846 大韓機械學會論文集 第19卷 第3號, pp. 846~857, 1995

〈論 文〉

2차원 90° 곡관에서 균일전단류의 특성에 대한 실험적 연구(2)
—난류유동장—

임효재* · 성형진** · 정명균**

(1994년 10월 14일 접수)

An Experimental Study of Turbulent Uniform Shear Flow in a Nearly Two-Dimensional 90° Curved Duct (Ⅱ)
—Turbulent Flow Field—

Hyo-Jae Lim, Hyung-Jin Sung and Myung-Kyoon Chung

Key Words: Turbulent Kinetic Energy(난류 운동에너지), Reynolds Stress(레이놀즈 응력), Triple Velocity Product(난류3차곱), Integral Length Scale(적분길이척도), Curvature Parameter(곡률변수), Extra Strain Rate(부가적 변형률), Non-dimensional Development Time(무차원 발달시간), Energy Reversal(에너지역전달)

Abstract

An experimental study is made of turbulent shear flows in a nearly two-dimensional 90° curved duct by using the hot-wire anemometer. The Reynolds normal and shear stresses, triple velocity products, integral length scales, Taylor micro length scales and dissipation length scales are measured and analyzed. For a positive shear at the inlet, the afore-mentioned turbulence quantities are all suppressed. However, when the inlet shear flow is negative, they are augmented, i. e., the convex curvature suppresses the turbulence whereas the concave curvature augments it. It is found that the curvature effects are rather sensitive to the triple velocity products than the Reynolds stresses. The evolution of turbulence under the curvature with the different shear conditions is well described by the modified curvature parameter S' and the non-dimensional development time τ'

기호설명

D	: 곡관의 폭
d	: 레이놀즈 응력 및 난류3차곱의 난류확산항
k	: $3(\overline{u^2}+\overline{v^2})/4$
L	: 유동방향 적분길이
l	: 길이척도
p	: 떨림압력
$\overline{q^2}$	: $\overline{u^2}+\overline{v^2}+\overline{w^2}$
R	: 곡률반경
S, S'	: 곡률변수
t	: 시간
U, V, W	: x, y, z 좌표에서의 각각의 평균 속도성분
u	: 속도척도
$\overline{u^2},\overline{v^2},\overline{w^2},\overline{uv}$	: 레이놀즈 응력
$\overline{u^3},\overline{v^3},\overline{u^2v},\overline{uv^2}$	: 난류3차곱
x, y, z	: 유동방향, 법선방향 그리고 종방향의

*한국과학기술원 기계공학과
**정회원, 한국과학기술원 기계공학과

좌표

δ : 경계층두께
ε : 난류에너지의 소산율
ϕ : 난류3차곱의 압력-변형률 상관항
η : 소산길이
λ : 유동방향 Taylor 미소길이
θ : 곡관에서의 유동각
ρ : 공기밀도
τ, τ' : 무차원 발달시간

하첨자

o : $\theta=10°$, $y/D=-0.1$에서의 실험값
ref : 기준점($x=8D$, $y=0$)

I. 서 론

난류유동에 대한 유선곡률의 효과는 안정곡률 및 불안정곡률에서의 난류구조의 현격한 차이로 인해 실험적, 이론적으로 많은 연구가 진행되어 왔다. 대부분의 실험적 연구는 경계층에서 이루어졌으며 안정곡률,[1~4] 불안정곡률[2,5~7] 그리고 곡관에서의 유동[8]에 관한 것으로 크게 나눌 수 있다. 현재까지 실험적으로 밝혀진 것으로는 안정곡률은 난류에너지의 확산을 억제하고 레이놀즈 응력, 거대구조의 운동, 난류길이척도 등을 감소시키며 난류에너지의 스펙트럼 분포를 고주파수 쪽으로 이동시킨다. 그러나 불안정곡률은 안정곡률에 비해 정반대의 영향을 미친다. 곡률효과의 또 하나의 특징은 곡률의 반경방향과 평행한 성분의 속도떨림이 유동방향 속도떨림보다 곡률에 더 크게 영향을 받는 것이다. 또한 경계층의 외부층 지역이 내부층 지역보다 더 강하게 곡률의 영향을 받는다.

Hunt와 Joubert[8]는 곡면상의 직교좌표계에서 평균속도 및 레이놀즈 응력의 지배방정식을 이용하여 난류에 대한 곡률효과를 해석하였다. 곡률로 인한 부가적 변형율 U/R은 전체적인 난류에너지 생성에는 아무런 기여를 하지 않는다. 따라서 부가적 생성항 $4\overline{uv}U/R$은 $D\overline{u^2}/Dt$와 $D\overline{v^2}/Dt$식에 서로 다른 부호로 나타나지만 이 항은 두 성분사이에서 난류에너지를 단순히 전달하는 역할만을 수행한다. 난류유동에 대한 부가적 변형률의 또 다른 기여는 난류 응력 방정식에서의 난류3차곱에 관련된 것이다. 이 방정식의 난류3차곱 중에서 곡률항은 q^3/R로, 다른 항들은 q^3/l로 표현될 수 있다. 여기에서 $q=(\overline{u^2}+\overline{v^2}+\overline{w^2})^{1/2}$이고 l은 길이척도이다. 만일 곡률이 작다면, 즉 곡률반경이 큰경우 $l/R\ll1$이 되어 곡률항은 무시할 수 있다. 그러나 후방계단유동의 박리-재부착 영역이나 사각관의 모서리 부분 또는 cavity 유동과 같은 경우는 R과 l이 서로 비슷한 크기를 갖게 되어 곡률항은 다른 항과 대등한 관계가 된다. 한편 $\delta/R\sim0.01$인 곡면의 난류경계층에서 Ramaprian과 Shivaprasad[3]는 난류3차곱에 대한 유선곡률의 영향이 매우 현저함을 관찰하였다.

직관에서의 균일전단류는 Champagne 등[9]의 실험 이래로 많은 연구가 이루어졌다.[10~13] 이들의 실험에 의하면 균일전단류의 난류에너지, 길이척도 등은 전단율이 일정하게 유지되는 한 무차원 발달시간 $\tau=(x/U)|dU/dy|$에 비례하여 단조 증가한다. 또한 전단율의 방향과 난류발달은 서로 무관함을 보였다.[14] 그러나 균일전단류가 곡관에 유입되는 경우는 전단율의 방향에 따라 곡률의 안정화 효과와 불안정화 효과로 인해 전혀 다른 결과가 나타난다.

곡관에서의 균일전단류에 관한 실험은 자유흐름이 균일전단류인 난류경계층 실험과,[15] 벽면효과 등을 배제한 곡관중심부의 난류발달에 관한 실험이 있다.[16] Holloway와 Tavoularis[16]는 순수전단(pure shear)과 곡률의 상호작용을 연구하기 위하여 시험부 단면적이 250×457 mm, 곡률반경이 각각 2.0 m와 5.0 m인 두 가지 곡관에서 평균속도 구배가 일정하고 난류강도가 균일한 균일전단류(homogeneous shear flow)에 대한 실험을 수행하였다. 전단류 발생기를 이용하여 전단율 dU/dy는 $-64\le dU/dy\le65$까지, 곡률변수 S는 -0.5에서 0.64까지 변화시켰다. 여기에서 곡률변수는 $S=(U/R)/(dU/dy)$이며 순수 전단변형률에 대한 곡률변형률의 비로 정의된다. 이들은 곡관 내 균일전단류의 모든 무차원 난류 통계값들이 τ와 S의 함수임을 보였다. 실험결과에 의하면 $S<0.05$일 때 곡률은 난류 운동에너지의 생성과 레이놀즈 응력들을 증가시키는 반면 $S>0.05$일 때는 이들을 감소시킨다.

현재까지 발표된 곡관에서의 균일전단류에 관한 실험은 앞절에서 살펴본 바와 같이 아직 매우 부족한 실정이다. 따라서 본 실험은 균일전단과 유선곡률의 상호작용에 관한 정량적 정보들을 획득하고

관련된 중요한 변수들을 찾기 위해 수행되었다.

2. 실험장치 및 방법

2.1 실험장치 및 방법

본 연구에서는 Part 1에 기술된 바와 같이 평균속도는 표준 피토관을 사용하고 난류성분(turbulence components)은 X형 열선을 이용한 열선풍속계로 측정하였다. 난류속도성분 u, v를 측정하기 위한 X형 열선프로브는 유동방향과 프로브 이송방향이 90°인 TSI(Thermo System Inc.) model 1246-T1.5로 감지부는 직경 5 μm, 길이 1.2 mm의 텅스텐선을 사용하였다. 이 X형 프로브를 정온도형 열선풍속계인 TSI-IFA100(Intelligent Flow Analyzer)에 연결한후 과열비(overheat ratio)는 1.7로, 출력전압의 이득(gain)은 TSI-IFA100의 signal conditioner에서 2로 하여 난류성분을 측정하였다. 또한 전압신호는 digitizing시의 aliasing을 방지하기 위해 5 kHz의 절단주파수(cut-off frequency)에서 저역통과(low pass filtering) 시켰다. 저역통과된 analog 전압신호는 IFA-200에 의해 12-bit A/D 변환되고, IFA-DMA(direct memory access) interface board를 통해 IBM-486 개인용 컴퓨터의 기억장치에 저장하였다. X형 열선은 실험전에 항상 소형제트의 포텐셜 코어에서 검정(calibration)을 하였으며, 정지된 유체에서 사각파 테스트에 의한 최대 응답주파수는 40 kHz 이상으로 하였다. 실험중 이상신호의 유무를 판별하기 위해 IFA-100을 범용파형분석기(universal waveform analyzer)인 Data Precision사의 DATA-6100에 연결하여 열선의 출력전압을 관찰하였다. 자료의 추출주파수(sampling frequency)는 10 kHz로 하였으며, 매 측정점마다의 자료취득은 벽면 근처에서는 각 채널에서 4096개의 데이터를 15회, 곡관 중심부에서는 10회 취하였고 이것을 총합평균(ensemble average)하여 난류량들을 구하였다. 전 실험과정을 통해 표준피토관으로 기준점($x=8D$, $y=0$)의 평균속도를 측정하여 일정한 유속을 유지하였으며, 항상 실내온도를 측정하여 검정시와 실제측정시의 온도차에 의한 출력전압 변화를 보정하였다. 또한 열선풍속계의 출력전압을 선형화하지 않고 digitizing된 전압을 직접 검정곡선식에 대입하여 각각의 속도를 구하므로, 신호처리과정은 시간이 걸리고 복잡하지만 온도보정이 용이하고 보다 정확한 측정치를 얻을 수 있었다.

3. 결과 및 고찰

3.1 난류응력 분포

열선풍속계로 레이놀즈 응력 $\overline{uv}$, $\overline{u^2}$, $\overline{v^2}$의 분포를 5가지 유입조건에 대해 측정하여 Fig. 1(a~c)에 나타내었다. 난류응력 분포를 고찰함에 있어서 곡관유동과 직관유동의 근본적인 차이점은 곡관유동의 경우 곡률에 의해 부가적 변형률(extra strain rate), U/R이 나타난다는 것이다. 2차원, 비압축성 곡관유동에서 이 부가적 변형률의 역할을 정확히 고찰하기 위하여 레이놀즈 응력의 전달 방정식을 유도하면 아래와 같다.

$$\frac{D\overline{u^2}}{Dt}=\left\{-2\overline{uv}\left(\frac{dU}{dy}-\frac{U}{R}\right)-4\overline{uv}\frac{U}{R}\right\}+2\frac{\overline{p}}{\rho}\frac{\overline{\partial u}}{\partial x}+d_{u^2}-2\varepsilon_{u^2} \tag{1}$$

$$\frac{D\overline{v^2}}{Dt}=4\overline{uv}\frac{U}{R}+2\frac{\overline{p}}{\rho}\frac{\overline{\partial v}}{\partial y}+d_{v^2}-2\varepsilon_{v^2} \tag{2}$$

$$\frac{D\overline{w^2}}{Dt}=0+2\frac{\overline{p}}{\rho}\frac{\overline{\partial w}}{\partial z}+d_{w^2}-2\varepsilon_{w^2} \tag{3}$$

$$\frac{D\overline{q^2}}{Dt}=-2\overline{uv}\left(\frac{dU}{dy}-\frac{U}{R}\right)+0+d-\varepsilon \tag{4}$$

$$\frac{D\overline{uv}}{Dt}=\left\{-\overline{v^2}\left(\frac{dU}{dy}-\frac{U}{R}\right)+2\left(\overline{u^2}-\overline{v^2}\frac{U}{R}\right)\right\}+\frac{\overline{p}}{\rho}\left(\frac{\overline{\partial u}}{\partial y}+\frac{\overline{\partial v}}{\partial x}\right)+d_{uv}-\varepsilon_{uv} \tag{5}$$

위의 식(1)~(5)의 오른쪽 항들은 순서대로 생성항(production), 압력-변형률 상관항(pressure-strain rate correlation), 난류확산항(turbulent diffusion), 소산항(dissipation)을 나타낸다.

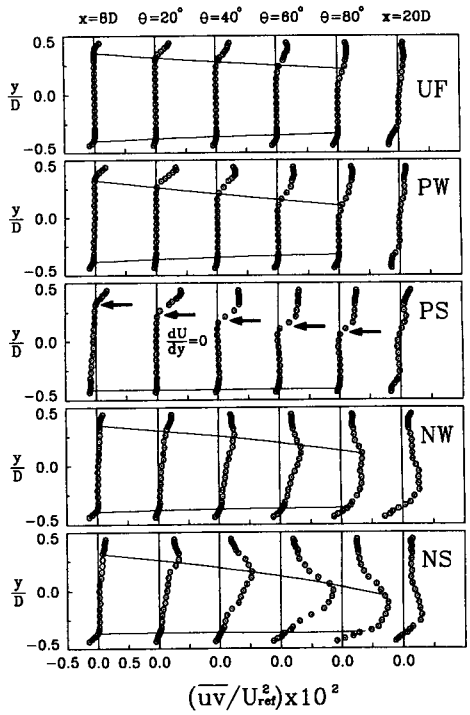
난류응력의 실험결과에서, 주요 관심사항은 벽면효과가 배제된 상태에서 균일전단과 곡률사이의 상호작용에 관한 것이다. 따라서 실험결과의 해석은 전단율의 변화가 비교적 작은 $-0.3<y/D<0.1$ 구간에 국한하였다. 곡관에서의 균일전단 효과를 고찰하기 이전에 꼭 언급해야 할 매우 중요한 사항은 비록 직관에서의 평균속도 분포가 균일전단류라도 법선방향(y방향)으로 난류응력의 균질성(homogeneity)을 확보하기는 근본적으로 불가능하다는 사실이다. 일반적으로 균일전단류에서의 난류강도는 평균속도(U), 유동거리(x), 속도구배(dU/dy)로 이루어진 무차원 발달시간(non-demensional development time) $\tau=(x/U)\,|\,dU/dy\,|$에 의해 결정되며

난류강도의 크기는 이 값에 비례한다.[12,13] 따라서 같은 유동거리 x에서 y방향으로 각각의 유체입자는 x, dU/dy는 같지만 U가 서로 다르기 때문에 무차원 발달시간 τ가 달라지게 된다. 그러므로 전단율이 양의 값일때, y가 증가할수록 U가 증가하여 τ는 감소하게 되며 난류응력의 크기도 상대적으로 작게 된다. 물론 음의 전단류에서는 위와 반대의 현상을 보인다. 이러한 근본적인 난류응력들의 비균질성은 Fig. 1(b, c)의 직관부분인 $x=8D$에서 정확히 확인할 수 있다. 그림에서 보는 바와 같이 PW, PS에서는 y가 증가할수록 난류강도가 감소하는 반면 NW, NS에서는 증가함을 알 수 있다. 그러므로 Fig. 1(b, c)와 Fig. 2(a~d)의 분포를 논의할때 y방향으로의 서로 다른 무차원 발달시간에 대한 고려가 있어야 한다.

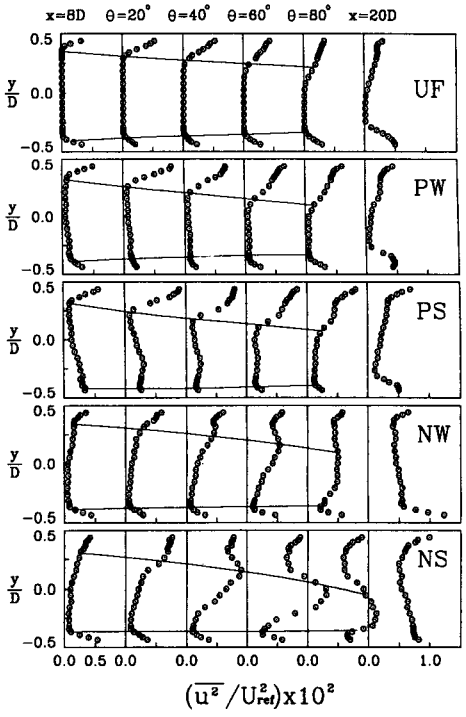
Fig. 1(a)에 레이놀즈 전단응력 $\overline{uv}$의 분포를 나타내었다. 일반적으로 음의 전단류가 유입된 곡관유동에서는 u-떨림속도가 양이면 원심력이 증가하고 이로 인해 v-떨림속도가 양이 된다. 그리고 v-떨림속도가 양일 때는 음의 속도구배로 인해 u-떨림속도 또한 양이 된다. 그러므로 그림의 NW, NS에서 보듯이 $\overline{uv}$는 항상 양의 값이 된다. 더우기 음의 전단류일 때 식(5)의 생성항을 보면 $-\overline{v^2}(dU/dy-U/R)>0$이고, 일반적으로 $\overline{u^2}>\overline{v^2}$이므로 $2(\overline{u^2}-\overline{v^2})U/R>0$이 되어 생성항은 항상 양이 된다. 따라서 곡관 내에서는 하류로 갈수록 $\overline{uv}$의 크기가 그림과 같이 계속 증가하게 된다. 그러나 벽면 근처에서는 $\overline{uv}$의 증가는 뚜렷하지 않다. 한편 전단율이 양일 때는 원심력은 u-떨림속도와 v-떨림속도의 상관관계가 양이 되도록 한다. 그렇지만 속도구배 자체는 $\overline{uv}$의 상관관계가 음이 되도록 한다. 그러므로 양의 전단율과 원심력이 공존하는 곡관유동에서는 이들의 크기비에 따라 $\overline{uv}$의 부호가 결정된다. PW, PS의 $\theta=20°$에서의 $\overline{uv}$의 분포를 보면 상대적으로 전단율이 작은 PW에서는 모든 값이 양이 되었지만 전단율이 비교적 큰 PS에서는 음의 값을 보인다. 즉 PW는 원심력이 지배적인 반면 PS는 전단율의 영향이 적지 않음을 알 수 있다. 그러나 PS도 원심력의 영향을 충분히 받는 $\theta=60°$ 이후는 양의 값이 된다. 이것을 좀더 정확히 나타내기 위해 Fig. 1(a)의 PS에 $dU/dy=0$인 점을 화살표로 표시하였다. 그림에서 보면 $\overline{uv}=0$인 위치보다 $dU/dy=0$인 위치가 약간 벽면쪽에 가까이 있다. 이로부터 원심력의 영향이 이 차이만큼 모든 유동장에 작용하고 있으며 일반적인 구배모형은 곡관에 직접 적용할 수 없음을 알 수 있다. 반면 전단율이 매우 지배적인 벽면근처는 직관유동과 같이 $\overline{uv}$의 부호는 속도구배와 반대가 된다. 한편 원심력의 영향이 사라지는 곡관의 출구에서는 $\overline{uv}$가 음의 값이 되며 이것은 Fig. 1(a)의 $x=20D$에서 볼 수 있다.

유동방향 난류응력 $\overline{u^2}$의 분포를 Fig. 1(b)에 나타내었다. 위에서도 언급한 바와 같이 $x=8D$에서의 초기 난류강도의 분포는 서로 다른 y/D에서 무차원 발달시간이 서로 다르기 때문에 균일하지 않으며 난류강도의 크기는 부과된 전단율에 비례하고 있다. 곡관에서의 $\overline{u^2}$는 양의 전단류(PW, PS)에서는 계속하여 감소하지만, 음의 전단류(NW, NS)에서는 증가함을 알 수 있다. 균일류(UF)의 경우, 그림상으로는 정확히 구별할 수 없지만 $\overline{u^2}$는 약간 증가한다. 난류강도의 증감은 식(1)의 생성항을 자세히 고찰하면 이해할 수 있다. 식(1)의 생성항을 다시 쓰면 $-2\overline{uv}(dU/dy+U/R)$이 된다. 양의 전단류에서는 항상 $(dU/dy+U/R)>0$이므로 $\overline{uv}>0$이면 생성항은 음이 되어 소산항의 역할을 하게 된다. 이것을 음의 생성(negative production) 또는 에너지가 난류장에서 평균장으로 전달된다하여 에너지의 역방향전달(energy reversal)이라 한다.[17] 그러나 So와 Mellor[1]의 결과에서 보면 안정곡면의 $y/\delta<0.4$ 구간의 벽면근처와 같이 전단률이 큰 곳은 $\overline{uv}<0$이 되어도 실험적인 결과는 난류강도가 감소하는 것을 보여준다. 이러한 경우는 비록 $\overline{u^2}$의 생성항은 양이지만 압력-변형율 상관항에 의해 $\overline{v^2}$로의 에너지 전달이 매우 활발하기 때문이라 생각된다. 그러므로 $\overline{u^2}$의 증감을 생성항만으로 설명하는 것은 부적절하지만 전단율이 비교적 작은 경우는 난류강도의 증감을 생성항과 직결하여 고찰해 볼 수 있다. 따라서 PW나 PS의 경우 $\overline{uv}>0$이고 $(dU/dy+U/R)>0$이므로 생성항은 음이 되며 결과적으로 $\overline{u^2}$는 감소하게 된다. 비슷한 방법으로 NW나 NS에서 $\overline{u^2}$의 증가도 설명될 수 있다. 즉 $\overline{uv}>0$이고 $(dU/dy+U/R)<0$이 되어 생성항이 양이 되기 때문이다. 전단율의 크기와 $\overline{u^2}$의 관계를 보면, 양의 전단류에서는 전단율이 클수록 $\overline{u^2}$의 감소율이 크며 음의 전단류에서는 전단율이 클수록 $\overline{u^2}$의 증가율이 크다.

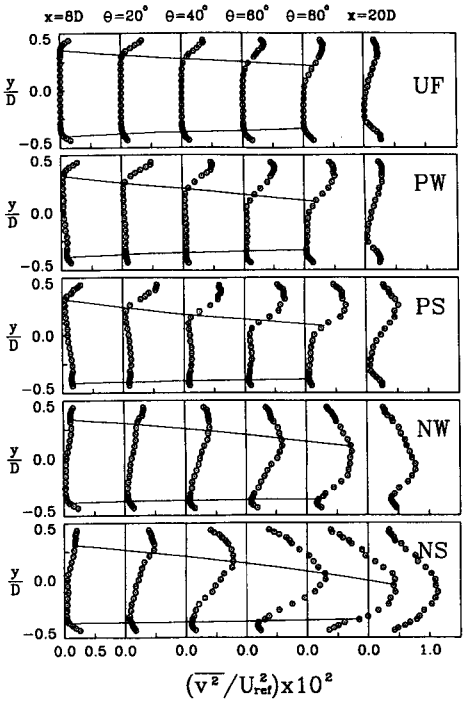
Fig. 1(c)에 법선방향 난류응력 $\overline{v^2}$의 분포를 나타내었다. 유동방향으로 곡률이 존재하는 경우, $\overline{v^2}$의



(a) Reynolds shear stress $\overline{uv}$



(b) Streamwise normal stress $\overline{u^2}$



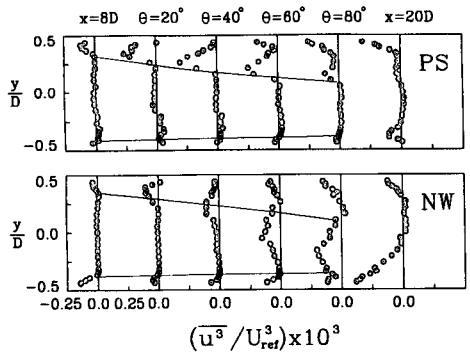
(c) Transverse normal stress $\overline{v^2}$

Fig. 1 Distributions of Reynolds normal and shear stresses

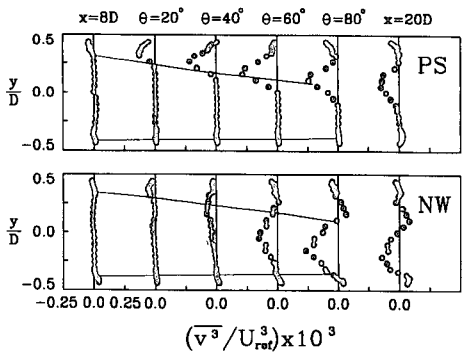
거동은 특별한 관심을 끈다. 왜냐하면 직교좌표계에서 원통좌표계로 좌표변환을 할 때 식(2)에서 보는 바와 같이 부가적 생성항 $4\overline{uv}U/R$이 추가적으로 만들어지기 때문이다. 이 항은 진정한 의미에서의 에너지 생성항은 아니며 $\overline{uv}$의 부호에 따라 다음과 같이 서로 다른 역할을 한다. 만일 $\overline{uv}<0$이면 전술한 바와 같이 에너지를 난류장에서 평균장으로 전달한다. 그러나 $\overline{uv}>0$이면 유동방향 난류에너지 $\overline{u^2}$로부터 운동에너지를 뽑아 $\overline{v^2}$의 에너지로 전달하는 역할을 한다.[8] 또한 일반적으로 알고 있는 바와 같이 압력-변형률 상관항도 $\overline{u^2}$로부터 $\overline{v^2}$로 에너지를 전달한다. 전단률이 양일 때 레이놀즈 전단응력 $\overline{uv}$는 매우 작은 값이지만 양의 값을 유지한다. 따라서 $\overline{u^2}$로부터 에너지를 추출하여 $\overline{v^2}$로 전달하며 그 크기는 매우 미약하다. 그러므로 하류로 가면서 $\overline{v^2}$가 감소하는 것은 $\overline{u^2}$로부터의 에너지 추출보다 소산항 ε_{v^2}이 더 큰 역할을 하기 때문이라 생각된다. 음의 전단류 NW, NS의 경우 $\overline{v^2}$의 증가는 $\overline{u^2}$의 증가보다 현격하다. 이것은 Fig. 1(a)에서 보듯이 음의 전단류에서의 $\overline{uv}$가 양의 전단류보다 매우 크기 때문에 $\overline{u^2}$는 보다 많은 에너지를 $\overline{v^2}$에 빼앗기기 때문이다.

3.2 난류3차곱

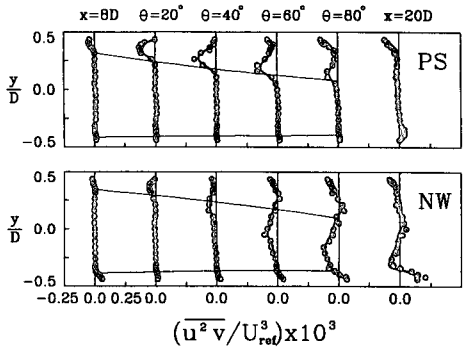
난류3차곱(triple velocity product)에 대한 유선곡률의 영향은 곡률의 유무에 따라 3차곱의 반응이 매우 현격하기 때문에 이전 연구의 주요 관심사가 되어 왔다. 전단응력과 난류 에너지의 확산에 관련된 난류 3차곱은 거대구조의 운동(large scale motion)에 의해 지배되며 이것은 곡률에 의해 매우 강한 영향을 받는다.[3,7,18] Fig. 2(a~d)에 난류3차곱 $\overline{u^3}$, $\overline{v^3}$, $\overline{u^2v}$, $\overline{uv^2}$의 유동방향에 따른 분포를 표시하였다. 난류3차곱의 각각의 특성을 설명하기 위해 원통좌표계에서의 지배방정식을 기술하면 아래와 같다.



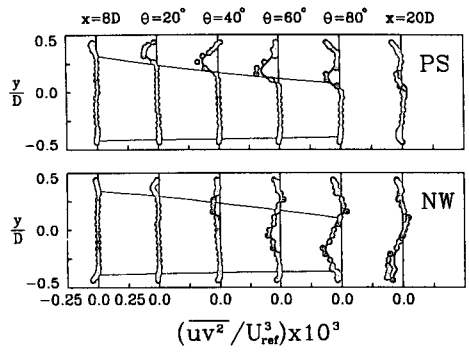
(a) Distributions of third order moment $\overline{u^3}$



(b) Distributions of third order moment $\overline{v^3}$



(c) Distributions of third order moment $\overline{u^2v}$
○ : Experiments, —- : Predictions of Nagano & Tagawa model[19]



(d) Distributions of third order moment $\overline{uv^2}$
○ : Experiments, —- : Predictions of Nagano & Tagawa model[19]

Fig. 2 Streamwise development of triple velocity products

$$\frac{D\overline{u^3}}{Dt}=-3\overline{u^2v}\frac{dU}{dy}-\left(3\overline{uv}\frac{\partial\overline{u^2}}{\partial y}+6\frac{\overline{u^2}\,\overline{uv}}{R}\right)+d_{u^3}+\phi_{u^3}-\varepsilon_{u^3} \quad (6)$$

$$\frac{D\overline{v^3}}{Dt}=-3\overline{uv^2}\frac{U}{R}-\left(3\overline{v^2}\frac{\partial\overline{v^2}}{\partial y}-6\frac{\overline{uv}\,\overline{uv}}{R}\right)+d_{v^3}+\phi_{v^3}-\varepsilon_{v^3} \quad (7)$$

$$\frac{D\overline{u^2v}}{Dt}=-\left(2\overline{uv^2}\frac{dU}{dy}-\overline{u^3}\frac{U}{R}\right)-\left(\overline{v^2}\frac{\partial\overline{u^2}}{\partial y}+2\overline{uv}\frac{\partial\overline{uv}}{\partial y}+2\frac{\overline{u^2}\,\overline{v^2}}{R}-2\frac{\overline{u^2}\,\overline{u^2}}{R}\right)+d_{u^2v}+\phi_{u^2v}-\varepsilon_{u^2v} \quad (8)$$

$$\frac{D\overline{uv^2}}{Dt}=-\left(\overline{v^3}\frac{dU}{dy}-2\overline{u^2v}\frac{U}{R}\right)-\left(\overline{uv}\frac{\partial\overline{v^2}}{\partial y}+2\overline{v^2}\frac{\partial\overline{uv}}{\partial y}-4\frac{\overline{uv}\,\overline{u^2}}{R}+2\frac{\overline{uv}\,\overline{v^2}}{R}\right)+d_{uv^2}+\phi_{uv^2}-\varepsilon_{uv^2} \quad (9)$$

윗 식에서 오른쪽의 처음 두 항은 3차곱의 생성항이며 다른항은 순서대로 난류확산항, 압력-변형률 상관항, 소산항이다.

Barlow와 Johnston,[7] Gibson 등[18]이 지적한 바와 같이 갑자기 부여된 곡률에 대하여 난류3차곱 생성항의 초기 반응은 소멸항의 대응과는 근본적으로 차이가 있다. 왜냐하면 난류3차곱의 생성 메커니즘에 가장 큰 책임을 진 거대와(large scale eddy)가 곡률에 매우 민감하게 반응하는 반면, 난류3차곱의 소산 메커니즘에 관련된 작은와(small scale eddy)는 곡률 및 기하학적 형상에 상대적으로 둔감하여 이미 상류에서 발생된 난류를 그대로 유지하고 있기 때문이다. 뿐만 아니라 균질유동(homogeneous flow)의 가정에서는 난류 확산항은 무시되며 단지 압력-변형률 상관항만이 난류3차곱의 성분간 이송에 기여할 뿐이다. 그러므로 곡률과 균일전단에 대한 상호작용에 있어서의 난류3차곱의 거동은 단지 생성항만을 고찰하여도 충분히 이해가 될 것이다.

난류에서의 속도척도와 길이척도를 각각 u, l이라 할때, 난류3차곱의 생성항은 3개의 척도비, 즉 u^4/l, u^4/R, u^3U/R로 나타낼 수 있다. 본 연구에서는 $l/R<1$이므로 척도비 u^4/R은 u^4/l에 비해 상대적으로 작은 값이 되어 무시할 수 있다. 양의 전단류 PW와 PS에서는 $(u/U)(R/l)\sim O(10^{-1})$이 되어 전단율 및 전단응력의 구배와 관련된 항은 U/R에 관련된 항보다 훨씬 더 작게 된다. 따라서 PW와 PS에서 3차곱의 생성은 단지 곡률에 의한 부가적 변형률에 의해서만 지배받게 된다. 그러나 NW와 NS에서는 $(u/U)(R/l)\sim O(1)$이 되어 각 항들의 크기가 서로 비슷하다.

위와 같은 척도비의 해석을 통해 전단율과 곡률효과에 대한 난류3차곱의 민감도를 고찰해 볼 수 있다. 식(6)을 보면 $\overline{u^3}$는 PW와 PS에서는 $\overline{u^2v}$와 $\overline{uv}$의 곡률효과에 크게 의존하며 전단율은 그 영향이 크지 않다. Fig. 2(a)에서 PW와 PS를 비교하여 보면 전단율이 증가하여도 Fig. 1(a)와 Fig. 2(c)의 결과처럼 $\overline{uv}$와 $\overline{u^2v}$의 변화가 미약하기 때문에 $\overline{u^3}$도 크게 변하지 않는다. 그러나 NW와 NS에서는 각 항들의 크기가 서로 대등하기 때문에 dU/dy가 곧 $\overline{u^3}$를 결정한다. 이것은 Fig. 2(a)의 NW와 NS에서 확실히 고찰할 수 있다. 즉 Fig. 2(c)에서 보면 $\overline{u^2v}<0$이므로 3차곱의 생성은 음의 생성이지만 Fig. 2(a)처럼 dU/dy가 증가하면 $\overline{u^3}$도 함께 증가함을 알 수 있다. 한편 $\overline{v^3}$는 전적으로 곡률에 의해 결정되며 전단율은 $\overline{uv^2}$와 $\overline{v^2}$를 통하여 간접적으로 영향을 미친다. Fig. 2(b)의 PW와 PS에서 $\overline{v^3}$는 매우 작은 값이다. 그러나 NW와 NS에서는 같은 곡률에서도 전단율이 증가하면 $\overline{v^3}$도 큰 폭의 증가를 보이고 있다. 이것은 $\overline{v^3}$가 전단율에 직접적으로 의존해서가 아니라 $\overline{v^3}$는 $\overline{v^2}$에너지의 반경방향 이송이기 때문에 전술한 바와 같이 $\overline{v^2}$는 곡률과 전단에 모두 민감하기 때문이다.

Gibson 등[18]은 안정곡면의 난류경계층 실험을 통하여 여러 3차곱 중에서 $\overline{v^3}$가 가장 민감하게 반응하며 또한 $\overline{u^2v}$와 $\overline{uv^2}$ 분포가 이미 주어진 곡률조건에 충분히 적응하였음에도 $\overline{v^3}$는 계속 변하고 있음을 보였다. 한편 Barlow와 Johnston[7]은 불안정 곡면의 난류경계층에서 v-떨림이 u-떨림보다 곡률에 더 민감하기 때문에 $\overline{v^3}$는 $\overline{u^3}$보다 큰폭으로 증가함을 관찰하였다. 본 실험에서는 $-0.3<y/D<0.1$ 구간에서 $\overline{v^3}$의 적분치가 $\overline{u^3}$의 적분치보다 30% 정도 더 큰 변화가 있었다.

다음은 $\overline{u^2v}$와 $\overline{uv^2}$에 관해 고찰해 본다. 식(8)과 (9)의 생성항 중에서 전단생성에 대한 곡률생성의 비는 $\overline{uv^2}$가 $\overline{u^2v}$보다 더 크다. 이것은 레이놀즈 전단응력 $\overline{uv}$의 반경방향으로의 이송(transport)이 $\overline{u^2}$의 이송보다 곡률에 의해 더 강하게 영향받고 있음을 의미한다. 실제로 Fig. 2(c, d)의 PS를 비교하여 보면 $\theta=20°$부터 $\theta=80°$까지의 구간에서 $\overline{uv^2}$는 $\overline{u^2v}$보다 약 25% 정도 더 감소됨을 알 수 있다.

최근에 Nagano와 Tagawa[19]는 원형실린더에서

완전히 발달된 유동의 난류실험을 통하여 3차곱에 대한 통계학적 난류모형을 제안하였다. 이 모형에 따르면 $\overline{u^2v}$와 $\overline{uv^2}$는 다음과 같이 $\overline{u^3}$, $\overline{v^3}$ 그리고 레이놀즈 응력으로 나타낼 수 있다.

$$\overline{u^2v}=C\left\{\frac{1}{2}\pi\sigma_{u\bar{v}}\overline{u^3}\sqrt{\frac{\overline{v^2}}{\overline{u^2}}}+\overline{v^3}\frac{\overline{u^2}}{\overline{v^2}}\right\} \tag{10}$$

$$\overline{uv^2}=C\left\{\overline{u^3}\frac{\overline{v^2}}{\overline{u^2}}+\frac{1}{2}\pi\sigma_{u\bar{v}}\overline{v^3}\sqrt{\frac{\overline{u^2}}{\overline{v^2}}}\right\} \tag{11}$$

여기에서,

$$C=\frac{1}{3\left(\frac{1}{4}\pi^2-1\right)}$$

윗 식에서 $\sigma_{u\bar{v}}$는 sign function으로, $\overline{uv}\geq 0$이면 $\sigma_{u\bar{v}}=1$이고 $\overline{uv}<0$이면 $\sigma_{u\bar{v}}=-1$이 된다. Fig. 2(c, d)에서 보는 바와 같이 윗 식을 이용한 $\overline{u^2v}$와 $\overline{uv^2}$의 계산결과는 대부분의 경우에서 실험값을 비교적 정확하게 예측하고 있다. 그러므로 $\overline{u^3}$와 $\overline{v^3}$를 레이놀즈 응력으로 표현할 수 있다면 향후의 난류계산 모형은 곡관유동과 같은 복잡한 유동에서도 상당히 정확한 예측을 할 수 있을 것으로 생각된다.

3.3 난류 운동에너지

곡관 내에서 균일전단과 유선곡률의 상호작용이 난류장에 미치는 영향을 고찰하기 위해 전단율의 변화가 비교적 적은 $y/D=-0.1$인 지점에서 유동방향에 따라 난류 운동에너지가 발달되는 과정을 Fig. 3(a)에 표시하였다. 그림에서 k_o는 $\theta=10°$, $y/D=-0.1$에서의 값이며 다른 난류량의 초기값과 함께 Table 1에 나타내었다. 이 그림에서 NS의 마지막 두 개와 PW의 마지막 한 개의 결과는 곡관 후방에 놓여 있는 직관의 영향을 받은 것으로 생각된다. 그림에서 알 수 있듯이 곡관내에서 난류 운동에너지 k는 음의 전단류(NW, NS)일 때는 지수적(exponentially)으로 증가하고 양의 전단류(PW, PS)에서는 약간의 감소를 보인다. 또한 음의 전단류에서는 전단율과 난류에너지의 증가율이 비례하나 양의 전단류에서는 그 관계가 명확하지 않다. Holloway와 Tavoularis[16]의 실험결과에 의하면 곡관내 균일전단류의 난류발달은 곡률변수 $S=(U/R)/(dU/dy)$와 무차원 발달시간 $\tau=(x/U)|dU/dy|$에 의해 결정된다. 그러나 곡관에서의 유체입자는 $(dU/dy-U/R)$의 변형률(rate of strain)에 놓여있기 때문에 무차원 발달시간은 실제의 변형률을 기준으로 하여 다음과 같이 새롭게 정의되어야 한다.

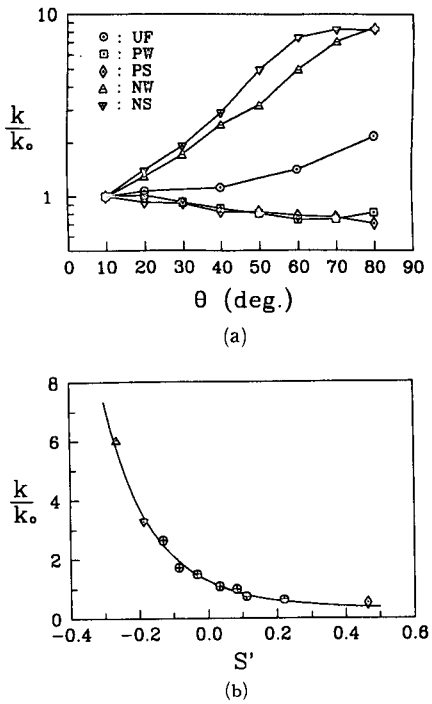


Fig. 3 Evolution of turbulent kinetic energy along y/D=−0.1 (a) with downstream distance θ, (b) with curvature parameter S′, ⊕ : data of Holloway and Tavoularis.[16] —— : $k/k_o=\exp(0.078\tau'(1-19.5S'+18.5S'^2))$

Table 1 Some reference turbulence quantities at $\theta=10°$, y/D=−0.1

Case	k_o (m^2/s^2)	L_o (mm)	λ_o (mm)	η_o (mm)
UF	0.012	37.3	4.2	0.43
PW	0.064	30.2	5.2	0.31
PS	0.167	44.7	7.4	0.29
NW	0.056	31.3	5.5	0.33
NS	0.109	34.5	5.4	0.28

$$\tau'=\frac{x}{U}\left|\frac{dU}{dy}-\frac{U}{R}\right| \tag{12}$$

또한 곡률변수 S도 곡률과 전단의 시간척도비를 정확히 표현하지 못하고 있다. 왜냐하면 유체가 놓

여 있는 평균유동장의 실제의 시간척도는 dU/dy가 아니라 $(dU/dy-U/R)$이기 때문이다. 더구나 S는 흔히 접할 수 있는 균일류($dU/dy=0$)에서 무한대가 되어 곡률변수로서 적합하지 않음을 알 수 있다. 또한 Bradshaw[20]가 제안한 구배 Richardson수 $R_i(=2S(1+S))$ 역시 곡관유동의 지배 방정식과 직접적인 관련이 없으며 R_i는 직관유동($R=\infty$)이나 자유와류에서 0이 된다. 플럭스 Richardson수 $R_f(=2S/(1+S))$는 u-성분의 전단생성에 대한 v-성분의 원심력에 의한 생성의 비이다. 그러므로 근본적으로 전단류의 방향에 따른 난류도의 억제나 증가를 표현할 수 없다. 따라서 본 연구에서는 다음과 같은 새로운 곡률변수 S'를 적용하였다.

$$S'=\frac{U/R}{dU/dy-U/R} \tag{13}$$

여기에서 S'는 곡률과 전단의 시간척도의 비, 또는 전체 에너지생성에서 곡률에 의해 u-성분과 v-성분 사이에 교환된 에너지의 비로 설명될 수 있다.

Fig. 3(b) 는 $\tau'=3$에서 난류 운동에너지의 발달과정을 새로운 곡률변수 S'로 나타낸 것이다. 본 연구에 사용된 실험장치에서 UF와 PW의 경우 $\tau'=3$에 도달하기 위하여는 매우 긴 거리가 필요하며 따라서 이 그림에서는 UF와 PW의 실험결과는 포함시키지 않았다. 또한 Holloway와 Tavoularis[16]의 실험자료를 τ'와 S'로 재분석하여 본 실험결과와 함께 그림에 나타내었다. 그림에서 보듯이 $-0.3<S'<0.5$ 구간의 모든 데이터는 다음의 관계식에 의해 단일곡선으로 표현될 수 있다.

$$k/k_o=\exp(0.078\tau'(1-19.5S'+18.5S'^2)) \tag{14}$$

윗 식에서 $S'=0.054$ 또는 $S'=1.0$일 때 $k/k_o=1.0$이 된다. 여기에서 $S'=1.0$은 전단율이 $2U/R$인 경우지만 곡선맞춤(curve fitting)의 구간을 벗어나므로 고려하지 않는다. 그러므로 $S'<0.054$이면 난류 운동에너지는 증가하나 $S'>0.054$이면 난류 운동에너지는 감소한다.

3.4 난류 길이척도

난류유동에서 시간척도나 길이척도는 난류구조의 특성을 잘 나타내기도 하지만 난류모형을 개발하는데 있어서 매우 중요한 의미를 갖는다. 특히 적분 길이척도는 에너지 생성을 지배하는 거대구조와의 특성길이로서 길이척도의 대표적인 예이다. 적분 길이척도는 공간상관(space-correlation)을 측정하여 구하는 방법과 시간상관(time-correlation)을 측정하고 Taylor 가정을 이용하여 공간상관으로 전환한 후 구하는 방법이 있다. 전자의 방법은 실험의 난이성 때문에 거의 사용하지 않고 후자의 방법을 많이 이용한다. 그러나 이 방법도 비등방성 난류나 난류도가 큰 유동에서는 많은 오차를 포함한

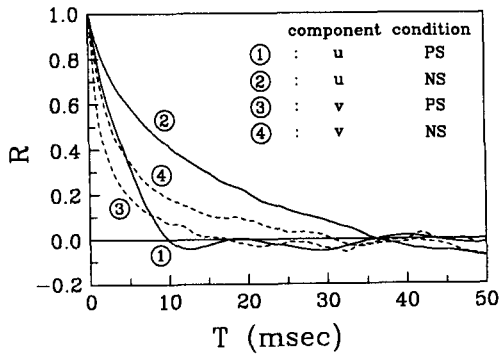
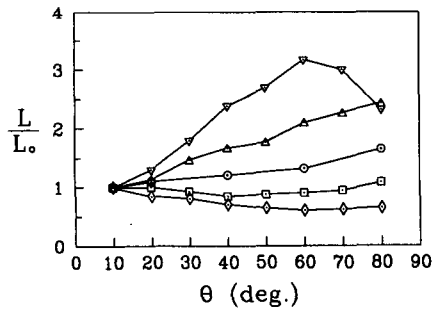
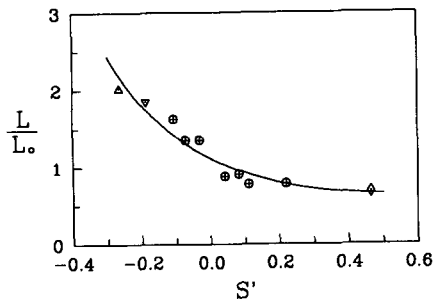


Fig. 4 Time correlation functions at $\theta=60°$, y/D=−0.1



(a) With downstream distance θ



(b) With curvature parameter S'
—- : $L/L_o=\exp(0.035\tau'(1-19.5S'+18.5S'^2))$.
Symbols as in Fig. 3

Fig. 5 Evolution of the streamwise integral length scale along y/D=−0.1

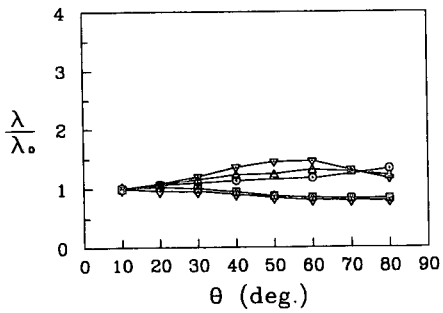
다.[21] 본 연구에서는 u-떨림속도에서 Bendat과 Piersol[22]이 추천한 FFT(fast Fourier transform)를 이용하여 시간상관을 구하고 이로부터 적분 시간척도를 계산한 후 평균속도를 곱하여 적분 길이척도를 얻었다. Fig. 4에 $\theta=60°$, $y/D=-0.1$에서의 PS, NS에 대하여 시간상관을 나타내었다. 그림에서 알 수 있듯이 양의 전단류보다는 음의 전단류에서 시간상관이 더 큼을 알 수 있다.

Fig. 5(a)에 유동방향의 적분길이 L의 분포를 나타내었다. 그림에서 보면 L은 UF, NW, NS에서 증가하고 PW, PS에서 감소한다. 그러므로 유선곡률의 효과는 적분길이에도 크게 작용하고 있음을 알 수 있다. 또한 양의 전단류에서는 전단율이 클수록 L의 감소율이 크며 음의 전단류에서는 전단율이 클수록 L의 증가율이 크다. 적분길이에 대한 유선곡률의 효과를 고찰하기 위해 $\tau'=3$까지의 적분길이의 변화를 S'의 함수로 Fig. 5(b)에 나타내었다. Holloway와 Tavoularis[16]의 데이터에 약간의 분산(scattering)은 있지만 적분길이의 변화는 단일곡선으로 나타낼 수 있으며 Fig. 3(b)와 같은 $S'=0.054$에서 $L/L_o=1$이 되었다. 식(14)와 같이 이 곡선을 함수형태로 표시하면 다음과 같다.

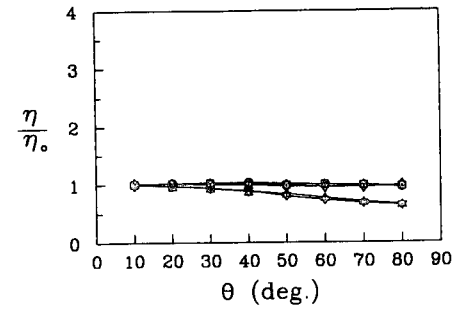
$$L/L_o=\exp(0.035\tau'(1-19.5S'+18.5S'^2)) \tag{15}$$

Taylor의 길이척도(Taylor micro-length scale) λ는 난류구조의 작은와의 특성길이를 나타내는 것으로 시간상관 곡선을 $t=0$에서 미분하여 구하는 방법을 적용하였다.[23] 유동방향으로의 Taylor 길이척도의 계산결과를 Fig. 6(a)에 나타내었다. 그림에서 알 수 있는 바와 같이 Taylor 길이척도는 적분길이에 비해 상대적으로 작은 변화를 보이고 있다. 그러므로 난류의 작은와는 곡률에 크게 영향받지 않음을 알 수 있다.

곡관에서의 전단류 실험에서 소산율 ε은 $\varepsilon=17\nu k/\lambda^2$의 관계식으로부터 구할 수 있다.[16] 따라서 Kolmogoroff의 소산길이(dissipation length scale) η도 $\eta=(\nu^3/\varepsilon)^{1/4}$에 의해 구해진다.[24] Fig. 6(b)에 따르면 Kolmogoroff의 소산길이 η는 안정곡률에서는 변화가 거의 없지만 불안정 곡률에서는 감소함을 알 수 있다. 그러므로 양의 전단류에서 에너지 스펙트럼(spectrum)의 분포는 꼬리부분이 보다 높은 주파수쪽으로 확장됨을 알 수 있다. 실제로 이것은 Ramaprian과 Shivaprasad[3]의 실험에 의해서도 확인되었다.



(a) Taylor micro-length scale λ



(b) Kolmogorov length scale η. symbols as in Fig. 3

Fig. 6 Evolution of the streamwise small scales along y/D=−0.1

4. 결 론

열선풍속계를 이용한 난류량 측정으로 유선곡률과 균일전단의 상호작용을 고찰하였다. 양의 전단류(PW, PS)에서는 곡률의 안정화 효과로 인해 레이놀즈 응력 $\overline{uv}$, $\overline{u^2}$, $\overline{v^2}$가 모두 감소하며 음의 전단류(NW, NS)에서는 불안정화 효과로 이 값이 증가한다. 또한 난류응력의 증감률은 유입되는 속도구배의 크기에 비례한다. 난류응력의 전달방정식에서 나타나는 부가적 생성항은 유동방향 성분의 평균장으로부터 에너지를 뽑아내어 반경방향 성분의 에너지로 전달하는 역할을 하며 따라서 $\overline{u^2}$보다는 $\overline{v^2}$가 곡률에 더 민감함을 알 수 있다. 난류3차곱은 운동에너지의 생성 메커니즘에 관련된 거대와의 특성을 갖고 있으므로 곡률에 매우 민감하다. 난류3차곱의 지배방정식에서 가장 중요한 생성항을 3개의 척도비로 나타내어 각 성분에 미치는 전단율과 곡률의 영향을 고찰하였다. 음의 전단류에서 $\overline{u^3}$의

변화는 전단율에 직접 의존하며 곡률은 다른 성분을 통하여 영향을 미친다. 그러나 $\overline{v^3}$는 곡률에 의해 직접적으로 영향을 받는다. $\overline{u^2v}$와 $\overline{uv^2}$의 분포로부터 레이놀즈 전단응력 $\overline{uv}$의 반경방향으로의 이송(transport)이 $\overline{u^2}$의 이송보다 곡률에 의해 더 강하게 영향받고 있음을 알 수 있다. 곡관 내의 전단율이 일정한 구간에서 난류에너지와 적분길이척도는 $S'>0.054$일 때는 감소하고 $S'<0.054$일 때는 증가한다. 한편 적분길이척도가 곡률에 매우 민감하게 반응하는 반면 Taylor 길이척도 및 소산길이척도는 큰 변화를 보이지 않아 작은와의 거동은 상대적으로 곡률에 둔감함을 알 수 있다.

참고문헌

(1) So, R. M. C. and Mellor, G. L., 1973, "Experiment on Convex Curvature Effects in Turbulent Boundary Layers," *J. Fluid Mech.*, Vol. 60, Part 1, pp. 43~62.

(2) Meroney, R. N. and Bradshaw, P., 1975, "Turbulent Boundary Layer Growth Over a Longitudinally Curved Surfaces," *AIAA*, Vol. 13, No. 11, pp. 1448~1453.

(3) Ramaprian, B. R. and Shivaprasad, B. G., 1978, "The Structure of Turbulent Boundary Layers Along Mildly Curved Surfaces : Part 2," *J. Fluid Mech.*, Vol. 85, pp. 273~303.

(4) Muck, K. C., Hoffmann, P. H. and Bradshaw, P., 1985, "The Effect of Convex Surface Curvature on Turbulent Boundary Layers," *J. Fluid Mech.*, Vol. 161, pp. 347~369.

(5) So, R. M. C. and Mellor, G. L., 1975, "Experiment on Turbulent Boundary Layers on a Concave Wall," *Aero. Quart*, Vol. 26, pp. 25~40.

(6) Hoffmann, P. H., Muck, K. C. and Bradshaw, P., 1985, "The Effect of Concave on Turbulent Boundary Layers," *J. Fluid Mech.*, Vol. 161, pp. 371~403.

(7) Barlow, R. S. and Johnston, J. P., 1988, "Structure of a Turbulent Boundary Layer on a Concave Surface," *J. Fluid Mech.*, Vol. 191, pp. 137~176.

(8) Hunt, I. A. and Joubert, P. N., 1979, "Effects of Small Streamline Curvature on Turbulent Duct Flow Part 4," *J. Fluid Mech.*, Vol. 91, pp. 633~659.

(9) Champagne, F. H., Harris, V. G. and Corrsin, S., 1970, "Experiments on Nearly Homogeneous Turbulent Shear Flow," *J. Fluid Mech.*, Vol. 41, Part 1, pp. 81~139.

(10) Mulhearn, P. J. and Luxton, R. E., 1975, "The Development of Yurbulence Structure in a Uniform Shear Flow," *J. Fluid Mech.*, Vol. 68, Part 3, pp. 577~590.

(11) Harris, V. G., Graham, A. H. and Corrsin, S., 1977, "Further Experiments in Nearly Homogeneous Turbulent Shear Flow Part 4," *J. Fluid Mech.*, Vol. 81, pp. 657~687.

(12) Rohr, J. J., Itsweire, E. C., Helland, K. N. and Vanatta, C. W., 1988, "An Investigation of the Growth of Turbulence in a Uniform Mean Shear Flow," *J. Fluid Mech.*, Vol. 187, pp. 1~33.

(13) Tavoularis, S. and Karnik, U., 1989, "Further Experiments on the Evolution of Turbulent Stresses and Scales in Uniformly Sheared Turbulence," *J. Fluid Mech.*, Vol. 204, pp. 457~478.

(14) Ahmad, Q. A., Luxton, R. E. and Antonia, R. A., 1976, "Characteristics of a Turbulent Boundary Layer with an External Turbulent Uniform Shear Flow," *J. Fluid Mech.*, Vol. 37, pp. 369~396.

(15) Nakano, S., Takahashi, A., Shizawa, T. and Honomi, S., 1981, "Effects of Stable and Unstable Free Streams on a Turbulent Flow over a Concave Surface," *Proceedings of the 3rd Symposium on Turbulent* Shear Flows, Davis, USA, pp. 4.18~4.23.

(16) Holloway, A. G. L. and Tavoularis, S., 1992, "The Effects of Curvature on Sheared Turbulence," *J. Fluid Mech.*, Vol. 237, pp. 569~603.

(17) Eskinazi, S. and Erian, F. F., 1969, "Energy Reversal in Turbulent Flows," *Phys. Fluids*, Vol. 12, No. 10, pp. 1988~1998.

(18) Gibson, M. M., Verriopoulis, C. A. and Vlachos, N. S., 1984, "Turbulent Boundary Layer on a Mildly Curved Convex Surface : Part 1 Mean Flow and Turbulence Measurements," *Expts. Fluids*, Vol. 2, pp. 17~24.

(19) Nagano, Y. and Tagawa, M., 1990, "A Structural Turbulence Model for Triple Products of Velocity and Scalar," *J. Fluid Mech.*, Vol. 215, pp. 639~657.

(20) Bradshaw, P., 1969, "The Analogy Between Streamline Curvature and Buoyancy in Turbulent Shear Flow," *J. Fluid Mech.*, Vol. 36, pp. 177~191.

(21) Comte-Bellot, G. and Corrsin, S., 1971, "Simple Eulerian Time Correlation of Full and Narrow-Band Velocity Signals in Grid-Generated 'Isotropic' Turbulence," *J. Fluid Mech.*, Vol. 48, pp. 273~337.

(22) Bendat, J. S. and Piersol, A. G., 1986, *Random Data*, John-wiley & Sons, New York.

(23) Rose, W. G., 1966, "Results of An Attempt to Generate a Homogeneous Turbulent Shear Flow Part 1," *J. Fluid Mech.*, Vol. 25, pp. 97~120.

(24) Tennekes, H. and Lumley, J. L., 1976, "A First Course in Turbulence," MIT Press.