

Change Detection기법을 이용한 구조물 안전진단측량

Safety Inspection Surveying using Change Detection Technique

최 철 응*

CHOI, Chul-Ung

곽 재 하**

KHAK, Jae-Ha

강 인 준***

KANG, In-Joon

要 旨

Change detection기법은 영상에서 차이를 알아내기 위하여 가장 많이 사용되는 방법이며 다양한 영상환경에 사용된다. 수치지형모델과 수치영상은 같은 수치격자데이터 구조를 가지므로 Change detection기법을 수치지형모델에 적용할 수 있다. 본 연구에서는 수치지형모델과 Change detection기법을 구조물 안전진단측량에 이용하였다. 측량결과의 표고테이터를 불규칙삼각망(TIN)으로 부터 격자구조로 변환하고 수치지형모델화하여 구조물의 변형지점을 찾는데 사용함으로 많은 소모성 자재와 인력을 줄일 수 있었다. 그 결과를 가시화하여 건물의 변형이 발생한 지점과 변형향을 수치적으로 나타낼수 있었다.

ABSTRACT

Change detection, image differencing technique, is the most widely used in a variety of image environments. The digital terrain model and digital images have the same data structure. This study applied digital terrain model and change detection technique for inspecting the deflection of the structure.

Authors make digital terrain model from triangular irregular network(TIN) by leveling data and suggest to possibility recognize modification part and volumes by digital terrain model and change detection techique. Authors can reduce testing materials and man power, and displayed his modification part.

1. 서 론

구조물 안전진단에서 측량은 구조물의 형상, 설계및 시공오차를 조사하며, 단순히 외관조사를 위한 것으로 이용되고 있다. 진도대교 안전진단보고서에 의하면 종단측량결과가 설계에 비하여 12.6cm치지 있는데 완공 직후 측량결과를 알지 못하여 케이블 장착의 저하에 의한 것인지 판단할 수 없었다고 기술한 바 있다.¹⁾

변이계를 이용하는 방식의 경우 많은 소모성 자재와 인력을 동원하여 현상판독에 경제적, 시간적 어려움을 갖고 있다. 또한 그 결과를 가시화하여 건물의 어떠한 부분이 문제가 있는가를 개략적이거나 표시하는 것은 어렵다. 본 연구는 이러한 점을 개선하고자 그변이를 주기적으로 측량하여 건물의 안전도를 분석하고 위험도를 예측하기 위한 것이다.

* 부산대학교 토목공학과 석사과정

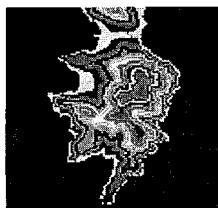
** 부산대학교 토목공학과 박사과정

*** 부산대학교 토목공학과 부교수

Change Detection기법은 영상처리기술(image processing tech.)중의 하나로 인공위성영상 각각에서 변화가 발생한 부분이나 진행중인 부분을 추출하고 변화양상을 알고자 할 때 일반적으로 많이 사용되는 기술중에 하나이다^{2,3)}. 영상해석에 있어서는 인공위성 각 영상소를 상호비교하여 변화가 발생한 지역을 그리드해석을 한다. 본 연구에서는 측량한 표고데이터를 수치지형모델을 이용하여 연도별 고도영상(elevation image)을 작성하고 이를 Change detection기법을 이용하여 변이를 해석하였다.



• 32	30	22	18	30	25
22	8	33	22	30	27
33	33	18	18	22	28
33	40	22	18	35	33
18	33	25	30	40	38
8	38	24	30	47	42



101.1	92.2	88.9	78.3	65.8	52.5
112.2	107.5	102.2	90.1	75.0	56.2
131.4	126.4	113.6	100.3	84.5	67.8
145.6	134.7	120.8	105.8	86.6	69.8
140.8	131.5	122.6	109.7	91.8	75.8
128.9	117.5	122.4	124.2	95.2	84.8

그림 1.1 인공위성영상과 수치지형모델 비교

인공위성영상은 그림1.1에서처럼 인공위성영상(a)은 흰색네모안에서 밝기값(Brightness value)으로 나타내져 있고 수치지형모델에서(b)에서도 높이값(Height value)을 수치로 나타나 있어 수치영상(digital image)과 동일한 데이터구조를 하고 있다. 그러므로 측량결과를 수치격자영상인 수치지형모델로 변환하여 Change detection기법을 이용하여 구조물 안전진단을 실시하고자 하였다.

이러한 Change detection기법은 Landsat-5호 TM 영상을 사용한 높지 변화분석²⁾, Landsat 영상을 이용 토지이용변화 추정및 확인⁴⁾, 주기적인 항공사진과 컴퓨터기술에 의한 토지이용⁵⁾, 삼립에 있어 시계열적

전파및 확산경로를 밟혀 산림병해충해 피해의 발생예측및 방제대책수립을 위한 자료 제공⁶⁾, Landsat데이터에 의한 서울시에 있어서의 도시구역의 변화 추출⁷⁾, Landsat TM data를 이용한 솔잎 혹파리 피해지역추출⁸⁾ 등에 본 기법이 부분적으로 사용되다. 이와 같이 Change Detection기법은 수치화된 인공위성영상을 사용하여 변화추출에 사용되었으나 본 연구처럼 구조물변형의 전파및 확산경로 변이 발생예측및 구조물내의 위험지역 예측을 위하여 적용한 예가 적은 실정이다.

2. Change Detection기법

Change detection기법은 원격탐사에서 많이 사용되는 방법으로 인공위성영상 각각에서 변화가 발생한 부분이나 진행중인 부분을 추출하고자 할 때 일반적으로 많이 사용되는 기술이다. ^{2,3,9)} 영상간에 차이를 추출하는 기법으로(image differencing technique) 임의년도 t_1 , t_2 년도 수치영상에 의한 격자값과 격자값의 차이에 일정한 상수를 더하여 t_1 , t_2 시간대별 변이를 추출하는 기법이다. ^{2,3,11)}

처리과정은 그림 2.1과 같고 세부단계별로 기본도 및 표고데이터 입력은 도면을 Scanner혹은 Digitizer를 이용하여 입력하고 측량점 입력은 동일한 측점좌표계가 아닐 경우가 있었다. 이를 변위량을 보정하여 X-Y평면에 대한 측량정확도 검정및 상관성 검토를 위하여 최소자승법을 이용하였다. 후기측량한 국지좌표계(X,Y)를 초기기준좌표계(X'',Y'')로 변환하였으며 변화량은 Z축을 수직으로 고정되어 있고 X-Y평면이 회전혹은 축소및 확대를 할 수 있다고 가정하였으며 그 이유는 실제로 측량기에 부착된 수반(혹은 물반)의 중앙에 위치할때 소규모 지역에서 상대적으로 오차가 적기때문이다.

1단계로 측적요소만 고려하면 식(2.1)과 같다.

$$X' = SX, \quad Y' = SY \quad (2.1)$$

여기서 X',Y'는 측적요소 좌표계이며, S는 측적요소이고, X,Y는 국지좌표계이다.

2단계로 축적 및 회전요소를 고려하면 식(2.2)과 같다.

$$X'' = X \sin \theta + Y \cos \theta \quad Y'' = -X \cos \theta + Y \sin \theta \quad (2.2)$$

여기서 X'', Y'' 는 회전과 축적요소를 고려한 좌표계이며, θ 는 회전각이다.

3단계로 축적, 회전 및 편심요소를 고려하면 식(2.3)과 같다.

$$X = SX \cos \theta - SY \sin \theta + Tx, \quad Y = SX \sin \theta + SY \cos \theta + Ty \quad (2.3)$$

여기서 X, Y 는 회전, 축적, 편심요소를 고려한 좌표계이며 Tx, Ty 는 좌표계간의 편심이다.

$$aX + bY + c = X + Vx, \quad aY - bX + d = Y + Vy \quad (2.4)$$

여기서, $S \cos \theta = a, S \sin \theta = b, Tx = c, Ty = d, Vx, Vy$ 는 오차항이라 두었다. 그리고 최소자승법을 통하여 함수 a, b, c, d 를 구하여 변환하였다.

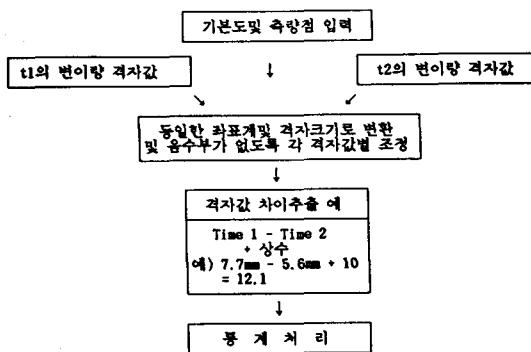


그림 2.1 작업처리과정도

측량결과를 변이격자로 변화하기 위하여 불규칙삼각망 (TIN : Triangular Irregular network)을 생성하여야 하며 텐센과 멜라니 삼각형을 이용하여 이를 격자모델로 변환¹⁴⁾하여야 한다. 그리고 불규칙삼각망을 격자모델로 변환할 때 동일한 격자크기로 변환하여야 한다.

각각의 격자값은 동일한 데이터 구조를 가지고 있도록 하여야 한다. 그럼 1.1 에서와 같이 일반적으로 인공위성영상처리에서는 8비트 방식 혹은 7비트방식의 데이터구조를 가지고 있으며 8비트 방식은 0~255 까지 정수들 사용할 수 있으며, 7비트 방식은 0~127 까지의 정수만을 사용할 수 있다. 그러나 실제, 높이 격자값은 0~255까지 정수만을 이용하여 표현할 수 없으므로 수치지형모델 영상은 24비트 방식의 데이터 구조로 변환하여야 하며 24비트 방식 데이터를 이용하여 실수 혹은 255보다 큰수를 이용할 수 있다.

각 년도별 변화의 추출은 식(2.5)과 같다.²³⁾

$$DX_{ij} = H_{ij}(t_2) - H_{ij}(t_1) + C \quad (2.5)$$

여기서 DX_{ij} 는 변화량 메트릭스이며 $H_{ij}(t_2)$ 는 비교하고자 하는 t_1 년도의 높이값 메트릭스이나, $H_{ij}(t_2)$ 는 비교하고자 하는 t_2 년도의 높이값 메트릭스이며 C 는 변화량이 음수가 되는 것을 방지하기 위하여 사용하는 상수이다. 그리고 그 결과는 변화가 많을수록 수치가 커지며 변화가 적을수록 수치가 적어지고 “0”값이 나타낼 때에는 변화가 없다고 판단하는 것이며 통계처리는 표준편차를 중심으로 처리하였다. 원격탐사 분야에서는 ± 10 를 중심으로 이하일 때에는 변화가 없는 것으로 하고 있으며 그 이상일 때에는 변화가 발생한 지역으로 해석하고 있으며²²⁾ $\pm 3\sim 40$ 이상의 지역은 측량시 발생할 수 있는 실수(Error)¹⁵⁾ 구역으로 본다. 그러므로 본연구에서는 ± 10 범위내에서는 변화가 없는 영역으로 측량시 발생할 수 있는 미소한 변이를 포함하는 영역으로 보았으며, $\pm 10\sim \pm 20$ 범위에서는 조금 변화가 발생한 것으로 보았고, $\pm 20\sim \pm 30$ 범위 내에서 변화가 많이 진행된 것으로 보았으며, $\pm 30\sim \pm 40$ 범위 내에서 변화가 아주 많이 진행된 것으로 보았다. 그 이상은 실수구역으로 보았다.

3. 적용예

3.1. 적용 구조물

모델로 적용한 지역은 1993년과 1995년에 걸쳐 2차례 걸쳐 측량을 하였다. 본 건물은 1983년경에 완공하였으며 측량면적은 약 $25m \times 12m$ 이다. 2년간 건물 환경변화는 건물의 전면(사진1의 윗쪽) 약 12m에서 대단위 건물 건축을 위하여 수직 터파기 공사를 하였으며 약 5.5톤, 약 2.6톤의 물탱크 2기와 굴뚝 1기가 설치되었다. 그러므로 건물전면부에 대단위 수직터파기로 인한 건물의 균열이 발생하였는데 이것이 터파기에 의한 발생인지와, 건물상층부에 물탱크와 굴뚝에 의한 것인지 그리고 물탱크와 굴뚝의 건물에 대한 영향은 현상학적으로 얼마나 되는지 등을 고찰하였다.

측점의 배치는 건물옥상내에 배수를 위하여 일정한 간격(약 $1.1m \times 1.1m$) 격자점이 있었으므로 이를 사용하여 측량하였으며 1993년도에는 (약 $2.2m \times 2.2m$ 격자) 80점을 수준측량방법으로 하였고, 1995년도에는 (약 $1.1m \times 1.1m$) 218점을 광파측량방법으로 하였다. 기본도는 본 건물의 옥상층 도면을 Scanner를 사용하여 입력하였다.

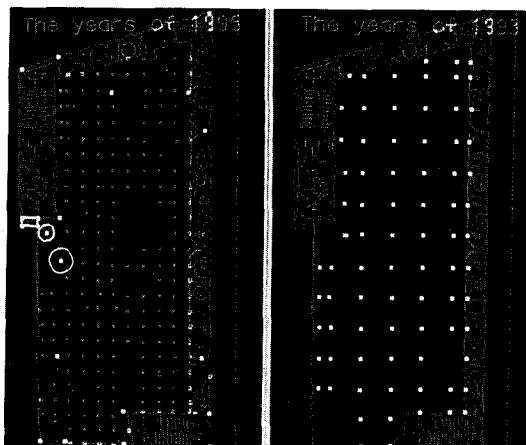
사진 1은 측점분포를 나타내고 있으며 (a)은 1995년도이고 (b)은 1993년도이며, 흰색원과 흰색사각형은 물탱크와 굴뚝이다.

1995년도 측점을 1993년도 측점으로 통일시키기 위하여식 (2.4)를 이용하여 최소자승법으로 변환한 결과 표 3.1과 같은 결과를 얻었다.

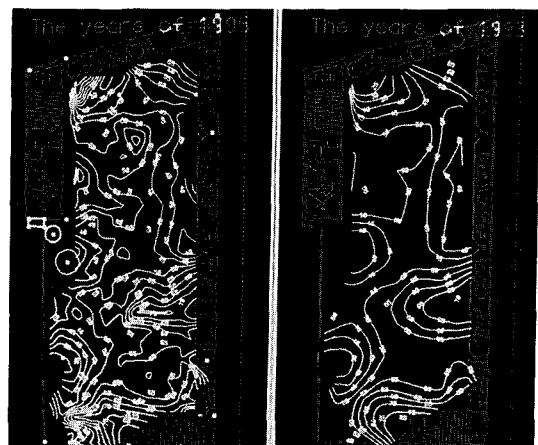
표 3.1 국지좌표계(1995년)를 기준좌표계(1993)로 변환 할 때 사용한 변환계수

함수	T_x (translation)	T_y (translation)	S (scale factor)	θ (rotation angle)
값	0.0908m	0.0864m	1.000000	0.0000000 deg

표 3.1의 변환계수를 사용하여 1995년 측량결과의 수평위치(X, Y)값을 1993년 측량결과인 수평위치(X'', Y'')로 변환한 결과, RMSE(root mean square error)는 약 $4.611216787E-03(m)$ 이었다. 그러므로 수평위치 측량결과는 동일한 위치에서 측량하였다고 볼 수 있었다. 1995년도의 높이(H)값을 1993년의 높이(H'')로 변환하기 위하여서는 사진 1(b)의 외쪽아래 가장자리의 측점을 사용하였어 높이값을 보정한 후 획득하였다.

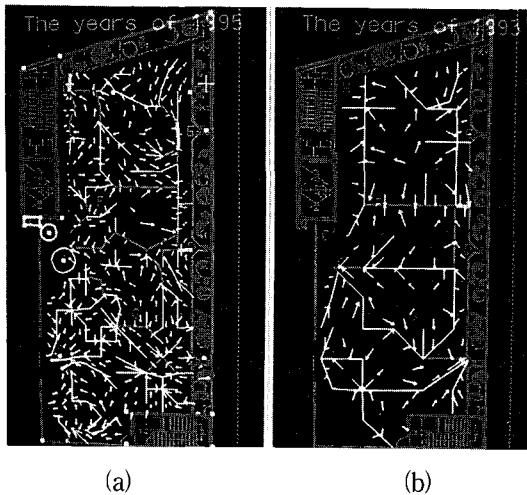


(a) (b)
사진 1. 1995년과 1993년 측점배치도



(a) (b)
사진 2. 1995년과 1993년 등고선도

사진 2는 측량결과를 불규칙삼각망으로 등고선간격을 0.5mm단위로 처리한 것이고 (a)은 1995년도 등고선도이며 (b)은 1993년도 등고선도이다. 수치지형모델을 이용한 등고선도만을 통하여 일반적으로 변화가 있는 곳이 어디이며 얼마나 되는 가에 대하여는 알아내기가 어려웠다.



(a) (b)
사진 3. 배수 수계망 분석도

그러나 배수현황을 나타내는 수계망 분석을 함으로 표면경사에 상태를 알아보기 용이하였으며 사진 3과 같다. 사진 3에서 흰색 화살표는 주경사방향을 나타내고 수계는 등급별로 나타내었으며 흰색이 말단수계, 푸른색이 중간수계, 녹색이 주수계이다.

분석결과 1993년(b)에서 현재 물탱크가 있는 "C", "C'"지역으로 부분배수가 있고, 건물전면(북쪽) "H"지역에 수계가 형성되지 않았으며 "F"지역에 주배수공이 있었다. 그러나 1995년(a)에서 "C", "C'"지역으로 집중배수가 발생하고 있으며 "H"지역에 새로운 수계가 형성되었고 "F"지역 수계가 사라진것을 알 수 있었다.

그러므로 수계망분석을 통한 미소변이에서는 물탱크와 굴뚝이 있는 지역에 물탱크에 의하여 변이가 발생하였으며 건물전면부는 지하터파기나 그 외 요인에 의하여 변이가 발생하였다고 볼 수 있었다. 현장에서 수도를 이용하여 물을 방류하여 본결과 1995년상황과

유사하다는 것을 알수 있었으나 수계망 분석을 통하여서는 변이량의 정확한 정도를 알아내기는 어려웠다.

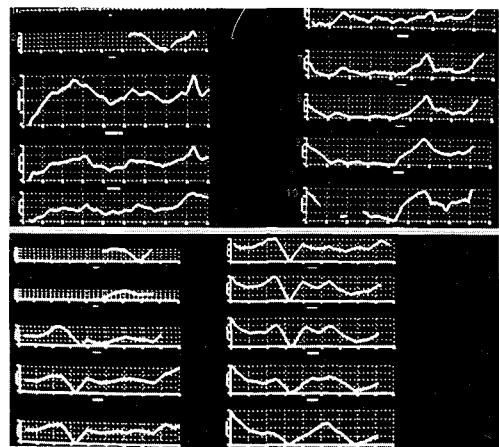


사진 4. 남북방향단면도

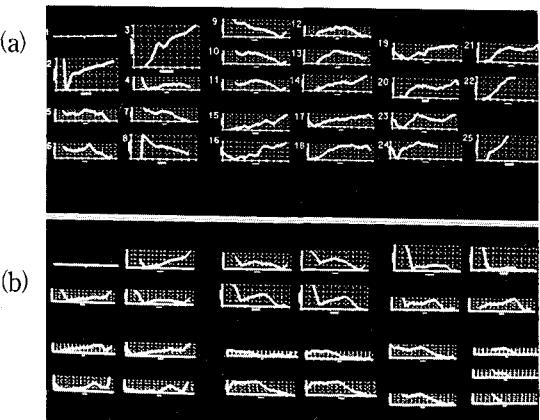


사진 5. 동서방향단면도

각 단면별로 실시하였으며 남북방향의 단면은 사진 4와 같고, 동서방향단면은 사진 5와 같다.

사진 4는 남북방향 단면이며 단면 1번은 건물서쪽 부부터 1.2m간격으로 10번까지 작성하였다. 사진 5는 동서방향 단면이며 단면도의 1번은 건물의 북쪽부부터 1.2m간격으로 25번까지 작성하였으며 단면도 X:Y축

비는 1:10이다. 사진 4의 1993년(b)에는 전단면에 걸쳐 각단면중앙부(사진 3에 "F"지역)에 배수를 위하여 공사하였던 흔적이 보이며, 사진 4의 1995년(a)에는 3,4 번 단면단면중앙부에만 부분적으로 흔적이 있고 그외 지역에서는 배수공 흔적이 보이지 않고 있다.

사진 5는 동서방향 단면으로 단면의 동쪽부가 건물에서는 동쪽이 되며 변호순으로 아래로 내려오면서 건물의 남쪽단면이 되고, 단면도 X:Y축비는 1:10이다. 1993년(b)과 1995(a)년을 비교하여 보면 단면 5,6,15,16,21,22,23,24,25번에서 서로 상반되는 경향을 나타내고 있다.

그러므로 사진 3에서 "F"지역은 사진 4에서 보면 1993년에는 전체적으로 낮은 경향이 나타나어져 있어 건물제작 당시부터 배수를 위해 인의적으로 낮게 한 것으로 예상되며 1995년에는 이러한 경향이 일부지역에서 발생하는 것은 어떠한 변형이 발생한 것으로 예상된다. 또한 사진 5에서 단면 5,6,15,16,21,22,23,24,25 번 단면등이 서로 상반되는 경향을 나타내고 있는 것은 그부위가 집중적인 변위가 발생한 것으로 예상되었으나 변위량이 얼마인지를 알수는 없었다.

그러므로 change detection과 통계적 방법을 이용하여 분석을 보았다. 각 연도별로 측량값중에서 높이값에 대한 측량결과에 대한 통계 분석결과값은 표 3.2와 같다.

표 3.2에서 1995년의 통계값이 1993년의 통계값보다 많이 나타내었다. 특히 높이값 표준편차(Std. deviation)이 9.565에서 11.558으로 되었으며 평균값은 24.608mm에서 50.410mm로 되었다.

그외의 중앙값, 최빈값, 범위등의 통계값에서도 1993년값보다 1995년도값이 보다 많이 나타내었다. 그러므로 육상표면은 1993년보다 1995년에 보다 많은 굴곡과 변형이 발생한 것으로 예상되었다.

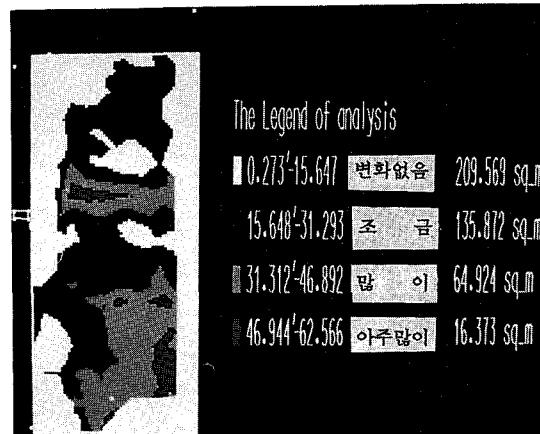


사진 6. Change detection기법을 이용한 해석도

표 3.2 통계처리결과 (단위:mm)

년도	'93년 측량결과	'95년 측량결과	분석결과
Mean	24.608	50.410	16.331
Median	25.035	50.160	16.100
Mode	34.750	49.000	0.5000
Variance	92.072	133.597	244.884
Std. Deviation	9.565	11.558	15.649
Min	0.458	-3.754	0.273
Max	68.091	88.684	70.257
Range	67.633	92.438	69.984

사진 6에서 변화량을 나타내는 결과 값으로 변화량 등고선은 변화량에 대한 표 3.2에서 분석결과 표준편 차량인 약 15.648mm였다. 이를 기준으로 결과를 정리 하면 표 3.3과 같다.

표 5.3 분석결과 통계처리표

변위값	범위(mm)	면적(m^2)	비고
10 이내	15.647이내	209.569	변화가 없는 지역 (흰색)
20 이내	31.293이내	135.872	조금 변화가 예상되는 지역 (파란색)
30 이내	46.892이내	64.924	많은 변화가 예상되는 지역 (녹색)
40 이내	62.566이내	16.373	변화가 아주 많은 것으로 예상되는 지역(붉은색)

3.2 비교고찰

실제 현장조사를 하여본 결과 사진 6에서 건물 중앙부 붉은색부분인 지하층 천장에서 균열이 집중적으로 발생하였고, 건물 남쪽 오른쪽 하단부에 옥상층 벽에서 집중적인 균열이 발생한 것을 확인하였다. 또 저 면에 해당하는 지역에 대하여 조사하여 옥상층의 바닥, 아래층지역의 벽과 바닥을 확인 하여본 결과 아래층 천장부에 균열로 인한 누수현장가 부분적으로 있었으며 벽에서 균열을 확인 할 수 있었다.

그러므로 기존의 방법인 단면도를 사용하는 방법(사진 4.5)은 전체적인 경향은 알기 쉬운 반면 어떠한 부분이 얼마 만큼 변화하였는가에 대하여 알기는 쉽진 않으나 본 기법(사진 3.6)을 이용할 경우 미소변이는 수계망분석을 통하여 알 수 있으며 전체적인 변이는 Change detection기법을 통하여 보다 쉽게 변화량 및 변화면적을 알 수 있었다. 사진 3에서 미소변이를 보면 물탱크에 의하여 미소변이는 발생한 것으로 보여지나 사진 6에서 Change detection기법을 이용하여 해석하면 변이량이 미소함으로 나타나지 않음을 알 수 있다. 본 건물의 변형을 주요인은 건물진면(북쪽)에서 굴착에 의하여 발생한 것으로 예상되며 물탱크에 의하여 영향은 있으나 전체적으로 영향을 미치는 것은

아닌 것으로 예상된다.

표 3.6. 방법별 비교분석

구분	장점	단점
단면도법	변화가 큰지점을 알수있다.	미소변위나 변위량은 알기가 어렵다.
수계분석법	미소변위를 알기가 쉽다.	변위량을 알수없으며 변위집중부를 알수없다.
경년변화기법	변위량 및 변위집중부 및 등급별면적을 구하기 쉽다.	미소변위를 알아내기 힘들다.
보완대책	경년변화기법을 이용하여 변위집중부와 변위량의 전반적인 경향을 보고 단면도를 이용하여 변화가 큰지점 확인한 하며 수계분석을 통하여 미소변위가 발생한 지점을 확인한다.	

본 연구를 통하여 표 3.4와 같은 결과를 얻었으며 본 기법으로 건물을 주기적으로 측량함으로 구조물에 대한 위험여부 및 위험지역을 추출할 수 있으며 그 결과를 토대로 현장조사 및 역학적 조사를 한다면 보다 시 간적 경제적 노력을 줄일 수 있다. 그리고 균열이 집중적으로 발생할 수 있는 지역을 예측할 수 있으므로 변이계나 경사계등의 배치를 보다 효율적으로 설치할 수 있을 것이며 또한 향후 변화량의 변화추이를 예측하므로써 구조물의 보강위치를 결정할 수 있었다. 준공시 작성하는 준공도에는 설계변경된 구조물의 변경선만 그리는 것이 일반적이다. 본 연구를 진행하면서 추후 준공도에는 반드시 정확한 측량의 결과가 측량기술자의 성명과 함께 반드시 기록되어야 추후 안전진단에 효과적임을 알 수 있었다.

4. 결 론

Change detection기법에 의한 구조물 안전진단 측량에 적용하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

첫째, 구조물을 주기적으로 측량하여 Change detection 기법으로 해석하여 위험지역으로 예상되는 지역에서 다른 지역보다 집중적인 균

열이 발생하였음을 확인할 수 있었으며, 둘째, 미소변이는 수계방분석을 통하여 확인할 수 있고, 절대변이량 및 변이발생부 면적을 본 기법을 통하여 보다 효율적으로 확인할 수 있었다.

셋째, 건물준공시 보다 정확한 측량성과를 건물 준공 도면에 기재한다면 추후 안전점검시 비교할 수 있음을 알수 있었다.

그리고, 본 기법을 보다 효율적으로 사용하기 위하여 서는 변이량 통계처리에 보다 집중적인 연구가 요구되며 주요구조물에 부분적인 부실여부 확인에도 도움이 되리라 생각된다.

참 고 문 헌

1. 건설부, 진도대교 안전진단, 1993, pp. 27~37
2. Song hak choung, "Wetland change detection using landsat-5 thematic mapper data in jackson hole", wyoming, university of idaho, 1992.12, pp.39~40
3. Angelici, G.L., N.A. Bryant, And S.Z. Friedman, Proceeding of the ASP Fall Technical Meeting, ASP, Falls church, virginia. pp. 217~228
4. Jensen, J.R., 1986. "Introductory Digital Image Processing : A Remote Sensing perspective", Prentice-Hall, Englewood cliffs, New Jersey, pp.378~380
5. Adeniyi, P. O., 1980. Lands-use change analysis using sequential aerial photography and computer technique, PE&RS 46(11)권, 1985 pp.1447~1464
6. 정성학, "원격탐사에 의한 삭생 및 지형분석", 임업 정보, 39권, pp.39~42
7. 안철호, "人工衛星(Landsat) 데이터에 의한 서울시에 있어서의 都市域의 변화의 추출", 한국측지학회지, 제2권, 제1호, 1984, PP.5~16
8. 안철호, 연상호, 박병욱, 양경락, "Landsat TM data를 이용한 솔잎혹파리 피해지역추출에 관한 연구", 한국측지학회지, 제6권 제2호, 1988, pp.42~51
9. A. Singh, "digital change detection techniques using remotely-sensed data", International Journal of Remote Sensing, 10(6)권, pp.989~1003
10. A. singh, "Change detection in the tropical forest environment of northeastern India using Landsat. Chapter 13 in Remote sensing and tropical land management, Edit by M.J. Eden and J.T. Parry, John Wiley & Sons, 1986, pp. 237~254.
11. Lillesand, T.M. & R.W.Kiefer, "Remote sensing and image interpretation", 3rd Edition, John wiley & sons, pp. 750~760
12. Mary L. Boas, "Mathematical Methods in the physical sciences 2nd ed.", Willey and sons, 1983, pp.420~424.
13. Paul R. Wolf, "Adjustment computation 2nd ed.", P.B.L.publishing co, 1981, pp.200~203.
14. 유근배, "지리정보론", 상호사, 1990, pp.89~122
15. 유복모, "측량학원론(1)(2)", 개문사, 1986, pp.43~44
16. 신태갑, "통계학", 법문사, 1983, pp.25~88