

〈論 文〉

Bridgman 결정성장공정에서 각속도변화가
유동장 및 열전달에 미치는 영향

문승재* · 노승탁**
(1994년 8월 9일 접수)

Effects of Angular Velocity Change on the Flow Field and Heat Transfer
in the Bridgman Crystal Growth Process

Seung-Jae Moon and Sung-Tack Ro

Key Words : Bridgman Crystal Growth(브리지만 결정성장), Spin-Up(스핀업), Spin-Down(스핀다운), Natural Convection(자연대류), Ekman Layer(에크만경계층)

Abstract

A simplified model for the so-called ACRT(accelerated crucible rotation technique) Bridgman crystal growth was considered in order to investigate the principal effects of the periodic variation of angular velocity. Numerical solutions were obtained for $Ro=0.5$, $Ra=4.236 \times 10^6$ and $E=2.176 \times 10^{-3}$. The effects of spin-up process combined with natural convection was investigated as a preliminary study. The spin-up time scale for the present problem was a little larger than that observed for homogeneous spin-up problems. Numerical results reveal that over a time scale of $(H^2/\nu\omega_f)^{1/2}$ the forced convection due to the formation of Ekman layer predominates. When the state of rigid body rotation is attained, natural convection due to buoyancy emerges as the main driving force and then the steady-state is approached asymptotically. Based on our preliminary results with simple spin-up, several fundamental features associated with variation of rotation speed are successfully identified. When a periodic variation of angular velocity was imposed, the system response was also periodic. Due to effect of mixing, the heat transfer was enlarged. From the analysis of time-averaged Nusselt number along the bottom surface the effect of a periodic variation of angular velocity on the interface location could be indirectly identified.

기 호 설 명

E : Ekman 수, $\nu/(H^2 \cdot \omega_f)$
 H : 용융액 높이의 절반
 N : 회전수(rev)
 Nu : Nusselt 수
 p : 압력(Pa)
 Pr : Prandtl 수

R : 결정반경(mm)
 Ra : Rayleigh 수
 Ro : Rossby 수, $\Delta\omega/\omega_f$
 S : 생성항
 T_f : 용고온도(K)
 T_h : 가열로 고온부온도(K)
 T_∞ : 주위온도(K)
 t : 시간(s)
 t_p : 주기(s)

*정회원, 서울대학교 대학원
 **정회원, 서울대학교 기계공학과

u : 반경속도
 v : 축방향속도
 w : 방위속도

그리스문자

α : 열확산계수
 β : 열팽창계수
 ϕ : 일반 증속변수
 Γ : 확산계수
 μ : 점성계수
 ν : 동점성계수
 θ : 무차원온도
 ω : 각속도
 Ω : 스윙

상첨자

+ : 무차원

하첨자

f : 최종상태
 i : 초기상태

1. 서 론

본 논문에서는 최근 관심이 고조되고 있는 ACRT 브리지만 공정에서 주기적인 각속도변화가 유동장 및 열전달에 미치는 영향을 연구하고자 한다. 브리지만 공정은 전체 단결정성장 제품의 약 40%를 생산하는 중요한 공정으로 우수한 치수공차를 가진 제품을 비교적 간단한 기술을 사용하여 생산한다.⁽¹⁾ 이러한 공정에서 고품위 결정을 생산하기 위해서는 상경계면을 되도록 편평하게 유지하여 결정이 일방향으로 성장토록 제어해야 한다. 따라서 상경계면 근처의 온도장을 편평하게 만들 수 있는 방법이 필요하게 된다. 이는 등온면에 수직인 방향으로 결정이 성장하기 때문이다. 결정성장방향을 제어하기 위해서는 열유속의 방향을 제어해야 하고 이는 상경계면 근처의 온도장을 제어함으로써 달성될 수 있다. 상경계면이 편평하게 유지되도록 하는 방법의 하나로 가열로의 온도구배를 제어하는 방법이 Lin과 Motakef⁽²⁾의 다수의 연구들에서 제안되어 왔다. 다른 방법으로는 액상에 강제 대류를 발생시켜 상경계면 근처의 온도분포와 화학적인 조성을 균일하게 유도하는 방법이 있다. 그러나, 액상을 직접적으로 휘젓는 것은 상당한 고온과 밀

폐된 압력용기의 경우는 실제적으로 어렵기 때문에 Scheel과 Schultz-DuBois⁽³⁾는 주기적으로 변하는 축방향의 각속도를 이용하여 혼합효과를 주는 방법을 제안하였다. 이 방법은 흔히 ACRT (accelerated crucible rotation technique) 브리지만 공정이라고 알려져 있다. 이러한 ACRT 브리지만 공정의 반주기 동안은 각속도가 상승하고, 나머지 반주기 동안 각속도가 감소한다. 따라서 각속도가 상승할 때는 스핀업 문제가, 각속도가 감소할 때는 스핀다운 문제가 일어난다. 그러나 일반적인 스핀업 문제들과는 달리 ACRT 공정에서의 스핀업 및 스핀다운 과정은 주기적 정상상태(periodic steady state)로 나타나게 된다. 또한 지금까지의 스핀업연구에서는 자연대류 효과가 고려되지 않았거나 그다지 중요한 인자로 취급되지 않았으나, 실제 ACRT 공정에서는 가열로와 결정용고점의 온도차가 매우 크므로 반드시 자연대류가 고려되어야 한다. 따라서 본 논문에서는 ACRT 브리지만 공정의 단순화된 모델을 정립하고, 자연대류와 주기적인 각속도변화가 결합된 유동장을 해석하여 열전달에 미치는 영향을 연구하고자 한다. 이는 지금까지 ACRT 공정에 대한 해석적인 연구가 거의 없는 실정이므로 일차적으로 보다 기초적인 유동 및 열전달과정에 대한 연구가 절실하기 때문이다. 우선 보다 단순한 경우로써 주어진 정상상태로부터 스핀업에 의해서 다른 정상상태로 천이하는 과정을 고려하여 유동 및 열전달과정에 대한 기초적인 정보를 얻어 주기적인 각속도변화가 시스템에 미치는 영향과 주기적 정상상태에서 시스템의 거동을 살펴보고자 한다. 또한 브리지만 공정에 ACRT를 적용하는 주 목적은 주기적인 스핀업과 스핀다운에 의한 액상의 혼합에 있다. 이 혼합에 의해서 액상내의 조성이 균일해지므로 균일한 품질의 결정을 얻을 수 있다. 따라서 본 논문에서는 주기적인 각속도변화가 열적으로 어떠한 영향을 미치는가를 해석하여 이로부터 상경계면에 미치는 효과를 간접적으로 알아보하고자 한다. 해석대상으로는 홀로그래피와 같은 광정보처리 등의 분야에서 널리 사용되고 광전자요소로도 쓰이는 물질인 BSO(bismuth silicon oxide)를 선택하였다.

2. 해석모델

해석하고자 하는 ACRT 공정⁽⁴⁾의 기본 모델로써

Fig. 1에 나타낸 시스템을 고려하였다. 가열로의 온도분포는 중간지역에 온도구배지역이 있고 윗쪽과 아랫쪽은 등온지역이다. 온도구배지역이 존재하는 이유는 다음과 같다. 가열로가 고온부와 저온부로 구성되어 있기 때문에 가열로의 축방향열전달이 존재한다. 따라서 이를 방지하기 위해서 고온부와 저온부 사이에 차폐장치를 설치한다. 이 차폐장치는 단열지역이 되어 가열로 축방향열전달을 방지하고 가열로내벽면에서는 온도구배지역이 된다. 여기서 상경계면은 편평하다고 가정하고 액상만을 해석하기로 한다. 따라서 우리가 고려하는 원통의 높이는 $2H$ 가 되며 H 를 기준으로 위쪽은 가열로의 고온부이고 아래쪽은 온도구배지역이 된다. 원통의 아랫면은 T_f (BSO의 상변화온도)로 일정하게 유지되어 있으며 윗면과 옆면은 대류와 복사에 의해서 열이 시스템의 내부로 전달된다. 또한 재료를 담고 있는 앰플의 재질로는 보통 백금을 사용하는데, 앰플의 두께 영향은 본 연구에서 고려하지 않았다(즉, 두께를 0으로 가정하였다). 지금까지 ACRT 공정에 대한 해석적인 연구가 거의 전무한 실정이므로 회전각속도변화에 따른 시스템응답을 살펴보는 것이 기초정보로서 매우 중요하다.

해석을 위하여 다음과 같은 가정을 도입하였다.

- (1) 비압축성 뉴턴유체의 축대칭 층류유동이다.
- (2) 온도변화에 따른 밀도변화는 Boussinesq 근사를 따르며 기타의 물성치는 일정하다.
- (3) 상경계면은 편평하다고 가정한다.
- (4) 실제 브리지만 공정에서 사용되는 앰플의 두께는 결정 반지름정도이나 본 연구에서는 무시한다.

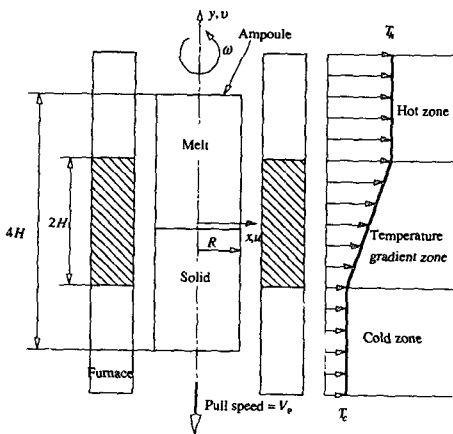


Fig. 1 Schematic diagram of ACRT Bridgman crystal growth system

(5) 가열로 내부벽과 앰플 사이의 열전달은 대류와 복사에 의해서 일어난다. 복사경계조건의 처리시에 확산-회표면(diffuse-gray surface)으로 가정하고 방사율은 백금의 물성치를 사용한다.

(6) BSO용융액 내부에서의 복사효과는 실제 중요한 요소이나 본 연구에서는 고려하지 않았다. 이는 전술한 바와 같이 각속도변화와 자연대류 효과에 주된 관심을 두었기 때문이다.

(7) 앰플의 당김속도는 액상내의 유동속도에 비하여 현저히 작으므로 무시한다. 본 연구에서 설정한 모델에서 고려하는 시스템의 운전조건은 Table 1에, BSO의 물성치는 Table 2에 열거하였다.

수치해석시 용융액내부에서 연속방정식, 운동량 방정식 및 에너지방정식을 주어진 경계조건을 사용하여 해석하였는데, 편의를 위해 다음의 일반형지배방정식을 사용하였다.

$$\frac{\partial}{\partial t}(x\rho\phi) + \frac{\partial}{\partial x}(x\rho u\phi - x\Gamma\frac{\partial\phi}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}(x\rho v\phi - x\Gamma\frac{\partial\phi}{\partial y}) = xS(x, y) \quad (1)$$

위에서 ϕ 는 일반 종속변수이고 Γ 와 S 는 ϕ 에 따라서 정의된다. 본 연구에서 고려하는 시스템의 주요 변수로는 Ekman수, Rayleigh수 및 Rossby 수들로서

$$E = \frac{\nu}{H^2\omega_f}$$

$$Ra = \frac{g\beta(T_h - T_f)H^3}{\nu\alpha}$$

Table 1 Operating parameters of the Bridgman crystal growth system considered in this study

T_h	1268 K
Temperature gradient	0.4 K/m
Ra	4.236×10^6
Pr	32
R	25 mm
H/R	1
h_s	$6.0 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}[4]$
h_t	$4.8 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}[4]$
ω_t	10 rpm
ω_f	20 rpm

Table 2 Physical properties of liquid BSO[2]

Melting temperature, T_f	1168 K
Thermal expansion coefficient, β	$7 \times 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ (1223 K)
Viscosity, μ	$2.2 \times 10^{-2} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ (1173 K)
Density, ρ	7723 kg/m^3 (1168 K)
Thermal conductivity, k	$0.27 \text{ W/m}\cdot\text{K}$ (1168 K)
Specific heat, c_p	$393.2 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$
Emissivity(Platinum), ε	0.15 (1273 K)

$$Ro = \frac{\Delta\omega}{\omega_f} \quad (2)$$

와 같이 정의된다. 본 연구에서는 실제 공정에 근접한 경우로써 $E=2.176 \times 10^{-3}$, $Ro=0.5$, $Ra=4.236 \times 10^6$ 인 경우⁽¹⁾를 고려하였다.

운동량방정식의 해를 구하는 경우, 방위속도방향 운동량방정식의 생성항 중에 존재하는 코리올리힘으로 인해서 일어나는 수치적 불안정을 제거하기 위해 실제로는 새로운 변수 $\Omega=xw$ 을 도입하여 얻은 스윙방정식을 풀었다.⁽⁵⁾ 사용된 경계조건은 다음과 같다.

- (1) (중심축) $x=0, 0 \leq y \leq 2H :$

$$u=0, \frac{\partial v}{\partial x}=0, \Omega=0, \frac{\partial T}{\partial x}=0 \quad (3)$$

- (2) (원통측면) $x=R, 0 \leq y \leq 2H :$

$$u=v=0, \Omega=R^2\omega, -k \frac{\partial T}{\partial x} = h_s(T - T_\infty) + \varepsilon\sigma(T^4 - T_\infty^4) \quad (4)$$

- (3) (원통상부면) $0 \leq x \leq R, y=2H :$

$$u=v=0, \Omega=x^2\omega, -k \frac{\partial T}{\partial y} = h_t(T - T_\infty) + \varepsilon\sigma(T^4 - T_\infty^4) \quad (5)$$

- (4) (원통하부면) $0 \leq x \leq R, y=0 :$

$$u=v=0, \Omega=x^2\omega, T=T_f \quad (6)$$

외부온도 경계조건으로는

$$T_\infty(x, 2H) = T_h$$

$$T_\infty(R, y) = \begin{cases} T_f + 2(T_h + 2(T_h - T_f))(y/2H) & \text{for } 0 \leq y \leq H \\ T_h & \text{for } H \leq y \leq 2H \end{cases} \quad (7)$$

을 사용하였다.

위에서 열거한 경계조건과 지배방정식은 무차원 형태로 변환한 후에 수치해석하였다. 시간, 길이, 속도 및 압력은 $R^2/\nu, R, \nu/R, \rho\nu^2/R^2$ 을 써서 무차원시켰으며, 무차원온도는 $\theta=(T-T_f)/(T_h-T_f)$ 으로 정의하였다. 무차원 지배방정식은 Table 3에 나타내었다. 수치해석시 51×61 격자계를 선택하였으며, 원통의 윗면과 옆면, 아랫면에는 조밀하게 격자를 배치하였다. SIMPLER 알고리즘⁽⁶⁾과 BASIS행렬해법⁽⁷⁾을 이용하여 이산화된 방정식을 풀어 수렴된 해를 구하였다. 수렴조건으로는 연속방정식, 운동량방정식, 에너지방정식의 절대잔류량과 상대잔류량이 각각 절대잔류량은 10^{-5} , 상대잔류량은 10^{-4} 미만일 때 수렴된 것으로 판단하였다.

Table 3 Dimensionless variables in the general conservation equations

ρ^+	ϕ^+	Γ^+	S^+
1	1	0	0
	u^+	1	$-\partial p^+/\partial x^+ - u^+/x^{+2} + \Omega^{+2}/x^{+3}$
	v^+	1	$-\partial p^+/\partial y^+ + \rho^+ Ra \theta / Pr$
	Ω^+	1	$-(2/x^+) \partial \Omega^+ / \partial x^+$
	θ	Pr^{-1}	0

3. 결과 및 토의

3.1 스핀업과 자연대류가 결합된 유동장해석

먼저 스핀업과정이 일어나기 전의 초기상태로써 10 rpm 정상상태의 유동형태, 등온선, 벡터장, 등스윙라인을 Fig. 2에 도시하였다. 이 그림들 각각에서 왼쪽이 원통의 중심이고 오른쪽이 원통의 벽

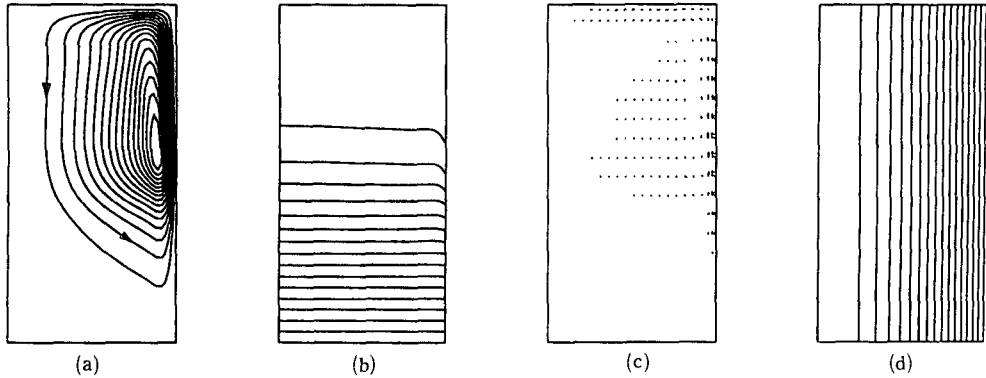


Fig. 2 (a) Streamlines, (b) isotherms, (c) vector plot in the meridional plane and (d) isoswirls corresponding to steady-state solutions with $\omega_1=10$ rpm

면이다. 이때의 유동형태는 커다란 단일셀구조로서 자연대류의 효과로 인해 유동이 앰풀의 외벽을 따라 상승한 후, 중심축을 따라 하강한다. 등온선은 원통의 아래쪽에서 안정적으로 성층화되어 있으며, 원통 위쪽은 상대적으로 균일한 온도분포를 보인다. 벡터장에 보인 속도의 크기는 약한 유동이 발달해 있는 것을 시사하며 특히 상경계면 근처에서는 아주 미약한 유동이 존재하고 이는 회전수를 증가시켜도 거의 변하지 않았다. 등스윙라인은 앞에서 언급한 스핀업의 필요조건인 강제회전의 상태에 있음을 보여준다. 여기에서 제시하지 않았지만 100 rpm으로 회전시켰을 때의 결과도 유선의 중심이 원통벽면쪽에 더 치우쳐 있다는 것을 제외하고는 10 rpm으로 회전시켰을 때의 결과와 비슷하였다. 열전달계수를 살펴보면, 회전이 없을 때나 또는 100 rpm 정도의 정속회전을 가했을 때나 열전달계수 크기에는 거의 변화가 없었다. 열전달계수의 크기가 거의 변화가 없다는 사실과 상경계면 근처에 유동이 발달하지 못한다는 사실은 정상상태가 유지되는 경우 회전각속도의 증가 자체는 열전달 및 혼합에 큰 영향을 미치지 못한다는 것을 시사한다. 이는 Scheel 등⁽³⁾이 기술한 바와 같이 정상상태의 회전은 액상의 혼합에 아무런 영향을 주지 못한다는 관찰과 일치한다.

로스비수가 0.5인 경우, 즉 위의 10 rpm 정상상태를 초기조건으로 하여 20 rpm으로 스핀업시켰을 때 시간에 따른 변화로써, Fig. 3에 유선을, Fig. 4에 속도벡터장을 자오면에서 살펴본 형태로 각각 나타내었다. 초기 10 rpm의 정상상태에서는 압력구배와 전향력이 균형을 이루고 있다. 이는 정상상

태에서의 회전유동에서는 $Ro=0$, $E \ll 1$ 이므로 대류의 영향과 점성의 영향이 나타나지 못한다.⁽⁸⁾ 그러나 원통의 축방향각속도가 증가하면 원통 윗면과 아랫면에서 전향력이 증가함에 따라 원주방향으로 전단응력이 발생하여 점성확산에 의해서 각운동량이 전파되는 얇은 에크만경계층이 성장하기 시작한다. 이때, 위아래 벽면 근처의 유체는 전단응력에 의해 각운동량이 증가되는 반면, 이러한 유체에 작용하는 압력구배에는 변화가 없으므로 각운동량 보존에 의해 반경방향으로 유동이 발생된다. 즉, 에크만펌핑이 일어나기 시작한다. 그러나 스케일 해석으로부터 자연대류에 의한 특성속도 $u_B \sim (a/H) Ra_H^{2/3}$ ⁽⁹⁾이고 에크만펌핑에 의한 특성속도 $u_E \sim H \cdot \Delta\omega$ 의 크기비가 $u_B/u_E \sim O(Ro^{-1} \cdot E \cdot Ra_H^{2/3} \cdot Pr^{-1})$ 로 되어, 본 연구의 경우는 $u_B/u_E \sim O(10^{-1})$ 정도이다. 다시 말하면, 에크만펌핑이 진행되는 동안에는 부력의 영향이 작다는 결론을 얻을 수 있으며, 이는 Fig. 3의 0.1s에서 보면 원통의 윗면에서 에크만펌핑에 의해 시계방향으로 회전하는 새로운 유동셀이 성장하는 결과를 잘 설명해 준다. Fig. 3의 결과를 보면 1.5s 정도에서 상하대칭에 가까운 전형적인 Taylor 와동(vortex)을 형성한 후 윗쪽 유동셀이 성장해서 아랫쪽 유동셀을 소멸시킨다. 스핀업 후 20s가 지나면 스핀업에 의한 강제대류가 극도로 약화되어, 온도경계조건이 변하는 곳, 즉 온도구배지역에서 등온 조건으로 바뀌는 곳에서 자연대류에 의한 유동셀이 생겨 다시 성장하기 시작한다. 이는 BSO의 Pr 수가 32로서 점성확산이 열확산보다 크기 때문에 시스템이 동적인 정상상태에 먼저 도달한 후, 에크만펌핑이 존재하는 동안에 숨

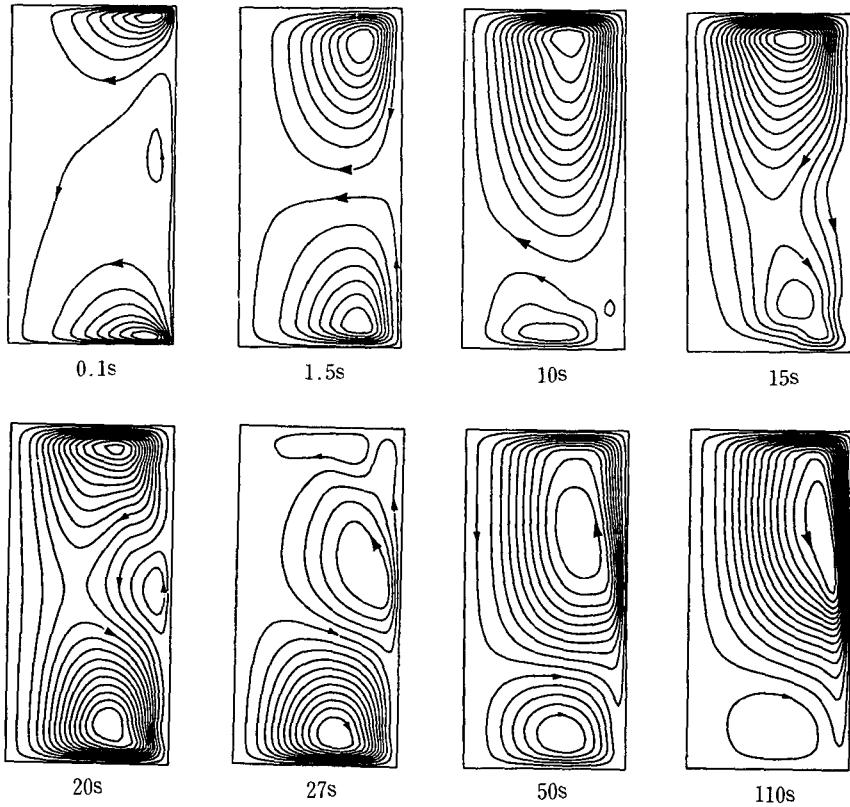


Fig. 3 Transient evolution patterns of streamlines in a spin-up process ($\omega_1=10$ rpm, $Ro=0.5$)

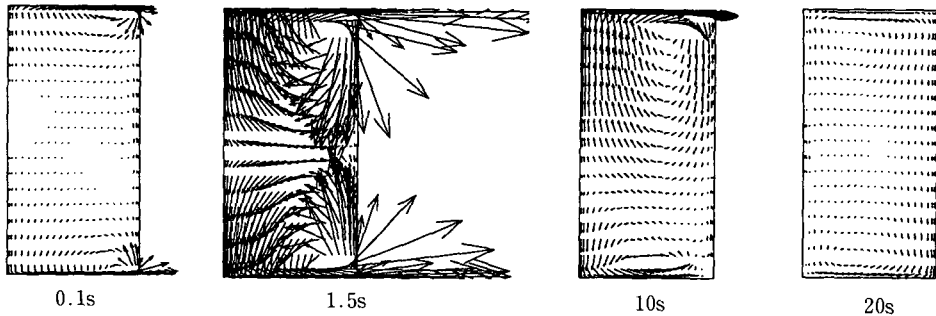


Fig. 4 Transient evolution patterns of vector plots viewed in the meridional plane ($\omega_1=10$ rpm, $R=0.5$)

어 있던 부력의 영향이 나타나면서 열적인 정상상태로 진행하기 때문이다. 이러한 자연대류에 기인한 유동셀은 온도구배지역의 안정한 성층화가 자연대류의 발달을 억제하기 때문에 윗쪽의 등온경계조건 지역쪽으로 성장한다. 계속적으로 기존의 약화된 강제대류 유동셀을 두 개로 나누고 먼저 윗쪽 셀을, 다음으로 아랫쪽 셀을 소멸시키면서 20 rpm의 정상상태에 접근한다.

유동강도의 시간에 따른 변화를 살펴보기 위해 Fig. 2에 보인 속도장과 같은 스케일로 자오면에서의 속도벡터장을 Fig. 4에 도시하였다. 0.1s일 때는 원통의 윗면과 아랫면 부근에서만 상대적으로 강한 유동이 나타나지만 1.5s일 때는 두 유동셀이 만나는 곳인 중간높이 부근을 제외하고 매우 강한 유동이 전영역에 나타나 각운동량의 전파를 촉진시킨다. 각운동량의 전달이 끝나 강제회전상태에도

달하면 유동의 강도가 줄어들어 초기와 비슷한 정도의 유동강도를 유지한다. 또한 0.1s에서는 원통 아랫면 속도벡터의 크기가 원통 위쪽 속도벡터의 크기보다 더 크나 1.5s에서는 반전되고 있다. 10s에서도 마찬가지로 원통 위쪽 속도벡터의 크기가 더 크다. 이는 다음 단락의 뒷 부분에서 설명하겠다. 단순스핀업 문제에서 알려져 있는 이른바 스핀업시간(강제회전에 도달하는 시간)은⁽⁸⁾

$$t_E = \left(\frac{H^2}{\nu \omega_f} \right)^{1/2} \quad (8)$$

으로, 본 연구에서 택한 변수값들을 위 식에 대입하면 약 $t_E \sim 10$ s 정도이다. 그러나, 위 식은 자연대류가 존재하지 않는 경우로 본 연구의 결과에서는 약 12s(4회전) 정도에서 거의 강제회전상태에 도달하였다. 즉 자연대류가 결합되어 있는 시스템에서의 스핀업은 단순스핀업에 비해 다소 느리게 진행되며, 이것은 에크만경계층 바깥으로 분출된 유동이 Fig. 3에 보인 바와 같이 자연대류유동을 소멸시키는 과정에서 스핀업시간이 지연되기 때문이다.

Fig. 5은 반경속도, u 의 높이방향분포를 $x = 0.4625R$ 인 곳에서 시간에 따라 나타낸 것이다. 그런데, 코리올리힘은 $-2\omega k \times \vec{V}$ 로 표시되므로, Fig. 5의 결과는 코리올리힘의 시간에 따른 변화로도 해석될 수 있다.⁽¹⁰⁾ 스핀업의 초기에 성장하는 에크만경계층이 뚜렷이 나타남을 알 수 있고, 최초에는 원통 상하면에서 거의 동일한 크기로 발달한다. 그러나 스핀업이 진행될수록(시간이 지날수록) 성층화된 원통 아랫쪽 속도가 상대적으로 균일한

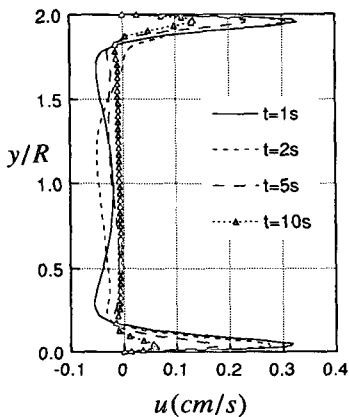


Fig. 5 Timewise variation of the radial velocity profile at $x = 0.4625R$ ($\omega_1 = 10$ rpm, $Ro = 0.5$)

원통 위쪽 속도보다 더 작게 된다. 성층화된 유체의 스핀업시에는 에크만 펌핑에 의한 강제대류에 의한 각운동량전달 이외에도 점성확산에 의한 각운동량전달량의 증가가 커져서 스핀업시간이 짧아진다는 것을 Hyun 등⁽¹⁰⁾이 성층화된 유체의 스핀업을 해석하여 밝혔다. 따라서, 윗쪽에 비해서 아랫쪽은 각운동량전달이 더 활발하여 경계층과 내부와의 각속도 차이가 빨리 줄어든다. 그러면 각속도 차이에 의해서 힘을 얻는 에크만펌핑이 약해지므로 반경방향의 유동이 더 빨리 사라진다. 본 연구의 결과를 보면 스핀업 후 10s정도 지나면 윗쪽 최고속도가 아랫쪽 최고 속도의 약 2배가 된다. 이는 기존의 연구⁽¹⁰⁾와도 일치한다고 볼 수 있다. 또한 이는 윗쪽의 강제대류 유동셀이 성장하여 전 영역을 덮어 버리는 결과(Fig. 3)를 설명해 준다. 연속조건(y축에 대해서 u 속도성분을 적분하면 0)을 만족시키기 위해 에크만펌핑에 의한 유동이 존재하는 벽근처를 제외하고는 음의 방향으로 유동이 존재한다. 한 가지 특기할 사항은 시간이 지남에 따라 에크만경계층 내의 유동강도는 점점 약해지나 원통 높이의 1/2가 되는 곳에서는 u 속도 성분의 크기가 진동한다는 것이다. 이는 갑작스러운 각속도 차이를 시스템에 가하면 이것에 의해서 충격이 발생하여 진동이 일어난다. 이 진동은 점성의 영향이 미치는 경계층 내 보다는 상대적으로 점성의 영향이 적은 경계층 바깥에서 일어난다. 따라서 이것은 비점성유동영역(inviscid core)에서의 관성-내부진동 모드와 같은 맥락에서 해석될 수 있다.

스핀업과정 중의 활발한 강제대류유동이 열전달에 어떠한 영향을 미치는가를 알아보자. Fig. 6에 제시된 원통 아랫면의 평균 Nu 수는 다음과 같이 정의하였다.

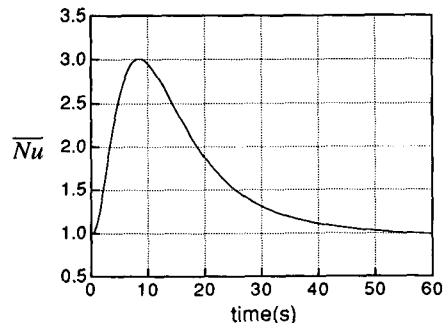


Fig. 6 Transient response of the mean Nusselt number along the bottom surface to the spin up

$$\overline{Nu} = \frac{1}{A} \int \frac{\partial \theta}{\partial n} dA \quad (9)$$

위의 식에서 A 는 원통 아랫벽면의 면적이고 n 은 적분경로의 수직방향 단위벡터이다. 평균 Nu 수는 스핀업에 의해서 에크만평핑이 일어나는 동안에 초기평균 Nu 수보다 약 3배 정도 증가한다. 이는 에크만평핑에 의한 활발한 강제대류로 인해 열전달이 비약적으로 향상되기 때문이다. 앞의 Fig. 4에서는 1.5 s 때의 유동강도가 가장 강한 것으로 나타났지만 Nu 수의 최대값은 약 $Pr^{1/2}$ 배 정도의 시간이 지난 때인 9 s 부근에서 나타난다. 시간이 많이 경과한 후의 값은 초기의 값과 거의 동일하다. 이로부터 앞에서 언급한대로 정상상태의 회전은 열전달에 아무런 영향을 주지 못한다는 것을 확인할 수 있다.

Fig. 7에 국소 Nu 수의 시간에 따른 변화를 나타내었다. 스핀업이 진행되는 동안에 국소 Nu 수가 중심에서 최대값이고 중심에서 멀리 떨어질수록 값이 작아지는데 이는 원통하부 유동셀의 회전방향과 연관이 있다. 국소 Nu 수는 초기에 전영역에 걸쳐 거의 1에 가까운 값을 가지나 스핀업이 진행되는 동안에 국소적으로 6배정도까지 열전달이 증가한 후 다시 감소하는 형상을 보인다. 또한 국소 Nu 수는 원통바닥에서의 무차원화된 열유속이므로 이로부터 상경계면에 미치는 영향을 추론할 수 있다. 스핀업에 의한 강제대류가 일어나는 동안 원통중심부에서는 국소 Nu 수가 증가하고 원통모서리부에서는 국소 Nu 수가 감소한다. 이러한 열유속의 차이로 인해서 상경계면의 형상이 아래로 처지게 되면 결정의 품질에 나쁜 영향을 미치게 된다.⁽¹⁾ 그 이

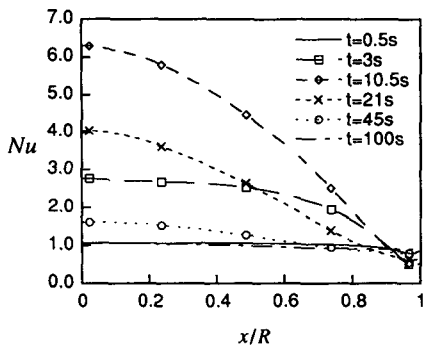


Fig. 7 Distribution of the local Nusselt number along the bottom surface with $\omega_1 = 10$ rpm, $\omega_r = 20$ rpm

유는 뒷부분에서 설명하겠다. 그러므로 스핀업만을 브리지만결정성장장에 적용시키는 경우에는 에크만평핑에 의한 강제대류가 존재하는 동안에는 혼합에 의한 용융액조성의 균일화를 기대할 수 있으나 정상상태에 접근하게 되어 부력이 지배적이 되면 유동의 강도가 약해지기 때문에 혼합의 효과를 얻을 수 없고 또한 열적으로도 강제대류가 존재하는 동안 원통중심부에서 열유속의 증가로 인해 상경계면에 나쁜 영향을 미친다.

3.2 주기적인 스핀업과 스핀다운이 결합된 유동장해석

주기적인 스핀업과 스핀다운이 가해지면 상경계면 근처의 에크만경계층 내에서 유동이 스핀업시에는 반경방향으로 발생하고 스핀다운시에는 중심방향으로 발생한다. 이러한 유동은 내부영역과의 상호작용에 의해서 혼합을 촉진시켜 상경계면 근처의 온도장이 균일하게 되도록 하여 상경계면을 편평하게 만든다. 또한 상경계면 근처 유동장에서는 대류에 의한 혼합에 의해서 조성이 균일하게 되므로 우수한 품질을 지닌 결정을 제조할 수 있다. 이와 같은 ACRT 브리지만 결정성장공정에 중요한 영향을 미치는 인자 중의 하나가 ACRT 시퀀스(sequence)이다. 본 연구에서는 한 방향으로 회전하며 회전수만 변화하는 형태의 사각파(square wave) 시퀀스를 사용하고자 한다.⁽¹¹⁾ 회전수는 스핀업시에는 20 rpm이고 스핀다운시에는 10 rpm을 사용하였고 주기는 18 s로 하였고 스핀업시에 9 s이고 스핀다운시에도 마찬가지로 9 s이다. Fig. 5의 그림에서 10 s에서도 강제대류에 의한 반경속도가 존재하므로 혼합의 효과를 극대화하기 위해서 이보다 작은 9 s를 선택하였다. 스핀업과 스핀다운 중에 상하대칭에 가까운 Taylor 와동의 존재로 인해 원통 위쪽과 원통 아래쪽의 유동장이 상하로 분리된다. 이러한 유동장의 분리로 인해서 결정성장 중에 zone refining 효과⁽¹⁾를 달성할 수 있다. 그러므로 이러한 효과를 얻기 위해서는 스핀업시의 유동 형태를 도기한 Fig. 3을 보면 강제회전에 도달한 이후에는 항상 위쪽 유동셀이 아래쪽 유동셀을 소멸시키고 전영역에 걸쳐 존재하게 되므로 이러한 현상이 나타나기 이전을 주기로 선택해야 한다. 따라서 본 연구에서 선택한 9 s에서는 아직도 두 개의 유동셀로 분리되어 있으므로 위에서 언급한 zone refining 효과를 얻을 수 있다. 이러한 이유

로 인해서, 본 연구에서 선택한 9s는 ACRT sequence의 주기로써 타당하다.

Fig. 8에 주기적 정상상태에 도달한 후 평균 Nu 수를 한 주기에 대해서 나타내었다. 평균 Nu 수의 정의는 식 (8)과 동일하다. 그런데 Fig. 6의 결과에서는 스피너업시에는 열전달이 증가하는 것으로 나타났으나 오히려 스피너업초기에는 열전달량이 감소하다가 4s 이후에는 다시 증가한다. 그러나 각속도가 10 rpm으로 되는 스피너다운시에는 초기에는 평균 Nu 수가 감소한다. 이는 스피너업시에 원통 아래면에서 반경방향으로 움직이는 유동이 스피너다운에 의해서 유동방향이 원통 중심쪽으로 바뀌게 되면 원통 아래면 근처의 유동중에서 원통 바깥면쪽의 유동이 다시 중심쪽으로 유입된다. 이 유동은 스피너업중에 온도가 낮은 원통 아래면을 지나서 이미 온도가 떨어져 있는 상태이다. 따라서 온도가 내려간 유동이 다시 지나가므로 열전달계수가 감소한다. 스피너다운에 의한 강제대류가 완전히 발달하여 원통 중심부의 유동이 유입되면 다시 평균 Nu 수가 증가하여 약 15s 정도에서 최대값을 가진 후 다시 감소한다. 다시 각속도가 증가하는 스피너업시에는 스피너다운초기에 각속도가 감소하는 것과 같은 이유로 감소한다. 즉, 유동방향이 역전으로 인해 원통 아래면에서 중심쪽으로 이동하여 냉각된 유체가 다시 반경방향쪽으로 움직여 원통 아래면의 열전달계수를 감소시킨다.

Fig. 9에 주기적으로 나타나는 유동패턴을 한 주기에 대해서 나타내었다. 0s에서 9s까지는 스피너업시의 반주기이고 9s에서 18s까지는 스피너다운시의 반주기이다. 0s에서 원통 윗쪽에 발달되어 있는 강제대류 유동셀의 회전방향은 스피너업시의 원통 윗쪽 유동셀의 회전방향과는 반대이고 원통 아랫쪽 유동셀의 회전방향과는 동일하다. 또한 앞에서 언급한 바와 같이 성층화된 아랫쪽 유동셀의 유동강도가 더 빨리 약해진다. 따라서 스피너업이나 스피너다운 초기에는 원통 위쪽에서는 에크만펌핑에 의해서 새롭게 성장하는 유동셀이 전시간에 이미 발달되어 있는 기존 유동셀의 저항을 받게 되고 원통 아래쪽에서는 원통 위쪽보다 유동강도가 더 약한 기존의 유동셀을 소멸시킨 후 기존의 원통 위쪽 유동셀의 지원을 받아 더욱 더 활발히 발달한다. 이는 스피너업후 0.2s, 0.3s때 스피너다운후 9.1s, 9.2s, 9.4s 때의 결과를 보면 원통 아랫쪽의 유동셀이 더 발달되어 있는 것으로부터 이를 확인할 수 있다. 스피너

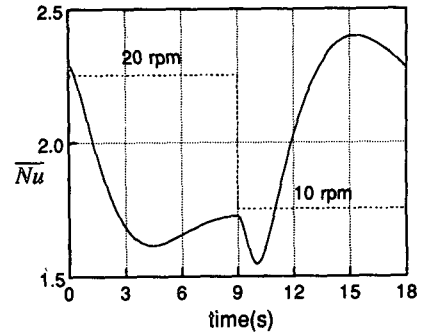


Fig. 8 Periodic variation of mean Nusselt number at the bottom surface

업시 3s 때를 보면 위쪽 유동셀이 아래로 내려 왔다가 5s 때에 다시 올라가 상하대칭에 가까운 형태를 보이는데 이는 앞에서 언급한 내부진동때문이다. 스피너다운시에도 이를 관찰할 수 있다. 또한 앞에서 언급한 상경계면 부근에서의 유동장의 분리 문제도 스피너업과 스피너다운초기에 약간의 교란이 존재하였으나 대체적으로 전 기간동안 분리 현상이 일어나는 것을 확인하였다.

Fig. 10에 원통 아래면 국소 Nu 수의 반경방향에 따른 변화를 나타내었다. 스피너업시에는 Fig. 7의 결과와 같은 경향을 보인다. 즉, 원통 중심부에서는 증가하고 원통 모서리쪽에서는 감소한다. 스피너다운시에는 이와는 반대로 원통 중심부에서 감소하고 원통 모서리쪽에서는 증가하는 현상이 나타난다. 이는 스피너업시에는 자오면에서 바라본 원통 아래쪽의 유동셀이 반시계방향으로 회전하여 원통 중심부의 열전달계수를 증가시키고 스피너다운시에는 반대 방향이므로 원통 모서리부분의 열전달 계수를 증가시킨다. 따라서 스피너업시에는 원통 아래면 중심부의 온도구배가 증가하고 모서리에서는 온도구배가 감소한다. 상경계면도 하나의 등온선이라고 볼 수 있으므로 상경계면이 아래로 처지는 현상이 나타날 것이다. 반대로 스피너다운시에는 원통 중심부의 온도구배가 감소하고 원통 모서리의 온도구배가 증가하여 상경계면은 위로 볼록한 형태가 될 것이다. 이와 같은 현상은 다음과 같이 설명될 수 있다. 액상쪽 경계의 열전달량은 유동형태의 변화에 따라 그 크기의 변화가 심하다. 그러나 고상 내의 열전달은 주로 확산에 의해서 일어난다. 따라서 상경계면에서 고상쪽의 열전달량은 대류에 의해서 열이 전달되는 액상쪽과 달리 상경계면 액상쪽의 증

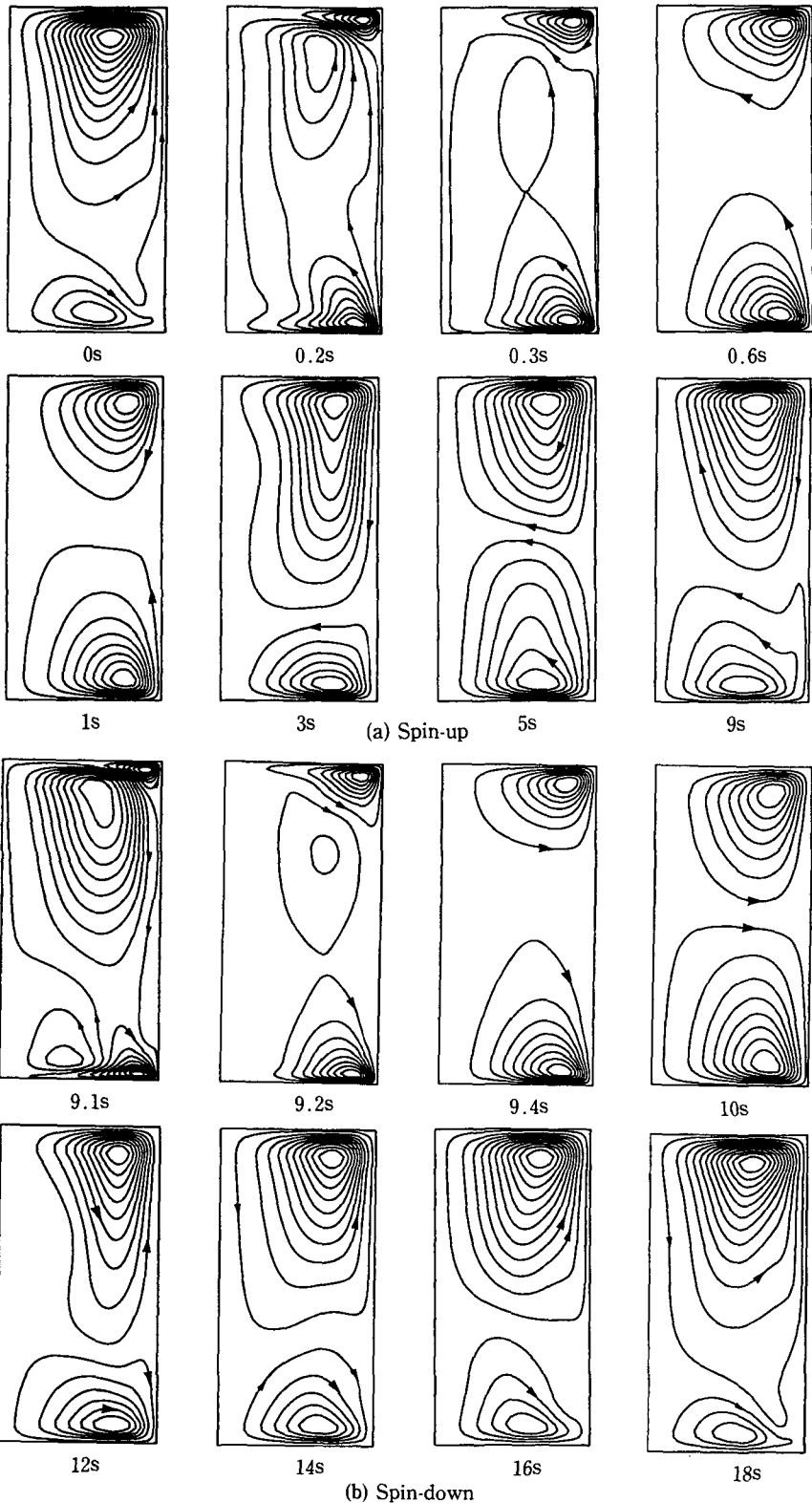


Fig. 9 Transient evolution patterns of streamlines during a period

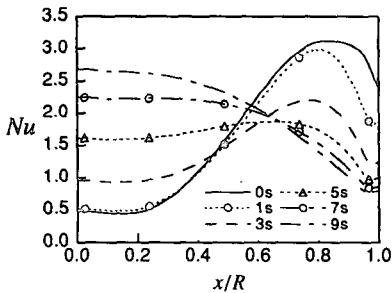
가된 열유속에 대해서 빠른 응답을 보이지 못할 것이다. 그러므로 상경계면에서 고상 내로 빠져나가는 열유속은 일정한 것으로 가정할 수 있다. 그러면 스테판조건으로부터 상경계면에서 고상쪽으로 빠져나가는 열유속은 액상쪽으로부터 들어오는 열유속과 상경계면이 이동함으로써 생성되는 잠열의 합으로 나타낼 수 있다. 또한 본연구에서는 무시하였지만 실제 브리지만 결정성장공정에서는 잡아당기는 속도로 인해서 그 이동한 거리만큼의 응고가 항상 일어나므로 응고가 일어나면서 생성되는 잠열도 고상쪽으로 빠져나간다. 상경계면에서 액상쪽의 열유속이 고상쪽의 열유속보다 클 경우에는 그 차이만큼의 용융이 일어난다. 그러므로 액상쪽의 열유속이 클수록 상경계면이 아래로 내려가게 된다. 또한 액상쪽의 열유속이 고상보다 작을 때는 응고가 일어나서 그만큼의 열을 잠열로부터 보충해주어야 한다. 따라서 잡아당기는 속도이외의 부가적인 응고가 일어난다. 두 열유속의 차이가 클수록 응고가 더 많이 일어난다. 따라서 상경계면이 위로 올라갈 것이다. 이러한 이유로 상경계면의 형상을 간접적으로 추론할 수 있다. 주기적으로 증가하거나 감소하는 액상쪽의 열유속은 상경계면의 형상을 결

정짓는 중요한 인자가 된다.

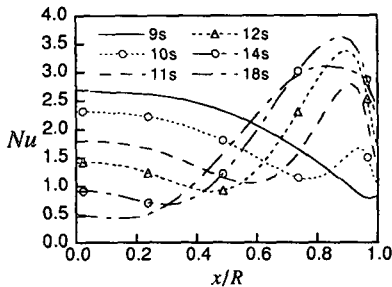
그런데 상경계면 형상이 상경계면근처 온도장의 변화로 인해 나타나는 열유속의 변화에 대해 시간 지연이 없이 응답하지 못하므로 반경방향의 각 점에서 한 주기 동안의 시간평균 국소 Nu 수를 구하면 이는 원통 아래면 각 점에서 한 주기 동안의 열유속양이 되므로 이로부터 상경계면에 미치는 영향을 간접적으로 고찰할 수 있다. 다음 식으로 표시되는 원통 아래면 각 점에서 시간평균 국소 Nu 수의 반경방향에 대한 변화를 Fig. 11에 나타내었다.

$$\langle Nu \rangle = \frac{1}{t_p} \int \frac{\partial \theta}{\partial n} dt \quad (10)$$

여기에서 t_p 는 한 주기를 나타낸다. 그림에서 원으로 표시되는 스펀업시의 시간평균 국소 Nu 수의 변화를 보면 스펀업시에도 원통 중심부의 시간평균 국소 Nu 수가 모서리부분의 시간평균 국소 Nu 수보다 작다는 사실을 발견할 수 있다. 또한 네모로 표시되는 스펀다운시의 시간평균 국소 Nu 수는 원통 중심부에서 더욱 아래로 처져 있고 모서리 부근에서는 위로 올라가 있다. 따라서 실선으로 표시되는 한 주기 동안의 시간평균 국소 Nu 수는 전체적으로 정상상태의 값인 1보다는 크고 원통 중심부에서는 아래로 처지고 모서리 부분에서는 위로 올라가 있다. Fig. 10에서 국소 Nu 수의 시간에 따른 변화를 살펴보면 국소 Nu 수가 스펀업시에는 원통 중심부에서 증가하는 현상을 보이나 이로 인해 아래로 처지는 상경계면이 되지는 않을 것이라고 추론할 수 있다. 이는 스펀업시의 시간평균 국소 Nu 수의 분포가 전술한 바와 같이 원통 중심부보다는 모서리 부분의 열유속이 더 크다는 것을 보여주기 때문이



(a) Spin-up



(b) Spin-down

Fig. 10 Distribution of the local Nusselt number along the bottom surface during a period

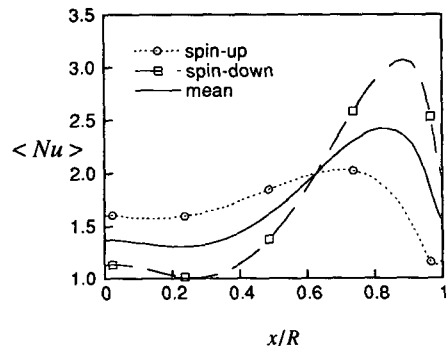


Fig. 11 Distribution of time-averaged local Nusselt number at the periodic steady state along the bottom surface

다. 스핀다운시에는 국소 Nu 수도 원통 중심부에서 감소하고 시간평균 국소 Nu 수도 원통 중심부에서 감소하므로 위로 불룩한 상경계면을 얻을 수 있다. 따라서 전체적으로는 한 주기동안 상경계면의 형상이 시간평균 국소 Nu 수의 형태와는 반대로 중심부에서는 위로 올라가고 모서리부근에서는 아래로 처지는 위로 불룩한 형상을 보일 것이라는 것을 예측할 수 있다. 그런데 브리지만 결정성장도 일방향응고이므로 앰플을 잡아당기는 속도를 증가시키면 상경계면의 형상이 아래로 처지게 되어 결정의 품질에 나쁜 영향을 미친다. 그러나 주기적인 각속도변화를 주게 되면 상경계면의 형상을 위로 불룩한 형태로 만들 수 있게 되므로 평면에 가까운 상경계면을 얻을 수 있을 것이다. 이는 일반적인 브리지만 결정성장공정에 ACRT법을 적용함으로써 앰플을 잡아당기는 속도를 증가시킬 수 있다는 것을 말해준다. 이로부터 ACRT법을 브리지만 결정성장공정에 도입하면 전술한 바와 같이 액상의 혼합에 의한 액상내의 조성 균일화 이외에도 열적으로도 우수한 효과를 낼 수 있다.

4. 결 론

본 연구에서는 ACRT 브리지만 결정성장공정을 단순화 한 기초연구로서 자연대류와 회전효과가 결합된 경우를 고려하여 회전 각속도변화가 유동 및 열전달에 미치는 영향을 고찰하였다. 이로부터 얻은 기초정보를 이용하여 주기적인 각속도변화가 유동 및 열전달에 미치는 영향을 고찰하여 상경계면의 형상에 미치는 영향을 간접적으로 예측하였다.

브리지만결정성장에서 정속회전을 가한 경우에는 혼합효과가 없다는 사실을 수치적으로 검증하였다. 이것은 ACRT의 필요성을 입증해주는 결과로 기존의 연구결과와도 일치하였다.

스핀업초기에는 기존의 자연대류 유동이 에크만 경계층으로부터 분출되는 강제대류에 의해 거의 소멸됨을 알 수 있었다. 계속적인 회전으로 강제회전 상태에 도달하게 되는 스핀업시간은 균일 유체의 스핀업의 경우에 알려져 있는 $t_E \sim (H^2/\nu\omega_f)^{1/2}$ 보다 조금 더 긴 것으로 나타났다. 고려한 물질인 BSO의 높은 Pr 수로 인해 열적 정상상태는 강제회전상태 이후에 자리잡는 것을 확인하였다.

스핀업시에 평균 Nu 수는 단지 몇 번만의 회전이 진행되었을 때 최대값을 갖는 것을 알 수 있었다.

스핀업초기에 발달하는 에크만평핑에 의한 혼합효과는 매우 큰 것으로 나타났으며, 이는 열전달의 증대로 이어져 평균 Nu 수가 약 3배 정도 증가하였다. 국소 Nu 수는 스핀업 중에 원통의 중심에서 최대값을 가지고 국소 Nu 수의 반경방향 변화는 정상상태로 접근할수록 초기의 형태로 수렴하였다.

또한 주기적인 각속도를 시스템에 가했을 때 시스템의 변수들도 주기적인 정상상태에 도달하였고 강제대류의 효과로 인해 열전달의 증대가 이루어졌고 반경방향을 따라서 나타낸 한 주기 동안의 시간평균 국소 Nu 수로부터 주기적인 각속도의 변화가 상경계면에 미치는 영향을 예측하여 보았다. 브리지만 결정 성장에 ACRT법을 채용한 기본 이유는 액상의 혼합에 의한 균일한 조성을 얻어 결정의 품질을 향상시키는 데 그 목적이 있었다. 그러나 본 연구에서는 ACRT 브리지만 결정성장공정의 열적 거동을 연구하여 주기적인 각속도변화가 열적으로도 좋은 영향을 가져올 수 있음을 예측하였다.

본 연구의 결과는 스핀업과 스핀다운이 주기적으로 일어나는 ACRT 브리지만 공정에 기초적인 자료로 활용될 수 있을 것이다. 추후의 연구과제로는 주기적인 스핀업과 스핀다운이 주어질 때 상경계면의 형상변화를 고찰해야 될 필요가 있는 것으로 생각된다.

참고문헌

- (1) Brice, J. C., 1986, *Crystal Growth Processes*, Blackie & Son Limited, Bishopbriggs, Glasgow G64 2NZ.
- (2) Lin, C. and Motakef, S., 1993, "Modeling of Directional Solidification of BSO," *J. Crystal Growth*, Vol. 128, pp. 834~841.
- (3) Scheel, H. J. and Schultz-DuBois, E. O., 1971, "Flux Growth of Large Crystal by Accelerated Crucible Rotation Technique," *J. Crystal Growth*, Vol. 8, pp. 81~87.
- (4) Brandon, S., Derby, J. J., Atherton, L. J., Roberts, D. H. and Vital, R. L., 1993, "Three-Dimensional Heat Transfer Effects During the Growth of LiCaAlF₆ in a Modified Bridgman Furnace," *J. Crystal Growth*, Vol. 132, pp. 261~279.
- (5) Langlois, W. E., 1981, "Conservative Differenc-

- ing Procedure for Rotationally Symmetric Flow with Swirl," *Comput. Meth. Appl. Mech. Engng.*, Vol. 25, pp. 315~333.
- (6) Patankar, S. V., 1980, *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Hemisphere, Washington, DC.
- (7) Kim, C. J. and Ro, S. T., 1995, "A Block-Correction Aided Strongly Implicit Solver for the Five-Point Formulation of Elliptic Differential Equations," *Int. J. Heat Mass Transfer*, to appear.
- (8) Greenspan, H. P., 1968, "The Theory of Rotating Fluids," Cambridge University Press.
- (9) Bejan, A., 1984, *Convection Heat Transfer*, John Wiley and sons, Inc.
- (10) Hyun, J. M., Fowles, W. W. and Warn-Varnas, A., 1982, "Numerical Solutions for the Spin-up of a Stratified Fluid," *J. Fluid Mech.*, Vol. 117, pp. 71~90.
- (11) Coates, W. G., Capper, P., Jones, C. L., Gosney, J. J. G., Ard, C. K., Kenworthy, I. and Clark, A., 1989, "Effect of ACRT Rotation Parameters on Bridgman Grown $Cd_xHg_{1-x}Te$ Crystals," *J. Crystal Growth*, Vol. 94, pp. 959~966.
- (12) Neilson, D. G. and Incropera, F. P., 1993, "Effect of Rotation on Fluid Motion and Channel Formation during Unidirectional Solidification of a Binary Alloy," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 36, pp. 489~505.
- (13) Kim, D. H., 1990, "Dynamic Analysis of Transport Phenomena in Directional Solidification of Binary Alloys," Ph. D. Thesis, Massachusetts Institute of Technology.
- (14) Hyun, J. M., 1993, "Spin-up Flows in a Rotating Cylindrical Container," *Transport Phenomena in Thermal Engineering*, eds. J. S. Lee et al., Begell House Inc. Publishers, pp. 58~63.
- (15) Brandon, S. and Derby, J. J., 1992, "Heat Transfer in a Vertical Bridgman Growth of Oxides: Effects of Conduction, Convection, and Internal Radiation." *J. Crystal Growth*, Vol. 121, pp. 473~494.