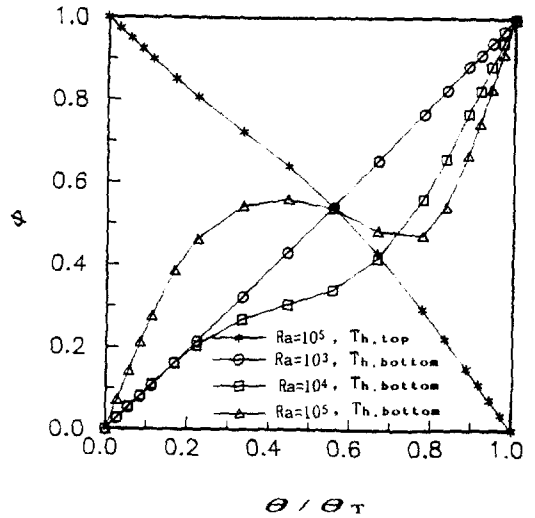


Fig.8 Temperature versus angular coordinate for various Rayleigh numbers at  $(R-R_i)/(R_o-R_i) = 0.5, \theta_T = 30^\circ$ .

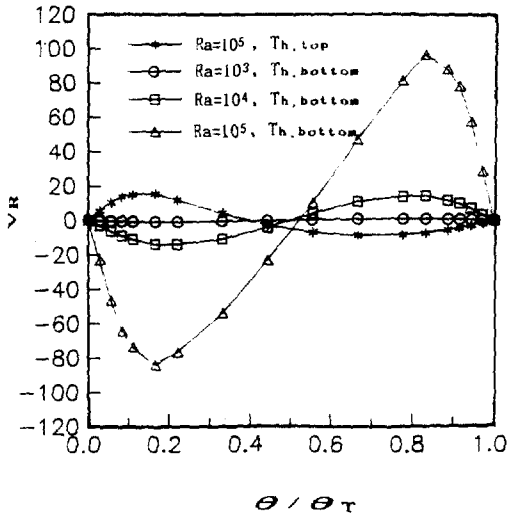


Fig.7 Radial velocity versus angular coordinate for various Rayleigh numbers at  $(R-R_i)/(R_o-R_i) = 0.5, \theta_T = 30^\circ$ .

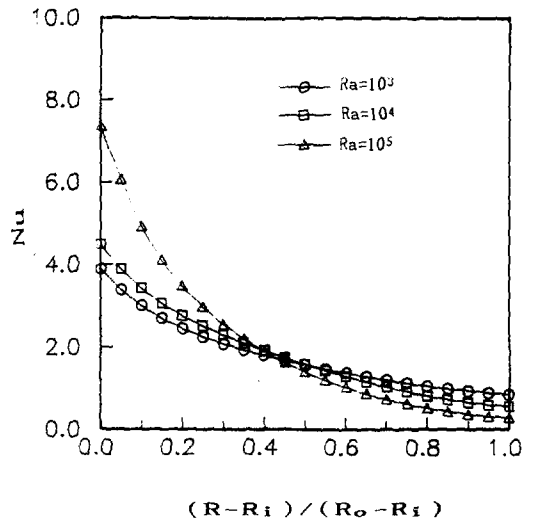


Fig.9 Local Nusselt number versus radial coordinate for various Rayleigh numbers at  $Th_{top}, \theta_T = 30^\circ$ .

Fig.8은  $\theta_T = 30^\circ$ 일 때,  $(R-R_i)/(R_o-R_i) = 0.5$ 에서 무차원 원주방향좌표에 대한 무차원 온도분포를 나타낸다.  $Ra = 10^3$ 과 윗면이 고온인 경우의 온도분포는 거의 직선적으로 변화하여 대류유동이 거의 없는 유사전도 현상이 지배적임을 나타내고, 아랫면이 고온일때  $Ra \geq 10^4$ 에서의 온도분포는 변곡을 나타내고 있으며, 특히  $Ra = 10^5$ 에서의 온도분포는

$(R-R_i)/(R_o-R_i) = 0.4$  및  $0.8$  부근에서 온도구배가 없는 부분적인 최대, 최소를 보이고 있다. 따라서 이 부근까지 열경계층이 각각 형성되는 것으로 고려된다.

Fig.9는  $\theta_T = 30^\circ$ 에서 윗면이 고온일 때 고온면에서 Rayleigh수의 변화에 대한 국소 Nusselt수를 나타낸다. Rayleigh수의 증가에 따라 좌측 단열벽면 부

근의 국소 Nusselt수는 크게 나타나지만, 우측 단열벽면 부근에서는 Rayleigh수가 증가하여 대류유동이 발달하게되면 우측 상단의 모서리에 유체유동이 정체되어 국소 Nusselt수는 낮게 나타난다.

Fig.10은  $\theta_T=30^\circ$ 에서 아랫면이 고온일 때 고온면에서 Rayleigh수의 변화에 대한 국소 Nusselt수를 나타낸다.  $Ra=10^3$ 에서는 좌측 단열벽에서 최대 그리고 점차 감소하여 우측 단열벽에서 최소를 나타낸다. 그러나  $Ra=10^4$ 에서는  $(R-R_i)/(R_o-R_i)=0.2$  부근에서 부분적인 최소, 0.5 부근에서 최대를 나타낸다. 이는 좁은 모서리로 인하여 대류유동이 크지 않아 좁은 공간을 유체가 충분히 유입되지 않고 넓은 공간에서만 대류가 활발하기 때문이다.  $Ra=10^5$ 에서는 고온면과 저온면 간의 온도차가 아주 커 대류유동이 크게 발달하여 밀폐공간내의 전체에서 대류유동이 일어나고 상대적으로 단열벽면 및 모서리의 영향이 작아지기 때문에 부분적인 최소, 최대는 나타나지 않는다.

Fig.11은  $\theta_T=30^\circ$ 일 때 Rayleigh수에 대한 평균 Nusselt수를 나타낸다. 윗면이 고온인 경우 평균 Nusselt수는 Rayleigh수의 영향을 적게 받으며, 아랫면이 고온인 경우에는 Rayleigh수의 영향을 크게 받고 있다. 윗면이 고온인 경우,  $Ra=10^3-10^5$ 의 범위에서

$$\bar{Nu} = 2.073 Ra^{0.033} \tag{9}$$

아랫면이 고온인 경우,  $Ra=2 \times 10^3 - 10^5$ 의 범위에서

$$\bar{Nu} = 0.462 Ra^{0.23} \tag{10}$$

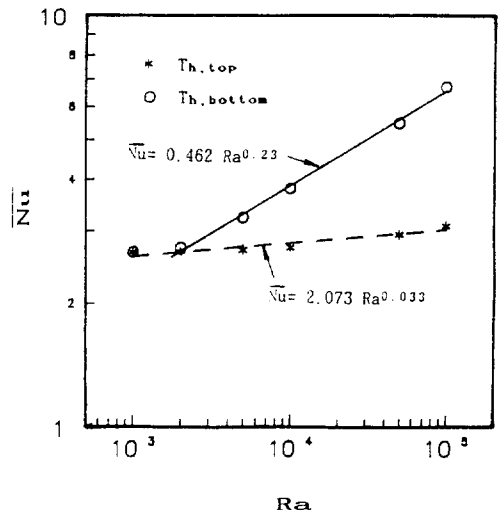


Fig.11 Mean Nusselt number versus Rayleigh number at  $\theta_T=30^\circ$ .

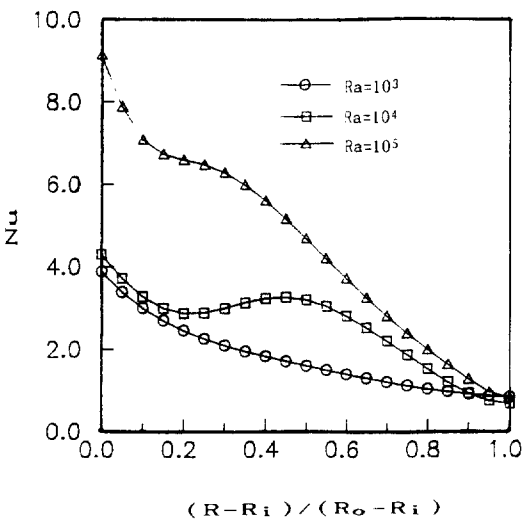


Fig.10 Local Nusselt number versus radial coordinate for various Rayleigh numbers at  $T_{h, bottom}$ ,  $\theta_T=30^\circ$ .

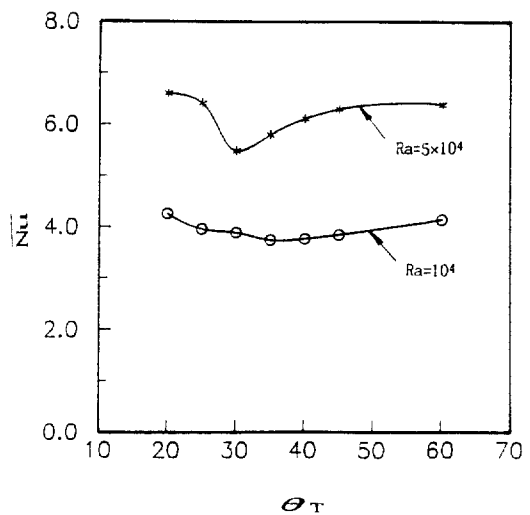


Fig.12 Mean Nusselt number versus wedge angle at  $T_{h, bottom}$

Table 1 Comparison of mean Nusselt number between hot and cold wall.

Ra	T <sub>h,top</sub>	T <sub>c,bottom</sub>	error(%)	T <sub>h,bottom</sub>	T <sub>c,top</sub>	error(%)
10 <sup>3</sup>	2.657	2.647	0.38	2.662	2.652	0.38
10 <sup>4</sup>	2.729	2.721	0.29	3.881	3.871	0.26
10 <sup>5</sup>	3.079	3.065	0.45	6.712	6.734	0.32

으로 나타낼 수 있다.

Fig.12는 아랫면이 고온일 때,  $\theta_T$ 의 변화에 대한 평균 Nusselt수 분포를 나타낸다.  $\theta_T=30^\circ-35^\circ$  부근에서 최소를 나타내고 있다. 이는  $\theta_T \leq 30^\circ$ 에서는 유사전도에 의한 열전달이 큰 것으로 생각되며, 이때에는 고온면과 저온면 간의 간격이 좁을수록 큰 평균 Nusselt수를 나타낸다.  $\theta_T \geq 35^\circ$ 에서는 썰기형 공간에서 상하 길이가 길어짐으로써 대류유동이 활발하여 평균 Nusselt수는 증가한다. 그리고, 이때 최소값은 썰기형 공간을 절연공간으로 생각할 때 공학적으로 중요한 의미를 지닌다.

본 연구에서 수치해석의 타당성을 확인하기 위하여 고온면과 저온면에서의 평균 Nusselt수를 Table 1에 나타내었다. 열전달량은 동일해야 하나 수치계산 과정의 끝처리 오차등으로 인하여 최대 0.5% 이내로 일치하였다.

#### 4. 결 론

윗면과 아랫면이 서로 다른 온도를 유지하고, 좌·우측 원형벽이 단열인 썰기형 밀폐공간내에서  $Ra=10^3-10^5$ ,  $\theta_T=20^\circ-60^\circ$ 의 범위에 대하여 유한차분법으로 수치해석한 결과 다음과 같은 결론을 내릴 수 있다.

1)  $\theta_T=30^\circ$ 에서, 윗면이 고온인 경우 Rayleigh수가 증가하여도 대류유동에는 큰 영향을 미치지 못하였으며, 공간내의 유동은 시계방향이고, 이때  $\psi_{max}$ 의 위치는 Rayleigh수의 증가에 따라 공간내의 좁은 쪽으로 이동하였다. 아랫면이 고온인 경우는 Rayleigh수의 증가에 따라 대류유동은 크게 발달하였고, 공간내의 유동은 반시계 방향이며,  $\psi_{max}$ 의 위치는 Rayleigh수가 증가하여도 거의 변하지 않았다.

2)  $\theta_T=30^\circ$ , 아랫면이 고온인 경우,  $Ra=10^4$ 에서 국소 Nusselt수는 공간내의 좁은 부분으로 유체가 유입되지 않아  $(R-R_c)/(R_h-R_c)=0.2$  및 0.5 부근

에서 부분적인 최소 및 최대를 나타내었으며,  $Ra=10^5$ 에서는 부분적인 최대 및 최소가 존재하지 않았다.

3)  $\theta_T=30^\circ$ , 평균 Nusselt수는 Rayleigh수의 지수함수로 나타낼 수 있었다.

윗면이 고온인 경우,  $Ra=10^3-10^5$ 에서

$$\overline{Nu}=2.073 Ra^{0.033}$$

아랫면이 고온인 경우,  $Ra=2 \times 10^3-10^5$ 에서

$$\overline{Nu}=0.462 Ra^{0.23}$$

4) 아랫면이 고온인 경우 최소 평균 Nusselt수가  $Ra=5 \times 10^3$ 에서  $\theta_T=35^\circ$  부근,  $Ra=5 \times 10^4$ 에서는  $\theta_T=30^\circ$  부근에서 나타났다.

#### 참 고 문 헌

1. Akinsete, V.A.&Coleman, T.A., 1982, "Heat Transfer by Steady Laminar Free Convection in Triangular Enclosures", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol.25, pp.991-998.
2. Al-ani, N.&Nansteel M.W., 1993, "Natural Convection in a Partial Sector-Shaped Enclosure : Experimental Result", ASME J. Heat Transfer, Vol. 115, pp.133-139.
3. Campo, E.M.del, Sen, M.&Ramos, E., 1988, "Analysis of Laminar Natural Convection in a Triangular Enclosure", Numerical heat Transfer, Vol.13, pp.353-372.
4. Flack, R.D., Konopnicki, T.T.&Rooke, J.H., 1979, "The Measurement of Natural Convective Heat Transfer in Triangular Enclosures", ASME J.

- Heat Transfer, Vol.101, pp.648-654.
5. Flack, R.D., 1980, "The Experimental Measurement of Natural Convection Heat Transfer in Triangular Enclosures Heated or Cooled From Below", ASME J. Heat Transfer, Vol.102, pp.770-772.
  6. Kimura, S.&Bejan, A., 1985, "Natural Convection in a Differentially Heated Corner Region", Phys. Fluids, Vol.28, pp.2980-2989.
  7. Kuehn, T.H.&Goldstein, R.J., 1976, "An Experimental and Theoretical Study of Natural Convection in the Annulus between Horizontal Concentric Cylinders", J.Fluid Mech. Vol.74, part 4, pp.695-719.
  8. Lam S.W., Gani, R.&Symons, J.G., 1989, "Experimental and Numerical Studies of Natural Convection in Trapezoidal Cavities", ASME J. Heat Transfer, Vol.111, pp.372-377.
  9. Poulidakos, D.&Bejan, A., 1983, "Natural Convection Experiments in a Triangular Enclosure", ASME J. Heat Transfer, Vol.105, pp.652-655.
  10. Poulidakos, D.&Bejan, A., 1983, "The Fluid Dynamics of an Attic Space", J.Fluid Mech, Vol.131, pp.251-269.
  11. Yu, K.M.&Nansteel M.W., 1990, "Buoyancy-Induced Stokes Flow in a Wedge-Shaped Enclosure", J.Fluid Mech, Vol.221, pp.437-451.