Journal of the Korean Institute
of Industrial Engineers
Vol.20, No.2, June., 1994.

자동생산시스템(FMS)의 통합생산계획에 관한 연구

Concurrent Methodology for Part Selection, Loading, and Routing Mix problems in Flexible Manufacturing System

노인규*, 정대영*

In Kyu Ro*, Dae Young Jung*

Abstract

Generally, a planning problem in a flexible manufacturing system is considered to be a composite of three interdependent tasks : part selection, loading, and routing mix.

This research presents a mathematical model which can concurrently solve part selection, loading, and routing mix problems. The mathematical model is aimed to minimize system unbalance and the number of late parts, including constraints such as machine capacity, tool magazine capacity, and tool inventory. To illustrate the application of the model, an example is included.

Solution procedure based on Lagrangian relaxation is also suggested for larger-sized problems.

1. 서론

FMS와 관련된 의사결정문제들은 일반적으로 설비계획(design)문제, 생산계획(planning)문제, 실시간(real time)을 요하는 일정계획(scheduling)문제로 나눌 수 있으나, 본 연구에서는 설비의 설치가 완료된 상태에서 매 생산계획기간(일, 주)동안의 생산계획(planning)문제 만을 다룬다.

준비(set up)문제 라고도 하는 생산계획문제는 부품이 실제 가공에 들어 가기 전에 해결되어져야 하는 것으로 다음과 같이 분류할 수 있다[1].

· 가공대상부품군 선정문제(part type selection problem) : 가공대상 부품 중에서 다음 생산계획기간동안에 가공할 가공대상 부품군

* 한양대학교 산업공학과

을 선정하는 문제이다.

· 기계그룹화 문제(machine grouping problem) : 시스템내의 기계들을 여러 그룹으로 나누어 같은 그룹속에 있는 각 기계들이 같은 작업을 할 수 있게 하는 문제이다.

· 가공기계별 작업배정 문제(loading problem) : 기계의 공구저장함의 용량, 기계의 가용시간 등을 고려하여 각 기계에 작업(operation),공구(tool)를 할당하는 문제이다.

· 작업경로배정 문제(routing mix problem) : 모든 가능한 경로들(feasible routes)중에서 적절한 하나이상의 경로를 선택하고, 선택된 각 경로를 통해 가공될 부품의 양을 결정하는 문제이다.

위의 네가지 문제들 중 기계그룹화문제는 하나의 그룹속에 있는 기계들을 같은 작업을 하게 하므로써 대기시간을 줄여 생산량을 늘리고자 하는 것이나 이러한 방법은 본 연구에서 고려하고자 하는 범용기계에서는 오히려 유연성(flexibility)을 줄이게 되며, 기계그룹화를 하지않더라도 대기 시간은 대체공정을 허용하여 줄일 수 있으므로 본연구에서는 제외한다.

생산계획문제들은 FMS의 효율적 운영을 위해 가장중요한 문제들이기 때문에 지금까지 많은 사람들에 의해 연구되어왔다. 그러나 대부분의 연구들이 상호밀접한 관계를 가지고 있는 위의 생산계획문제들을 별개의 문제로 다루어 왔다. 생산계획(planning)문제들을 분리하여 상호연관성을 고려하지 않고, 차례로 풀면 전단계의 문제에서 얻어진 해가 다음 문제의 비가능해가 되어 문제들 간에 여러 번의 수정 절차가 필요하며, 일관성 있는 해를 제공하기 어렵다.

그러므로 본 연구의 목적은 기계의 유휴시간(idle time)을 줄이고, 특정기계에 과부하가 걸림으로 인해 발생할 수 있는 병목현상을 막기 위해 각 기계에 할당되는 작업량을 균등배분하고, 납기일보다 늦어지는 지연부품을 최소로 줄이는 목적식을 가지고 위의 생산계획문제를 동시에 정수계획법을 사용해서 해결하고자 한다. 그리고 정수계획법이 계산시간의 문제점때문에 큰 규모의 문제에는 적용하기에 부적합하므로 정수계획법을 Lagrangian 승수(multiplier)를 사용하여 완화(relaxation)시킨 후 분해를 시켜서 작은 문제로 만들어 시간을 줄이는 해법을 제시하고자 한다.

생산계획문제에 대해서 통합을 시도했던 몇 개의 기존논문들을 설명하면 Hwang[2]은 FMS에서 하나의 선정된 부품군이 모두 완료되는 시점에서 공구의 교환이 일률적으로 발생한다는 가정아래 시스템 전체의 공구저장용량과 기계의 가공시간의 제약속에서 가공하는 부품 수를 최대화하는 목적식을 갖는 정수계획모델로 다음 생산계획기간동안에 동시에 가공될 부품군을 선정하였다. Rajagopalan[3]은 주문 부품들을 공구(tool)교환시간과 가공시간을 고려해 부품들을 모두 가공하는 시간을 최소로 하는 것을 목적으로 하여 부품 선정 문제 및 기계 부하 문제를 하나의 정수계획모형에 포함시키고, 이를 푸는 발견적해법을 제시하였다. 그러나, 납기일과 대체공정을 고려하지 않았다. Shanker[4]는 요구되는 부품의 종류가 수시로 변할뿐 아니라 매우 다양한 random FMS에서 기계간의 할당된 작업량을 균등화 시키고, 납기일을 고려하는 목적식을 갖는 0-1 정수계획모형을 제시하였다. 공구저장함(tool magazine)의 용

량과 각 기계의 가용시간의 제약을 가지고, 바로 다음생산계획동안에 가공할 부품을 선정하고, 기계부하문제를 해결하였다. 그러나, 하나의 공정(operation)은 단지하나의 기계에만 할당하게 하는 제약식을 줌으로써 대체공정을 허용하지 않았다. Avnots와 Wassenhove [5]는 본래 보유하던 시스템과 새로 도입된 FMS가 공존하고 있는 시스템에서 다음 생산기간동안에 FMS에서 가공할 부품의 종류와 수를 비용이 최소가 되도록 결정하고, 이들 부품을 여러경로를 통해 생산하도록 하는 정수계획모델을 제시하였다. 즉. 가공대상부품군선정문제와 작업경로배정문제를 동시에 풀었다.

생산계획문제를 다루는 방법은 모의실험, 대기모델, 발견적 기법, 수리모델 등이 주로 사용된다[6][7]. 그러나 상기한 기존 논문들에서 할 수 있는 것처럼 여러문제를 동시에 풀기위해서는 수리적 모델이 많이 쓰이고 가장 적합하다. 그리고 최근의 하드웨어의 발달과 관련 소프트웨어의 다양화로 여러 문제들에서 수리적 모델로써 적절한 시간내에 최적해를 제공할 수 있게 되었다. 이와 같은 이유로 본 연구에서도 생산계획문제를 동시에 해결하는 수리적 모델을 제시한다.

2. 모델 설정

본 장에서 FMS의 가공대상부품군선정문제, 작업할당문제, 작업경로배정문제를 동시에 해결하는 수리적 모델을 제시한다.

2.1 모델의 가정

1) 각 기계는 필요한 공구만 할당되면 어떠한 공정도 수행할 수 있는 범용 기계로서 이러한 범용기계들로만 구성된 FMS가 최근에 급격히늘어나고 있다[8].

2) 기계의 공구저장함은 한정되어있다.

3) 공구(tool)들의 보유수와 공구저장함에서 차지하는 slot수는 알려져있다.

4) 각 부품의 각 기계에서의 공정시간, 공정계획(operation sequence), 납기일, 주문량 등은 알려져 있다.

5) 각 작업은 하나이상의 공구를 필요로 하며, 또한 같은 공구가 서로 다른 부품에 사용될 수 있다.

6) 공구나 기계의 고장은 고려하지 않는다.

2.2 기호 정의

· 첨자(subscript)

i : 부품번호

j : 작업번호

k : 기계번호

t : 공구번호

· 결정변수(decision variable)

$$X_i = \begin{cases} 1 & \text{부품 } i\text{가 선택되면} \\ 0 & \text{그렇지 않으면} \end{cases}$$

X_{ijk} = j번째 공정을 기계 k에서 가공 하는 부품 i의 양

$$Y_{tk} = \begin{cases} 1 & \text{공구 } t\text{가 기계 } k\text{에 할당되면} \\ 0 & \text{그렇지 않으면} \end{cases}$$

· 모 수(parameter)

I : 부품수

J_i : 부품 i의 공정수

K : 기계 대수

T : 공구수

H : 생산계획기간

A_k : 기계 k의 가용시간

t_{ijk} : 기계 k에서 부품 i의 j번째 공정의

부품한개당 가공시간

D_i : 부품 i의 주문량

L_t : 보유하고 있는 공구 t의 수

S_t : 공구 t가 차지하는 slot수

TC_k : 기계 k의 공구 저장함 용량

M : 매우 큰 상수

R_i : 부품 i의 납기일까지 남아있는 시간

U_k, O_k : 기계 k와 k+1에 할당된 작업량 (작업시간을 의미함)의 차이

$$a_{ijt}: \begin{cases} 1 & \text{부품 } i\text{의 } j\text{공정이 공구 } t\text{를 필요로 하면} \\ 0 & \text{그렇지 않으면} \end{cases}$$

2.3 수리 모델

목적식 : 작업량의 균등배분과 납기지연 부품의 최소화

$$Minimize \sum_{k=1}^{K}(O_k+U_k)-\sum_{i=1}^{I}\frac{1}{\max(D,R_i-2H)}X_i$$

$$0 < D < 1$$

O_k와 U_k는 선형식으로 작업량을 각 기계에 균동하게 배분하기위해서 도입된 변수들이다. stecke[9]는 다음과 같은 비선형인 작업량 균등배분 목적식을 제시하였다.

$$\text{MIN} \sum_{k=1}^{K-1} |r_k - r_{k+1}|$$

r_k : 기계 k에 할당된 작업량

비선형일 경우 다룰 수 있는 시스템의 규모도 매우 한정되고, 계산시간도 매우 크므로 시행하기가 어렵다. 그러므로 선형으로 바꾸는 것이 바람직하다.

두번째 항은 계획하고 있는 생산기간동안에 가공되지않으면 납기일을 어기는 부품에 대해서 가중치를 크게 줌으로써 선택되도록 하려는 목적식이다. 부품의 납기일까지 남아있는 시간이 2H(H:생산계획기간)보다 작으면 계획하고 있는 생산기간동안에 가공되지 않을 경우 납기일을 어기게 된다. 예를 들면, H가 하루고 오늘 하루생산계획을 세우고 있다면 납기시기가 납기일까지 남아있는 시간이 H와 2H사이인 내일인 경우 오늘만들지 않고 내일만들면 납기일을 맞추기 힘들다. D는 납기일까지 남아있는 시간이 2H보다 작은 부품에 적절한 가중치를 주기위한 모수로 1보다 작은 양수이다.

제약식:

a. 기계에 할당되는 총 작업량은 그 기계의 가용시간을 초과할 수 없다.

$$\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{Ji} t_{ijk}\, X_{ijk} \le A_k$$

$$k=1,2,\cdots,K \qquad (1)$$

b. 서로 다른 기계간의 할당된 작업량의 차이

$$\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{Ji}t_{ijk}X_{ijk}-\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{Ji}t_{ijk+1}X_{ijk+1}+U_k-O_k=0,$$

$$k=1,2,\cdots,K-1 \qquad (2)$$

U_k, O_k는 양수이고, 기계 k가 기계 k+1보다 작업량이 크면 그 차액이 O_k가 되고, U_k는 0이 된다. 반대로 기계 k+1이 작업량이 많으면 차이는 U_k가 되고 O_k는 0이 된다.

$$\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{Ji}t_{ijk}X_{ijk}-\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{Ji}t_{ij1}X_{ij1}+U_k-O_k=0,$$

$$k = K \tag{3}$$

위 식은 맨 마지막 K기계와 첫번째 기계간의 작업량 차이도 고려함으로 시스템 전체의 균등화를 이루기 위해 도입된 제약식이다.

c. 선택된 부품의 주문량은 생산계획 기간 동안에 전부가공되어야 한다.

$$\sum_{k=1}^{K} X_{ijk} = D_i X_i$$

$$i = 1,2,\cdots,I,\ j = 1,2,\cdots J_i \tag{4}$$

d. 공정과 그 공정에 필요한 모든 공구들은 같은 기계에 할당되어야 한다. 또한 이 제약식으로 같은 기계에 같은 공구가 중복저장되는 것을 피할 수 있다.

$$\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{Ji} a_{ijt} X_{ijk} \leq MY_{tk}$$

$$t = 1,2,\cdots,T,\ k = 1,2,\cdots,K \tag{5}$$

M은 매우 큰 상수로 공구 t가 기계 k에 할당이 되면 공구 t를 필요로 하는 모든 작업들이 기계 k에 할당이 가능하도록 한다. 거꾸로 이 제약식은 공구t가 공구저장함과 같은 제약때문에 기계 k에 할당이 되지못하면 그 공구를 필요로하는 어떠한 작업도 기계 k에 할당이 되지못하도록 한다. 또한 이제약식은 기존의 논문들이 공정단위로 할당함으로써 발생가능한 한 기계에 같은 공구가 중복저장되는 것을 방지하기위해 stecke[9]이 제안한 비 선형식을 사용했는데 이를 공구단위로 할당함으로써 선형식으로 이 문제를 해결하였다.

e. 각 기계의 공구저장함에 동시에 저장될 수 있는 공구수는 제한용량을 초과할 수 없다.

$$\sum_{t=1}^{T} S_t Y_{tk} \leq TC_k$$

$$k = 1,2,\cdots,K \tag{6}$$

f. 보유하고 있는 공구수의 제약으로 같은 공구가 여러 기계에 저장되는 것을 제한함으로 가능경로수를 제한하게 된다.

$$\sum_{k=1}^{K} Y_{tk} \leq L_t$$

$$t = 1,2,\cdots,T \tag{7}$$

$$X_{ijk} \geq 0$$

$$X_i : \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases} \qquad Y_{tk} : \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases}$$

3. 수치 예제

이 예제에서 고려하는 FMS는 3대의 NC기계로 이루어진 환형(loop type)FMS이다. 각 기계는 공구저장함의 수용능력 때문에 저장할 수 있는 공구수가 제한되어 있다. 이 예제에서는 공구저장함의 용량은 10slot이다. 본 예제에서는 하루 즉 1440분 동안의 생산 계획을 하고자 한다. 주문 들어온 부품은 8개의 부품으로 표 1과 같은 특성들을 갖는다. 각 부품은 3가지의 공정을 거쳐서 생산되며 각 기계에서의 가공시간과 주문량, 현 시점부터 납기일 까지 남아있는 시간(Ri)등이 표 1에 나타나 있다. 예를 들면 부품1은 3개의 공정을 거쳐서 가공되며 첫번째 공정은 1번 기계에서 가공될때 13분, 두번째 기계에서는 16분, 세번째 기계에서는 19분에 가공된다. 주문량은 15개이고 납기일까지 남아있는 시간은 1000분이다. 그러므로 남아있는 시간이

2H(2880)보다 작으므로 이번 기간에 가공되어야 납기일을 맞출 수 있다

표 1. 입력자료(각 기계에서의 가공시간)

부품(i)	공정(j)	기계(k)			주문량(Di)	Ri
		1	2	3		
1	1	13	16	19	15	1000
	2	20	23	26		
	3	11	8	14		
2	1	23	20	17	20	1750
	2	18	21	24		
	3	21	15	18		
3	1	23	17	20	15	2300
	2	17	11	14		
	3	11	14	17		
4	1	20	17	14	10	1950
	2	10	13	15		
	3	16	10	13		
5	1	22	19	25	20	2500
	2	21	18	15		
	3	23	26	20		
6	1	14	11	17	15	3000
	2	15	18	12		
	3	10	13	16		
7	1	22	19	16	18	2300
	2	18	24	21		
	3	26	23	20		
8	1	20	11	17	20	4000
	2	19	18	22		
	3	21	13	18		

표 2는 각 공정이 필요로 하는 공구들로 표에서 알 수 있는 것처럼 서로 다른 부품이 같은 공구를 사용한다. 또한 표 2에서는 각 공구가 차지하는 slot 수 , 보유하고 있는 공구수가 나타나있다. 각 공정은 2-4개의 공구를 필요로 한다. 예를 들면 부품2의 첫번째 공정을 가공하기 위해서는 2번, 5번, 8번, 11번 공구를 필요로 한다. 5번공구가 공구저장

표 2. 입력자료(공정이 필요로 하는 공구)

부 품	공 정	공 구 (t)											
(i)	(j)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	1			0		0							
	2				0	0							0
	3	0								0			
2	1		0			0			0			0	
	2			0		0			0				
	3		0	0									
3	1								0	0			
	2					0				0			
	3			0		0							0
4	1	0			0								
	2				0				0				
	3								0	0		0	
5	1				0	0							
	2					0				0			0
	3									0			
6	1								0		0	0	0
	2									0	0	0	0
	3				0			0					
7	1	0		0			0						
	2					0	0						
	3								0		0	0	0
8	1	0	0										
	2						0				0	0	0
	3	0					0						
SLOT		1	2	1	2	2	1	2	1	1	1	1	1
보유수		3	2	3	3	3	2	3	2	3	3	2	3

함에서 차지하는 slot수는 2이고, 시스템에서 5번공구를 3개 가지고 있다. 그러므로 5번공구가 장착될 수 있는 최대가능 기계대수는 3대이다.

결과

예제는 hyper LINDO/PC를 사용하여 풀었다. 그 결과는 표 3과 표 4에 나타나 있다.

선택된 부품은 { P1, P2, P3, P4, P5 }으로 납기지연된 부품은 P7 한 부품이다. 또한 각 부품의 경로들과 선택된 경로들을 통해서 가공되는 부품수가 나타나 있는데 예를 들면 부품2는 첫번째 공정을 기계3에서 가공한 후 두번째 공정은 기계1에서 가공된다. 세번째 공정은 기계1에서 9개의 부품을, 기계3에서 11개의 부품을 가공하게 된다. 각 기계에 할당된 작업량은 기계1 = 1375,기계2 = 1373, 기계3 = 1388로 작업량이 매우 균등하게 배분되었음을 알 수 있다.

표 4는 각 기계에 할당된 공구들을 나타낸다. 표 4에서 알 수 있듯이 하나의 기계에 중복된 공구가 없고, 공구저장함의 용량(10)의 제한을 넘지 않고 있음을 알 수 있다. 마지막 열의 SLOT은 장착된 공구들이 각 기계에서 차지하는 총 SLOT수를 의미한다.

모델의 크기

위에서 제시된 예제는 0-1 정수변수 44개, 연속변수 90, 제약수 81개로 비교적 작은 규모의 무제이기 때문에 기존의 소프트웨어로 써 쉽게 해결될 수 있다. 그러나 문제의 크기가 매우 클경우에는 기존의 소프트웨어로 풀기 어려울 뿐만 아니라 막대한 시간이 소요된다. 그러므로 큰 문제에도 효율적으로 적용할 수 있는 해법이 필요하므로 다음절에서 그 해법이 제시된다.

본 연구에서 제시된 모델의 크기는 다음과 같다.

0-1 정수변수 = I + TK

연속변수 = IJK + 6K

제약수 = IJ + TK + 3K + T

4. LAGRANGIAN 완화법

큰 규모의 문제를 앞에서 제시된 모델로 풀기에는 어려움이 따르게 된다. 그러므로 큰 문제를 다루기위한 새로운 해법을 필요로 하는데 본 연구에서는 Lagrangian 완화법(relaxation method)을 사용한다. 이 방법은 Lagrangian 승수(multiplier)를 사용해서 제약식을 완화함으로 풀기쉬운 문제로 만든다. 이 만들어진 Lagrangian문제의 최적값은 원문제의 경계값(bound)을 제공하는데 이 경계값은 선형완화법(LP relaxation method)보다 최적값에 더 가까운 경계값을 제공하는 것으로 알려져 있다. 그런데, 제시된 모델에 이방법을 적용하여 공구할당과 작업할당을 연결시키는 제약식 즉, (5)번 제약식을 완화할 경우 2개의 독립된 문제로 분해(decomposition)되어 풀기에 훨씬 쉬운 문제가 된다.

4.1 Lagrangian 완화법 적용

앞에서 제시된 정수계획모델을 간추려 보면 다음과 같다.

$$Minimize \sum_{k=1}^{K}(O_k+U_k)-\sum_{i=1}^{I}\frac{1}{\max(D,R_i-2H)}X_i$$

$$0 < D < 1$$

S.T

$$\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{Ji} t_{ijk}X_{ijk} \le A_k,\ k=1,2,\cdots,K \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{Ji} t_{ijk}X_{ijk} - \sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{Ji} t_{ijk+1}X_{ijk+1} + U_k - O_k = 0 \quad (2)$$

$k=1,2,\cdots,K-1$

표 3. 결과 (각 기계의 작업량)

선택 된 부품 (i)	공정 (j)	기계(k) 1	2	3	주문량 (Di)
1	1	15			15
	2	15			
	3			15	
2	1			20	20
	2	20			
	3	9		11	
3	1			15	15
	2			15	
	3	15			
4	1		10		10
	2	10			
	3			10	
5	1	3	17		20
	2		20		
	3		20		
할당된 작업량		1375	1373	1388	

$$\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{Ji} t_{ijk}X_{ijk} - \sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{Ji} t_{ij1}X_{ij1} + U_k - O_k = 0$$

$$k=K \quad (3)$$

표 4. 결과 (공구의 할당)

기계	공　　구	SLOT
M1	T2,T3,T4,T5,T8,T12	9
M2	T1,T4,T5,T9,T12	7
M3	T1,T2,T3,T5,T8,T9,T10,T11	10

$$\sum_{k=1}^{K} X_{ijk} = D_iX_i \ \ i=1,2,\cdots,I,\ j=1,2,\cdots J_i \quad (4)$$

$$\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{Ji} a_{ijt}X_{ijk} \le MY_{tk}$$

$$t=1,2,\cdots,T,\ k=1,2,\cdots,K \quad (5)$$

$$\sum_{t=1}^{T} S_tY_{tk} \le TC_k \quad k=1,2,\cdots,K \quad (6)$$

$$\sum_{k=1}^{K} Y_{tk} \le L_t \quad t=1,2,\cdots,T \quad (7)$$

$$X_{ijk} \ge 0$$

$$X_i : \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases} \qquad Y_{jk} : \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases}$$

위의 모델의 (5)번 제약식, 즉 공구할당과 작업할당을 연결시키는 제약식을 Lagrangian 승수(multiplier)를 사용하여 완화하면 다음과 같은 Lagrangian 문제를 얻을 수 있다.

LR)

$$Minimize \sum_{k=1}^{K}(O_k+U_k) - \sum_{i=1}^{I}\frac{1}{\max(D_iR_i-2H)}X_i - \sum_{t}^{T}\sum_{k}^{K}\mu_{tk}[MY_{tk} - \sum_{i}^{I}\sum_{j}^{J_i}a_{ijt}X_{ijk}] =$$

$$Minimize \sum_{k=1}^{K}(O_k+U_k) - \sum_{i=1}^{I}\frac{1}{\max(D_iR_i-2H)}X_i + \sum_{i}^{I}\sum_{j}^{J_i}\sum_{t}^{T}\sum_{k}^{K}\mu_{tk}a_{ijt}X_{ijk} - \sum_{t}^{T}\sum_{k}^{K}M\mu_{tk}Y_{tk}$$

S.T

(1), (2), (3), (4), (6), (7)

$X_{ijk} \geq 0$

$X_i : \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases} \qquad Y_{tk} : \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases}$

그런데, 위의 LR 문제는 다음과 같이 서로 독립인 부품선정문제,작업할당문제(LR1)와 공구할당문제(LR2)로 분해될 수 있다.

LR1)

$$Minimize \sum_{k=1}^{K}(O_k + U_k) - \sum_{i=1}^{I}\frac{1}{\max(D, R_i - 2H)}X_i$$

$$+ \sum_{i}^{I}\sum_{\substack{j \\ i}}^{J}\sum_{t}^{T}\sum_{k}^{K}\mu_{tk}a_{ijt}X_{ijk}$$

S.T

(1), (2), (3), (4)

$X_{ijk} \geq 0$

$X_i : \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases}$

LR2)

$$Maximize \sum_{t}^{T}\sum_{k}^{K}M\mu_{tk}Y_{tk}$$

S.T

(6), (7)

$Y_{tk} : \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases}$

위와 같이 작은 모델로 나누어짐으로써 큰 문제에서도 기존의 패키지를 사용할 수 있을 뿐만 아니라 계산시간도 크게 줄어들게된다.

선택하려는 Lagrangian 승수(multiplier)는 최적값에 가장 가까운 경계값(bound)을 제공하는 승수이다. 즉 다음의 쌍대(dual)문제의 최적값을 구할려는 것이다[10][11].

$$D = \text{Max LR}(\mu_{tk})$$

$$\text{S.T } \mu_{tk} \geq 0 \qquad t = 1, \cdots, T$$

최적 승수(multiplier)를 찾는 방법들중 가장 널리 쓰이는 방법이 subgradient 방법이므로 제시된 문제에 이 방법을 적용해보면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mu_{tk}^{n+1} = \max[0, \mu_{tk}^{n} - t^n[MY_{tk}^{n} - \sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{Ji}a_{ijt}X_{ijk}]]$$

$$t^n = \lambda^n(Z^{*} - Z_D(\mu_{tk}^{n})) / \sum_{t}\sum_{k}(MY_{tk}^{n} - \sum\sum a_{ijt}X_{ijk})^2$$

n : 반복 시행수

$Z_D(\mu_{tk}^{n})$: 현재 시행해서 얻어진 하한가

Z^{*} : 현재까지 얻어진 가장높은 하한가

λ^n : 0보다 크고 2보다 적은 값으로 목적값이 고정된 반복수에도 불구하고 향상

되지 않을 경우 반으로 주는 값

아래의 조건들이 만족될때까지 Lagrangian 승수(multiplier)를 갱신(update)하면서 Lagrangian 문제를 반복해서 푼다.

1) $t^n \rightarrow 0$ 이고, $\sum_{n} t^n \rightarrow \infty$ 이면 Lagrangian 최적해가 얻어진다고 이론적 결과가 밝혀져 있다[12]. 그러므로 t^n이 0에 매우 가까워지면 수행을 중단한다.

2) subgradient 방법에서 최적값을 증명할 수가 없기 때문에 일정수의 반복수행을 한후에 종료한다.

4.2 Lagrangian 발견적 기법

앞의 Lagrangian 완화법을 통해 얻어진 해가 원문제에 비가능해를 제공할 수 있기 때문에 가능해로 만들어 주는 발견적 기법이

필요하다. 이 문제에서 어떤기계에 작업이 할당되었는데 그 작업을 가공하는 공구가 할당이 안되는 비가능해를 제공할 수 있다. 이와 같은 문제점을 해결하기위한 발견적 기법의 단계는 다음과 같다.

단계 1 : 공구저장함의 여유용량을 늘리기 위해 불필요한 공구할당을 제거한다.

단계 2 : 각 기계에서 작업이 할당이 되었는데 그 작업을 가공하는 공구가 할당이 되지 않았으면 그 필요공구가 아직 할당이 되지않은 여유분이 있고, 공구저장함의 남은 용량도 그 공구를 할당하기에 충분하다면 할당한다. 여유분이 없을 경우는 단계3으로 가고, 공구저장함의 남은 용량이 부족할 경우는 단계4로 간다.

단계 3 : 그 작업을 기계에서 제거한후 필요공구가 장착된 기계에 다시 할당한다. 그러나, 이 작업의 할당으로 기계가용시간이 초과되면 할당을 취소하고 그작업을 필요로 하는 부품을 선택하지 않는다.

단계 4 : 전에 할당된 공구중 할당하려는 공구보다 중요도가 떨어지는 공구 즉, 가중치가 적은 부품을 가공하는 공구가 있으면 그 공구를 제거하고 할당한다. 제거된 공구와 그 공구를 필요로 하는 작업은 단계5로 간다. 그리고, 가중치가 적은 공구가 없어 공구를 할당할 수 없는 작업도 할당을 취소한 후 단계5로 간다.

단계 5 : 작업을 할당해도 기계의 가용시간이 초과되지 않고, 공구저장함의 여유용량도 필요공구를 할당하기에 충분한 기계가 있으면 작업과 공구를 할당하고, 그렇지않으면 그 작업을 필요로 하는 부품의 선택을 취소한다.

제시된 알고리즘의 주요 단계는 다음과 같다.

단계1 : Lagrangian 승수(multiplier)의 초기값(μ^0_{ik})을 정한다.

단계 2 : Lagrangian 문제(LR1, LR2)를 푼다. 첫번째 종료조건을 만족하면 단계 4로 가고, 그렇지않으면 다음 단계로 간다.

단계 3 : subgradient 방법을 사용해서 Lagrangian 승수를 갱신한다. 두번째 종료조건을 만족하면 다음 단계로 가고, 그렇지않으면 단계 2로 간다.

단계 4 : 해가 원문제에 가능해이면 종료하고, 그렇지않으면 발견적기법을 사용해서 가능해로 만든다.

5. 결론

본 연구는 FMS의 생산계획 문제 즉, 가공대상 부품군 선정 문제, 작업배정문제, 경로할당문제를 동시에 푸는 수리적 모델을 제시했다.

본 모델은 기계의 가용시간, 공구 저장함의 용량, 공구 보유수등의 제약들을 고려하여 각 기계에 작업량을 균등하게 배분하고 납기 지연 부품을 최소로 줄이는 정수계획 모형이다.

기존 연구들이 생산계획 문제들을 개별적으로 다루어서 생기던 문제점들을 해소하고, 시스템 전체의 최적해를 제공한다.

그리고 모델이 클 경우 계산량이 매우 커지므로 이 문제점을 해결하기위하여 Lagrangian 완화법(relaxation method)을 기초로 한

분해법(decomposition)을 제시하였다. 그러나, 이 방법에 대해서는 보다 체계적인 연구가 되었으면 한다.

참 고 문 헌

[1] Kouvelis, P. "Design and planning problems in flexible manufacturing systems : a critical review," J. of Intelligent Manufacturing, Vol.3, No.2, pp.75-99,1992.

[2] Hwang, S.S. and A.W. Shogan, "Modelling and solving an FMS part selection problem," Int.J.Prod.Res, Vol 27, No.8, pp. 1349-1366, 1989.

[3] Rajagopalan, s. "Formulation and heuristic solutions for parts grouping and tool loading in flexible manufacturing systems," Proc. 2st ORSA/FMS Conf. on FMS, pp. 311-320, 1986.

[4] Shanker, K. and Ya-Juei. Tzea, "A loading and dispatching problem in a random FMS," Int.J.Pro.Res, Vol.23, No.2, pp. 579-595, 1985.

[5] Avnots, L.J. and L.N. Van Wassenhove, "The part mix and routing mix problem in FMS: A coupling between an LP model and a Closed Queueing Network," Int.J. Prod, Res, Vol 26, No12, pp.1891-1902, 1988.

[6] Kusiak, A., "Application of operational research models and techniques in flexible manufacturing systems," European J. of OR, Vol.24, pp. 336-345, 1986.

[7] Ro, I.K. and J.I. Kim, "Multi-Criteria operatiom control rules in flexible manufacturing systems," Int.J.Prod.Res., Vol.28, No.1, pp.47-63. 1988.

[8] Jaikumar, R. and L. N. Van Wassenhove, "A production planning framework for flexible manufacturing systems," J. of Manufacturing and Operations Management. Vol.2, No.1,pp. 52-79, 1989.

[9] Stecke, K.E., "Formulation and solution of nonlinear integer production planning problems for flexible manufacturing systems," Mag. Sci., Vol.29, No.3, pp. 273-288, 1983.

[10] Fisher, M.L., "The Lagrangian relaxation method for solving integer programming problems," Mgt.Sci. Vol 27(1), No.1, pp. 1-18, 1981.

[11] Fisher, M.L., "An application oriented guide to Lagrangian relaxation," Interfaces, Vol 15, No.2, pp.10-21, 1985.

[12] Goffin, J.L., "On the Convergence Rates of Subgradient Optimization Methods," Math. Programming, Vol. 13, pp.329-347,1977.