

연계버스 서비스권역 결정에 관한 연구 A Development of an Optimal Feeder-Bus Service Area

이 성 모*
RHEE, Sung-Mo

要 旨

본 연구는 대중교통 활성화에 초점을 맞추어 대중교통의 주축을 이루고 있는 지하철과 버스를 중심으로 연계버스 서비스 권역을 설정하는 방법을 제시하였다.

연계권역설정은 지하철과 버스의 상호보완적 체계를 이루어 도시체계의 비용손실을 최소화하는데 그 목적이 있으며, 이는 지하철을 중심으로 첨두시 향도심성 대중교통이용자들이 버스로 직접 도심통행시와 인접지하철역까지 버스를 이용하여 환승으로 도심통행시의 편익을 감안한 모형과 그 해법을 제시하였으며 권역구획은 범용 GIS Package의 IDRISI를 이용하였다.

ABSTRACT

Bus, Which is together with subway the main part of public transportation modes in the city, is reviewed for the development of an optimal feeder-bus service area.

Based on the IDRISI of GIS package, and taking into account of the convenience of downtown-oriented public transportation users at peak time, a model for the development of feeder-bus service area and a solution are introduced.

Major result in this study is as follows :

Development is given to a model that is designed to overcome the shortage of the existing models, which has limits in simulating the real situation ;

Variables were used in combination so that bus and subway route, station spacing, and operating frequency can be determined simultaneously, which enables to elucidate the mutual relationship and the structure in public transportation system.

A model for feeder-bus area development is also given applied to determination and opening of subway and urban express bus route and new transportation systems.

The model developed in this paper is useful in the case of extension and opening of subway and urban express bus route and new transportation systems.

1. 序 論

1.1 研究의 背景 및 目的

大都市 交通의 主軸을 形成하고 있는 大衆交通手段
分擔率은 60%以上을 擔當하고 있다. 서울의 경우 地

下鐵을 除外한 버스의 分擔率은 40%水準에 이르고 있으나 地下鐵路線의 持續的인 延長과 分擔率 增加, 激增하는 個人交通手段으로 인해 점차 輸送人員이 감소하고 있으며 交通體系에서 차지하고 있는 중요성도 절감되고 있는 실정이다.

이는 버스노선결정이 버스회사의 採算性 및 強意性

* 서울대학교 공학연구소 특별연구원

등이 계재되어 버스노선의 長大化, 屈曲, 地下鐵과의 競合 등 非效率性에 기인하고 있을 뿐만 아니라 路面交通限界와 지하철 노선의 지속적인 擴充에 기인하여 버스이용객의 轉移에 따른 결과로 풀이되며 이로 인해 버스운영회사는 물론 都市體系 全般의 效率性 極大화라.⁽²⁾⁽³⁾

따라서 본 연구는 大衆交通의 主軸을 이루게 될 지하철을 중심으로 大衆交通 利用者의 便益을 極大化하도록 주어진 지하철노선과 連繫體系를 구축할 연계버스 서비스권역을 설정하여 버스와 지하철이 相互補完의 大衆交通體系를 構築, 都市 全體系의 社會·經濟的 費用損失 最小化를 圖謀하고자 하는데 그 目的이 있다.

1.2 研究의 範圍 및 方法

本研究는 地下鐵驛 및 路線을 중심으로 尖頭時間帶 大衆交通 利用者의 通行時間費用과 버스 및 지하철의 運營費用을 最小化할 수 있는 連繫버스서비스圈域을 설정하는 것인데, 이는 大衆交通 利用者의 個個 通行行態에 초점을 맞춘 利用者 最適化(User Optimal)次元에서의 圈域을 설정한다.

連繫圈域은 대중교통 이용자의 便益을 最大化 하도록 지하철노선과 연계할 수 있는 연계버스의 서비스권역으로, 尖頭時間帶를 중심으로 대중교통 이용자의 通行目的地는 都心으로 가정하여 도심까지의 통행에 있어서 직접 버스를 이용하는 경우와 버스를 이용하여 지하철역에서 換乘하는 2가지 경우를 비교하여 이용자의 便益이 최대가 되는 지역을 구분하여 지하철역 중심의 서비스 권역을 결정하는 方法과 그 解法을 제시한다.

한편 適定連繫圈域決定方法의 檢證을 위해 우선적으로 서울시의 特定지역을 대상으로 도심과 외곽지역이 연결되는 街路體系를 실제와 유사하게 구성하여 적용하였다.

이는 대상가로망을 數值資料化하여 GIS Package 중 Grid방식의 地理情報 및 畫像處理用 system인 IDRISI를 이용하였다.⁽⁴⁾ 畫像處理 圖面化過程은 가로 및 대중교통이용객의 出發通行端의 위치 등을 모두 座標數

值化하여 인근 버스정류장까지 步行距離, 街區內 位置等의 空間距離를 Pixel단위로 하여 그 圈域을 결정하였다.

2. 連繫버스 서비스圈域 決定

2.1 概 要

기존 지하철역 및 노선, 그리고 地下鐵 運營體系와 周邊 交通與件下에서 지역버스를 적절히 連繫시켜 大衆交通 利用乘客의 利用便益을 극대화하기 위한 지침을 주기 위한 것으로서 地下鐵과 지역버스간 適定 連繫 서비스 圈域을 결정하는 방법 및 그 해법을 제시하는데 목적이 있다.

P.G. Furth^{[5][6]}에서 주어진 서비스 지역 내에서의 시내버스와 都心 직행버스간 서비스 連繫 方案으로서 2段階 動的計劃法(Two Stage-Dynamic Programming Approach)을 이용하여 직행버스와 시내버스의 適定 連繫 서비스圈域을 설정하였다. 그리고 S.C. Wirasinghe^{[7][8]}등은 주어진 서비스지역에서 철도망은 都心(CBD)을 중심으로 放射形으로 이루어 져 있고, 鐵道網 周邊 道路網은 그 지역내 임의의 지점에서 역까지의 連結道路가 直線이나 圓弧로만 이루어져 있다는 가정 하에서, 大衆交通 利用乘客의 便益을 극대화하도록 주어진 철도와 지역버스간 適定 連繫 서비스 圈域을 결정하는 방법을 제시하였다.

그러나 本論文에서는 現實性을 높이기 위하여 도시지역내에서의 實質적인 가로망, 즉 格子形(Rectangular Grid)으로 가정하였고, 이러한 實質 도로망 하에서 大衆交通 利用乘客의 便益을 극대화하기 위한 주어진 地下鐵 運營體系에 대한 連繫버스의 適定 서비스圈域을 결정하는 방법을 제시하고 권역결정은 Grid방식의 地理정보 및 화상처리용시스템인 IDRISI를 사용하였다..

2.2 連繫버스 서비스圈域 決定模型 構築

2.2.1. 假定 및 變數 設定

1) 假定

- (1) 주어진 서비스지역에 존재하는 地下鐵 運營體系는 地下鐵 運行路線, 驛舍數 및 尖頭時間 中 運行頻度 數에 의한다.
- (2) 尖頭時間 中 大衆交通 利用乘客은 居住地 通行端에서 都心으로 통근하는 것으로 가정한다.
- (3) 버스 停車場은 도로가 서로 만나는 교차지점과 인근지점 등 大衆交通 需要密度가 높은 지점에 설치되어 있는 것으로 가정한다.
- (4) 대부분의 大衆交通 利用乘客은 大衆交通 이용에 대한 결정시 아래와 같이 의사결정을 하는 것으로 가정한다.
 - ① 大衆交通 利用乘客은 본인이 위치한 지점에서 가장 가까이 위치한 버스 停留場이나 地下鐵驛을 이용한다.
 - ② 大衆交通 利用乘客은 자기가 위치한 지점에서 가장 가까운 버스 停留場으로 가서 버스를 타고 목적지인 都心까지 直接 가거나 또는 지역버스로 가장 가까운 地下鐵驛까지 가서 地下鐵로 換乘하여 목적지인 都心으로 通行하는 것으로 가정한다.
 - ③ 승객이 인접 버스停留場까지 도보로 通行하는데 소요되는 시간은 무시한다.
- (5) 버스는 停留場에서 출발하여 地下鐵驛 또는 都心으로 通行할 때 해당 목적지까지의 最短經路 (Shortest Path)를 따라 주행한다.
- (6) 地域버스의 直接 都心通行서비스(Direct Bus-Service)를 위한 走行速度와 連繫 서비스(Feeder Bus-Service)를 위한 走行速度는 地域의 특성을 고려한 평균 버스 走行速度로 가정한다.
- (7) 각 역에서의 停車나 출발시 地下鐵 加減速率은 동일하다고 가정한다.
- (8) 각 버스路線의 起點은 서비스지역 外廓 境界地域에 위치한 停留場으로 한다.

2) 變數 設定

h_i = 尖頭時間帶 驛 i에서의 地下鐵 運行時隔 (Headway)

I_i = 地下鐵驛을 나타내는 것으로, i는 都心에서 i번 째에 있는 역을 의미함

s_i = 역 i와 인접 i+1 간의 역간 거리

$D^1(k)$ = k 起點의 버스停留場에서 都心까지 通行하는 最短 버스路線延長

$D^2(k,i)$ = k 起點의 버스停留場에서 地下鐵驛 i까지 通行하는 最短 버스路線延長

S_i = 都心에서 地下鐵驛 i까지의 거리로서,

$$S_i = \sum_{j=1}^{i-1} s_j$$

V = 地下鐵 運行速度

W = 直接 서비스버스의 運行速度

U = 連繫 서비스버스의 運行速度

w_T = 地下鐵 停車時 발생하는 加減速에 의한 損失時間

r_B = 乘客輸送에 소요되는 버스의 時間當運行費用

r_T = 乘客輸送에 소요되는 地下鐵의 時間當運行費用

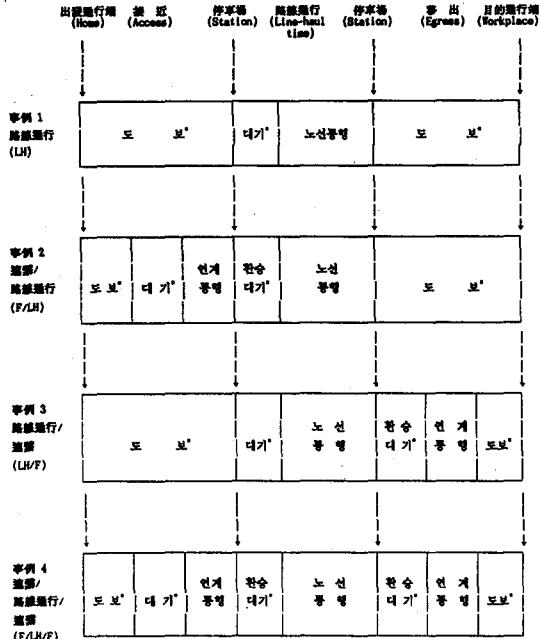
r_w = 地下鐵 승차시까지의 平均待機時間費用

r_t = 각 地下鐵驛에서의 換乘時間費用

2.2.2 連繫서비스 便益函數 定義

大衆交通 利用者들의 通行斷面(Trip Profiles)構成은 出發 通行端에서 目的 通行端까지 경로상에 주어진 交通與件에 따라 달라질 수 있다. 일반적으로 大衆交通利用에 있어서 通行斷面 構成은 직접 노선버스나 지하철 등의 主交通手段을 이용해 바로 目的地까지 通行하는 경우, 出發地에서 連繫手段을 이용해 主交通手段을 바꿔타고 다시 連繫手段을 이용해 最終 目的地까지에 이르는 등인데 이를 구체적으로 살펴보면 그림 2.1과 같이 4가지 경우로 구분할 수 있다.^{[9][10]} 이 그림에서 보는 바와 같이 大衆交通利用의 效率性 增進은 이들 각 경우에 있어서 한 과정을 제거하거나 通行時間 또는 待機時間을 最小化 시키는 것인데 이는 地域의 特性, 都市體系 등을 고려하여야 한다. 본 연구에서는 大衆交通利用者의 通行端을 그림 2.1을 勘察하여 出發 通行端에서 都心까지 通行에 있어서 所要되는 費用을 직접 버스로 가는 경우와 連繫手段을 이용하는 경우로 구분하여 費用函數를 定義하였는데 이는 다음과 같다.

이 성 모



註) * 는 車外時間(out-of-vehicle time)

그림 2.1 大衆交通 通行 斷面圖

1) 直接 서비스에 따른 發生費用

앞의 가정 (8)에 의하여 버스는 해당 서비스지역의 외곽 경계에 위치한 각停留場에서 출발하여 승객들을 수송한다고 할 때, 起點 버스停留場 k에서 都心까지 直接 서비스(Direct Service)를 하는 경우 발생하는費用 C_D 은 아래와 같이 定義된다.

$$C_D(k) = \{D^1(k)/W\} \cdot r_B \quad (2.1)$$

2) 連繫서비스에 따른 發生費用

起點 버스停留場 k에서 地下鐵驛 i까지 지역버스로 가서 i역에서 地下鐵로 換乘하여 地下鐵로 都心까지 連繫서비스(Feeder Service)를 하는 경우 발생하는費用 C_F 은 크게 버스로 地下鐵驛까지 가는데 소요되는時間費用, 地下鐵驛에 도착하여 다음 地下鐵이 도착할

때까지 기다리는데 소요되는 時間費用, 해당 地下鐵驛에서 地下鐵로 都心까지 가는데 소요되는 時間費用 및 해당 역에 停車하여 다시 출발할시 발생하는 地下鐵 加減速에 의한 時間損失費用 등 4가지의 費用要所로 이루어 지는데 이들 각 費用要所를 定義하면 아래와 같다.

(1) 버스로 地下鐵驛까지 가는데 소요되는 時間費用

앞의 가정 (5)에서 버스는 起點 停留場에서 地下鐵驛까지 最短 路線을 따라 주행한다고 가정하였기 때문에, 起點 버스停留場 k에서 출발하여 地下鐵驛 i까지 가는데 소요되는 時間費用 $A_B(k,i)$ 은 아래와 같이 定義된다.

$$A_B(k,i) = \{D^2(k,i)/U\} \cdot r_B \quad (2.2)$$

(2) 地下鐵 待機時間 費用

버스 운행시간 일정은 地下鐵의 운행시간 일정과 무관하기 때문에, 地下鐵의 각 역 i에서의 운행시격이 h_i 라고 하면 역 i에 도착하여 그 다음 地下鐵이 도착할 때까지 待機時間은 $(h/2)$ 이다. 그러므로 역 i에서 승객이 地下鐵이용을 위해 기다리는 待機時間費用 $A_w(i)$ 은 아래와 같이 定義된다.

$$A_w(i) = (h/2) \cdot r_w \quad (2.3)$$

(3) 地下鐵驛에서 都心까지 가는데 소요되는 時間費用 地下鐵 運行路線을 따라 역 i에서 都心까지 가는데 所要되는 時間費用 $A_T(i)$ 은 都心에서 역 iR까지의 運行距離에 비례하며 아래와 같이 定義된다.

$$A_T(i) = (S_i/V) \cdot r_T \quad (2.4)$$

(4) 停車에 의한 加減速으로 발생하는 時間損失費用

역에서 停車를 하게되면 停車를 하기 위해 一定比率로 속도를 감속하게 되고, 그리고 승객의 승하차가 끝날 때까지 정지하고 있어야 하며 또한 승하차가 끝

나면 다시 출발하여 정상속도에 도달할 때까지 가속하기 위한 時間損失이 발생한다.

따라서 이와같이 각 역 i 에서 停車에 의한 加減速으로 발생하는 時間損失費用 $A_L(i)$ 을 定義하면 아래와 같다.

$$A_L(i) = (w_T \cdot r_T) \cdot i \quad (2.5)$$

그리므로 起點 버스停留場 k 에서 地下鐵驛 i 까지 지역버스로 가서 i 역에서 地下鐵로 換乘하여 地下鐵로 都心까지 連繫서비스(Feeder Service)를 하는 경우 발생하는 費用 C_F 는 式 (2.2), (2.3), (2.4), (2.5)의 合으로 定義할 수 있는데 이는 式 (2.6)과 같다.

$$\begin{aligned} C_F(k) &= A_B(k,i) + A_w(i) + A_T(i) + A_L(i) \\ &= \{D^2(k,i)/U\} \cdot r_B + (h_i/2) \cdot r_w + (S_i/V) \cdot r_T \\ &\quad + (w_T \cdot r_T) \cdot i \end{aligned} \quad (2.6)$$

이상과 같이 定義된 直接 서비스에 따른 發生費用 C_D 와 連繫서비스에 따른 發生費用 C_F 가 결정되면 大衆交通 利用乘客에게 直接 서비스보다 連繫서비스를 제공해 줌으로써 승객이 얻게 되는 費用節減效果 즉 便益 B 를 아래 式 (2.7)과 같이 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} B(k) &= C_D - C_F \\ &= \{D^1(k)/W\} \cdot r_B - \{D^2(k,i)/U\} \cdot r_B + (h_i/2) \\ &\quad \cdot r_w + (S_i/V) \cdot r_T + (w_T \cdot r_T) \cdot i \end{aligned} \quad (2.7)$$

$i = 1, 2, \dots, M$ 이고, M 은 適正 地下鐵 驛舍數를 나타낸다.

$B_i < 0$ 이면, 이는 $C_D < C_F$ 가 되어 直接 서비스보다는 連繫서비스를 제공하는 것이 大衆交通 利用乘客에 보다 많은 便益을 제공해 줌을 의미하기 때문에 이 조건을 만족하는 모든 지역을 連繫서비스 圈域으로 설정하여야 할 것이다.

3. 連繫버스 서비스圈域 決定解法

서비스 地域內 起終點間 地下鐵 運行路線이 決定되어 그 路線上에 M 개의 驛舍가 건설되어 있다고 하였을 때, 地下鐵 驛舍는 종점인 都心을 중심으로 $1, 2, \dots, M$ 의 순서로 배치되어 있고, 주변 버스노선망과 각 버스노선의 起點인 外廓 境界의 버스停留場은 그림 3.1과 같이 분포한다고 가정한다.

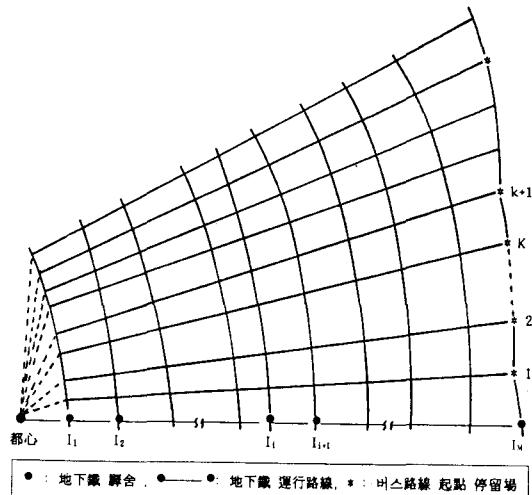


그림 3.1 서비스地域의 交通體系圖

그러면 實際 交通體系를 최대한 반영하고 있는 그림 3.1과 같은 大衆交通體系下에서의 連繫서비스 圈域을 설정하는 것은 아래와 같은 방법으로 할 수 있다. 이 방법의 根幹이 되는 事象은 그림 3.1과 같은 서비스지역에 대해 지역버스路線과 連繫할 수 있는 地下鐵驛이 하나인 경우로부터 시작하여, 地下鐵 驛數를 점차 확장해 가면서 그에 대응하는 주어진 地下鐵 運行路線에 대한 지역버스의 連繫 서비스 圈域을 결정해 나가는 것이다.

그래서 먼저 주어진 地下鐵 運行路線에 地下鐵驛이 하나뿐인 경우에 대한 지역버스의 連繫서비스 圈域을 설정하는 것은 아래와 같은 방법으로 할 수 있다.

즉 각 버스路線의 起點 停留場 $k = 1, 2, \dots$ 로부터 都心까지의 最短路線을 찾아 그에 대응하는 直接 서비스費用 $C_D(k) = \{D^1(k)/W\} \cdot r_B$, $k = 1, 2, \dots$ 을 산출한다.

그리고 連繫버스의 서비스 費用으로서 각 버스路線의 起點 停車場에서 역 I_1 까지 連繫버스로 가서 地下

鐵로 換乘하여 都心으로 가는데 소요되는 費用,

$$C_F(k) = \{D^2(k,l)/U\} \cdot r_B + (h_l/2) \cdot r_w + (S_l/V) \cdot r_T + (w_T \cdot r_T), k = 1, 2, \dots$$

을 계산한다.

각 k 에 대응하는 直接서비스 費用과 連繫서비스 費用이 계산되면, 다음 조건을 만족하는 버스路線 起點 k^1 에서 都心까지의 最短 地域路線과 地下鐵驛 I_1 까지의 最短連繫 버스 路線을 찾는다. 즉, $k^1 = \min\{k \mid B_k(k) \leq 0, k = 1, 2, \dots\}$

그러면, 앞의 가정(4)에 따라 승객들은 자기가 위치한 지점에 가장 인접한 버스停留場이나 地下鐵驛으로 도보로 접근하되, 이에 따른 所要時間은 무시한다고 하였기 때문에 그림 3.2에서 k^1 에서 地下鐵驛 I_1 까지의 最短路線 (k^1, I_1) 内부에 있는 승객들은 路線 (k^1, I_1)로 가서 지역버스로 地下鐵에 連繫하는 方案을 선택할 것이다.

이때, 都心과 地下鐵驛 I_1 의 중심에서 地下鐵驛 I_1 사 이에 위치한 승객들 중 $P_1 Q_1 I_1$ 의 내부에 있는 승객들은 앞의 가정(4)에 의하여 連繫서비스 방안을 선택할 것이기 때문에 $P_1 Q_1 I_1$ 를 地下鐵驛 I_1 에 대한 지역버스의 連繫 서비스 圈域으로 포함시킬 수 있다. 따라서, 地下鐵驛이 하나인 경우에 대한 連繫서비스 圈域은 그림 3.2의 $k^1 P_1 Q_1$ 内部領域으로 결정된다.

다음으로 地下鐵 運行路線에 地下鐵驛이 두개 있는 경우(I_1, I_2)에 대한 연계버스의 서비스 圈域을決定하는 것은 아래와 같은 方法으로 할 수 있다. 즉 각 버스路線의 起點 停留場 $k = k^1+1, k^1+2, \dots$ 로 부터 都心까지의 最短 路線을 찾아 그에 대응하는 直接 서비스費用 $C_D(k) = \{D^1(k)/W\} \cdot r_B, k = k^1+1, k^1+2, \dots$ 을 산출한다. 그리고 連繫버스의 서비스 費用으로서 각 버스路線의 起點 停留場에서 가장 인접한 역 I_2 까지 버스로 가서 地下鐵로 換乘하여 都心으로 가는데 소요되는 費用,

$$C_F(k) = \{D^2(k,2)/U\} \cdot r_B + (h_2/2) \cdot r_w + (S_2/V) \cdot r_T + (w_T \cdot r_T) \cdot 2, k = k^1+1, k^1+2, \dots$$

을 계산한다.

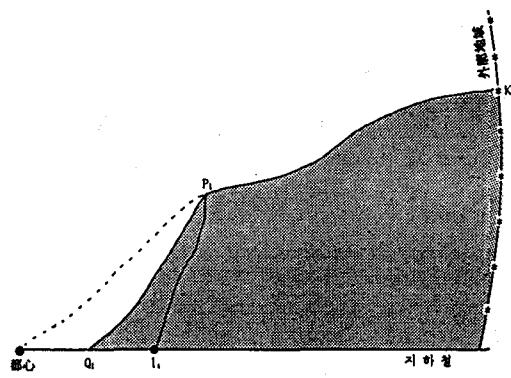


그림 3.2 地下鐵驛이 하나인 경우의 連繫서비스 圈域

각 k 에 대응하는 直接서비스 費用과 連繫서비스 費用이 계산되면, 다음 조건을 만족하는 버스路線 起點 k^2 에서 都心까지의 最短連繫路線과 地下鐵驛 I_2 까지의 最短連繫버스路線을 찾는다.

$$\text{즉, } k^2 = \min\{k \mid B_2(k) \leq 0, k = k^1+1, k^1+2, \dots\}$$

그러면, 앞의 가정(4)에 따라 승객들은 자기가 위치한 지점에서 가장 인접한 버스停留場이나 地下鐵驛으로 도보로 접근하되, 이에 따른 소요시간은 무시한다고 하였기 때문에 그림 3.3에서 (k^2, P_2) 와 (k^1, P_1) 와 내부에 있는 승객들은 路線 (k^2, I_2) 로 가서 連繫버스로 地下鐵驛 I_2 에 換乘하는 방안을 선택할 것이다.

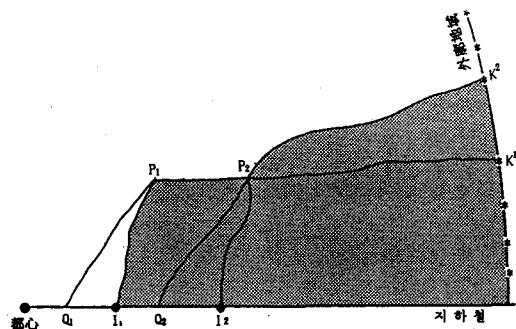


그림 3.3 地下鐵驛이 두개인 경우의 連繫 서비스 圈域

이때, 地下鐵驛 I_1 과 地下鐵驛 I_2 의 중심에서 地下鐵驛 I_2 사이에 위치한 승객들은 地下鐵驛 I_2 내부에 있는 승객들은 앞의 가정(4)에 의하여 (P_2, Q_2) 의 連繫버스路線으로 地下鐵驛 I_2 에 換乘하는 서비스방안을 선택할 것 이기 때문에 $P_2Q_2I_2$ 를 地下鐵驛 I_2 에 대한 連繫버스의 서비스 圈域으로 포함시킬 수 있다. 따라서, 地下鐵驛이 두개인 경우에 대한 連繫서비스 圈域은 그림 3.3의 $k^2P_2Q_2$ 内部領域으로 결정된다.

그리면 앞에서 설명한 방법과 같은 방법으로 地下鐵驛數를 확장시켜 가면 일반적으로 地下鐵驛이 i 개 있는 경우(I_1, I_2, \dots, I_i)에 대한 連繫버스의 서비스 圈域을 결정하는 것은 아래와 같은 방법으로 할 수 있다. 즉, 각 버스路線의 起點 停留場 $k = k^{i-1}+1, k^{i-1}+2, \dots$ 로 부터 都心까지의 最短路線을 찾아 그에 대응하는 直接サービス費用 $C_D(k) = \{D^2(k)/W\} \cdot r_B$, $k = k^{i-1}+1, k^{i-1}+2, \dots$ 을 산출한다. 그리고 連繫버스의 서비스費用으로서 각 버스路線의 起點 停留場에서 가장 인접한 역 I_2 까지 連繫버스로 가서 地下鐵로 換乘하여 都心으로 가는데 所要되는 費用

$$C_F(k) = \{D^2(k,i)/U\} \cdot r_B + (h/2) \cdot r_w + (S_i/V) \cdot r_T \\ + (w_T \cdot r_T) \cdot i, k = k^{i-1}+1, k^{i-1}+2, \dots$$

을 계산한다.

각 k 에 대응하는 直接서비스費用과 連繫서비스費用이 계산되면, 다음 조건을 만족하는 버스路線 起點 k^i 에서 都心까지의 最短地域路線과 地下鐵驛 I_i 까지의 最短連繫버스路線을 찾는다.

$$\text{즉, } k^i = \min\{k \mid B_i(k) \leq 0, k \\ = k^{i-1}+1, k^{i-1}+2, \dots\}$$

그러면, 앞의 가정(4)에 따라 승객들은 자기가 위치한 지점에서 가장 인접한 버스停留場이나 地下鐵驛으로 도보로 접근하되, 이에 따른 所要時間은 무시한다고 하였기 때문에 그림 3.4에서 (k^i, P_i) 와 (k^{i-1}, P_{i-1}) 내부에 있는 승객들은 路線 (k^i, I_i) 로 가서 連繫버스로 地下鐵驛 I_i 에 連繫하는 方案을 선택할 것이다. 이때, 地下鐵驛 I_{i-1} 과 地下鐵驛 I_i 의 중심에서 地下鐵驛 I_i 사이

에 위치한 승객들 중 P_iQ_i 내부에 있는 승객들은 앞의 가정(4)에 의하여 (P_i, Q_i) 의 連繫버스路線으로 地下鐵驛 I_i 에 換乘하는 서비스方案을 선택할 것이기 때문에 P_iQ_i 를 地下鐵驛 I_i 에 대한 連繫버스의 서비스圈域으로 포함시킬 수 있다. 따라서, 일반적으로 地下鐵驛이 i 개인 경우에 대한 連繫서비스 圈域은 그림 3.4의 $k^iP_iQ_i$ 内部領域으로 결정된다.

한편 本章에서 주어진 地下鐵 運行路線에 대한 連繫버스의 서비스圈域을 결정하는데 있어서, 起點 버스停留場에서 都心이나 인접 地下鐵驛까지의 最短地域 버스路線 결정시 이용되는 방법으로는 어떤 起點에서 종점까지의 最短經路를 구하는 最短經路解法으로서汎用되고 있는 Label Correcting Method를 적용하였다.^{[1][2]}

이상의 過程을 통해 연계버스서비스권역을 결정하기 위해 컴퓨터 프로그램을 개발했으며 결과를 數值資料化하여 이를 地形情報體系(GIS)의 일종인 地圖化技法의 IDRISI Package를 이용하여 畫象處理 圖面化하였다. 畫象處理 圖面化過程은 街路 및 出發通行端의 位置 등을 모두 座標數值화하여 인근 버스정류장까지의 步行距離, 街區內의 位置 등 空間的 距離를 Pixel單位로 하여 그 권역을 결정하였다.

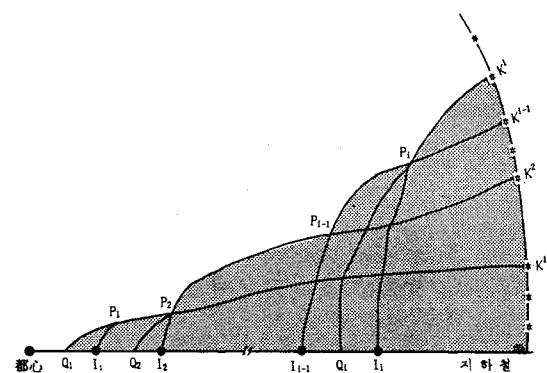


그림 3.4 地下鐵驛이 i 개인 경우의 連繫서비스 圈域

4. 模型適用 및 檢證

4.1 資料構築

本研究는前述한 바와 같이 都市內에서 大衆交通手段의 主軸을 이루고 있는 地下鐵(電鐵 包含)과 시내 버스의 特性을 규명하고 이들을 效率的으로 連繫시켜 競爭的關係에 있는 두 수단을 相互補完關係로 誘導함으로 社會經濟的 費用을 低減시킬 수 있는 模型을 構築하는데 그 目的이 있다.

前述한 바와 같이 地下鐵利用者가 尖頭時 주로 向都心通行으로 한다는 가정하에 地下鐵路線과 驛舍位置를 중심으로 住居地通行端에서 直接 버스를 이용하는 경우와 버스를 이용하여 隣近地下鐵驛에서 換乘하는 경우의 利用者便益을 근거로 連繫버스서비스圈域을 設定한다.

여기서 연계서비스에 따른 발생비용은 前提된 假定에 따라 버스通行時間費用, 待機時間費用, 地下鐵通行에 따른 時間費用 등 크게 4가지로 구분했는데 이는 다음과 같다.

한편, Wirashinge, Vuchic 등^{[7][8][13][14]}은 都市構造가 理想的인 상태하에서 즉 向都心性 放射線의 直線形인 幹線軸을 따라 노선을 설정한다는 가정하에 幾何學的인 概念을 導入하여 필요한 驛舍數를 중심으로 연계권역을 설정하고자 했을 때 지하철역사의 배치 간격, 그 위치 그리고 연계권역 등을 解析的으로 규명했는데 이는 現實與件反映에 限界點이 있다. 그러나 本 연구는 現實與件을 資料構築時에 充分히 反映할 수 있으므로 實際狀況을 보다 정확하게 모사할 수 있는 방법을 제시하였다.

모형에 적용되는 변수는 전술한 바와 같이 버스通行時間費用, 待機時間費用, 地下鐵 運行費用 等이 고려되는데 이들 자료의 特性 및 構築方法은 後述한 바와 같다.

模型 檢證을 위한 街路網體系는 既存地下鐵路線을 중심으로 한 街路體系를 대상으로 前提事項과 본 연구의 범위를 감안하여 서울시의 特定지역과 유사한 街路網을 構成하여 適用하였다. 이 街路網의 特性은 既存 地下鐵 路線의 都心과 外廓地域의 起終點間延

長이 10~15km인 점과 街路區間別 距離도 100~500m로 實際 街路網體系와 유사하게 구성했는데 이는 그림 4.1과 같다.

또한 대중교통이용자는 特定地域에서 尖頭時 向都心性 大衆交通利用者の 通行方法을 2가지로 구분하여 그 便益의 크기에 따라 직접 버스를 타고 都心까지 通行하는 방법과 인근 地下鐵驛으로 와서 地下鐵을 이용하여 도심까지 通行하는 2가지 방법을 비교하여 연계 버스서비스권역을 설정하였다. 특히 여기에는 대중교통이용자가 尖頭時 出發通行端에서 도심이나 隣接地下鐵驛까지의 운행하는 버스의 最短經路決定方法은 범용되고 있는 Label Correcting Method를 적용하였으며 여기에는 User Optimal 입장에서 분석의 촋점을 맞추었으며 이들 通行費用에 따른 資料構築方法은 다음과 같다.

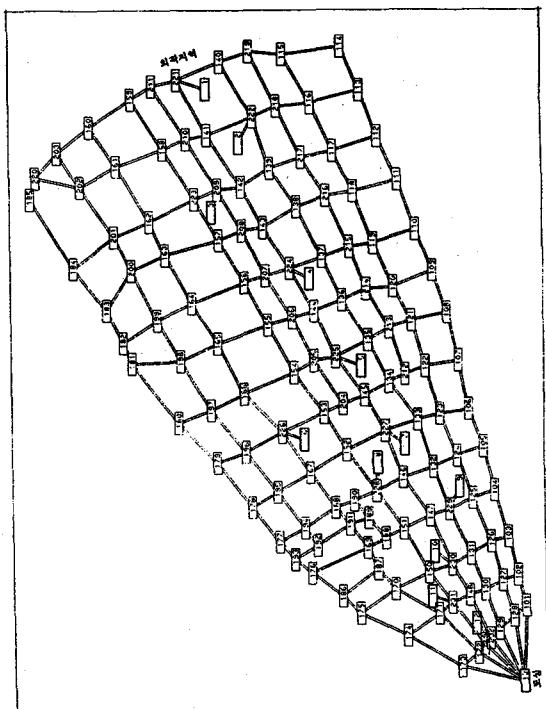


그림 4.1 分析對象 街路網 體系圖

1) 직접서비스에 따른 發生費用

尖頭時間帶 대중교통이용자가 出發通行端에서 向都心 通行時 버스를 이용하여 직접도심까지 通行하는데 소요되는 비용이다. 이는 出發通行端에서 가장 隣接한 버스정류장을 이용하여 都心通行端까지 운행되는 최단 버스노선연장을 버스의 운행속도로 나눈값에서 승객수송에 所要되는 버스의 時間當 運行費用을 곱한값으로 나타낼 수 있다. 여기서 버스운행속도는 對象路線 전 구간의 平均運行速度로 감안할 수 있으며 버스의 時間當 運行費用은 大衆交通利用客 1인당 시간가치는 교통개발연구원 내부자료인 '93년 현재 1인당 3,385원을 적용했으며, 이를 버스의 平均 載車人員數를 감안하여 산정할 수 있다.

2) 連繫 서비스에 따른 發生費用

(1) 버스가 地下鐵驛까지 通行하는 데 소요되는 費用

이는 대중교통 이용자가 出發通行端에서 가장 隣接한 버스정류장으로 가서 버스를 이용 地下鐵驛까지 가는데 소요되는 비용이다. 이는 出發通行端 인근 버스정류장에서 最短 地下鐵驛까지 通行하는 버스 노선연장을 버스 운행속도로 나눈 값에 乘客輸送에 소요되는 버스의 시간당 運行費用을 곱하여 구할 수 있다. 이 비용의 산정과정은 위의 1)과 동일하다.

(2) 地下鐵 待機 時間費用

出發通行端에서 이용하는 버스의 운행시격은 地下鐵 通行時隔과 무관하기 때문에 地下鐵이 도착할 때 까지 대기해야하는 경우의 時間費用이다. 이는 특정 地下鐵驛 i에서의 地下鐵 通行時隔이 hi 라면 地下鐵을 대기할 시간은 $(hi/2)$ 로 나타낼 수 있다. 그러므로 버스이용자가 地下鐵 이용을 위해 待機하는 時間費用은 평균대기시간에 地下鐵 乘車時까지의 平均待機時間費用을 곱하여 나타낼 수 있다.

(3) 地下鐵驛에서 都心까지 가는데 所要되는 時間費用

버스 이용승객이 地下鐵로 換乘하여 도심까지 가는데 所要되는 時間費用은 換乘驛에서 도심까지 운행거리에 比例한다. 이 시간비용은 換乘驛에서 도심까지의 거리를 地下鐵 운행속도로 나눈 값에 地下鐵의 시간당 운행비용을 곱하여 산정할 수 있다. 여기서 地下鐵 운행속도는 標定速度를 기준으로 하며 地下鐵의 시간당 운행비용은 서울 지하철 3,4호선을 중심으로 km당 약 40,000원으로 계상했으며 열차편성은 8편성, 배차간격을 5분단위로 구성했다.

(4) 停車로 인한 加減速으로 發生하는 時間損失費用

地下鐵이 승객의 승하차를 위해 驛에서 정차를 하게되면 이 때 정차와 더불어 加減速하게 되므로 이에 따른 시간손실이 발생한다. 特定驛 i에서 정차에 의한 가감속으로 발생하는 時間損失費用은 地下鐵 停車時 발생하는 가감속에 의한 손실시간에 地下鐵의 시간당 운행비용을 곱하여 산정할 수 있다. 그러나, 地下鐵의 標定速度는 전술한 바와 같이 승객을 승하차 시키기 위한 가감속 시간 및 정차시간을 포함한 속도이기 때문에 常數項目으로 처리해도 별 문제가 없을 것으로 판단된다.

4.2 適用過程

本 研究에서 構築된 模型의 檢證을 위해 우선적으로 서울市의 特定地域을 대상으로 都心과 外廓地域이 연결되는 街路網體系를 실제와 類似하게 구성했는데 이는 앞의 그림 4.1과 같으며 가로망의 특성치는 표4.1과 같다. 이 그림에서 보는 바와 같이 都心에서 外廓까지의 距離는 약 15km이며, 各 區間(Link)의 길이는 100~500m, 긴 區間은 1km 내외로 현재 서울의 도심에서 외곽까지 地下鐵路線 延長과 實際 街路網 體系에 있어서 街區(Block)길이를 감안한 것으로 交叉點(Node)은 132개, 區間(Link)은 236개로 구성했다. 이 규모는 地下鐵驛 및 路線 影響圈帶(Band)를 감안하여 7개 역사를 감안하여 이를 中心으로 連繫버스 서비스圈域도 포함하였다. <그림 4-2 참조>

이성모

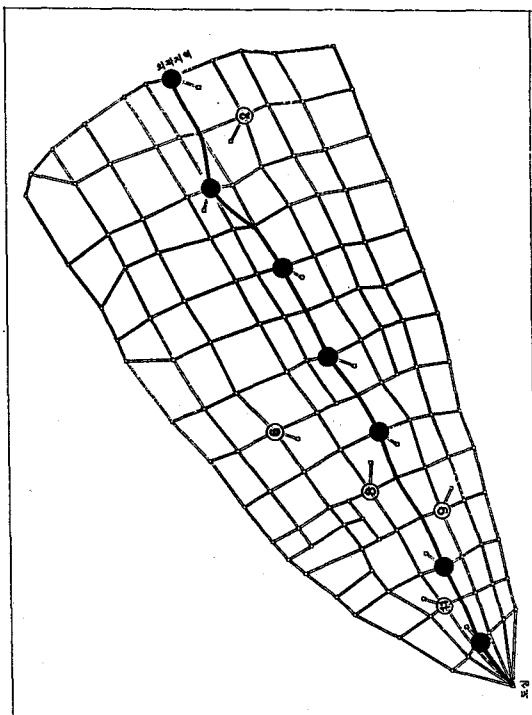


그림 4.2 가로망체계를 감안한 노선구성도

한편 連繫버스 서비스圈域 설정을 위해 구축된 모형의 적용과정은 직접버스를 이용하여 都心으로 通行하는 경우와 버스를 이용 隣近 地下鐵驛으로 버스로 가서 地下鐵을 利用하여 都心으로 가는 경우이다. 여기서 大衆交通 利用者の 便益은 직접통행시와 연계통행시의 時間費用의 차이에 따라 通行方法이 선택될 수 있다는前提에서 출발한 것이다.

또 連繫버스 서비스圈域 設定部門에서 적용되는 資料項目中 地下鐵과 관련된 資料, 즉 地下鐵 運行時隔, 地下鐵 運行速度 등은 현 지하철 운영체계를 수용했다. 그리고 連繫버스 서비스 권역은 地下鐵驛까지 운행하는 버스의 平均運行速度와 直接都心進入버스의 平均運行速度, 單位時間當 버스의 運行費用, 大衆交通 利用者の 時間費用 등인데 이중 連繫버스의 平均運行速度와 都心進入버스의 平均運行速度는 周邊 交通與件에 따라 그 변화의 폭이 다를 수 있는데, 이는 서비-

斯圈域 設定에 상당한 영향을 미칠 수 있다. 여기서는 버스의 平均運行速度의 변화에 따른 圈域의 범위를 함께 고려하였다.

특히 圈域範圍는 지하철역을 중심으로 주변의 交叉點(Node)들을 중심으로 설정했는데, 이는 지하철의 利用驛番號를 부여하면 地下鐵驛別로 利用乘客의 便益이 最大化되는 影響圈帶의 각 노드 등이 결정된다.

표 4.1 街路網 特性值

NODE	X 좌표	Y 좌표	NODE	X 좌표	Y 좌표	NODE	X 좌표	Y 좌표
1	187.785	114.63	140	197.833	98.583	187	38.303	50.4865
2	157.343	113.393	141	174.851	102.793	188	48.0215	48.1754
3	139.029	73.296	142	158.541	92.3081	189	54.4215	53.1531
4	111.063	60.1826	143	145.726	85.3181	190	59.8734	57.5383
5	79.6316	43.3534	144	119.397	69.4741	191	52.303	58.9309
6	43.7456	32.2163	145	93.0677	54.0961	192	45.6511	69.1531
7	22.709	16.1295	146	67.2047	42.6791	193	41.266	76.3628
8	1.4249	4.0025	147	55.0887	34.2911	194	51.1916	72.9309
101	26.6667	4.425	148	29.9247	21.9421	195	62.5252	81.5976
102	36.3333	6.75	149	14.3333	17.5833	196	75.1916	91.3754
103	48.3333	9.58333	150	37.1477	34.9901	197	88.303	102.264
104	63	13.75	151	50.8947	42.4461	198	103.636	111.82
105	76.8333	17.0833	152	75.8257	59.6881	199	116.525	119.153
106	88.5	21.75	153	87.4757	66.6781	200	132.303	127.375
107	103.833	24.9167	154	100.058	75.9981	201	142.747	132.709
108	118.953	28.4046	155	114.97	94.1531	202	158.526	143.153
109	132.241	33.1142	156	128.484	91.6091	203	169.192	150.264
110	145.192	38.1602	157	141.765	99.5311	204	90.2717	60.8531
111	160.722	43.6944	158	170.424	116.773	205	103.786	69.7071
112	174.5	49.6944	159	186.035	127.025	206	117.3	76.4642
113	188.944	54.8056	160	177.414	140.042	207	130.581	84.8521
114	202.5	60.5833	161	164.97	131.82	208	144.794	92.0752
115	200.056	78.8056	162	147.633	121.375	209	157.609	99.7641
116	184.944	70.1389	163	137.192	116.486	210	173.453	109.317
117	169.833	63.25	164	121.858	108.042	211	190.222	120.035
118	157.167	57.25	165	109.192	100.042	212	99.6111	41.6944
119	140.944	51.25	166	93.4141	91.8198	213	114.278	46.5833
120	127.167	45.25	167	68.7474	71.1531	214	126.5	53.4722
121	116.5	39.6944	168	57.3633	63.3754	215	139.685	58.5463
122	102.056	35.4722	169	44.9697	53.5976	216	155.685	65.6574
123	87.1667	31.0278	170	31.8586	45.3754	217	167.833	73.0649
124	74.0556	25.4722	171	24.0802	31.9383	218	183.833	80.7686
125	60	5	172	11.5	19.4167	219	201.018	89.3611
126	46.7222	15.0278	173	7.2511	24.8272	220	161.414	157.153
127	34.5	11.4722	174	17.2067	41.8939	221	192.093	112.113
128	23.3333	8.08333	175	24.1993	55.9976	222	180.5	88.3611
129	19.1667	12.75	176	36.9993	70.5309	223	154.951	106.987
130	31.6111	17.0278	177	46.7474	81.1531	224	132.911	77.1632
131	42.9444	21.4722	178	57.6363	89.5976	225	104.951	62.9501
132	70	5	179	71.8586	100.487	226	81.4141	79.8198
133	85.3889	37.9167	180	84.303	112.709	227	81.8837	48.0381
134	97.1667	46.5833	181	102.97	127.375	228	63.0107	50.8341
135	110.222	53.0278	182	109.414	130.264	229	57.1661	28.1389
136	122.944	60.8056	183	119.633	135.153	230	39.7107	27.5341
137	136.5	67.0278	184	132.97	145.598	231	27.5947	27.5341
138	152.278	74.8056	185	154.747	158.931	232	16.1667	15.75
139	164.278	83.0278	186	29.6511	61.4494			

버스의 通行經路는 最短經路를 선정하는 것을前提로 했는데 이는 Label Correcting Method를 이용했으며 圈域의 區劃은 GIS Package의 지리정보 및 화상처리 시스템인 IDRISI를 이용했는데 連繫圈域 設定過程을 보면 다음과 같다.

<Step 1>

- ① 地下鐵路線 및 驛舍位置, 其他 地下鐵 關聯資料 受容.
- ② 出發通行端에서 各 地下鐵 驛舍까지 最短經路를 구함.

(Label Correcting Method이용)

<Step 2>

- ① Step 1에서 구한 結果로부터 出發通行端으로부터 가장 가까운 地下鐵驛舍를 구함.
 ② 出發通行端에서 선정된 지하철역사 및 都心까지 運行費用 算定.

- 式 (2.6)이용

$$C_F(k) = \{D^2(k,i)/U\} \cdot r_B + (h/2) \cdot r_w + (S/V) \cdot r_T + (w_T \cdot r_T) \cdot i$$

<Step 3>

- ① 直接버스로 都心通行時 最短經路 구함.(Label Correcting Method이용)
 ② 도심까지 運行費用 算定- 式 (2.1)이용
 $C_D(k) = \{D^1(k)/W\} \cdot r_B$

<Step 4>

- ① 직접버스로 都心通行時와 지하철이용 도심通行시의 所要費用 算定하여 比較.
 - 式 (2.7)이용
 $B(k) = C_D - C_F$
 $= \{D^1(k)/W\} \cdot r_B - \{D^2(k,i)/U\} \cdot r_B + (h/2) \cdot r_w + (S/V) \cdot r_T + (w_T \cdot r_T) \cdot i$
 $B_k > 0$ 인 경우 : 직접버스로 도심통행
 $B_k < 0$ 인 경우 : 연계수단 이용 도심통행
 ② 각 노드에 利用地下鐵驛舍番號가 찍힘.

<Step 5>

모든 노드에 대해 앞의 1-4段階를 實行.

<Step 6>

適定 連繫버스 서비스圈域 設定 - 畫象處理

(IDRISI Package 이용)

이상과 같은 과정을 거쳐 連繫버스 서비스圈域을 設定했는데 그 結果는 다음 결과 같다.

4.3 適用結果

前述한 바와 같이 分析對象 街路網體系는 7개 地下

鐵驛으로 구성된 지하철노선을 중심으로 各驛中心의 連繫圈域을 導出하였다.

이 결과를 보면 직접버스를 이용하여 도심으로 통행하는 경우 버스운행속도에 따라 連繫圈域의範圍가 달라지며, 또 出發通行端에서隣接地下鐵驛까지 서비스하는 버스운행속도에 따라서도 권역의 범위가 달라진다. 여기서는 도심통행버스의 運行速度를 35KPH로 가정했을 때와 20KPH로 가정했을 경우의 연계권역 범위를, 地形情報(GIS)의 일종으로서 地圖化(Mapping)機能을 보유한 IDRISI Package를 이용해 나타냈는데 이는 그림 4.3과 그림 4.4와 같다.

따라서 連繫圈域範圍는 出發通行端에서 도심구간과 인접 지하철역 구간의 交通與件을 충분히 감안해 버스운행속도를 모형에 적용하므로 보다 현실적인 連繫圈域이 區劃될 것으로 판단된다. 또 이 모형은 地域特性에 따라 기존 지하철역 중심의 연계권역 설정에 적용이 가능할 뿐만 아니라 지하철 노선 중심의 共同配車制圈域設定에도 적용이 가능할 것으로 판단된다.

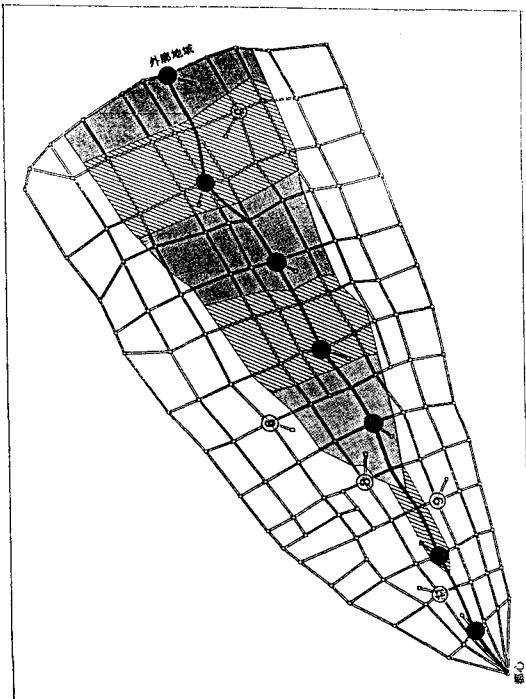


그림 4.3 都心區間 버스運行速度 35KPH時
連繫圈域範圍

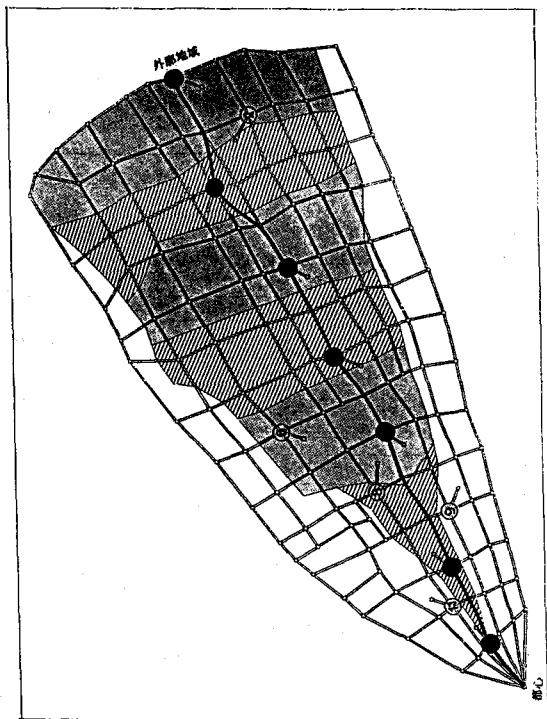


그림 44 都心區間 버스運行速度 20KPH時
連繫圈域 範圍

그리고 이상과 같이構築된模型을 서울시의實際街路網體系(地下鐵 街路網 各種特性勘案)과 유사한街路網圖를 구성하여檢證했는데 이의結論은 다음과 같다.

- 1) 기준에 제시된 모형들은實際的인現象을 정확하게模寫하는데에는 그限界가 있을뿐만 아니라 현실과거리감이 있는假定이內在되어 있는데 비해 본 연구에서는 되도록現實與件을 최대한 반영할 수 있는 모형을 정립하는데 촍점을 맞추었다.
- 2) 既存研究는 도시를理想的인狀況으로 가정하여 지하철 노선, 역간 간격, 지하철 운행 회수, 버스노선연장, 버스운행속도 등 개개별單純媒介變數로 처리하여 독립적으로 도출하므로 지하철과 버스의相互有機的인 관계를 규명하는데制限의要因이內在되어 있다. 그러나 본 연구에서 정립된 모형은 지하철 최적 노선, 역사 위치, 구간별 운행회수, 버스노선, 버스운행속도 등 여러媒介變數를複合的으로 사용하여大衆交通體系에 있어서相互聯繫性과有機性의 규명이 가능하다.
- 3) 地下鐵 역사 및 노선을 중심으로 연계권역이 결정되므로 지하철 및 버스의所要車輛數 및編成計劃,配線計劃, 年度別需要에 대응하기 위한長期的인車輛運行計劃, 區間別需要에 대처하기 위한 열차 및 버스운행 스케줄링等의 계획에 적용될 수 있다.
- 4) 위의 세번째 사항에 근거하여尖頭時地下鐵 및 버스의區間別需要를 감안, 驛別運行車輛 또는 乘客輸送의效率性增進을 도모할 수 있는運行政策(operation policy)의樹立이 가능하다.
- 5) 連繫버스서비스圈域設定에 지형정보 및 화상처리시스템인IDRISI를 적용하므로 지하철 및 버스운행체계의 상황에 탄력적으로 대응할 수 있으며主要幹線軸, 또는大規模需要發生地點을 고려하여換乘體系를 구축할 수 있는地下鐵驛을選定할 수 있으며 이는都市形態에 관계없이適用이 가능할 것으로 판단된다.

5. 結論

深化되고 있는都市交通問題가市民의都市活動에 있어서移動性 및接近性制約와 이에 따른負의要因의鎖鏈的波及效果를增大시키고 있다. 이의對處方案으로本研究는大衆交通活性화에 촍점을 맞추어大衆交通의主軸을 이루고 있는地下鐵과버스를 중심으로尖頭時向都心性大衆交通利用者들의出發通行端에서直接都心通行時와隣近地下鐵驛과의連繫通行時의便益을比較하여지하철역중심의연계버스서비스권역을 결정하는model과 그解法을 제시하였다.

- 6) 連繫버스서비스 圈驛設定方法은 향후 지하철노선 확충시 地下鐵 中心의 共同配車制圈域設定에도 적 용가능하며 설정된 圈驛別 驛勢圈開發計劃을 단계 별로 수립할 수 있다.
- 7) 本 研究에서 定立된 模型은 地下鐵 路線뿐만 아니라 都市內 직행버스노선과 이를 중심으로 한 連繫 서비스圈域 設定, 최근에 제기되고 있는 新交通시스 템(LRT, PRT, AGT 등)을 중심으로 連繫圈域區劃 및 연계버스노선의 合理的 計劃樹立에 적용될 수 있을 것으로 판단된다.
- 8) 地下鐵과 連繫버스 서비스 圈域에서 除斥되는 지역 은 連繫버스서비스 圈域設定技法을 적용 主幹線軸 중심으로 直行버스 등과 地域循環버스와 連繫되는 方案을 수립할 수 있으며, 또 區間別 驛別 需要에 대해 地下鐵과 連繫버스의 統合의인 ス케줄링과 料金體系計劃을 樹立하여 大衆交通利用者の 便宜 및 效率性을 提高시켜 通行의 圓滑性을 確保할 수 있다.
- 9) 本 研究는 기존 地下鐵驛 및 路線을 中心으로 都 心區間버스 通行횟수가 同一하다는 前提에서 連繫 圈域을 설정하였는데 이는 模型의 복잡성에 기인한 결과로 區間別 通行횟수가 相異한 점을 반영할 수 있는 보다 정교한 模型構築이 要望되는데 이는 向 後 研究課題로 남긴다.

참 고 문 헌

- 서울특별시, 서울특별시 교통종합대책, 1989
- 서울특별시, 서울시교통정비기본계획, 1992
- 서울시정개발연구원, 서울시 시내버스 노선조정방안연구, 1994
- 이상석, 연상호 편역, PC용 GIS 소프트웨어 IDRISI, 지구매핑컨설팅그룹, 1992
- P.G.Furth, "Designing Bus Route in Urban Corridor", Ph.D.Dissertation, MIT., Civil Eng.,1981
- P.G.Furth, F.B.Day, J.P.Attanucci, "Opering Strategies for Major Radial Bus Route", Dot-1-84-27, UMTA., 1984
- S.C.Wirasinghe, A Model of a Coordinated Rail and Bus Transit System, Ph.D. Dissertation, The Institute of Transportation and Traffic Engineering, University of California, Berkeley, May, 1976
- S.C.Wirasinghe, V.F.Hurdle and G.F.Newell, "Optimal Parameters for a Coordinated Rail and Bus Transit System", Trans. Sci. Vol.11, pp.359-374, 1977
- M.Manheim, Fundamentals of Transportation Systems Analysis, MIT Press, 1979
- William A. Jessiman, George A.Kocur, Atracting Light Rail Transit Ridership Light Rail Transit, Special Report 161, TRB, 1975
- Yosef Sheffi, Urban Transpotation Networks, Prentice-Hall Inc., 1985
- Hamdy A.Taha, Operation Research, MacMillan Publishing Co., 1993
- Vukan R.Vuchic, Interstation Spacing for Line-haul Passenger Transportation, Ph.D. Dissertation - Graduate Report, the Institute of Transportation and Traffic Engineering, University of California, Berkeley, December 1966
- Vukan R.Vuchic and Newell, Gordon F., "Rapid Transit Interstation Spacing fir Minimum Travel Time", Trans. Sci., Vol2, pp.303-339, November, 1968