

〈論 文〉

저레이놀즈수 k-ε 모델을 사용한 2차원 자연대류 난류현상에 대한 수치적 연구

강덕홍* · 김우승** · 이관수**

(1994년 6월 15일 접수)

A Numerical Study on the Two-Dimensional Turbulent Natural Convection Using a Low-Reynolds Number k-ε Model

Deok-Hong Kang, Woo-Seung Kim and Kwan-Soo Lee

Key Words : Turbulent Natural Convection(난류 자연대류), Low-Reynolds Number k-ε Model(저레이놀즈수 k-ε 모델), Enclosure(밀폐공간)

Abstract

The turbulent buoyancy-driven flow in 2-dimensional enclosed cavities heated from the vertical side is numerically calculated for both cases of a Rayleigh number of 5×10^{10} for air and 2.5×10^{10} for water. Three different turbulence models are considered: standard k-ε model of Ozae and low-Reynolds-number model of Lam and Bremhorst, and another low-Reynolds-number model of Davidson. The results indicate that the use of low-Reynolds number models is recommended for the indoor airflow computation, and the results from Davidson model are reasonably close to the reported experimental data. A sensitivity study shows that the amounts of wall-heat transfer and the velocity profiles with the Lam and Bremhorst model largely depend on the choice of the wall function for ε.

기 호 설 명

<p>a : 격자 밀집인자(식(19))</p> <p>$C_{\mu}, C_{1\epsilon}, C_{2\epsilon}$: 난류모델상수</p> <p>f_1, f_2, f_{μ} : 난류모델의 감쇄함수</p> <p>g : 중력가속도[m/s²]</p> <p>g_i : x_i 방향의 중력가속도[m/s²]</p> <p>G_k : 난류모델의 부력생성항</p> <p>H : 등온벽의 길이[m]</p> <p>L : 단열벽의 길이[m]</p> <p>k : 열전도계수[W/m²°C]</p> <p>K : 난류 운동에너지[m²/s²]</p> <p>n : 벽으로부터의 법선거리</p>	<p>Nu_y : 국부 Nusselt수</p> <p>P : 압력[N/m²]</p> <p>Pr : Prandtl수, ν/α</p> <p>P_k : 난류생성항</p> <p>q : 수직벽으로부터의 단위면적당 열유속 [kW/m²]</p> <p>Q : 수직벽으로부터의 단위길이당 열전달률[kW/m]</p> <p>Ra : Rayleigh수, $\frac{g\beta\Delta t H^3 Pr}{\nu^2}$</p> <p>$Ra_y$: 국부 Rayleigh수</p> <p>Re_n : 국부 레이놀즈수, $\frac{\rho\sqrt{K}n}{\mu\epsilon}$</p> <p>$Re_t$: 국부 레이놀즈수, $\frac{\rho K^2}{\mu\epsilon}$</p> <p>$t$: 온도[°C]</p> <p>t_0 : 고온벽과 저온벽의 평균온도[°C]</p>
--	---

*정회원, 포항제철(주) 기술연구소

**정회원, 한양대학교 기계공학과

U, V	: 시간 평균속도[m/s]
u, v	: 요동속도[m/s]
U_i	: i 방향의 시간 평균속도[m/s]
u_i	: i 방향의 요동속도[m/s]
u_t	: 벽에 인접한 접선속도[m/s]
u_w	: 마찰속도, $\sqrt{\nu \left(\frac{\partial u_t}{\partial n} \right)_w}$ [m/s]
x, y	: 직교좌표
x_1	: x
x_2	: y
x_i	: i 방향의 좌표
y^+	: 벽면으로부터의 무차원 길이, $\frac{u_t n}{\nu}$
Δl	: 벽으로부터 첫번째 격자점까지 거리

그리스문자

α	: 열확산계수[m ² /s]
β	: 열팽창계수[K ⁻¹]
δ_{ij}	: Kronecker's delta: 1 if $i=j$, 0 if $i \neq j$
θ	: 요동운동[°C]
ρ	: 밀도[kg/m ³]
σ_k	: 난류 운동에너지의 Prandtl수
σ_ϵ	: 난류 운동에너지 소산율의 Prandtl수
σ_t	: 에너지방정식의 Prandtl수
κ	: von Karman의 상수
ν	: 동점성계수[m ² /s]
μ	: 층류점성계수[kg/ms]
μ_t	: 난류점성계수[kg/ms]

첨자

c	: 저온벽
h	: 고온벽
\max	: 최대값

1. 서 론

밀폐공간의 두 수직 벽사이에 온도차가 존재할 때 공간내에서 자연대류현상이 일어난다. 이러한 부력에 의한 자연대류현상은 공기로 채워진 이중유리, 원자로의 단열벽, 실내환기, 태양열 집열기 그리고 액체내에서의 결정생성 등과 같은 많은 공학분야에서 찾아 볼 수 있다.

실내공간 내에서의 자연대류에 대한 수치적 연구는 여러 연구가들에 의하여 수행되었으며⁽¹⁻⁵⁾, 최근의 연구결과⁽⁶⁾를 살펴보면 표준 $k-\epsilon$ 모델⁽⁷⁾이 아직까지 여러가지 실제 유동 문제에 가장 많이 사용

되고 있다. 그러나 표준 $k-\epsilon$ 모델은 레이놀즈수가 매우 높은 경우에 적합한 모델이므로 국부 레이놀즈수가 매우 작은 벽 근처의 영역에서는 벽함수를 결합하여 사용한다. 그러나 대부분의 자연대류문제의 수치해석시 점성의 영향이 강한 격자 가까이에서 난류의 국소 평형대수속도 및 온도가정에 근거한 벽함수를 적용할 수 없다. 또한 Chen⁽⁴⁾은 대부분의 경우 실내에서의 공기유동은 자연대류 또는 혼합대류이고 전반적으로 난류 레이놀즈수가 비교적 작기 때문에 벽함수를 이용한 표준 $k-\epsilon$ 모델의 사용은 벽 근처나 벽에서 떨어진 부분에 대해서 적합하지 않다고 보고하였다. 따라서 실내공기에 대한 수치해석은 기존의 벽함수 개념을 도입하지 않고 벽감쇄함수를 사용하여 점성의 영향, 속도 및 온도구배가 큰 벽근처의 유동을 효과적으로 다룰 수 있는 적절한 저레이놀즈수 모델 적용이 필요하다. 자연대류 또는 혼합대류가 일어나는 밀폐공간에서 저레이놀즈수 모델을 적용한 연구^(8,9)가 지난 몇 년 동안 행하여져 왔다. 그러나 자연대류 또는 혼합대류가 일어나는 실내에서의 실질적인 Rayleigh수 ($>10^{10}$)에 대해 저레이놀즈수 모델의 타당성을 실험치와 비교 입증한 연구를 찾아보기 힘들다. 최근에 Chen⁽¹⁰⁾은 Parry⁽¹¹⁾의 k 와 ϵ 에 대한 벽면경계조건을 적용한 Lam과 Bremhorst⁽¹²⁾의 저레이놀즈수 모델(LB model)이 2차원 밀폐공간에서 실험치와 비교적 잘 일치한다고 발표하였다. 그리고 Davidson⁽¹³⁾은 LB모델을 보완한 저레이놀즈수 모델을 개발하였다. 최근에 김태규와 성형진⁽¹⁴⁾은 저레이놀즈수 모델과 비등방성 부력의 대수 응력모델을 선형적으로 조합한 혼성난류모델에 대해 연구하였다.

이 연구에서는 Rayleigh수가 10^{10} 이상인 두 가지 경우에 대해 Chen이 사용한 LB모델, 통상적으로 사용되고 있는 것과 다른 Ozoe 등⁽¹⁷⁾이 제시한 벽함수를 이용한 표준 $k-\epsilon$ 모델, Davidson의 k 와 ϵ 에 대한 벽면경계조건을 적용한 LB모델 및 LB모델을 수정한 Davidson모델을 사용하여 유체의 속도, 온도, 그리고 난류 운동에너지 분포 및 벽으로부터의 대류 열전달량을 수치적으로 구한 후, 기존의 실험치와 비교함으로써 실내공기의 자연대류 유동해석에 적절한 저레이놀즈수 모델을 찾고자 한다. 또한 작동유체가 물인 경우 Davidson이 개발한 저레이놀즈수 모델의 타당성 검증 및 k 와 ϵ 에 대한 벽면경계조건에 따른 수치해의 변화정도를 알

아 보고자 한다.

2. 수치해석

2.1 지배방정식

수치해와 실험치와의 비교를 통하여 실내에서의 공기의 자연대류 유동해석에 적절한 난류모델을 선정하는데 있어 기존의 실험치를 이용하기 위하여 두 개의 물리적 형상을 Fig. 1(a), (b)에 도시하였다. 실제적인 물리현상을 기술하는 지배방정식을 다음과 같은 가정으로 단순화하였다.

(1) 유동은 2차원 정상상태의 비압축성 자연대류 난류유동이다.

(2) 부력항을 나타내는 밀도 이외의 모든 물성치는 일정하다.

(3) 운동량방정식에서 부력항, 난류운동에너지 방정식 및 난류 운동에너지 소산율방정식에서 부력 생성항은 Boussinesq의 가정을 이용한다.

(4) 에너지방정식에서 열소산항은 무시한다.

정상, 비압축성 자연대류 난류유동을 지배하는 시간평균 연속방정식, Navier-Stokes 방정식, 에너지 방정식, 난류 운동에너지 방정식 및 난류 운동에너지 소산율방정식들을 텐서(tensor)기호로 나타내면 다음과 같다.

연속방정식 :

$$\frac{\partial}{\partial x_i}(\rho U_i) = 0 \quad (1)$$

운동량방정식 :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho U_i U_j) = & -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right) \\ & - \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \overline{u_i u_j}) + \rho g_i \end{aligned} \quad (2)$$

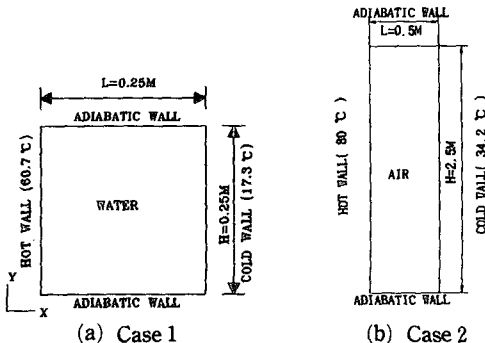


Fig. 1 Geometries of the present investigation

에너지방정식 :

$$\frac{\partial}{\partial x_i}(\rho U_i t) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\mu}{\sigma_t} \frac{\partial t}{\partial x_j} \right) - \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \overline{u_i \theta}) \quad (3)$$

난류 운동에너지 방정식 :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho U_i K) = & \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial K}{\partial x_j} \right\} \\ & + \rho(P_k + G_k - \epsilon) \end{aligned} \quad (4)$$

난류 운동에너지 소산율방정식 :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho U_i \epsilon) = & \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right\} \\ & + \{ C_{1\epsilon} f_1 P_k + C_{1\epsilon} G_k - C_{2\epsilon} f_2 \epsilon \} \frac{\rho \epsilon}{K} \end{aligned} \quad (5)$$

여기서, $x_1 = x, x_2 = y$ 이고 $g_1 = 0, g_2 = -g$ 이며 모든 유체의 기준 물성치들은 기준 온도 t_0 에서의 값을 사용한다. 그리고 단위체적당 난류유동에 의한 운동량의 전달을 나타내는 레이놀즈응력($\rho \overline{u_i u_j}$)과 밀도변화에 의한 부력항(ρg_i)은 Boussinesq의 가정에 의해 아래와 같이 나타낼 수 있고

$$\overline{\rho u_i u_j} = \mu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho \delta_{ij} K \quad (6)$$

$$\rho g_i = \rho \text{ref} g_i \beta \Delta t \quad (7)$$

난류생성항 P_k , 부력생성항 G_k 와 난류점성계수 μ_t 는 다음과 같다.

$$P_k = -\overline{u_i u_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \quad (8)$$

$$G_k = \beta g \overline{v \theta} \quad (9)$$

$$\overline{v \theta} = -\frac{\nu_t}{\sigma_t} \frac{\partial t}{\partial y} \quad (10)$$

$$\mu_t = C_\mu f_\mu \frac{K^2}{\epsilon} \quad (11)$$

한편 본 논문에서 비교한 3가지 k-ε 모델은 다음과 같다.

(i) 표준 k-ε 모델

$$\begin{aligned} C_\mu = 0.09, C_{1\epsilon} = 1.44, C_{2\epsilon} = 1.8, \sigma_t = 1.0, \\ \sigma_k = 1.0, \sigma_\epsilon = 1.3, f_\mu = f_1 = f_2 = 1.0 \end{aligned} \quad (12)$$

대부분의 자연대류문제의 수치해석시 첫번째 격자점에서 $y^+ < 11.5$ 이므로 속도와 온도에 대해서는 벽함수를 사용하지 않고 단지 k, ϵ 에 대해서만 벽함수를 적용한다. 본 연구에서는 Ozoe 등⁽¹⁷⁾이 사용한 벽함수를 이용하였다.

(ii) Lam와 Bremhorst의 저레이놀즈수 모델

$$\begin{aligned} C_\mu &= 0.09, C_{1\epsilon} = 1.44, C_{2\epsilon} = 1.92, \\ \sigma_t &= 0.9, \sigma_k = 1.0, \sigma_\epsilon = 1.3, \\ f_\mu &= \{1 - \exp(-0.0165 Re_n)\}^2 \left(1 + \frac{20.5}{Re_t}\right) \\ f_1 &= 1 + \left(\frac{0.05}{f_\mu}\right)^3, f_2 = 1 - \exp(-Re_t^2) \\ Re_t &= \frac{\rho K^2}{\mu \epsilon}, Re_n = \frac{\rho \sqrt{K} n}{\mu} \end{aligned} \quad (13)$$

여기서, n 은 벽으로부터 가장 가까운 수직거리이다.

(iii) Davidson의 저레이놀즈수 모델

$$\begin{aligned} C_\mu &= 0.09, C_{1\epsilon} = 1.44, C_{2\epsilon} = 1.92 \\ \sigma_t &= 0.9, \sigma_k = 1.0, \sigma_\epsilon = 1.3 \\ f_\mu &= \exp\left\{-\frac{3.4}{(1 + Re_t/50)^2}\right\}, f_1 = 1 + \left(\frac{0.14}{f_\mu}\right)^3 \\ f_2 &= \{1 - 0.27 \exp(-Re_t^2)\} \{1 - \exp(-Re_n)\} \\ Re_t &= \frac{\rho K^2}{\mu \epsilon}, Re_n = \frac{\rho \sqrt{K} n}{\mu} \end{aligned} \quad (14)$$

2.2 경계조건

위에서 언급한 난류모델들의 속도, 온도, 그리고 난류 운동에너지 및 소산율에 대한 경계조건은 다음과 같다. 속도는 모든 벽면에서

$$U=0, V=0 \quad (15)$$

이고 두 개의 단열 수평벽면, 왼쪽의 고온 수직벽면, 그리고 오른쪽의 저온 수직벽면에 대한 온도 경계조건은 각각

$$\partial t / \partial y = 0, t = t_h, t = t_c \quad (16)$$

이다.

(i) 표준 $k-\epsilon$ 모델

모든 벽면에서의 난류 운동에너지 k 와 첫번째 내부 격자점에 대한 난류 운동에너지 소산율 ϵ 에 대한 경계조건은 아래와 같다.

$$K=0, \epsilon_1 = (C_{2\epsilon}^{3/4} K^{3/2}) / (\kappa \Delta_1) \quad (17)$$

여기서, 하첨자 1은 벽에 인접한 첫번째 격자점을 나타내고 κ 는 von Karman 상수이다. 그리고 Δ_1 은 첫번째 격자점으로 부터 벽까지의 수직 거리이다.

(ii) Lam와 Bremhorst의 저레이놀즈수 모델과 Davidson의 저레이놀즈수 모델에 대해 난류운동에너지와 소산율에 있어 경계조건은 Davidson이 제

시한 다음과 같은 벽면경계조건을 사용하였다.

$$K=0, \frac{\partial \epsilon}{\partial n} = 0 \quad (18)$$

3. 수치해석방법

본 연구에서 격자망은 물리량들의 큰 구배가 있으리라 예상되는 벽 근처에는 격자점을 좀더 조밀하게 배치시키기 위해 식(19)를 사용하여 비균일 직교 격자망을 생성하였다. 그리고 격자수는 Chen이 적용한 53×53 격자수를 사용하였다.

$$x_m = x_{\max} \left[-0.5 \tanh \left\{ a \left(2 \frac{m}{n} - 1 \right) \right\} / \tanh(-a) + 0.5 \right] \quad (19)$$

여기서, n 은 x 축방향의 격자수이고 a 는 격자간격을 조정하는 인자다. 식(19)에 의해 형성된 격자에 대해 Patankar⁽¹⁸⁾의 제어체적 방법에 의하여 지배 방정식을 이산화시켰으며, 해를 얻기 위하여 SIMPLER 알고리즘을 사용하였다. 그리고 대류확산항의 처리를 위하여 멱승도식을 이용하였다. 이산화방정식의 해는 선순법을 이용한 TDMA 방법에 의해 얻었다.

4. 결과 및 고찰

고온벽과 저온벽을 가진 밀폐공간에 대한 자연대류 난류유동의 정확한 모델링은 복잡한 부력의 영향을 받는 물리적 현상과 관련된 난류유동 수치해석시 필수적이다. 그러나 Chen⁽⁴⁾은 지금까지의 정상상태 2차원 밀폐공간 안에서의 자연대류 난류현상에 대한 수치해석이 만족스럽지 않다고 보고했다. 그리고 Chen⁽¹⁰⁾은 자연대류난류가 발생하는 2차원 밀폐공간의 수치해석시 저레이놀즈수 모델인 LB모델의 적용이 적합하다고 발표하였다. 본 논문은 LB모델을 수정 보완한 Davidson모델의 타당성 검증과 2차원 자연대류 난류현상의 해석시 가장 적절한 모델을 설정하였다. 그리고 Chen⁽¹⁰⁾이 사용한 k 와 ϵ 에 대한 벽면 경계조건과는 다른 벽면 경계조건을 이용한 난류모델을 사용하여 앞에서 고려된 두 가지 형상에 대해서 수치해석한 후 Rayleigh수가 10^{10} 이상인 경우 기존의 실험값들과 비교 검토하였다.

4.1 작동유체가 물인 정방형 밀폐공간 내에서의 자연대류 난류거동

속도분포에 대한 수치계산값과 실험치의 최대오차를 다음과 같이 정의한다.

$$e_{\max}(y) = \max \left| \frac{V(y)_{\text{수치계산}} - V(y)_{\text{실험값}}}{V_{\max, \text{실험값}}} \right| \times 100\% \quad (20)$$

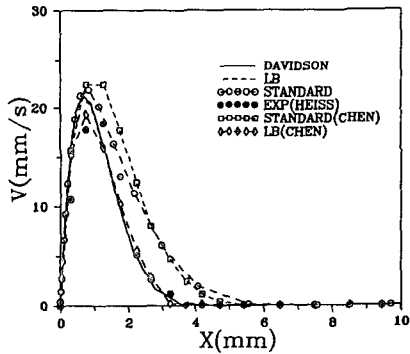
Fig. 2(a), (b)는 Heiss⁽¹⁵⁾의 실험값과 Chen⁽¹⁰⁾이 수치해석한 결과 및 본 수치계산에서 사용한 세 가지 모델로 수치해석한 값에 대해 $y=65 \text{ mm}$ 와 125 mm 에서 x 축에 따른 고온벽 근처의 수직속도 성분 (V)의 분포를 도시한 것이다. 이 연구에서 사용한 세 가지 모델중 e_{\max} 는 표준 $k-\epsilon$ 모델이 $y=125 \text{ mm}$ 에서 약 61.5%를 보였다. 저레이놀즈수 모델을 사용한 속도분포가 실험치와 비교적 잘 일치하고 표

준 $k-\epsilon$ 모델의 경우는 실험치와 오차가 비교적 크게 나타남을 알 수 있다. 그리고 이 연구에서 채택한 Davidson 모델과 Chen⁽¹⁰⁾의 LB 모델과의 비교에서 e_{\max} 는 Chen의 경우 $y=125 \text{ mm}$ 에서 약 32.5%를 보였다. 즉, Chen이 사용한 LB 모델보다 Davidson 모델을 사용하였을 때 속도분포가 실험치와 비교적 잘 일치함을 볼 수 있다. 또한 표준 $k-\epsilon$ 모델에 대해 Chen이 k 와 ϵ 에 대해 사용한 벽함수와 논문에서 사용한 벽함수에 따른 속도분포의 차이를 볼 수 있고, LB 모델인 경우 Davidson이 채택한 k 와 ϵ 에 대한 벽면경계조건을 사용하였을 때 실험치와 가까운 결과를 보여주고 있다.

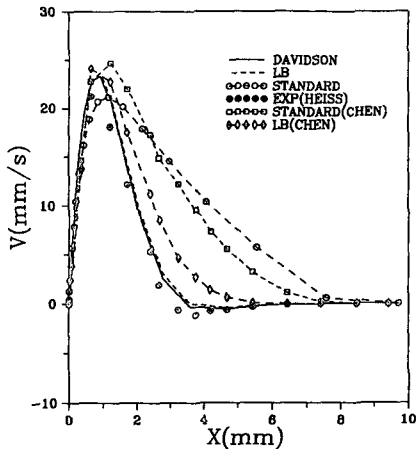
Fig. 3은 벽의 높이에 따른 최대 수직속도 성분을 나타낸 것인데 Davidson 모델이 비교적 실험치와 같은 경향을 보여주고 있다. 따라서 Davidson 모델을 사용하여 실내의 공기유동을 해석할 경우 LB 모델 보다 속도분포 오차가 적게 발생함을 알 수 있다.

Fig. 4(a), (b)는 고온과 저온벽 근처에서의 온도 분포를 각각 나타낸 것이다. 이 연구에서 사용한 세 가지 모델 모두 비슷한 결과치를 보여주고 있으며 벽에서 멀리 떨어진 부분에서의 온도는 실험치보다 낮게 나타나고 있다.

Fig. 5는 x 축 중앙에서 높이에 따른 온도분포를 나타낸 것이다. Figs. 4, 5에서 보듯이 실험값이 수치계산 결과보다 모두 높게 나타났다. 그 이유는 수치계산시 유체의 물성치들은 온도에 무관하다는 가정 때문이다. 이러한 가정은 온도 변화에 민감하지 않은 공기에는 적용이 가능하다. 온도가 저온벽의 온도 17.3°C 에서 고온벽의 온도 60.7°C 로 변할



(a) $y=65 \text{ mm}$



(b) $y=125 \text{ mm}$

Fig. 2 Profiles of vertical velocity component near the hot wall at $y=65 \text{ mm}$ and $y=125 \text{ mm}$

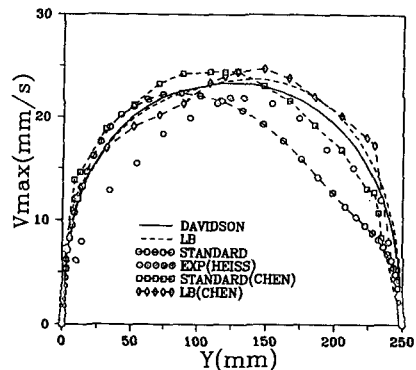
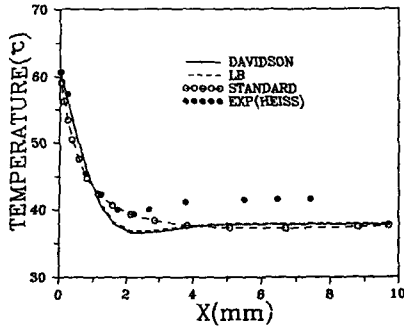
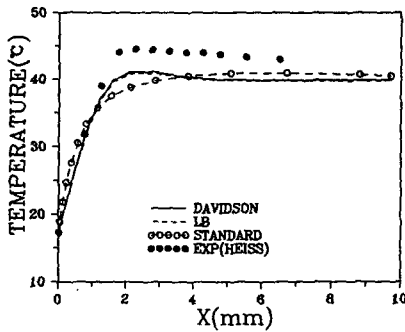
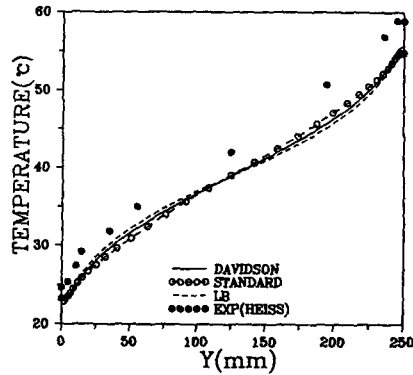


Fig. 3 Variations of the maximum vertical velocity component along the cavity height

(a) $y=112$ mm (for near the hot wall)(b) $y=138$ mm (for near the cold wall)Fig. 4 Temperature Profiles at $y=112$ mm and $y=138$ mm

때 물의 열전도계수는 0.595 W/mK에서 0.654 W/mK로 증가하며 층류 동점성계수는 1.077×10^{-6} m²/s에서 0.463×10^{-6} m²/s로 감소한다. 벽 근처의 층류 저층에서는 열전달률이 열전도계수에 비례하고 층류 동점성계수에 반비례한다. 그런데 Heiss의 실험에서 실제 고온벽 근처의 온도는 수치계산시 모든 물성치를 구한 기준온도($t_b = (t_h + t_c)/2$)에 비해 높고 저온벽 부근의 온도는 기준 온도보다 낮다. 따라서 실제 고온벽 부근에서의 열전도계수값은 기준온도에서 구한 값보다 크고, 동점성계수 값은 기준온도에서 구한 값보다 작게 되어 수직 고온벽으로부터의 열전달률이 기준온도에서의 물성치를 사용하여 수치계산한 수직 고온벽으로부터의 열전달률보다 높게 된다. 저온벽에서는 이와 반대가 되어 실험에서 저온벽을 통하여 나간 열전달률이 수치계산으로부터 얻은 저온벽을 통하여 나간 열전달률보다 낮게 된다. 그러나 이 연구에서 수치해석시는 유체의 모든 물성치들이 기준온도에 대해 일정하다고 가정하였기 때문에 고온벽으로부터의 열전달률이나 저온벽으로의 열손실 양은 같아져 실제

Fig. 5 Temperature profiles along the cavity height at the middle section $x=125$ mm

실험치와 계산상의 온도분포 값이 차이를 보이는 주된 이유가 된다.

그리고 세 모델의 온도분포가 비슷하게 보이지만 열전달율은 같지 않다. 고온벽으로부터의 열전달량과 모델 사이의 열전달량의 차이는 각각 다음과 같이 정의한다.

$$Q = -k \int \frac{\partial t}{\partial x} dy, (0 \leq y \leq H) \quad (21)$$

$$Q_{err} = \frac{Q - Q_{Davidson}}{Q_{Davidson}} \times 100\% \quad (22)$$

식 (21)로부터 구한 열전달량은 표준 $k-\epsilon$ 모델인 경우 4812.97 W/m이며, Davidson모델인 경우 3479 W/m이고 LB모델인 경우는 3463 W/m이다. Davidson모델과 LB모델과의 차이는 -0.46% 이고 Davidson모델과 표준 $k-\epsilon$ 모델과의 차이는 38.34% 이다. 그리고 Chen이 LB모델을 사용해 구한 열전달량은 3386 W/m이다. Davidson모델과 Chen의 LB모델과의 차이는 약 -2.67% 이다. 즉 Davidson모델을 사용하여 얻은 고온 수직벽으로부터의 열전달량이 Chen이 LB모델로 예측한 양보다 조금 크다.

위의 사실을 요약하면 이 연구에서 사용한 세가지 모델 모두 온도분포는 비슷하지만 표준 $k-\epsilon$ 모델인 경우 수직벽으로부터의 대류 열전달량이 다른 난류 모델들과의 비교에서 상당한 차이가 있으며, Davidson모델과 Chen의 LB모델과의 비교에서도 수직벽으로부터의 대류 열전달량이 다름을 알 수 있다. 또한 속도분포에 있어 레이놀즈수 모델이 실험치에 근접함을 알 수 있다. 고온 수직벽 근처의 속도분포는 Davidson모델을 이용한 결과가 Chen의 LB모델보다 실험치에 더 근접하였다.

4.2 작동유체가 공기인 밀폐공간 내에서의 자연대류 난류거동

난류모델의 타당성 검증을 위한 두번째 형상은 Fig. 1(b)에 나타낸 Cheesewright 등⁽¹⁶⁾의 실험에서 적용된 모형이다. 저온벽은 실험실의 대기와 접해 있으며, 대표길이를 높이로 정하면 Ra 수는 5×10^{10} 이다. 공기의 속도와 난동부값은 LDA(laser doppler anemometer)를 사용하여 측정하였다.

Fig. 6은 속도장을 벡터로 나타낸 것이다. 그림에서 보면 시계방향의 큰 와류(vortex)가 생기고 $y = 0.5 H$ 부근에서는 작은 와류가 생김을 볼 수 있다.

Fig. 7(a)는 중간높이($y=H/2$)에서 Cheesewright 등⁽¹⁶⁾이 실험 측정한 속도와 본 논문에서 채택한 세가지 난류모델을 수치해석하여 얻은 속도분포를 나타낸 것이고, Fig. 7(b)는 Chen⁽¹⁰⁾이 LB모델로 구한 속도와 본 논문에서 채택한 Davidson모델을 수치해석하여 얻은 속도분포를 비교한 것이다. Fig. 7(a)를 보면 표준 k-ε 모델과 저레이놀즈수 모델 사이의 속도분포 차이가 작동유체가 물인 형상에서 보다 적게 나타남을 알 수 있다. 그러나 저레이놀즈수 모델을 사용하는 경우가 더 실험치와 잘 일치한다. 그리고 Fig. 7(b)에서 보듯 Davidson 모델을 사용하였을 경우가 Chen의 LB모델보다 실험치와 보다 잘 일치함을 보여주고 있다. 또한 실험측정한 속도분포는 대칭이 되지 않음을 볼 수 있다. 더우기 Cheesewright 등⁽¹⁶⁾은 이러한 비대칭효과는 윗 벽에서의 불완전한 단열 때문이라고 보고하였다. 이러한 비대칭 재층류화 현상(asymmetric re-laminarization effects)은 Cowan⁽¹⁹⁾의 실험에서도 나타난 바 있다. Cheesewright 등⁽¹⁶⁾은 윗 벽 근처에서 수직온도 구배가 양의 값을 가져 식(4), (10)에서 보듯이 식(10)이 음의 값을 가져 결국 식(4)에서 난류 운동에너지를 감소시켜 재층류화 현상이 생기는데 실험장치의 일부인 윗 단열벽에서 열손실의 발생으로 인하여 양의 수직온도 구배가 감소되어 재층류화 현상이 일어나지 않아 실험결과가 비대칭으로 나타났다고 보고했다. 이러한 이유 때문에 끝단효과(end effects)의 영향을 덜 받는 중앙높이에서의 실험치와 비교하였다.

Fig. 8은 $x=L/2$ 에서 높이(y)에 따른 온도분포를 나타낸 것이다. 그림에서 보듯이 실험값들이 수치 계산된 값보다 적은 값을 나타낸다. 그 이유는 등온벽인 옆벽과 단열벽인 윗벽에서의 열손실로 인해

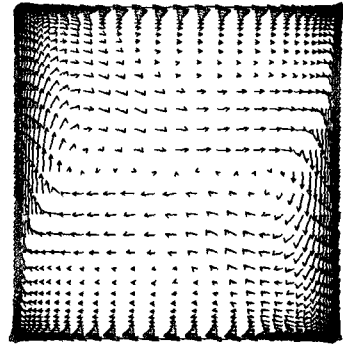
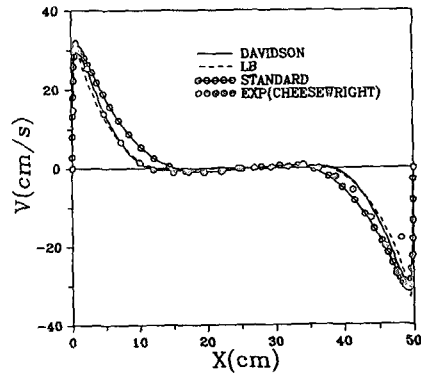
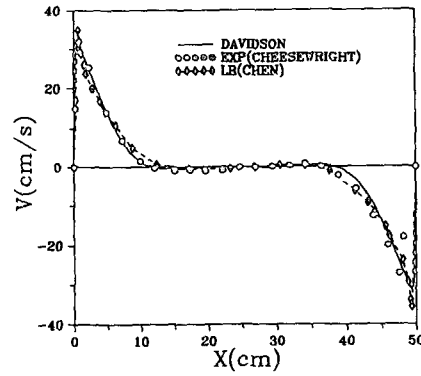


Fig. 6 Velocity vector field



(a)



(b)

Fig. 7 Profiles of vertical velocity component along the x direction at the middle height $y=1.25 m$

중심부의 온도가 떨어지기 때문이다. 따라서 실험에서 측정된 밀폐공간안의 평균온도는 수치계산시 사용한 고온벽과 저온벽의 평균온도보다 낮게 나타난다.

작동유체가 물인 첫번째 형상에서처럼 본 논문에서 사용한 모델들 사이의 온도분포는 별 차이가 없

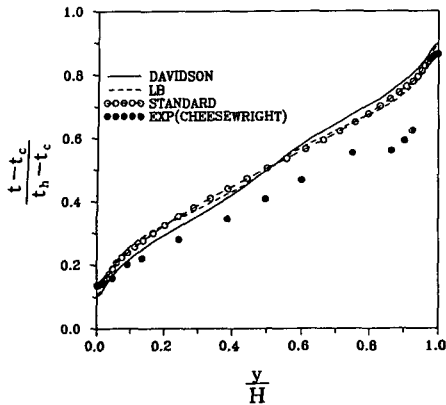


Fig. 8 Vertical temperature profiles along the cavity height at the middle section $x=25$ cm

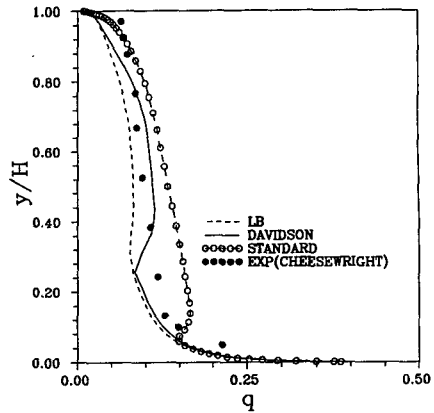


Fig. 9 Profiles of heat flux along the cavity height at the hot wall

지만 수직 고온벽에서의 열전달률을 나타낸 Fig. 9 를 보면 열유속의 차이가 있음을 알 수 있으며, Davidson모델이 실험치에 가장 근접함을 볼 수 있다. 또한 Chen이 구한 수치해와 Davidson모델과의 열전달량의 비교는 다음과 같다. LB모델을 사용해 Chen이 구한 수직 고온벽으로부터의 열전달량은 217 W/m 이고 Davidson모델을 사용하여 식 (21)로부터 구한 값은 264.81 W/m 로 큰 차이가 있음을 알 수 있다. 식(22)를 이용하여 구한 Davidson모델과 Chen의 LB모델과의 고온벽에서의 열전달량의 오차는 약 -18.05% 이다.

Fig. 10에서는 국부 Ra 수와 국부 Nu 수를 비교하였다. 여기서, 사용된 국소 Ra 수와 국소 Nu 수는 다음과 같이 정의한다.

$$Ra_y = \frac{g\beta(t_h - t_o)y^3}{\alpha\nu} \quad (23)$$

$$Nu_y = \frac{y(\partial t / \partial x)_{x=0}}{t_h - t_o} \quad (24)$$

Fig. 10에서 알 수 있듯이 Davidson모델이 Chen의 LB모델보다 실험치와 보다 잘 맞는 경향을 보여주고 있다. 그리고 Cheesewright 등⁽¹⁶⁾에 의하면 실험치에서 고온벽과 저온벽 사이에서의 열전달률의 차이를 보이는 이유는 윗벽과 아래벽에서의 열손실 때문이다. 따라서 Davidson의 저레이놀즈수 모델을 사용하는 것이 실제적인 대류열전달 계수를 구하는 데 적합함을 알 수 있다.

Fig. 11은 이 연구에서 사용한 난류모델들에 대한 중심높이($y=H/2$)에서의 난류 운동에너지의 분포를 나타낸 것인데 중심부(core region, $10 \leq x \leq 40$)에서는 모든 난류모델들이 난류 운동에너지(K)

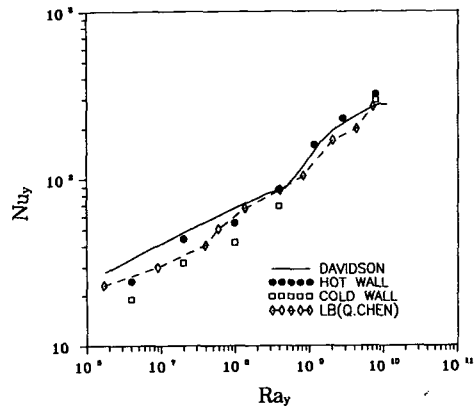


Fig. 10 Local Nusselt number vs. local Rayleigh number

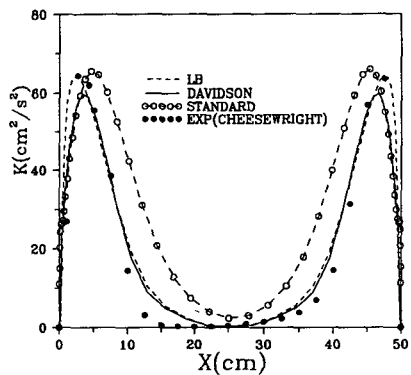


Fig. 11 Profiles of kinetic energy of turbulence along the x direction at the middle height $y=1.25$ m

를 실험치보다 크게 예측함을 알 수 있다. 그리고 Davidson⁽¹³⁾에 의하면 벽 근처에서 떨어진 영역에서는 Davidson모델의 감쇄함수 f_μ 값이 LB모델의

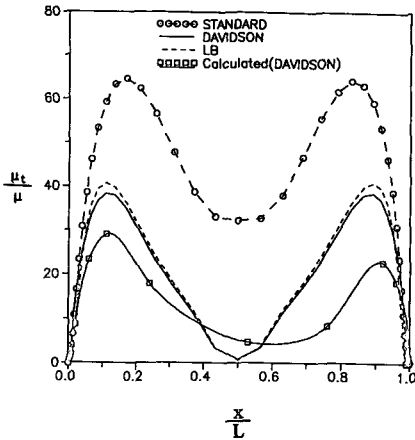


Fig. 12 Profiles of turbulent viscosity scaled with laminar viscosity at the middle height $y=1.25m$

감쇄함수 f_μ 보다 낮은 값을 갖기 때문에 Davidson 모델의 난류점성계수 μ_t 가 LB모델보다 더 감쇄된다. 따라서 벽에서 떨어진 유동영역에서의 난류 운동에너지 값은 LB모델이 크게 나타난다. Fig. 11에서 볼 수 있듯이 저레이놀즈수 모델들을 사용하여 구한 난류 운동에너지(K)값들이 표준 $k-\epsilon$ 모델을 이용해서 구한 난류운동에너지(K)값에 비해 실험치에 잘 일치하고 있으며, 저레이놀즈수 모델들의 비교에서는 Davidson의 LB모델로부터 구한 난류 운동에너지(K)값이 다소 실험치와 잘 일치하고 있음을 알 수 있다.

Fig. 12는 이 연구에서 사용한 난류모델들에 대한 중심높이($y=1.25m$)에서의 난류점성계수의 값들을 Davidson이 점성계수를 온도의 함수로 가정하여 수치해석한 결과⁽¹³⁾와 비교하여 나타낸 것이다. Fig. 12에서 알 수 있듯이 이 연구에서는 점성계수를 기준온도에 대해 일정하다고 가정하여 수치해석을 하였기 때문에 난류점성계수 값들의 분포가 Davidson의 수치결과⁽¹³⁾와 다르게 나타났으며, 또한 좌우 대칭의 분포를 보였다. 그리고 표준 $k-\epsilon$ 모델을 사용하여 구한 난류점성계수의 분포는 다른 저레이놀즈수 모델들로부터 구한 난류점성계수 값들에 비해 매우 과장되게 나타남을 볼 수 있다.

5. 결 론

본 연구에서는 Ra 수가 2.5×10^{10} 인 정방형 밀폐 공간과 Ra 수가 5×10^{10} 인 형상비가 5 : 1인 밀폐공간안에서의 자연대류 난류현상에 대하여 세가지 난

류모델을 사용하여 저레이놀즈수 모델의 적합성을 검토한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 벽함수를 이용한 표준 $k-\epsilon$ 모델을 사용하였을 경우에는 벽근처 속도분포에서 실험치와 비교적 큰 오차를 나타내었으며, 온도분포는 저레이놀즈수 모델과 비슷한 결과를 보였지만 열전달량에서는 저레이놀즈수 모델의 결과와 실험치에 비해 과장되게 나타났다.

(2) 이 연구에서 채택한 Davidson모델의 결과와 Chen의 LB모델로부터 구한 결과를 비교 검토하여 볼 때 Davidson모델이 기존의 실험치와 잘 일치하였고, 작동유체가 물인 경우에 대해서도 Davidson 모델 적용이 타당함을 보였다.

(3) k 와 ϵ 의 벽면경계조건에 따른 속도와 온도 분포 그리고 열전달률의 예측에 있어 LB모델에 대해 이 연구에서 채택한 Davidson이 제시한 벽면경계조건을 사용하는 것이 수치해석시 간편하고 Chen이 사용한 벽면경계조건을 이용하여 얻은 결과보다 더 실험치에 근접하였다.

(4) 이 연구에서 채택한 Davidson의 LB모델과 Davidson의 저레이놀즈수 모델들이 기존의 실험치에 잘 일치하였고, 난류 운동에너지(K)값의 비교에서는 Davidson의 LB모델이 Davidson모델에 비해 좀더 실험치에 잘 일치함을 보였으나, 속도 및 고온벽으로부터의 열전달률 예측에 있어서는 Davidson모델이 실험치와 더 잘 일치하고 있음을 알 수 있었다.

(5) 이상의 결과로부터 혼합대류 및 자연대류 난류현상이 일어나는 실내공간 내의 공기의 속도, 온도, 그리고 대류 열전달률과 같은 평균값들을 구하는데 있어 Davidson의 저레이놀즈수 모델을 사용하는 것이 적합하다.

참고문헌

- (1) Kumar, K., 1983, "Mathematical Modeling of Natural Convection in Fire-a State of the Art Review of the Field Modeling of Variable Density Turbulent Flow," *Fire and Materials.*, Vol. 103, pp. 456~460.
- (2) Whittle, G. E., 1986, "Computation of Air Movement and Convective Heat Transfer Within Buildings," *International Journal of Ambient Energy.*, Vol. 3, pp. 151~164.

- (3) Chen, Q., 1988, "Indoor Airflow, Air Quality and Energy Consumption of Buildings." Ph. D. thesis. Delft University of Technology.
- (4) Chen, Q., van der Kooi, J. and Meyers, A., 1988, "Measurement and Computations of Ventilation Efficiency and Temperature Efficiency in a Ventilated Room," *Energy and Buildings*, Vol. 12, pp. 85~99.
- (5) Murakami, S., Kato, S. and Suyama, Y., 1988, "Numerical and Experimental Study on Turbulent Diffusion Fields in Conventional Flow Type Clean Rooms," *ASHRAE Transactions*, Vol. 94, part2.
- (6) Lars Davidson, 1989, "Ventilation by Displacement in a Three-Dimensional Room-A Numerical Study," *Building and Environment*, Vol. 24, No. 4, pp. 363~372.
- (7) Launder, B. E. and Spalding, D. B., 1974, "The Numerical Computation of Turbulent Flows," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 3, pp. 269~289.
- (8) Humphrey, J. A. C. and To, W. M., 1986, "Numerical Simulation of Buoyant, Turbulent Flow-ii. Free and Mixed Convection in Heated Cavity," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 29, No. 4, pp. 593~610.
- (9) Betts, P. L. and DAfáAlla, A. A., 1986, "Turbulent Buoyant Air Flow in a Tall Rectangular Cavity," Significant Question in Buoyancy Affected Enclosure or Cavity Flows, ed : Humphrey, J. A. C., et al., pp. 83~91. New York : ASME.
- (10) Chen, Q., Moser, A. and Huber, A., 1992, "Prediction of the Turbulent Flow by a Low-Reynolds-Number $k-\epsilon$ Model," *ASHRAE Journal*, pp. 564~573.
- (11) Parry, J. D., 1989, *Private Communications*, CHAM Ltd., London.
- (12) Lam, C. K. G. and Bremhorst, K., 1981, "A Modified Form of the $K-\epsilon$ Model for Predicting Wall Turbulence," *Journal of Fluids Engineering, ASME Transactions*, Vol. 103, pp. 456~460.
- (13) Lars Davidson, 1990, "Calculation of the Turbulent Buoyancy-Driven Flow in a Rectangular Cavity usings an Efficient Solver and Two Different Low Reynolds Number $k-\epsilon$ Turbulence Models," *Numerical Heat Transfer, Part A*, Vol. 18, pp. 129~147.
- (14) 김태규, 성형진, 1993, "부력에 의한 난류 열 대류의 혼성 난류모델," *대한기계학회지*, 제17권 제8호, pp. 2069~2078.
- (15) Heiss, A., 1987, "Numerische und Experimentelle Untersuchungen der Laminaren und Turbulenten Konvektion in Einem Geschlossenen Behälter," Ph. D. thesis, Technische Universität Muenchen.
- (16) Cheesewright, R., King, K. J. and Ziai, S., 1986, "Experimental Data for the Validation of Computer Codes for the Prediction of Two Dimensional Buoyant Cavity Flow," Significant Questions in Buoyancy Affected Enclosure or Cavity Flows, ed : Humphrey, J. A. C., et al., pp. 75~81. New York : ASME.
- (17) Ozoe, H., Mouri, A., Ohmuro, M., Churchill, S. W. and Lior, N., 1985, "Numerical Calculations of Laminar and Turbulent Natural Convection in Water in Rectangular Channels Heated and Cooled Isothermally on the Opposing Vertical Walls," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 28, No. 1, pp. 125~138.
- (18) Patankar, S. V., 1980, *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, McGraw-Hill, New York.
- (19) Cowan, G. H., Lovegrove, P. C. and Quarini, G. L., 1982, "Turbulent Natural Convection Heat Transfer in Vertical Single Water-Filled Cavities," *Proceedings of the 7th International Heat Transfer*.