

혼돈적 교반에 의한 열전달 향상

Enhancement of Heat Transfer by Chaotic Stirring

서 용 권*
Y. K. Suh

Key words : Chaotic Stirring(혼돈적 교반), Unstable Manifold(불안정 다양체), Liapunov Exponent(리아푸노프 지수), Diffusion(확산)

Abstract

A numerical study has been performed on enhancement of heat transfer in a forced convection of the modified driven-cavity flow which was previously found by the author to give a regular or chaotic stirring depending on the parameter value. It is found that for the present case wherein heat is transmitted between fluid and the surrounding walls, the chaotic stirring enhances the heat transfer at high Peclet numbers. The optimal condition of the flow modulation for the best heat transfer can be predicted by purely investigating the hydrodynamic facet, i.e. the stirring effect.

기 호 설 명

- A : 함수
- $C_b C_2$: 상수
- D : 분자 확산계수(무차원)
- D^* : 분자 확산계수
- H : 함수
- Nu : 평균 Nusselt수 : 식(7)
- Pe : Peclet수
- R : 잔여 에너지(무차원)
- t : 시간(무차원)
- t_p : 무차원 상수
- Δt : 시간 증분(무차원)
- T : 주기(무차원)
- u, v : x -및 y -방향의 유속(무차원)
- u_w : 상하 벽면에서의 x -방향 유속(무차원)
- x, y : 직교 좌표계(무차원)
- δ : 열경계층 두께(무차원)
- θ : 온도(무차원)
- θ_c : 내부의 온도(무차원)
- λ : 온도감소 지수(무차원) : 식(8)
- A : Liapunov지수(무차원) : 식(5)

- ψ : 유동함수(무차원)
- ϕ : 임의의 스칼라 양(무차원)
- ϕ^* : 임의의 스칼라 양

1. 서 론

본 연구의 목적은, 혼돈적 교반의 특성을 갖는 어떠한 유동장이 과연 열전달을 향상시킬 수 있는 지, 또한 그렇다면 어느 정도로 향상시킬 것인지를 살펴보는 데 있다.

입자 동역학(particle dynamics) 또는 천체역학(celestial mechanics)에서부터 시작하여 최근 거의 모든 학문 분야에서 급속도로 연구되고 이용되고 있는 혼돈(chaos)의 개념은, 유체역학과 열전달 분야에서도 예외없이 적용되고 있고 또한 적용될 전망을 보이고 있다. 유체역학에서 특별히 가장 많이 연구되고 이용되고 있는 두가지 분야는 난류의 시작(onset of turbulence)에 관한 근본적 문제⁽¹⁾와 혼돈적 대류(chaotic advection) 또는 혼돈적 교반(chaotic stirring)으로 대변되는 유체의 혼합(fluid mixing) 문제⁽²⁾이다. 다음, 열전달에 적용될 전망을 보이고 있는 분야는 강제대류 및 자연대

*정회원, 동아대학교 기계공학과

류에서의 열전달 향상문제이다.

본 연구는 이 중, 열전달의 향상에 관한 문제이다. 이러한 열전달의 향상문제는 아직 적용된 예가 거의 없지만, 앞의 유동의 혼합문제와 직결된다고 볼 수 있다. 이 개념을 확실히 하기 위해 구체적인 문제를 생각해 보자. 예를 들어, 어떠한 스칼라 양 ϕ^* (온도, 농도 등)이 유체로 채워진 공간 내에 어떠한 분포로 초기에 주어져 있다고 하자. 여기서 주된 과제는, 이 물리량 ϕ^* 를 가능한 빨리 골고루 분산시키기 위해서 주어진 유체를 어떠한 형태로 휘저을(stirring) 것인가 하는 문제이다. 만약 유체의 분자 확산계수(molecular diffusivity) D^* 가 아주 크다면, 유동을 별도로 형성시키지 않더라도 ϕ^* 는 쉽게 확산된다. 즉, 이 경우는 대류 또는 교반에 의한 확산 효과가 중요하지 않은 것이다. 그러나, 많은 경우가 그러하지만, D^* 가 아주 작을 때는 대류에 의한 확산 효과는 분자적 확산에 비하여 절대적으로 중요하다(예 ; 난류).

이와 같이 D^* 가 아주 작은 경우의 확산 문제는 분자적 확산을 아예 무시하고 대류에 의한 확산만으로 검토하는 것이 타당한 것이다. 이처럼, 대류만에 의한 혼합을 특별히 교반(stirring)이라고 하여 분자적 확산이 가미된 혼합(mixing)과 구분하는 것이다. 그 가운데 혼돈적(chaotic) 특성을 갖는 교반을 혼돈적 교반(chaotic stirring)이라 말하고 있다. 여기서 혼돈적이라 함은 주어진 유동장에서, 아주 가까이 존재하는 두 유체 입자가 시간의 경과에 따라 지수적으로 멀어지는 성질을 말한다. 달리 표현하면, 어떤 한 유체 입자의 궤적이 초기의 위치에 아주 민감한 성질이다. 이렇게 유체입자의 위치가 초기조건에 따라 민감하게 달라지는 성질은 난류에서도 나타나지만, 층류와 같은 단순한 유동에서도 이러한 결과가 나타날 수 있다는 것이 혼돈적 교반의 특징인 것이다.

혼돈적 교반의 특성을 갖는 유동장에서 어떠한 스칼라 양 ϕ^* 가 퍼져가는 상황을 스케치하면 Fig. 1과 같다. 여기서 검은 부분은 주위의 흰 부분과 ϕ^* 값이 다른 유체덩치이다. 이 유체덩치는 늘어지고(stretching) 접히는(folding) 과정을 되풀이하여 짧은 시간 내에 아주 길고 가늘게 된다. 동시에 이 유체덩치는 사방으로 퍼진다. 그렇게 되면, 검은 색의 유체덩치와 흰 색의 유체덩치가 서로 접히는 경계선의 길이는 지수적으로 증가하고 따라서 ϕ^* 는 쉽게 확산할 수 있는 것이다. 소위 말굽사상

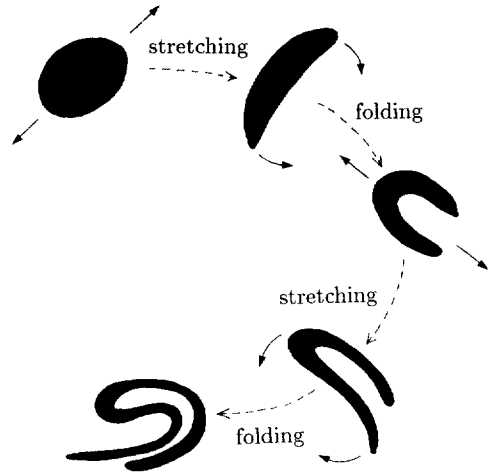


Fig. 1 Stretching-folding mechanism (or horseshoe map) responsible for the efficient stirring in the chaotic advection

(horseshoe mapping)이라 부르고 있는 이 과정은 혼돈적 교반의 특징 혹은 징후(symptom)인 것이다. 혼돈적 교반에 관한 좀더 체계적인 설명과 다양한 예들은 Ottino⁽²⁾에 주어져 있다.

이렇게 볼 때 혼돈적 교반의 특성을 갖는 유동장에서의 열전달(특히 강제대류에 의한 열전달) 특성은 ϕ^* 를 온도라 생각하면 쉽게 이해된다. 즉, Fig. 1의 검은 부분은 높은 온도, 흰 부분이 낮은 온도라고 하면, 혼돈적 교반에 의해 높은 온도와 낮은 온도의 경계가 시간의 경과에 따라 지수적으로 길어지고 따라서 열확산 계수가 낮더라도 열확산은 빠르게 이루어지는 것이다. 그러나, 실제의 열전달에서는 이 그림과 다소 다른 점을 생각하지 않을 수 없다. 그것은, 실제의 열전달 문제에서는 Fig. 1과 같은 유동장의 내부에 고립된 고온부가 미리 존재하는 경우가 드물고, 고체벽면과 같은 경계를 통해 열이 전달되기 때문이다. 이와 같이 열의 수수가 경계를 통해 이루어질 때는 벽면에서는 순수한 분자적 확산만이 작용하므로 국부적으로 대류에 의한 열전달의 향상을 기대할 수 없는 것이다. 따라서 열전달에 관한 문제를 위해서는 분자적 확산효과를 동시에 고려하지 않을 수 없으며, 또한 이러한 국부적인 요소가 있음에도 불구하고 열전달의 향상을 기할 수 있을 것인가가 중요한 의문인 것이다.

본 연구는 이와같이 분자적 확산을 가미한 교반

즉 혼합에 관한 것으로서 특히 경계로부터 스칼라의 속(flux)이 존재하는 강제대류 열전달 문제를 취급한 점이 큰 특징이라 볼 수 있다. 본 연구에서는 저자가 창안한 바 있는 수정된 driven-cavity model⁽³⁾을 이용하여 아주 작은 D^* 에 있어서의 열전달 특성을 살펴보고자 한다. 특별히 혼돈적 대류에 의한 교반이 열전달 효과를 증대시킬 수 있는지도 또한 어느정도 증대시킬 것인지에 대하여 집중적으로 검토하고자 한다.

최근, Ghosh 등⁽⁴⁾은 편심된 journal bearing 내부의 환상공간에서의 혼돈적 교반을 이용한 강제대류 문제를 수치해석 한 바 있다. 그러나, 본문(5장의 마지막 부분)에서 밝혀지겠지만, 그들의 문제에서는 한 벽면에서 다른 벽면으로 열이 정상적으로 전달되는 경우이고, 본 문제에서는 내부의 유체로부터 두 벽면으로 열이 비정상적으로 전달되는 것으로서 열전달의 측면에서 보면 두 문제는 근본적으로 다른 것이다.

2. 유동모델과 혼돈적 교반

우선, 본 연구의 강제대류 열전달에 사용될 유동 모델을 살펴보기로 하며, 그 전에 이러한 유동 모델이 혼돈적 교반의 특성을 갖는지의 여부를 파악하는 문제부터 생각해 보기로 한다.

경계를 제외한 유동장 내에서 ϕ 가 생성되지도 않고 소멸되지도 않는다면 그 지배방정식은

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + u \frac{\partial \phi}{\partial x} + v \frac{\partial \phi}{\partial y} = D \nabla^2 \phi \quad (1)$$

와 같다. 여기서 모든 변수와 상수는 무차원이다. D 는 분자적 확산계수(molecular diffusivity)이며 ϕ 는 전달하고자 하는 임의의 스칼라 양(온도, 농도 등)을 나타낸다. 그리고 u, v 는 주어진 유동의 x - 및 y -방향의 속도성분이다.

만약 $D \ll 1$ 이면 특정한 유체입자가 갖고 다니는 ϕ 값이 분자적 확산없이 거의 그대로 유지되므로 Euler 개념에 입각한 식 (1) 대신에 Lagrange 개념에 입각한 아래의 식을 사용하면 편리하다.

$$\frac{dx}{dt} = u(x, y, t), \quad \frac{dy}{dt} = v(x, y, t) \quad (2)$$

즉, 주어진 속도성분 u, v 로써 위식을 적분하여 유체입자의 궤적을 구한 뒤, 이로부터 혼돈이론에 입각하여 주어진 유동장이 혼돈적인지 아닌지 조사하

는 것이다. 이것이 혼돈적 교반과 관련한 연구의 주된 과정이다.

본 연구에서 사용될 유동모델은 Suh⁽³⁾에 의해 연구된 바 있는 것으로서, 정사각형 공간 내의 고정도 유체에 대해 윗면과 아랫면을 교대로 움직일 때(주기는 T) 발생하는 비정상 유동이다. 특별히 Stokes 유동으로 가정하여 그 해가 해석적으로 표시되도록 고안한 것이다. 아래의 식은 그 해를 나타내고 있다.

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial y}, \quad v = -\frac{\partial \phi}{\partial x}, \quad (3)$$

$$\phi = \begin{cases} A(y) \sin \pi x & : -T/4 \leq t < T/4 \\ -A(1-y) \sin \pi x & : T/4 \leq t < 3T/4 \end{cases} \quad (4a)$$

$$A(y) = (C_1 + C_2 y) \sinh \pi y - C_1 \pi y \cosh \pi y, \quad (4b)$$

$$C_1 = -\sinh \pi / (\sinh^2 \pi - \pi^2), \quad (4c)$$

$$C_2 = (\sin \pi - \pi \cosh \pi) / (\sinh^2 \pi - \pi^2). \quad (4d)$$

주목할 것은 상면 $y=1$ 에서의 속도가, 예를들면 처음 반 주기 동안에, $u_w = \sin \pi x$ 와 같이 x 의 함수라는 점이다. 또한 x -방향으로는 주기적 특성을 갖는다는 점이다. (이러한 이유로 본 모델은 통상의 lid-driven cavity의 유동 모델과 다르며, 수정된 driven cavity 모델이라 부른다.) Fig. 2는 본 유동 모델의 유선을 보이고 있다. 본 모델에서 나타나는

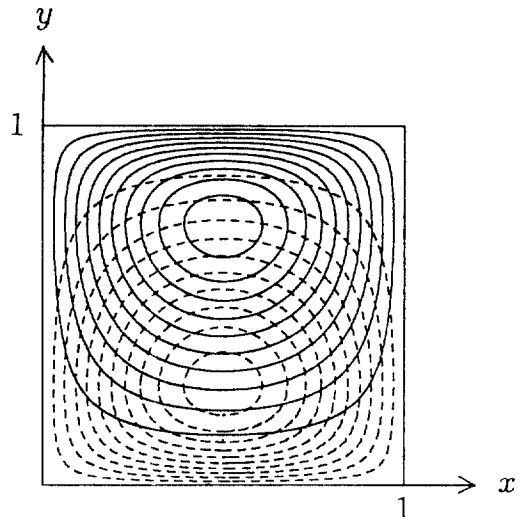


Fig. 2 Dimensionless coordinates, and the streamlines of the Stokes flow caused by the upper wall's motion (solid) and the lower wall's motion (broken)

parameter는 주기 T 이다.

혼돈적 교반에 관한 해석과 이해를 위해 사용되는 도구는 Poincare 사상, 불안정 다양체, Lyapunov지수 등이다. 불안정 다양체는 주어진 유동장에 나타나는 어떤 수동적 물질(passive tracer)의 줄무늬 양상을 대변하는 것이고, Lyapunov지수 λ 는 혼돈적 교반의 정도를 나타내는 양으로서 주어진 유동 모델의 교반효과를 대변한다고 볼 수 있다. 저자는 본 유동 모델의 여러가지 parameter에 대한 혼돈적 교반의 특성을 조사한 바 있다. 그 결과에 의하면, T 가 4이상일 때 전 유동장은 혼돈적이며, 특히 $T=5$ 근처에서 가장 효과적인 교반 특성을 보인다. 여기서, λ 는 아래와 같이 정의된 것이다.

$$\lambda = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{NT} \ln \frac{d_N}{d_0} \quad (5)$$

d_0 는 두 입자 사이의 초기 거리이고, d_N 은 N 주기 후의 거리이다. λ 의 개념과 실제의 계산 방법에 대해서는 참고문헌 (5)에서 찾아 볼 수 있다.

3. 문제의 설정, 수식화 및 수치해석 방법

이제, 주어진 유동모델을 이용하여 열을 전달시키는 강제대류 문제를 생각한다. 무차원 온도 θ 에 대한 지배방정식은 식(1)의 ϕ 를 θ 로 D 를 $1/Pe$ (Pe 는 Peclet 수)로 바꾸면 얻을 수 있고, $x=0, 1$ 에서는 단열조건으로 한다. $y=0, 1$ 에서는 $\theta=0$ 이며 초기에 전 유체는 $\theta=1$ 의 온도를 갖는 것으로 한다.

이 문제에서 중요한 양 중의 하나는 임의의 시간 t 때 공간내에 남아있는 에너지 $R(t)$ 이다.

$$R(t) = \int_0^1 \int_0^1 \theta(t) dx dy \quad (6)$$

이 양은 시간의 경과에 따라 0으로 접근할 것이며, 열전달 특성이 좋을 수록 더 빨리 0으로 접근한다고 볼 수 있다. 그리고, 결과의 분석에 사용될 평균 Nusselt 수 Nu 는 아래와 같이 구해진다.

$$Nu = \frac{2}{T} \int_0^T \int_0^1 \left[\frac{\partial \theta}{\partial y} \right]_{y=0} dx dt \quad (7)$$

주어진 지배방정식은 ADI 방법으로 수치해석하였으며, 상하의 벽면에서 조밀한 격자계가 형성되도록 좌표계를 설정하였다. 격자수는 Pe 에 따라 달리 설정하였는데, $Pe=1000$ 에서는 62×81 , Pe

$=10000$ 에서는 122×161 으로 하였다. 시간중분 Δt 는 $0.025 - 0.05$ 의 범위로 하였다. 그리고 초기조건으로는 수치해석의 안정과 해의 정밀도를 위하여 초기의 순수한 전도에 의한 열전달의 해석해를 사용하였다.

4. 정상유동에 의한 열전달 특성

제5절에서 혼돈적 유동에 의한 열전달의 특성을 살펴보기 이전에, 여기서 우선, $T \rightarrow 0$ 의 점근적인 상태부터 생각해 보자. 이 경우는 $y=0.5$ 를 기준으로 상하로 2개의 순환유동이 존재하는 거의 정상적인(steady) 유동이다. 정상유동에서는 혼돈적 교반이 존재하지 않음은 잘 알려진 사실이다. Fig. 3은 $T=0.5$ 에 대하여 수치해석으로 구한 등온선의 시간에 따른 변화를 보여주고 있다. $T=0.5$ 는 교반 해석에서도 거의 전 지역이 정규영역인 것으로 밝혀졌으므로(3) $T \rightarrow 0$ 의 점근적 경우에 아주 가까운 조건이라 해도 무방하다.

최초의 열전달은 순수한 전도에 의존할 것이며, 이때, 하면에서의 비정상적 해는(상명의 해는 대칭적이므로 별도로 제시하지 않는다)

$$\theta(x, y, 0) = \text{erfc}[y(Pe/t)^{1/2}/2]$$

이고, 따라서 열경계층 두께 δ 는 $Pe^{-1/2} t^{1/2}$ 에 비례하여 커질 것이다.

어느정도의 시간이 경과하면, 대류항의 작용에 의해 δ 는 더이상 커지지 않는 정상상태로 돌입한다. 이때 δ 는 잘 알려진 바와 같이 $\delta=0(Pe^{-1/2})$ 가 된다. 즉 정상상태로 돌입할 때까지 소요되는 시간은 $O(1)$ 이다. 이 정상상태에서는 내부(core)로부터 경계층으로 유입하는 유체의 열 에너지의 일부는 하면으로 전도되고 일부는 하류로(우측으로) 흘러가게 된다. 따라서 $(0, 1)$ 부근에서는 낮은 θ 를 가진 유체가 모여 상승할 것이며 $y=1/2$ 의 중심선을 따라서 좌측으로 흘러서 종국에 가서는 $(0, 0)$ 부근에 도달한다. 경계층 두께 $\delta=0(Pe^{-1/2})$ 을 쓰면 도달할 때까지의 시간은 $O(\ln(Pe))$ 임을 알 수 있다.

이후부터는 냉각된 유체의 귀환으로 인하여 하면에서의 온도분포는 더욱 완만해지며, 나아가 낮은 θ 를 갖는 순환유체의 폭도 점차 증가할 것이다. 이러한 비정상적 양상은, $\theta=1$ 을 가진 내부의 고원 모양의 지역이 없어질 때까지 지속될 것이다.

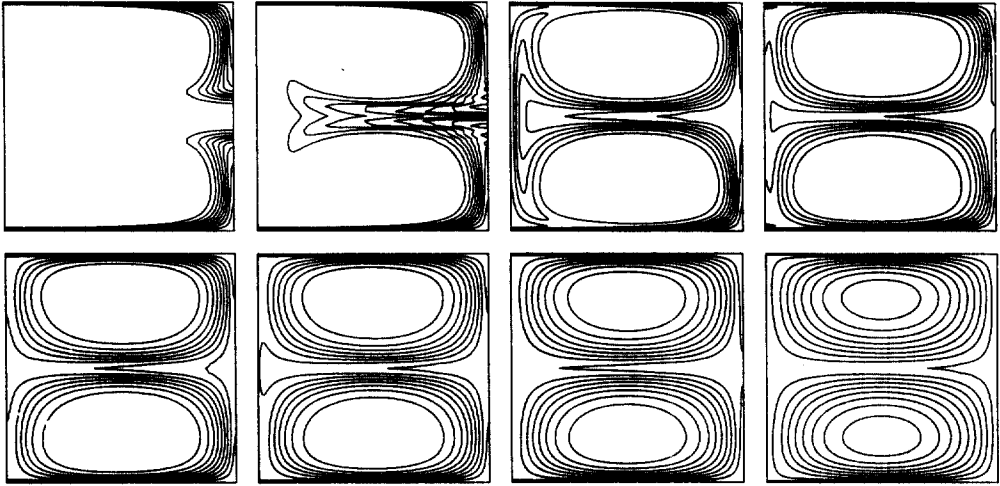


Fig. 3 Isothermal lines (0.1 increments) for $Pe=10000$ and $T=0.5$ at $t=T/4+t_p$ where $t_p=5, 10, 15, 20$ (from left to right in the above), and $25, 35, 50$ and 75 (from left to right in the below)

이 다음 과정은 소위 준정상적 상태(quasi-steady state)로서

$$\theta = \exp(-\lambda t) H(\psi) \tag{8}$$

와 같은 변수분리형의 온도분포를 보일 것으로 예상된다. 즉, 확산시간은 $0(Pe)$ 이나, 유체의 순환 시간은 $0(1)$ 이므로 열은 거의 유선에 수직인 방향으로만 전달되는 전도과정으로 생각할 수 있다. 다시말해, 이 과정은 $\lambda=0(Pe^{-1})$ 로 특징지을 수 있다. 그리고 θ 의 분포는 봉우리가 2개인 매끄러운 산의 모양을 보인다.

한편, $T \rightarrow \infty$ 의 경우(마찬가지로 정상유동)도 이와 유사하며 다만 θ 의 분포에서 봉우리가 오직 하나인 모양을 보일 것이다. 따라서, 열전달의 마지막 단계인 준정상상태에서는 $0(1)$ 의 $R(t)$ 를 감소시키기 위해서는 $0(Pe)$ 의 긴 시간을 요하는 것이다.

5. 혼돈적 교반에 의한 열전달 특성

이제, $Pe=10000$ 에서 $T=3.0, 5.0, 7.0$ 인 경우에 대한 수치해석 결과를 바탕으로 혼돈적 교반에 의한 열전달 특성을 살펴본다. 특별히 $T=5$ 의 경우가 가장 뚜렷한 결과를 보여 주므로 Fig. 4로써 설명하고자 한다. 우선 주목해야 할 것은, 상하의 벽면근처에서 열을 빼앗긴 유체는 우측 $x=1$ 의 대칭면을 따라 흘러와서는 쌍곡형 고정점(hyperbolic

fixed point)에서 만난 뒤(Fig. 4의 $t=5$ 직전) 좌측으로 불안정 다양체를 따라서 흘러 간다는 사실이다. 따라서, 정상유동의 경우처럼 $t=0(\ln(Pe))$ 의 시간만에 낮은 θ 를 가진 유체가 벽면 가까이로 되돌아 가는 일이 없고, 훨씬 더 긴 시간동안 내부(core)에서 배회를 한다. 이렇게 차거운 유체줄기가 내부의 더운 유체의 속을 누비며 다니는 결과로 벽면에서의 온도분포는 초기의 급격한 분포상태를 거의 그대로 유지할 수 있고 따라서 높은 열전달율을 지속시킬 수 있는 것이다.

한편, Lagrange적 관점에서 유체입자를 따라가면서 살펴보면, 더운 유체 속을 누비는 차거운 유체줄기는 늘임-점힘의 반복에 의하여 지수적으로 늘어지는 결과를 가져오고, 종국에 가서는 더운 유체와 교대교대로 존재하는 분포양상을 보이게 될 것이다. Fig. 5는 이러한 거동을 설명하는 스케치이다. 따라서 확산은 쉽사리 이루어져서 곧 평탄한 온도분포를 갖게된다. (이와 유사하지만 더욱 일반적인 혼돈적 교반의 양상에 대해 서론에서 언급한 바 있다.)

이것을 확실히 보기 위하여 $x=1/2$ 의 중심선 상의 온도 분포를 시간의 변화에 따라 나타낸 것이 Fig. 6, 7이다. 큰 Pe 에서 온도분포가 국부적으로 더 잦은 변동을 보이며, $T=0.5$ 의 경우는 앞의 정상유동의 부류에 속하는 것으로서, 이미 언급한 바와 같이 두개의 봉우리만 나타난다. 그리고 초기의

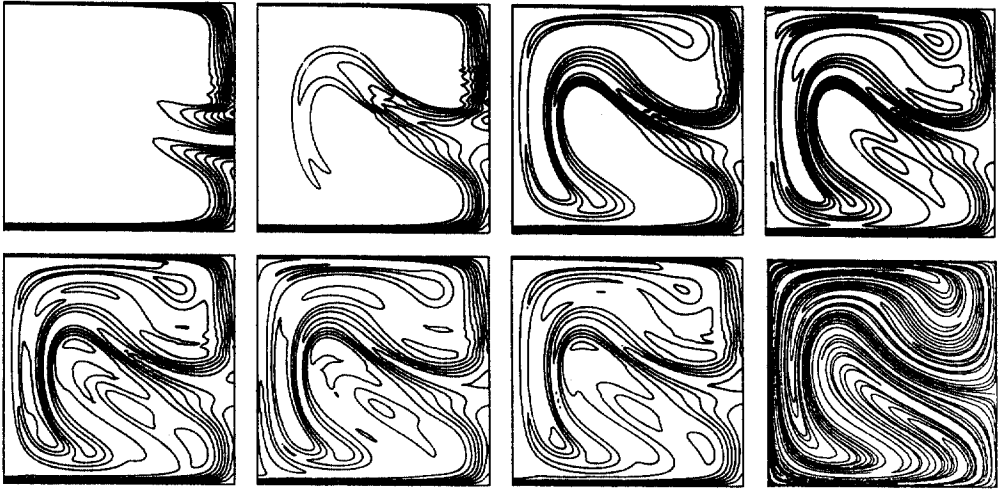


Fig. 4 Isothermal lines (0.1 increments) for $Pe=10000$ and $T=0.5$ at $t=T/4+t_p$ where $t_p=5, 10, 15, 20$ (from left to right in the above), and $25, 30$ and 35 (from left to right in the below). The highest value of θ shown for $t_p=30$ and 35 is 0.8 . The final frame in the below shows the unstable manifold⁽²⁾

천이과정이 지난 뒤 매주기마다의 온도분포는 낮은 값을 유지함을, 즉 식 (6)과 같은 변수분리형의 해가 타당함을 알 수 있다.

혼돈적 교반에 의한 열전달 특성의 정량화를 위하여 식 (6)의 λ 를 수치해석의 결과로부터 구하였다. (식 (8)과 (6)으로부터 $R(t)$ 도 $\exp(-\lambda t)$ 의 형태로 감소함을 알 수 있다. 따라서, t 를 횡축 $\ln R(t)$ 를 종축으로 한 그래프의 기울기로부터 λ 를 구할 수 있다.) Fig. 8은 $Pe=10000$ 에서 T 값의

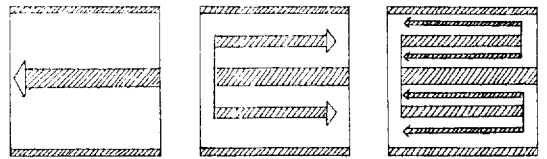


Fig. 5 Schematic diagram showing the striation pattern in the distribution of the cold (hatched) and hot (the rest) fluids, caused by the continuous stretching-folding mechanism in the chaotic stirring. Time increases from left to right

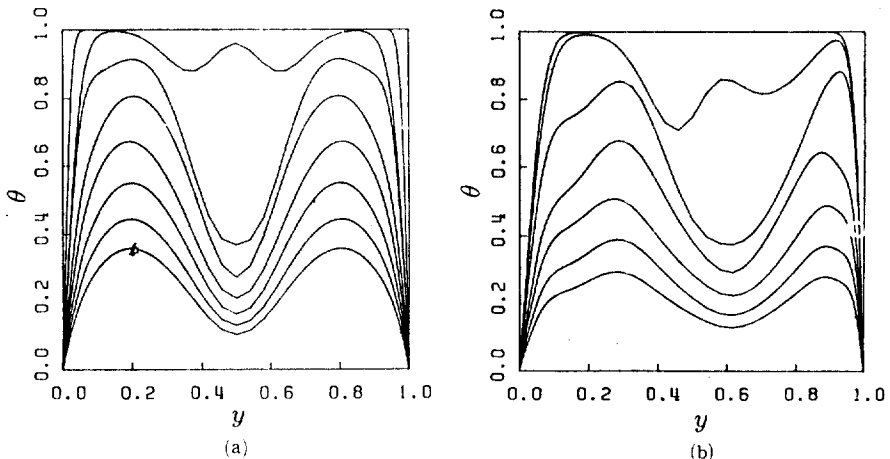


Fig. 6 Development of the temperature distribution along the centerline $x=1/2$ for $Pe=1000$ at (a) $T=0.5$ and (b) $T=5.0$. $t=T/4+t_p$ with $t_p=0, 5, 10, \dots$ (from above)

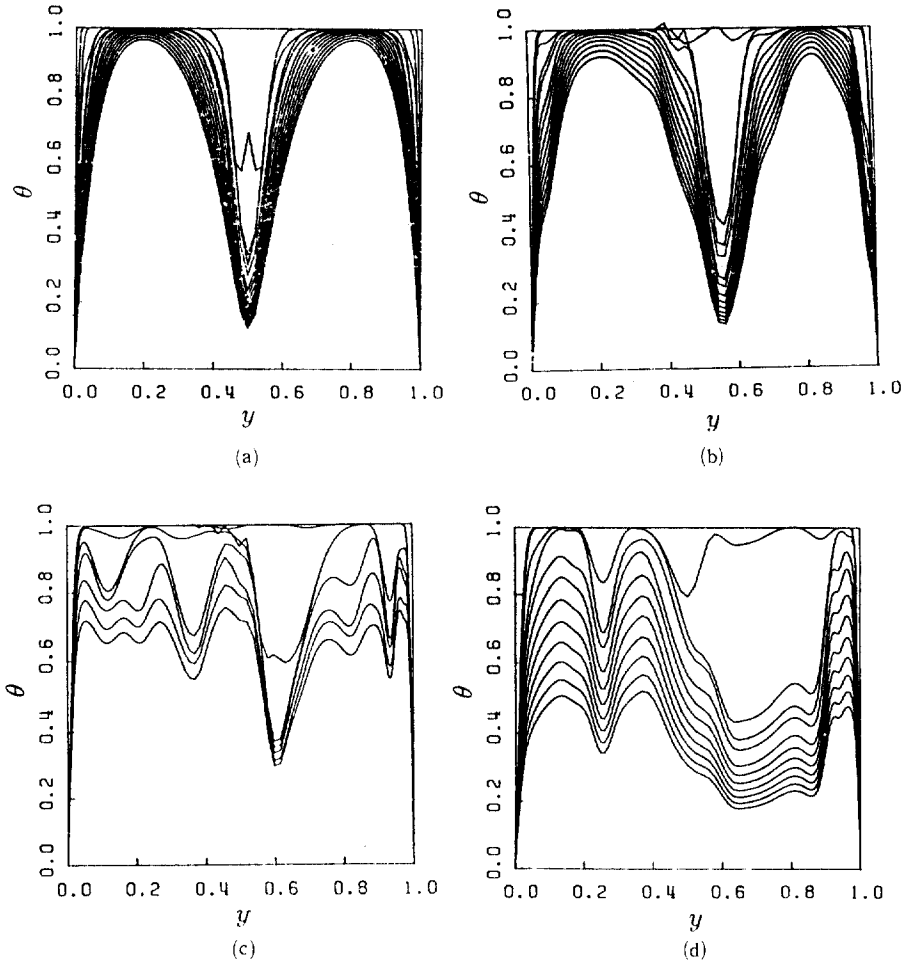


Fig. 7 Development of the temperature distribution along the centerline $x=1/2$ for $Pe=1000$ at (a) $T=0.5$ and (b) 3, (c) 5, (d) 7. $t=T/4+t_p$ with $t_p=0, 5, 10, \dots$ (from above) for (a) and (c), $t_p=0, 6, 12, \dots$ for (b) and $t_p=0, 7, 14, \dots$ for (d)

변화에 따른 $-\lambda$ 의 값을 보여주고 있다. 놀라운 것은, 교반의 정도를 나타내는 Liapunov 지수 λ 의 변화 즉 Fig. 9와 비교하여 볼 때, 그 변화하는 모양이 아주 비슷하다는 것이다. $T=5$ 까지 계속 증가하며, $T=5$ 에서 최대가 되고, $T=7$ 에서 다시 국부적으로 최소가 되는 것 등에서 일치한다. 이 점은 혼돈적 교반의 특성 자체가 열전달 특성을 대변함을 의미한다. 즉, 유체의 양호한 혼합은 양호한 열전달 특성을 가져다 주며, 이는 내부의 온도 분포가 평탄할 수록 벽면에서의 온도구배는 더욱 커지기 때문이다.

이제, Pe 의 변화에 따른 열전달 특성의 변화를 살펴 보자. 우선 예측할 수 있는 것은, Pe 의 증가

에 따라 내부의 온도분포는 국부적으로는 더 잦은 변동을, 전체적으로는 더 평탄한 모양을 보일 것이다. 또한, Pe 의 증가에 따라 정상유동에 의한 열전달율과 혼돈적 대류에 의한 열전달율은 더욱 큰 차이를 보일 것임을 예측할 수 있다.

정상적 유동에 의한 λ 는 앞에서 구한 바와 같이 Pe^{-1} 에 비례하여 감소한다. 한편, 혼돈적 교반의 경우, λ 의 Pe 에 따른 변화의 식을 유도한 결과는 다음과 같다.

$$\lambda = NuPe^{-1/2} \quad (9)$$

여기서 Nu 는 상하 벽면에서의 총 열전달율을 한 주기 동안 평균한 Nusselt 수이다. 이 식은 혼돈적

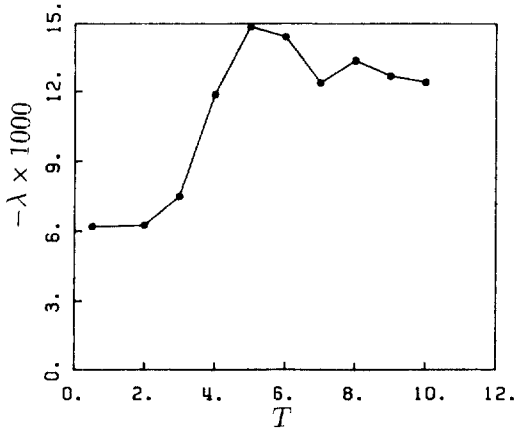


Fig. 8 $-\lambda$ versus T for $Pe=10000$

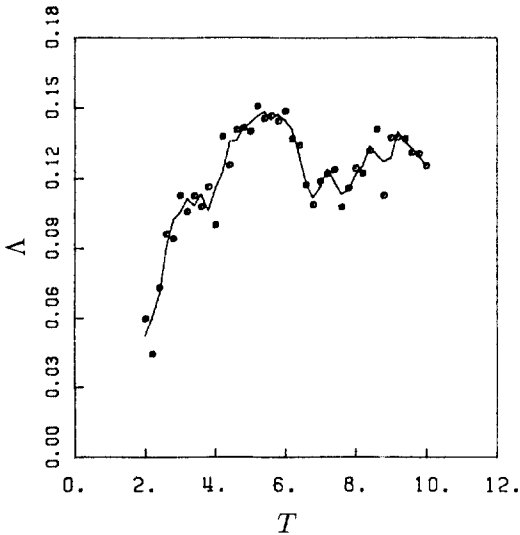


Fig. 9 Liapunov exponent Λ as a function of T . (Symbols denote numerical results. Solid line connects the points obtained by quadratic polynomials approximating the five neighboring points)

교반의 유동에서는 내부의 대부분의 영역이 일정한 온도 $\theta_c(t)$ 로 유지되고, 상하 벽면 근처의 얇은 경계층에서는 급격한 온도 구배가 형성된다는 가정 하에서 유도될 수 있다. Fig. 10은 $T=5$ 에 대하여 (이때 $Nu=1.21$), 식(7)에 의한 $\ln \lambda$ (기호없는 실선)와 수치해석에 의한 결과(Δ 기호를 연결한 실선)를 비교한 것인데, 기울기는 비슷하며, 수치해석의 결과가 다소 더 높게 나타남을(즉 λ 는 더 작

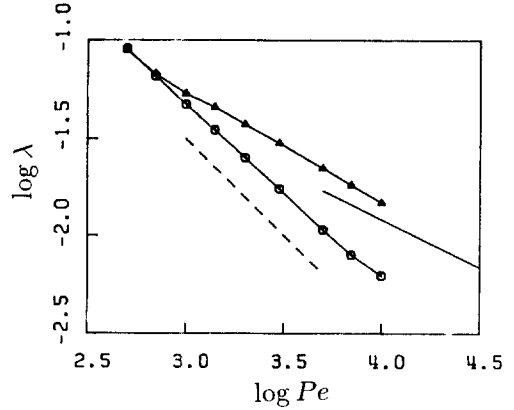


Fig. 10 Behavior of λ on Pe for $T=5$ (solid line with triangular symbols) and for $T=5$ (solid line with circular symbols). (The solid line without symbols represents equation (7) with $Nu=1.21$, and the broken line denotes the slope -1 .)

음을)알 수 있다. 그러나 Pe 가 증가할 수록 수치해석의 결과가 식(3b)에 더욱 접근하려는 경향을 보인다.

본 열전달 문제는 상하벽면의 온도가 같고 초기의 유체온도가 이보다 높은 상태에서 출발하는, 유체로부터 벽면으로 열이 전달되는 문제이다. 한편, 상하벽면의 온도가 다른 경우로서, 고온의 벽면으로부터 저온의 벽면으로 열이 전달되는 문제에서는 혼돈적 교반이 별 영향을 미치지 않을 것으로 예상된다. 그 이유는, 본 문제에 사용된 유동이 순환적이므로, 혼돈적 교반의 도움 없이도 내부의 유체 온도는 균일하게 유지될 수 있기 때문이다. Ghosh 등⁽⁴⁾이 연구한 journal bearing system에서는 내외측 벽면 사이의 열전달이 혼돈적 교반에 의해 향상된다고 보고하였으나, 이것은 그 유동이 벽면에 대하여 평행하여 혼돈적 교반의 도움 없이는 내부의 유체를 균일한 온도로 유지할 수 없기 때문이다. 즉, 본 유동모델은 열전달 측면에서 볼 때 journal bearing system과 근본적으로 다른 것이다.

6. 결론

혼돈적 교반을 일으키는 유동을 이용한 강제대류의 열전달 문제를 수치해석을 위주로 하여 분석해 본 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) T 값이 아주 작은 범위 또는 아주 큰 범위에

서는 단순한 정상적 순환 유동을 보이며, 이로 인하여 열전달율이 낮다.

2) $T=5$ 전후의 혼돈적 교반의 특성을 갖는 유동은 한차원 높은 열전달율을 보인다. 이와같은 경향은 Pe 가 클수록 더욱 뚜렷하다.

3) 같은 Pe 에서는 T 의 값에 따라 그 열전달율이 다른데, $T=5$ 에서 최대의 열전달 효과를 보여준다.

4) T 의 변화에 따른 열전달율의 변화는 Liapunov 지수의 변화와 같은 경향을 가진다.

7. 향후의 연구계획 및 전망

본 유동과 열전달의 문제는 2차원적이나, $x=1/2$ 에서의 온도분포 등을 볼 때 1차원의 문제로 더욱 함축시켜 연구할 수 있을 것 같다. 이때 대류항은 1차원 사상으로 대치하고 열전달의 식은 순수한 전도항만으로 이루어 질 수 있을 것이다. 이렇게 되면 훨씬 더 높은 Pe 의 범위에서 수치해석할 수 있어, $Pe \rightarrow \infty$ 로 갈 때의 해의 점근적 구조에 한 발 더 가까이 다가설 수 있을 것으로 예상된다.

또한 본 연구와 관련된 문제로서 관 내부의 유동과 열전달 문제를 생각할 수 있다. 관속을 흐르는 뜨거운 유체로부터 차가운 벽면으로 열이 전달되는 종류의 경우를 보면, 그 유동이 평행류이므로 열전달은 순수한 전도와 같은 효과를 보이고, 따라서 높은 Pe 에서는 효과적이지 못하다. 이때, Jones, Thomas와 Aref⁽⁶⁾가 제안한 것처럼 관을 주기적으로 굽혀주거나, 또는 다른 방법을 사용하여, 관속에 비정상적인 2차적 흐름(secondary flow)을 만들면 본 연구의 결과와 같이 열전달 효과는 증대되리라 생각된다. 참고문헌(7)은 이들이 제안한 비틀림 관 속에서 화학반응 효과가 향상됨을 혼돈적 교반의 입장에서 보여준 연구결과이다.

후 기

이 논문은 1992년도 교육부 지원 한국학술진흥재단의 자유공모(지방대학육성)과제 학술연구조성비에 의해 연구되었음.

참고문헌

- (1) Miles, J., 1984, "Strange Attractors in Fluid Mechanics," Adv. Appl. Mech., Vol. 24, pp. 189~214.
- (2) Ottino, J.M., 1989, The Kinematics of Mixing: Stretching, Chaos, and Transport, Cambridge University Press.
- (3) Suh, Y.K., 1992, "Chaotic Advection between Wavy Walls," 5th Asian Cong. Fluid Mech. pp. 715~718.
- (4) Ghosh, S., Chang, H.-C. and Sen, M., 1992, "Heat-Transfer Enhancement due to Slender Recirculation and Chaotic Transport between Counter-Rotating Eccentric Cylinders," J. Fluid Mech., Vol. 238, pp. 119~154.
- (5) Lichtenberg, A.J. and Liberman M.A., 1983, Regular and Stochastic Motion, Springer-Verlag.
- (6) Jones, S.W., Thomas, O.M. and Aref, H., 1989, "Chaotic Advection by Laminar Flow in a Twisted Pipe," J. Fluid Mech., Vol. 209, pp. 335~357.
- (7) Sawyers, D., Sen, M. and Chang, H.-C., 1992, "Enhancement of Chemical Reaction through Chaotic Advection," HTD-Vol. 214/AMD-Vol. 138, Bifucation Phenomena and Chaos in Thermal Convection, ASME 1992.