

<論 文>

# 선회 고유진동수와 안정성을 고려한 회전자-베어링 시스템의 중량 최적설계

이동수\* · 손운호\*\* · 최동훈\*\*\*

(1994년 6월 10일 접수)

## Optimal Weight Design of Rotor-Bearing Systems Considering Whirl Natural Frequency and Stability

Dong-Soo Lee, Yun-Ho Son and Dong-Hoon Choi

**Key Words :** Whirl Natural Frequency (선회 고유진동수), Stability (안정성), Critical Speed (임계속도), Anisotropic Bearing (비등방성 베어링), Eigenvalue (고유치), Polynomial Method (다항식 방법), Left Eigenvector (좌 고유벡터), Right Eigenvector (우 고유벡터)

### Abstract

The objective of this study is to minimize the weight of a damped anisotropic rotor-bearing system considering whirl natural frequency and stability. The system is modeled as an assemblage of rigid disks, flexible shafts and discrete bearings. The system design variables are the cross-sectional areas of shaft elements and the properties of bearings. To analyze the system, the polynomial method which is derived by rearranging the calculations performed by a transfer matrix method is adopted. For the optimization, the optimization software IDOL(Integrated Design Optimization Library) which is based on the Augmented Lagrange Multiplier(ALM) method is employed. Also, an analytical design sensitivity analysis of the system is used for high accuracy and efficiency. To demonstrate the usefulness of the proposed optimal design program incorporating analysis, design sensitivity analysis, and optimization modules, a damped anisotropic rotor-bearing system is optimized to obtain 34% weight reduction.

### 1. 서 론

회전자-베어링 시스템은 가스터빈, 터보 발전기, 압축기 등 많은 산업기계에서 동력 전달의 기본 도구로써 사용되고 있으며, 이에 대한 연구는 꾸준히 발전되어 왔다. 특히, 근래에 와서 산업기계의 고

정밀화, 고속화, 고신뢰화 추세에 따라 회전자-베어링 시스템의 동특성 해석 및 최적설계에 대한 관심이 고조되고 있는 실정이다. 이와 관련된 연구로써 감쇠가 없고, 등방성 베어링 특성을 갖는 회전자-베어링 시스템에 대하여 Rajan 등<sup>(1)</sup>이 운전속도 범위내에 존재하는 임계속도 변경을 위한 최적설계를 수행하였으며, Shiau와 Hwang<sup>(2)</sup>은 임계속도, 응력, 불균형 응답 특성을 고려한 시스템의 중량 최소화를 위한 최적설계를 수행하였다. 또한, Shiau와 Chang<sup>(3)</sup>은 임계속도 제한조건을 갖는 시

\*한양대학교 대학원

\*\*기아자동차(주)

\*\*\*정회원, 한양대학교 기계설계학과

시스템의 중량과 베어링에 전달되는 힘의 최소화를 위한 최적설계를 수행하였다. 감쇠가 있고 등방성 베어링 특성을 갖는 회전자-베어링 시스템에 대해서는 Chen과 Wang<sup>(4)</sup>이 고유치 제한조건을 갖는 시스템의 중량 최적설계에 관한 연구를 한 바 있다.

이에, 본 연구에서는 보다 현실적인 시스템의 설계를 위하여 감쇠가 있고, 비등방성 베어링 특성을 갖는 회전자-베어링 시스템에 대하여 선화 고유진동수와 안정성에 대한 제한조건을 만족하며, 시스템의 중량 최소화를 위한 최적설계 프로그램을 제안하고자 한다.

시스템의 선화 고유진동수와 안정성을 나타내는 고유치와 모드 형상 등과 같은 동특성을 해석하기 위하여 사용되는 방법은 크게 유한요소법과 전달행렬법이 있다. Ruhl<sup>(5)</sup>과 Nelson<sup>(6)</sup>에 의하여 자이로스코픽 모멘트와 축방향 하중 등을 고려할 수 있도록 정립된 유한요소법은 전달행렬법에 비하여 비교적 정확한 해를 구할 수 있으나, 전달행렬법에 비하여 많은 기억용량과 계산시간을 필요로 한다. 이에 비하여 Myklestad,<sup>(7)</sup> Prohl<sup>(8)</sup> 및 Lund<sup>(9)</sup>에 의하여 정립된 전달행렬법은 해석이론이 비교적 간단하며, 계산시간이 짧고 적은 기억용량으로도 해석이 가능하다. 본 연구에서는 전달행렬법에 다항식 방법을 적용하여 기존의 전달행렬법이 가지고 있던 반복 및 수렴시간 문제와 고유진동수를 빠뜨리는 문제를 해결한 개선된 방법<sup>(10)</sup>을 사용하였다. 또한, 반복된 행렬의 곱으로 나타나는 수치적 오차를

줄이기 위하여 시스템의 물성치를 무차원화 하는 기법<sup>(11)</sup>과 특성다항식을 스케일링하는 기법을 적용하였으며, 특성다항식의 해석을 위하여 비교적 정확한 근을 찾는다고 알려져 있는 Bairstow방법<sup>(12)</sup>을 사용하였다.

회전자-베어링 시스템의 선화 고유진동수와 안정성을 고려한 최적화를 위하여 고유치에 대한 설계 민감도 해석을 필요로 한다. 이를 위하여 감쇠가 있는 시스템의 운동방정식에 단위방정식을 도입하여 상태방정식을 만든 후 고유치 문제로 변환한다. 이 때, 베어링의 비등방성 특성으로 인하여 변환된 고유치 문제에서의 행렬은 비대칭이므로 좌 고유벡터와 우 고유벡터를 도입하여 설계변수에 대한 고유치의 해석적인 설계민감도 해석을 수행하였으며,<sup>(13,14)</sup> 최적화기법으로는 ALM(augmented lagrange multiplier) 방법을 기초로 하여 효율성과 수렴성을 향상시킨 최적화 소프트웨어 IDOL(integrated design optimization library)<sup>(15)</sup>을 사용하였다.

상기와 같이 제안된 최적설계 프로그램을 감쇠가 있고, 비등방성 베어링 특성을 갖는 회전자-베어링 시스템의 중량 최적화에 적용하여 개발된 프로그램의 유용성을 보이고자 한다.

## 2. 이론해석

### 2.1 회전자-베어링 시스템의 동특성 해석

본 연구에서는 회전자-베어링 시스템의 고유치와 모드 형상과 같은 동특성을 해석하기 위하여 다항

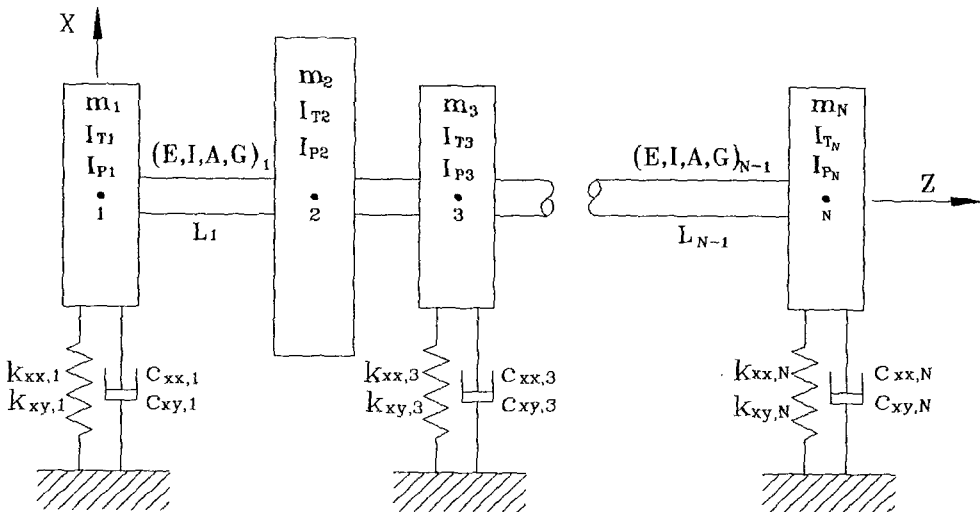


Fig. 1 Rotor-bearing system

식 방법에 기초를 둔 전달행렬법을 사용하였으며, 일반적인 회전자-베어링 시스템은 Fig. 1과 같이 X-Z 평면에서 N개의 집중질량과 관성이 없는 축으로 모델링할 수 있다.

여기서,  $m$ 은 집중질량,  $I_T$ 는 횡관성모멘트,  $I_P$ 는 극관성모멘트,  $E$ 는 탄성계수(Young's modulus),  $I$ 는 단면면적 모멘트,  $A$ 는 단면적,  $G$ 는 전단계수,  $L$ 은 축요소의 길이,  $k$ 는 강성계수,

$c$ 는 감쇠계수이며,  $k$ 와  $c$ 의 첫번째 하첨자는 변위의 방향을, 두번째 하첨자는 힘의 방향을 나타낸다.

Fig. 1과 같이 모델링된 회전자-베어링 시스템에서 Y-Z 평면을 동시에 고려하여 임의의  $n$ 번째 축의 전달 행렬  $[F_n]$ 과 베어링 성분, 즉 강성과 감쇠가 포함된 질량체의 전달행렬  $[P_n]$ 을 구하면 식 (1), (2)와 같이 표현될 수 있다.<sup>(16)</sup>

$$[F_n] = \begin{bmatrix} 1 & L & L^2/2EI & L^3/6EI - L/\alpha AG & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & L/EI & L^2/2EI & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & L & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & L & L^2/2EI & L^3/6EI - L/\alpha AG \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & L/EI & L^2/2EI \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & L \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_n \quad (1)$$

$$[P_n] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_T s^2 & 1 & 0 & 0 & I_P \omega s & 0 & 0 \\ B_{xx}(s) & 0 & 0 & 1 & B_{xy}(s) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -I_P \omega s & 0 & 0 & 0 & I_T s^2 & 1 & 0 \\ B_{yx}(s) & 0 & 0 & 0 & B_{yy}(s) & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_n$$

$$\begin{aligned} B_{xx}(s) &= -ms^2 - c_{xx}s - k_{xx} \\ B_{xy}(s) &= -c_{xy}s - k_{xy} \\ B_{yx}(s) &= -c_{yx}s - k_{yx} \\ B_{yy}(s) &= -ms^2 - c_{yy}s - k_{yy} \end{aligned} \quad (2)$$

여기서,  $s$ 는 시스템의 고유치를 나타내며,  $\omega$ 는 축의 회전속도이다. 따라서, 식(1)과 식(2)를 이용하여 Fig. 1의 1번 질점의 왼쪽 경계면 물리량  $\{Z\}_1^L$ 과  $n$ 번째 질점의 오른쪽 경계면 물리량  $\{Z\}_n^R$ 의 관계를 유도하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\{Z\}_n^R = [P_n][F_{N-1}][P_{N-1}][F_{N-2}] \cdots [P_1]\{Z\}_1^L = [T]\{Z\}_1^L \quad (3)$$

여기서, 물리량  $\{Z\}$ 는  $\{X, \theta_x, M_y, V_x, Y, \theta_y, M_x, V_y\}^T$ 이며,  $X, Y$ 는  $x, y$ 축 방향의 변위,  $X, Y$ 와  $M_x, M_y$ 는 각각  $x, y$ 축에 대한 각 변위와 굽힘모멘트,  $V_x$ 와  $V_y$ 는 각각  $x, y$ 축에 작용하는 전단력을 나타낸다. 또한,  $[T]$ 는 전체 전달행렬이며, 식(3)에 자유진동 경계조건식을 적용하면 다음과 같은 행렬식을 구할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} M_y \\ V_x \\ M_x \\ V_y \end{bmatrix}_N^R = \begin{bmatrix} T_{31} & T_{32} & T_{35} & T_{36} \\ T_{41} & T_{42} & T_{45} & T_{46} \\ T_{71} & T_{72} & T_{75} & T_{76} \\ T_{81} & T_{82} & T_{85} & T_{86} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ \theta_x \\ Y \\ \theta_y \end{bmatrix}_1^L$$

$$=[D] \begin{bmatrix} X \\ \theta_x \\ Y \\ \theta_y \end{bmatrix}_1^L = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

따라서  $X, \theta_x, Y, \theta_y$ 가 무용해가 되지 않게 하기 위하여 행렬  $[D]$ 의 판별식(determinant)이 0이 되어야 하므로, 이로부터 시스템의 특성다항식을 구할 수 있다.

식(3)의 전체 전달행렬  $[T]$ 는 질량체의 전달행렬과 축의 전달행렬의 곱을  $s$ 의 각 차수에 대한 계수를 3차원 행렬로 기억시켜 가면서 각 계수를 곱하면  $s$ 의 차수 및 그에 대한 계수값을 기억시킬 수 있다. 이와 같은 방법으로 특성다항식을  $s$ 에 대한 일반적인 다항식으로 전개하면 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$a_0 s^m + a_1 s^{m-1} + \cdots + a_{m-1} s + a_m = 0 \quad (5)$$

이와 같이 구한 특성다항식 (5)를 해석하기 위하여 보다 효율이 좋다고 알려져 있는 Bairstow방법

을 사용하였다.

## 2. 수치해석 안정화기법

### 2.1 시스템 물성치 무차원화

수치해석시 모든 물성치의 곱으로 인하여 발생하는 수치적 불안정성을 줄이기 위하여 본 연구에서는 시스템의 물성치를 무차원화하는 기법을 적용하였으며, 무차원화 계수는 Table 1에 수록하였다.

Table 1에서 하첨자  $o$ 는 그 재료의 평균 물성치를 의미하며,  $\omega_k$ 는 베어링을 단순지지로 가정하였을 때의 1차 고유진동수를 나타낸다.

#### 2.2.2 특성다항식의 스케일링

특성다항식의 비선형성으로 인하여 Bairstow방법이 해를 제대로 찾지 못하는 단점을 보완하기 위하여 다음과 같은 스케일링기법을 적용하였다.

$$s = f\bar{s} \tag{6}$$

여기서,  $f$ 는  $|a_m|^{1/n}$ 으로써 스케일 인자(scale factor)를 나타내며, 식(6)을 식(5)에 대입하여 정리하면 다음과 같이 변형된 특성다항식을 구할 수 있다.

$$\bar{s}^m + \frac{a_1 f^{m-1}}{a_0 f^m} \bar{s}^{m-1} + \dots + \frac{a_m}{a_0 f^m} = 0 \tag{7}$$

**Table 1** Coefficient for dimensionless parameters<sup>(11)</sup>

Dimension	Coefficient for dimensionless form
Young's modulus (E)	$1/E_o$
Area moment of inertia (I)	$1/I_o$
Length (L)	$1/L_o$
Force (V)	$L_o^2/E_o I_o$
Moment (M)	$L_o/E_o I_o$
Area (A)	$L_o^2/I_o$
Mass (m)	$L_o^3 \omega_k^2/E_o I_o$
Inertia (IT, IP)	$L_o^3 \omega_k^2/E_o I_o$
Spring coefficient (k)	$L_o^3/E_o I_o$
Damping coefficient (c)	$L_o^3 \omega_k/E_o I_o$
Frequency ( $\omega$ )	$1/\omega_k$

식(7)의 해석을 위하여 Bairstow방법을 적용하여 근  $\bar{s}$ 가 구하여지면 식(6)로부터 원래의 특성다항식의 근을 구할 수 있다.

### 2.3 최적화를 위한 문제정의

감쇠가 있는 회전자-베어링 시스템의 고유치는 복소수 형태로 표현된다. 이때, 고유치의 허수부는 감쇠 선회 고유진동수로서 시스템의 임계속도와 관계가 있으며, 실수부는 감쇠계수로서 시스템의 안정성에 영향을 미치며, 그 값이 반드시 음수가 되어야 한다. 따라서, 회전자-베어링 시스템의 선회 고유진동수와 안정성을 고려하여 중량 최소화를 위한 최적설계를 수행하고자 할 때, 다음과 같이 수식화할 수 있다.

Minimize

$$W = \sum_{k=1}^N \rho_k A_k L_k \tag{8}$$

Subject to

$$Real(s_i) - Real(\underline{s}_i) \leq 0 \tag{9}$$

$$Imag(s_i) - Imag(\underline{s}_i) \leq 0 \quad i=1, 2, \dots, m \tag{10}$$

$$b_j^L \leq b_j \leq b_j^U \quad j=1, 2, \dots, l \tag{11}$$

여기서, 시스템 전체 중량을 나타내는 목적 함수 식(8)의  $\rho_k$ 는  $k$ 번째 축요소들의 밀도이며, 식(9)와 식(10)은 각각 안정성과 선회 고유진동수에 대한 제한 조건을 나타내며,  $Real(\underline{s}_i)$ 와  $Imag(\underline{s}_i)$ 는 각 구조조건이 만족되어야 하는 한계치이다.  $b$ 는 설계변수로서 주로 축요소의 단면적, 베어링의 강성 및 감쇠계수 등이 사용되며, 설계변수에 대한 한계치 제한 조건을 나타내는 식(11)에서  $b_j^L$ 과  $b_j^U$ 는  $j$ 번째 설계변수  $b_j$ 에 대한 하한치와 상한치 값이다.

### 2.4 설계 민감도해석

일반적으로 2차 미분방정식으로 표현되는 운동 방정식의 고유치 문제로의 전환은 항상 만족되는 단위 방정식을 도입하여 이를 결합하여 1차 미분 방정식으로 전환한 후, 이를 고유치 문제로 치환하게 된다.

감쇠가 있는 시스템의 일반적인 운동 방정식과 단위 방정식은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\underline{M}\{\ddot{q}\} + \underline{C}\{\dot{q}\} + \underline{K}\{q\} = \{F\} \tag{12}$$

$$\underline{M}\{\dot{q}\} - \underline{M}\{\dot{q}\} = \{0\} \tag{13}$$

여기서,  $\underline{M}$ ,  $\underline{C}$ ,  $\underline{K}$ 는 각각 시스템의 관성, 감쇠, 강성행렬을 나타내며,  $\{q\} = \{x_1, y_1, \theta_{x1}, \theta_{y1}, \dots, x_n,$

$y_N, \theta_{xN}, \theta_{yN}$ 로써 Fig. 1에서 집중질량이 존재하는 질점에서의 변위와 회전각을 나타내는 벡터,  $\{\dot{q}\}$ 는 1계 미분벡터,  $\{F\}$ 는 외력이며, 식(12)과 식(13)를 결합하면 다음과 같은 상태 방정식으로 표현할 수 있다.

$$\underline{A}\{\dot{x}\} + \underline{B}\{x\} = \{0\} \quad (14)$$

여기서,

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} \underline{M} & \underline{C} \\ \underline{0} & \underline{M} \end{bmatrix}_{8N \times 8N}$$

$$\underline{B} = \begin{bmatrix} \underline{0} & \underline{K} \\ -\underline{M} & \underline{0} \end{bmatrix}_{8N \times 8N}$$

$$\{x\} = \begin{Bmatrix} \{\dot{q}\} \\ \{q\} \end{Bmatrix}_{8N \times 1}$$

또한,  $\{x\}$ 를  $\{y\}e^{s_i t}$ 라 가정하면 식(14)은 다음과 같은 고유치 문제로 표현된다.

$$(\underline{sA} + \underline{B})\{y\} = \{0\} \quad (15)$$

여기서, 임의의  $i$ 번째 고유치  $s_i$ 에 대한 우 고유벡터  $\{y\}_i$ 와 좌 고유벡터  $\{z\}_i$ 를 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$(s_i \underline{A} + \underline{B})\{y\}_i = \{0\} \quad (16)$$

$$\{z\}_i^T (s_i \underline{A} + \underline{B}) = \{0\}^T \quad (17)$$

따라서, 임의의 고유치  $s_i$ 에 대한 설계 민감도 해석을 위하여 식(15)에  $\{z\}_i^T$ 를 곱하고, 설계 변수  $b_j$ 에 대하여 편미분을 한 후, 식(16)과 식(17)을 적용하면 다음과 같은 고유치의 민감도를 나타내는 식을 구할 수 있다.

$$\frac{\partial s_i}{\partial b_j} = \frac{-\{z\}_i^T \left( s_i \frac{\partial \underline{A}}{\partial b_j} + \frac{\partial \underline{B}}{\partial b_j} \right) \{y\}_i}{\{z\}_i^T \underline{A} \{y\}_i} \quad (18)$$

식(18)는 식(6)과 식(7)로부터 구한 고유치  $s_i$ 를 식(16)과 식(17)에 대입하여 우 고유벡터와 좌 고유벡터를 구한 후, 이를 식(18)에 대입함으로써 계산되어질 수 있다.

### 2.5 최적화기법

본 연구에서 사용한 최적화기법은 ALM 방법을 근간으로 하여 효율성과 수렴성을 향상시킨 최적화 소프트웨어 IDOL<sup>(15)</sup>을 사용하였다.

### 2.6 최적설계 프로그램의 구조도

회전자-베어링 시스템의 최적설계 프로그램의 구

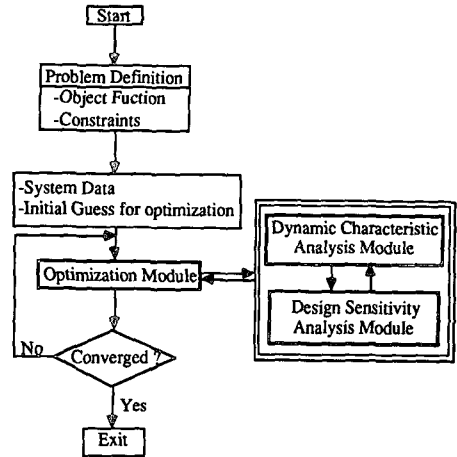


Fig. 2 Skeleton structure of an optimal design program for a rotor-bearing system

조도는 Fig. 2와 같다.

Fig. 2에서 보는 바와 같이 제안된 프로그램은 동특성 해석모듈, 설계 민감도해석 모듈, 최적화 모듈로 구성되며, 문제 정의를 위한 목적함수와 구속조건을 지정하고, 시스템 데이터 및 초기치를 입력한 후, 반복적으로 최적화를 수행한다. 이때, 최적화 모듈은 각 설계변수에 대한 동특성 해석모듈과 설계 민감도 해석모듈의 유기적인 상호 작용을 통하여 목적함수가 최소가 되는 방향으로 선탐색을 수행하며, 목적함수와 구속조건에 관한 모든 수렴 조건을 만족시키면 빠져 나온다.

## 3. 적용결과 및 고찰

Fig. 3는 3개의 디스크와 2개의 비등방성 베어링이 있는 회전자-베어링 시스템을 10개의 집중 질량체를 갖는 시스템으로 모델링한 것으로써 디스크 및 축의 물성치를 Table 2에 수록하였으며, 운전 속도는 1200 rad/sec이고, 질량체간의 축의 길이는 12 in.이다. 이와 같은 회전자-베어링 시스템의 2번째와 3번째 고유치에 대하여, 시스템의 안정성에

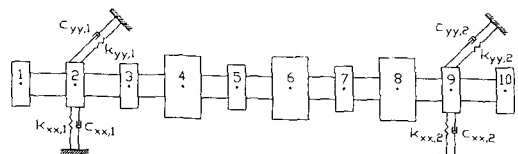


Fig. 3 A sample Rotor-Bearing System

**Table 2** Disk and shaft data

Disk	Station	Mass (lb·s <sup>2</sup> /in)	Polar inertia (lb·s <sup>2</sup> ·in)	Diameter inertia (lb·s <sup>2</sup> ·in)
	4	0.1375	8.4306	4.218
	6	0.1395	8.4306	4.218
	8	0.1395	8.4306	4.218
Shaft	Young's modulus (lb/in <sup>2</sup> )		30.0 × 10 <sup>6</sup>	
	Density (lb·s/in <sup>2</sup> )		7.3316 × 10 <sup>-4</sup>	

**Table 3** Limit values of side constraints

Properties	Lower limit value	Upper limit value
A <sub>1</sub> -A <sub>9</sub>	11(in <sup>2</sup> )	30(in <sup>2</sup> )
k <sub>xx,1</sub> k <sub>yy,1</sub> k <sub>xx,2</sub> k <sub>yy,2</sub>	5.0 × 10 <sup>4</sup> (lb/in)	4.0 × 10 <sup>5</sup> (lb/in)
C <sub>xx,1</sub> C <sub>yy,1</sub> C <sub>xx,2</sub> C <sub>yy,2</sub>	50.0(lb·s/in)	400.0(lb·s/in)

영향을 주는 고유치의 실수부와 선회 고유진동수를 나타내는 허수부값에 주어진 제한조건을 만족하며, 중량을 최소화하는 시스템을 설계하고자 할 때, 다음과 같이 4개의 구속 조건과 17개의 설계 변수 제한조건을 만족하며 목적함수인 중량을 최소화하는 17개의 설계변수를 구하는 최적화 문제로 수식화할 수 있다.

Minimize

$$W = \rho \sum_{i=1}^9 A_i L_i \tag{19}$$

Subject to

$$\begin{aligned} g(1) &= \text{Real}(s_2) - \text{Real}(s_2) \leq 0 \\ g(2) &= \text{Real}(s_3) - \text{Real}(s_3) \leq 0 \\ g(3) &= \text{Imag}(s_2) - \text{Imag}(s_2) \leq 0 \\ g(4) &= \text{Imag}(s_3) - \text{Imag}(s_3) \leq 0 \quad i=1, \dots, 9 \end{aligned} \tag{20}$$

$$\begin{aligned} A_i^L &\leq A_i \leq A_i^U \\ k_{xx,j}^L &\leq k_{xx,j} \leq k_{xx,j}^U \\ k_{yy,j}^L &\leq k_{yy,j} \leq k_{yy,j}^U \\ c_{xx,j}^L &\leq c_{xx,j} \leq c_{xx,j}^U \\ c_{yy,j}^L &\leq c_{yy,j} \leq c_{yy,j}^U \quad j=1, 2 \end{aligned} \tag{21}$$

여기서,  $\text{Real}(s_2)$ ,  $\text{Real}(s_3)$ ,  $\text{Imag}(s_2)$ ,  $\text{Imag}(s_3)$ 는 각 제한조건이 만족되어야 하는 목표치이며, 각각 -10, -105, 245, 540이다. 또한, 식 (21)과 같이 표현되는 설계변수에 대한 한계치 구속조건의 상/하한치를 Table 3에 수록하였다.

이와 같은 최적화 문제를 제안된 최적설계 프로그램에 적용하여 얻은 결과를 Table 4에 수록하였으며, 수렴과정은 Fig. 4에 도시하였다. 최적화 과정을 수행하는 동안 14번의 도함수와 64번의 함수

**Table 4** Optimization results

	Initial stage	Optimum stage	
Design variable	A <sub>1</sub>	19.635(in <sup>2</sup> )	11.000(in <sup>2</sup> )
	A <sub>2</sub>	19.635(in <sup>2</sup> )	11.377(in <sup>2</sup> )
	A <sub>3</sub>	19.635(in <sup>2</sup> )	12.873(in <sup>2</sup> )
	A <sub>4</sub>	19.635(in <sup>2</sup> )	14.442(in <sup>2</sup> )
	A <sub>5</sub>	19.635(in <sup>2</sup> )	14.944(in <sup>2</sup> )
	A <sub>6</sub>	19.635(in <sup>2</sup> )	14.040(in <sup>2</sup> )
	A <sub>7</sub>	19.635(in <sup>2</sup> )	13.085(in <sup>2</sup> )
	A <sub>8</sub>	19.635(in <sup>2</sup> )	11.757(in <sup>2</sup> )
	A <sub>9</sub>	19.635(in <sup>2</sup> )	11.000(in <sup>2</sup> )
	k <sub>xx,1</sub>	1.5 × 10 <sup>5</sup> (lb/in)	9.45 × 10 <sup>4</sup> (lb/in)
	k <sub>yy,1</sub>	1.4 × 10 <sup>5</sup> (lb/in)	8.45 × 10 <sup>5</sup> (lb/in)
	k <sub>xx,2</sub>	1.5 × 10 <sup>5</sup> (lb/in)	1.53 × 10 <sup>4</sup> (lb/in)
	k <sub>yy,2</sub>	1.4 × 10 <sup>5</sup> (lb/in)	1.43 × 10 <sup>5</sup> (lb/in)
	C <sub>xx,1</sub>	100(lb·s/in)	174.111(lb·s/in)
C <sub>yy,1</sub>	150(lb·s/in)	224.102(lb·s/in)	
C <sub>xx,2</sub>	100(lb·s/in)	217.590(lb·s/in)	
C <sub>yy,2</sub>	150(lb·s/in)	267.565(lb·s/in)	
Constraints	g(1)	0.079	0.0006048
	g(2)	0.102	-1.7038
	g(3)	0.032	-0.101
	g(4)	0.017	-0.0028
Weight	44.500(lb)	29.326(lb)	
Reduction	-34.1(%)		
CPU time (IBM RISC/6000)	114.53(sec)		

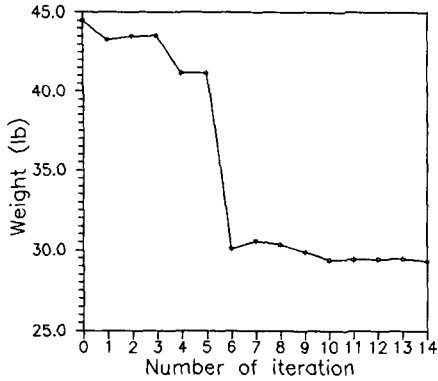


Fig. 4 Convergence history

계산을 하였고, IBM RISC/6000 시스템에서의 계산 시간은 114.53초가 걸렸다. Table 4에서 보는 바와 같이 초기 단계에서는 구속조건을 만족하지 못하였으나 최적화과정을 수행한 후 구속조건을 모두 만족하였으며, 목적함수도 약 34.1% 정도 줄어들었음을 알 수 있다.

#### 4. 결 론

본 연구를 통하여 감쇠가 있고, 비등방성 특성을 갖는 회전자-베어링 시스템의 동특성을 고려한 최적설계 프로그램을 개발하였으며, 주요사항을 살펴 보면 다음과 같다.

- (1) 회전자-베어링 시스템의 동특성을 해석하기 위하여 전달행렬법에 다항식 방법을 적용하여 해석 모듈을 개발하였으며, 수치해석의 안정화를 위하여 물성치의 무차원화 및 특성다항식의 스케일링 기법을 적용하여 해석 모듈을 완성하였다.
- (2) 보다 효율적인 최적화를 위하여 감쇠가 있고, 비등방성 특성을 갖는 시스템에 대하여 고유치의 해석적인 설계 민감도 해석모듈을 완성하였다.
- (3) 상기와 같은 동특성 해석모듈, 설계 민감도 해석모듈과 ALM 기법을 근간으로 하여 효율성과 수렴성을 향상시킨 최적화 모듈로 구성된, 회전자-베어링 시스템의 동특성을 고려한 최적설계 프로그램을 개발하였다.
- (4) 개발된 최적설계 프로그램을 감쇠가 있고 비등방성 베어링을 가진 회전자-베어링 시스템의 중량 최적설계에 적용하여 약 34.1%의 무게를 줄임으로써 그 유용성을 보였다.

#### 후 기

본 연구는 한국과학재단 산하 터보동력기계연구센터의 연구비 지원으로 이루어진 것으로써, 이에 감사드립니다.

#### 참고문헌

- (1) Rajan, M., Rajan, S. D., Nelson, H. D. and Chen, W. J., 1987, "Optimal Placement of Critical Speeds in Rotor-Bearing Systems," *J. of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design*, Vol. 109, pp. 152~157.
- (2) Shiau, T. N. and Hwang, J. L., 1990, "Optimum Weight Design of a Rotor-Bearing System with Dynamic Behavior Constraints," *J. of Eng. for Gas Turbines and Power*, Vol. 112, pp. 454~462.
- (3) Shiau, T. N. and Chang, J. R., 1993, "Multi-Objective Optimization of Rotor-Bearing System with Critical Speed Constraints," *J. of Eng. for Gas Turbines and Power*, Vol. 115, pp. 246~255.
- (4) Chen, T. Y. and Wang, B. P., 1993, "Optimum Design of Rotor-Bearing Systems with Eigenvalue Constraints," *ASME J. of Engineering for Gas Turbines and Power*, Vol. 115, pp. 256~260.
- (5) Ruhl, R. L. and Booker, J. F., 1972, "A Finite Element Method for Distributed Parameter Turbo-rotor Systems," *J. of Eng. for Industry, ASME*, pp. 126.
- (6) Nelson, H. D. and Movaugh, J. M., 1976, "The Dynamics of Rotor-Bearing Systems Using Finite Elements," *J. of Eng. Industry, Trans, ASME*, pp. 593~600.
- (7) Myklestad, N. O., 1944, "A New Method for Calculating Natural Modes of Uncoupled Bending Vibration of Airplane Wings and other Types of Beams," *J. of Aeronaut. Sci.*, Vol. 11, pp. 153~162.
- (8) Prohl, M. A., 1945, "A General Method for Calculating Critical Speeds of Flexible Rotors," *ASME J. of Applied Mechanics*, pp. 142~148.
- (9) Lund, J. W., 1975, "Stability and Damped

- Critical Speeds of A Flexible Rotor in Fluid-Film Bearings," *J. of Engineering for Industry, ASME* 73-DET-103.
- (10) Murphy, B. T. and Vance, J. M., 1982, "An Improved Method for Calculating Critical Speeds and Rotordynamic Stability of Turbomachinery," *J. of Engineering for Power, ASME* 82-GT-294.
- (11) 홍장표, 1990, "축방향 하중과 토크를 고려한 회전축의 휨 진동해석," 서울대학교 박사학위 논문, pp. 36~37.
- (12) James, M. L., 1993, "Applied Numerical Methods for Digital Computation," Fourth Edition, HarperCollins College Publishers.
- (13) Rajan, M., Nelson, H. D. and Chen, W. J., 1988, "Parameter Sensitivity in the Dynamics of Rotor-Bearing Systems," *J. of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design*, Vol. 108, pp. 197~206.
- (14) Fox, R. L. and Kapoor, M. P., 1968, "Rates of Change of Eigenvalues and Eigenvectors," *AIAA J.*, Vol. 6, No. 12, pp. 2426~2429.
- (15) 김민수, 김한성, 이재원, 최동훈, 1991, "구속조건이 있는 비선형 최적화 문제를 위한 ALM 방법의 성능향상," 대한기계학회논문집, 제15권 제2호, pp. 544~556.
- (16) Fredric, F. Ehrich., 1992, *Handbook of Rotor dynamics*, McGraw-Hill, Inc., pp. 2.61~2.72.