

<論 文>

역동역학을 이용한 충격을 받는 보의 충격력 복원 및 충격모델의 변수 파악

박형순* · 박윤식**

(1994년 5월 26일 접수)

Impact Force Reconstruction and Impact Model Identification Using Inverse Dynamics of an Impacted Beam

Hyung-Soon Park and Youn-Sik Park

Key Words: Euler-Bernoulli Beam(Euler-Bernoulli 보), Timoshenko Beam(Timoshenko 보), Inverse Problem(역문제), Deconvolution(역승적), Hertz's Contact Law(Hertz 접촉이론)

Abstract

The impulse response functions (force-strain relations) for Euler-Bernoulli and Timoshenko beams are considered. The response of a beam to a transverse impact force is numerically obtained with the convolution approach using the impulse response function obtained by Laplace transform. Using this relation, the impact force history is determined in the time domain and results are compared with those from Hertz's contact law. The parameters of impact force model are identified using the recovered force and compared with the Hertz's contact model. In order to verify the proposed algorithm, measurements were done using an impact hammer and a steel ball drop test and these results are also compared with the simulated values.

1. 서 론

일반적으로, 충격(impact)은 수십 μ -sec정도의 짧은 시간에 작용하는 충격력을 발생시키며, 이와 같은 입력형태는 점원(point source)으로 작용하므로 가진점 부근에 국부적인 영구변형(plastic deformation)을 초래한다.⁽¹⁾ 이와 같은 현상은 연결부에 간극이 존재하여 간헐적인 충격이 발생하는 링크 기구, 충격댐퍼 또는 임의의 충격이 발생할 가능성이 있는 여러가지 구조물(rotating blade, large framed off-shore structure 및 light weight flex-

ible space structure) 등에서 볼 수 있으며, 이는 진동, 소음, 마모 그리고 피로파괴 등의 원인이 된다.

일반적인 경우 입력은 시간의 함수로 미리 주어지며, 계의 출력변화에 대하여 영향을 받지 않는다. 그러나 충격해석의 경우 충격력은 계와 충격체 간의 변위차이, 즉 간섭량(indentation)에 대하여 비선형 함수관계로 나타나므로,⁽²⁾ 변위가 입력에 영향을 주게 된다. 즉 입력에 해당하는 충격력과 출력에 해당하는 변위가 서로 관련이 된다. 이와 같은 문제로 인하여 두 물체가 서로 접촉함으로써 발생하는 반력, 즉 충격력을 알기 힘들게 되고, 입력으로부터 출력을 구하는 정방향 문제(forward problem)의 해석도 어렵게 된다. 또한 충격하중이

*한국과학기술원 기계공학과

**정회원, 한국과학기술원 기계공학과

작용하는 계의 거동은 파동의 전파형태로 표현되므로, 초기의 응답을 구하는데 많은 노력을 필요로 한다. 입력에 대한 응답의 관계로부터 물체에 작용하는 충격력을 파악할 수 있는 충격력 모델을 수립할 수 있다면, 비슷한 충격하중을 받는 다른 구조계에서의 충격해석에 유용하게 적용할 수 있다. 각 물체에 작용되는 충격력의 크기 및 충격위치를 파악하는 것은 물체의 거동해석뿐 아니라 물체에 허용되는 최대 변형, 최대 충격력 등을 결정하는데 사용된다. 그러나 일반적으로, 물체의 접촉에 의하여 발생하는 충격력은 직접 측정하기 어렵다. 이러한 이유로 충격초기의 거동을 해석하는 문제는 충격해석에서 기본적이며 또한 중요한 단계이다.

그러므로 본 연구에서는, 횡방향의 충격하중이 작용하는 보에 대하여 초기거동을 해석하고, 또한 측정된 응답으로부터 실제 작용하는 충격력을 복원하고자 한다.

주어진 입력으로부터 거동을 구하는데 가장 일반적으로 응용되는 모드 중첩방법⁽³⁾은 전체 계의 특성을 표현하는 모드를 사용하여 계를 해석하므로, 일반적인 계의 거동을 해석하는 경우에는 적합하지만, 충격응답과 같은 초기의 국부적인 거동을 해석하는 경우에는 수렴속도가 늦게 되는 단점이 있다. 그러나 일반적으로 계의 거동을 해석하는데 사용되는 모드 중첩방식을 이용하면, 변형률의 경우와 달리 변위에 대해서는 수렴하는 해를 구할 수 있으므로, 변위만을 고려하는 경우는 그 결과를 신뢰할 수 있다. 예를 들어 충격력 모델을 사용하는 경우는 그 변위에 관한 해석이므로, 그 모델이 정확하게 모형화되었다면 그 해석결과도 비교적 정확하게 구할 수 있을 것이다. 그러나 정확한 충격모델을 구하려면 충격력과 변위에 관한 해석 및 실험이 필요하다. 이러한 경우, 변위는 직접 측정하기 어렵고 또한 그 크기(magnitude)도 미세한 양이므로 결국 충격력 모델을 구하는 문제는 충격력과 변형률의 관계를 얻는 것이 우선 되어야 한다.

이와 달리, 파동의 전파를 고려한 해석방법에서는, 주파수영역의 해석이 일반적이다.⁽⁴⁾ 파동은 주파수에 따라 전파속도가 다르므로, 주파수성분을 고려하여 각기 해당하는 속도로 전파시키는 주파수영역의 해석은 파동의 전파 및 경계에서의 반사현상을 설명하는데 장점이 있다. 그러나 충격력 모델(force model)과 같이 충격력이 충격체와 계의 변위차이로 표현되는 경우, 입력의 주파수성분을 미

리 구할 수 없으므로 주파수영역에서는 충격해석이 어렵게 되며, 또한 일반적으로 충격력 모델은 비선형 관계를 보이므로, 주파수영역에서의 해석은 거의 불가능하다.

그런데 참고문헌⁽⁷⁾에서는 라플라스변환법을 이용하여 길이가 무한한 Timoshenko보의 충격응답함수를 구할 수 있었으며, 보의 회전관성 및 전단변형 효과들을 고려하여 보의 충격응답을 파동의 전파속도가 유한한 값으로 수렴하는 Timoshenko 모형으로 해석하여 구하였다. 또한 실험을 통하여 해석결과와 타당성을 입증하였다. 보의 모델과 측정된 변형률을 이용하여 작용하는 충격력을 복원하고, 또한 일반적으로 사용되는 충격력 모델인 Hertz모델과 비교하여 그 문제점을 파악하였다.

그러므로 본 연구에서는 보다 정확한 충격력 모델을 구현해 보고자 낙하시험 결과를 토대로 하여 충격력 모델의 변수값들을 규명하고, 그 모델을 이용하여 정확한 충격력을 복원하고자 한다.

2. 횡방향 충격을 받는 보의 거동해석 및 충격력 복원

2.1 횡방향 충격을 받는 보의 거동해석

일반적으로 충격문제에서, 충격력은 보 및 충격체(impactor)와의 변위차이인 간섭량(indentation)으로 인하여 발생한다. 또한 대부분의 충격문제에서 볼 수 있듯이, 가진력은 매우 짧은 시간동안 작용하고 소멸되는 특징을 가진다. 그러므로 경계부근을 제외한 위치의 거동에는 경계에서 반사되는 파동의 영향이 없다고 볼 수 있으며, 결국 경계가 없이 길이가 무한한 보의 거동을 해석하는 경우와 같게 된다. 충격을 받는 보를 Euler-Bernoulli보와 Timoshenko보로 모형화하여 해석하고, 충격력에 대한 보의 거동을 구한다.

Euler-Bernoulli보의 운동방정식은 다음과 같고, 무한길이를 가정하므로 아래와 같은 초기조건 및 경계조건을 고려할 수 있다.

$$EI \frac{\partial^4 y(x, y)}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 y^2(x, y)}{\partial t^2} = f(x, t) \quad (2.1)$$

여기에서,

$$I. C. \quad y(x, 0) = \dot{y}(x, 0) = 0$$

$$B. C. \quad \lim_{|x| \rightarrow \infty} \frac{\partial^n y(x, t)}{\partial x^n} = 0 \quad n=0, 1, 2, 3$$

$$f(x, t) = \delta(x) \delta(t)$$

이 경우의 충격응답함수를 구하면 다음과 같다.⁽⁵⁾

$$h_{\epsilon}(x, t) = \frac{h}{2} \frac{1}{m\sqrt{4\pi a}} \frac{1}{a\sqrt{t}} \sin\left(\frac{x^2}{4at} - \frac{\pi}{4}\right) \quad (2.2)$$

여기에서,

$$a = \sqrt{\frac{EI}{m}}, \quad h = \text{beam height}$$

위 결과를 이용하면 충격지점의 거동을 해석할 수 있다. 그러나 충격 시작시간($t=0$)에서 충격지점의 변형률은 무한한 값을 가지므로 변형률 해석이 곤란하다. 이는 단순보 및 Timoshenko보에 대하여, 충격 초기속도만 고려하고 충격 시작시간에 관한 근사해를 구한 Kelly⁽⁶⁾의 결과와 같은 경향을 보인다.

위의 결과는 충격문제를 해석하는데 적합하지 않으므로, Euler-Bernoulli보에 회전관성 및 전단변형을 고려한 Timoshenko보를 충격해석에 적용해 보기로 한다. Timoshenko보의 운동방정식은 다음과 같다.

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} - \rho I \left(1 + \frac{E}{\kappa G}\right) \frac{\partial^4 y}{\partial x^2 \partial t^2} + \rho A \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + \frac{\rho^2 I}{\kappa G} \frac{\partial^4 y}{\partial t^4} = 0 \quad (2.3)$$

Timoshenko보에서는 충격력에 의하여 발생하는 파동은 두 가지의 성분으로 나눌 수 있고 각기 이들의 전파속도는 최고치(C_1, C_2)를 갖는다. 가진력을 Delta함수로 가정하고 라플라스변환을 이용하면 변형률(strain)에 관한 충격응답함수 $h_{\epsilon}(x^*, t)$ 를 구할 수 있다.⁽⁷⁾ 이 결과를 정리하면 다음과 같다.

$$h_{\epsilon}(x^*, t) = 0 \quad 0 < t < \frac{x}{C_1}$$

$$= \frac{h}{2} \frac{aM}{\pi\chi} \left[\int_0^b \frac{\phi_4(\rho)}{\rho\phi_5(\rho)} \cos(\rho t^*) \cosh(M\phi_4(\rho)x^*) d\rho + \int_0^a \frac{-1}{\rho\phi_1(\rho)} \{ \phi_3(\rho) \sin(M\phi_3(\rho)x^*) \sinh(\rho t^* - M\phi_2(\rho)x^*) + \phi_2(\rho) \cos(M\phi_3(\rho)x^*) \cosh(\rho t^* - M\phi_2(\rho)x^*) \} d\rho \right] \quad \frac{x}{C_1} < t < \frac{x}{C_2}$$

$$= \frac{h}{2} \frac{aM}{\pi\chi} \left[\int_0^b \frac{\phi_4(\rho)}{\rho\phi_5(\rho)} \cos(\rho t^*) \cosh(M\phi_4(\rho)x^*) d\rho \right] \quad t > \frac{x}{C_2} \quad (2.4)$$

여기에서,

$$C_1 = \sqrt{\frac{E}{\rho}}, \quad C_2 = \sqrt{\frac{\kappa G}{\rho}}$$

$$M = \sqrt{\frac{\chi+1}{2}}, \quad a = \frac{2}{\chi-1}, \quad \chi = \sqrt{\frac{E}{\kappa G}}$$

이며 적분함수는 부록에 정리하였다.

위 결과를 이용하면 Euler-Bernoulli보 결과와 달리, 충격 시작시간에서 유한한 값을 가지므로 충격력에 대한 거동을 구할 수 있다.⁽⁷⁾

2.2 충격력 복원

일반적인 공학문제에서는 전체 계(system)에 모우드가 발생하여 계의 특성이 극값 및 제로(zero)로 표현되므로 역문제(inverse problem)가 부적합성(ill-posed problem)으로 인하여 해석하기 어렵다. 그러나 충격해석의 경우는 계가 국부적인 거동을 보이며 정상파(standing wave, mode)가 발생하기 이전에 대한 해석이 된다. 그러므로 계의 응답을 표현하는 충격응답함수는 극값 및 제로의 특성을 나타내지 않기 때문에, 역문제를 고려하는 경우,

입력과 출력은 상호연관관계인 충격응답함수를 알고 있으면, 일반적으로 발생하는 어려움이 없다.

보의 거동은 주어진 입력과 충격응답함수로부터 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$y(x_0, t) = h_y(x_0 - x_i, t) * f(x_i, t)$$

$$\epsilon(x_0, t) = h_{\epsilon}(x_0 - x_i, t) * f(x_i, t) \quad (2.5)$$

입력은 충격해석의 경우 측정하기 어렵고, 출력형태에서 변위는 직접 측정하기 어려우며 또한 충격 지속시간 동안의 변위는 미세한 양이므로 측정이 더욱 곤란하다. 그러므로 입력에 관한 충격응답함수를 구할 수 있다면 상대적으로 측정이 용이한 변형률(strain)을 이용하면 역승적 관계(deconvolution)로부터 충격력을 얻을 수 있다.

충격력의 가진위치 및 측정위치를 알고 있다면 윗식은 간단히 다음과 같이 표현가능하므로

$$\epsilon(t) = h_{\epsilon}(t) * f(t) \quad (2.6)$$

측정된 변형률을 $\epsilon_m(t)$ 이라고 두고 오차를 다음과 같이 정의하여

$$\text{Error} = \sum_{i=0}^N [(\epsilon_m(i) - \bar{\epsilon}(i))^2 + w_i \tilde{f}(i)^2] \quad (2.7)$$

$$\begin{Bmatrix} \tilde{f}(0) \\ \tilde{f}(1) \\ \vdots \\ \tilde{f}(n) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=0}^n h_\epsilon(i)^2 + 2w_0 & & & \\ r_{h\epsilon h\epsilon}(1) & \sum_{i=0}^{n-1} h_\epsilon(i)^2 + 2w_1 & & \\ \vdots & \vdots & \ddots & \\ r_{h\epsilon h\epsilon}(n) & \dots & \dots & \dots h_\epsilon(0)^2 + 2w_n \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} r_{h\epsilon \epsilon m}(0) \\ r_{h\epsilon \epsilon m}(1) \\ \vdots \\ r_{h\epsilon \epsilon m}(n) \end{Bmatrix} \quad (2.8)$$

여기에서, $r_{h\epsilon \epsilon m}(i) = \sum_{j=1}^n \epsilon_m(j) h_\epsilon(n-j)$

3. 접촉력 모델 및 접촉력 모델의 변수 규명

3.1 접촉력 모델

일반적으로 충격문제를 해석하는 경우, 많이 사용되는 Hertz의 접촉이론을 이용하면, 탄성영역에서 보와 충격체와의 변위차이, 즉 간섭량과 충격력의 관계를 알 수 있다. 앞 절에서 서술한 바와 같이 모드 중첩법을 이용하여도 변위의 결과는 고차모드의 영향이 적어, 변형률 결과와는 달리, 비교적 잘 수렴하는 경향을 보인다. 충격력 모델은 변위와 힘과의 관계이므로, 충격력 모델을 사용하는 경우는 모드 중첩방식을 이용한 해석이 가능하다. 그러므로 충격문제를 해석하는 대부분의 경우, Hertz 접촉이론과 모드 중첩법을 병용하여 해석을 수행한다. 그러나 Hertz의 접촉이론에서는 계를 탄성영역에서 해석하여, 정하중과 간섭량과의 관계를 묘사하므로, 충격에 의한 국부적인 영구변형을 고려하지 못하고, 이로 인하여 실제 가해진 충격력의 크기 및 가진시간에 차이를 보인다. 또한 충격체는 구(sphere)와 원통(cylinder) 등 간단한 경우에만 한정되므로 적용범위에 한계가 있다. 그러므로 측정된 변형률을 해석하고 충격력을 복원하여, 이를 Hertz 접촉이론 결과와 비교하며, 그 적용한계를 고찰한다.

어느 물체에 충돌로 인한 충격현상이 발생하는 경우, 충격을 받는 물체가 충격으로 인하여 받은 에너지의 일부는 다른부분으로 전파되고 나머지는 충격위치에 영구변형이 발생되어 소멸하거나 또는 내부감쇠에 의하여 완화된다. 일반적으로 사용되는 충격력 모델에 에너지 소모를 표현하는 히스테리시스항을 추가하면 다음과 같은 모델을 수립할 수 있다.

$$F(t) = k\delta(t)^n + \mu\delta(t)^n\dot{\delta}(t) \quad (3.1)$$

이를 최소화하는 외력 $\tilde{f}(i)$ 를 구하면 다음과 같다. (7)

여기에서, μ 는 히스테리시스 감쇠를 나타내는 상수이다. 이와 같이 모형화된 모델은 두 물체간의 간섭이 증가하는 초기상태(loading case)와 감소하는 후기상태(unloading case)를 잘 묘사하는 경향이 있다. 이와 같이 에너지의 감쇠를 내부의 히스테리시스로 모형화하는 경우, 충돌하는 두 물체의 반발계수를 이용하여 그 상수를 구할 수 있게 된다. 그러나 실제로는 작은 충격력에도 물체에 영구변형이 나타나게 되므로, 영구변형을 고려하여 다음과 같이 간섭량이 증가하는 구간과 감소하는 구간을 나누어 모형화할 필요가 있다. 이를 도시하면 Fig. 1와 같이 표현된다. 이를 수식으로 표현하면 아래와 같이 나타낼 수 있다.

loading case(phase 1):

$$F(t) = k\delta(t)^n + \mu\delta(t)^n\dot{\delta}(t)$$

unloading case(phase 2):

$$F(t) = F_{\max} \left(\frac{\delta(t) - \delta_0}{\delta_{\max} - \delta_0} \right)^n \quad (3.2)$$

여기에서, δ_{\max} , F_{\max} 는 최대 간섭량과 그때의 접촉력을 의미하며 δ_0 는 접촉이 끝나고 난 후의 영구변형을 나타낸다. 이와 같은 모델은 충격력이 소멸되고 난후, 영구변형을 고려할 수 있으며 Fig. 1에서 볼 수 있듯이 두 구간의 곡선기울기는 서로 달리 모형화된다.

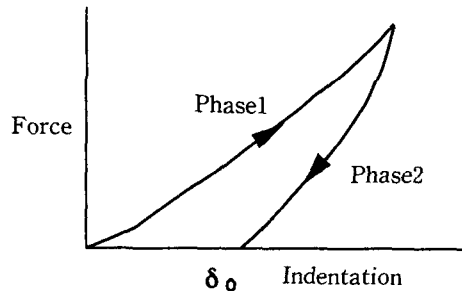


Fig. 1 Relation of force and indentation

3.2 접촉력 모델의 변수 규명

앞 절에서 구한 식을 이용하여 복원된 충격력을 모형화한다. 식(3.2)에서 보면 구하고자 하는 변수 중에서 상수항은 그 크기가 매우 크며 지수항은 1 정도의 크기를 가지므로 서로 민감도(sensitivity)에서 큰 차이를 보인다.

또한 이들이 비선형관계를 가지므로 해를 구하기 어렵다. 그러므로 지수항은 변위와 선형관계를 가지도록 하기 위하여 다음과 같이 식을 변형한다.

phase1 :

$$\log(F(t)) = \log(k + \mu\delta(t)) + n\log(\delta(t))$$

phase2 :

$$\log(F(t)) = \log(F_{\max}) + n\log\left(\frac{\delta(t) - \delta_0}{\delta_{\max} - \delta_0}\right) \quad (3.3)$$

여기에서 phase1과 phase2에서의 지수 n 는 서로 다른 값을 가지므로 이들을 서로 다른 변수로 표현하여 윗식을 변형하면 다음과 같다.

phase1 :

$$\log(F(t)) = \log(w_f) + \log(k' + \mu'\delta(t)) + n\log(\delta(t))$$

phase2 :

$$\log(F(t)) = \log(w_f) + \log(F_{\max}) + n'\log\left(\frac{\delta(t) - \delta_0}{\delta_{\max} - \delta_0}\right) \quad (3.4)$$

$$k' = \frac{k}{w_f}, \mu' = \frac{\mu}{w_f}$$

여기에서, k' 와 μ' 는 지수 n 과 크기를 같게 하기 위하여 조절상수 w_f 로 조정된 변수이다. 이와 같이 변수를 변형하면 고려하는 각 변수의 크기(order of magnitude)가 서로 비슷하여 해를 구하는데 용이하다. 위와 같이 정의된 모델을 이용하여 복원된 충격력을 고려하자. 충격력 $F(t)$ 는 알고 있으므로 다음과 같은 오차를 정의한다.

$$\begin{aligned} \text{Error} = E = & \sum_{\text{Phase1}} (\log(F(t)) - \log(w_f) \\ & - \log(p_1 + p_2\delta(t)) - p_3\log(\delta(t)))^2 \\ & + \sum_{\text{Phase2}} \left(\log(F(t)) - \log(w_f) \right. \\ & \left. - \log(F_{\max}) - p_4\log\left(\frac{\delta(t) - \delta_0}{\delta_{\max} - \delta_0}\right) \right)^2 \end{aligned} \quad (3.5)$$

각 변수에 대한 오차의 미분 기울기를 구하면 다음과 같으므로

$$\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial p_1} = & -2 \sum_{\text{Phase1}} (\log(F(t)) - \log(w_f) \\ & - \log(p_1 + p_2\delta(t)) \\ & - p_3\log(\delta(t))) \frac{1}{p_1 + p_2\delta(t)} \\ \frac{\partial E}{\partial p_2} = & -2 \sum_{\text{Phase1}} (\log(F(t)) - \log(w_f) \\ & - \log(p_1 + p_2\delta(t)) \\ & - p_3\log(\delta(t))) \frac{\delta(t)}{p_1 + p_2\delta(t)} \\ \frac{\partial E}{\partial p_3} = & -2 \sum_{\text{Phase1}} (\log(F(t)) - \log(w_f) \\ & - \log(p_1 + p_2\delta(t)) \\ & - p_3\log(\delta(t))) \frac{\log(\delta(t))}{p_1 + p_2\delta(t)} \\ \frac{\partial E}{\partial p_4} = & -2 \sum_{\text{Phase2}} \left(\log(F(t)) - \log(w_f) \right. \\ & \left. - \log(F_{\max}) - p_4\log\left(\frac{\delta(t) - \delta_0}{\delta_{\max} - \delta_0}\right) \right) \\ & \times \log\left(\frac{\delta(t) - \delta_0}{\delta_{\max} - \delta_0}\right) \end{aligned} \quad (3.6)$$

이를 이용하여 정의된 오차(식3.5)를 최소화하는 변수를 구할 수 있다.

충격력 $F(t)$ 를 알고 있으므로, 이를 이용하여 시간적분을 수행하는 각 시간스텝마다 오차 및 민

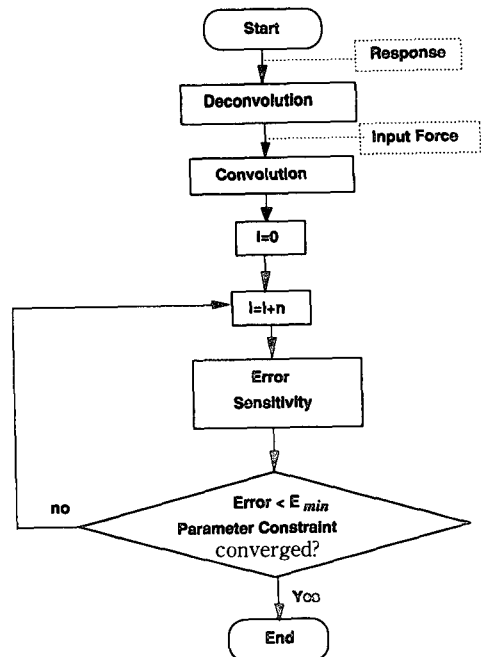


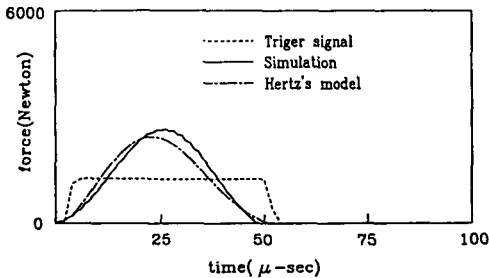
Fig. 2 Flow chart

감도(sensitivity)를 알 수 있으므로 최적의 해를 구할 수 있다. (Fig. 2)

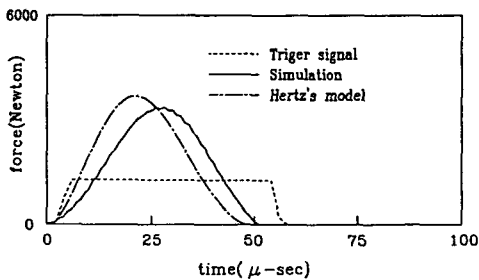
4. 실험 및 결과

앞 절에서 서술한 방법은 충격해머를 이용한 충격실험을 통하여 측정된 스트레인 신호, 즉 출력과 충격응답함수를 이용하여 입력을 복원하고, 이 결과를 충격해머로 측정된 신호, 즉 실제입력과 비교하여 그 결과를 비교함으로써 그 타당성을 검증하였고, ⁽⁷⁾ 이러한 방법을 충격해석에서 일반적으로 사용되는 강구의 낙하시험에 대하여 적용해보도록 한다. 직경이 18.9 mm인 강구(steel sphere)를 선

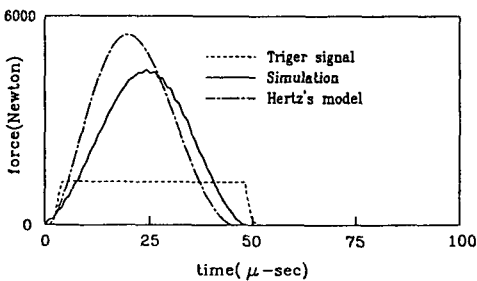
정하여 세 가지 높이(0.25, 0.5, 1.0 m)에서 낙하시험을 수행하여 이때 발생하는 충격력에 관하여 해석한다. 낙하시험은 그 낙하시점과 측정위치와의 관계가 중요하므로, 정확한 낙하위치를 결정해야 한다. 강구의 낙하위치를 정확히 유지할 수 있도록 강구의 낙하경로에 유도관(guide)을 설치하여 실험을 수행하였다. 또한 V자형으로 강구의 양 방향으로 선을 부착하고 측면충격 실험을 하여 낙하시험의 결과의 신뢰도를 검토하였다. 변형률신호는 100 kHz의 저주파 필터를 이용하여 측정하였다. 충격 시작 시간을 알기 위하여 보와 강구가 접촉할때 전류가 흐르도록 회로를 구성하여, 트리거(triger)함으로써 접촉시간, 즉 충격력의 지속시간을 측정한다. 실제로 작용하는 충격력을 측정할 수 없으므로, 복원된 충격력의 지속시간과 측정된 접촉시간을 비교하여, 복원된 충격력의 타당성을 부여한다. 낙하시험 결과를 해석하여 비교하여 보면(Fig. 3), 복원된 충격력의 지속시간과 측정된 접촉시간이 서로 일치함을 알 수 있다. 낙하시험결과를 보면 낙하높이가 증가할수록 충격력은 증가하지만 충격지속시간은 별로 영향을 받지 않는다. 각 경우에 대하여 복원된 충격력을 Hertz 접촉이론으로 구한 충격력과 비교하였다. 결과를 비교하면(Fig. 3), 강구의 낙하높이가 높을수록, 즉 충격력이 증가할수록, 충격력의 최대값은 Hertz 접촉이론으로 구한 결과와 차이를 보인다. 이는 Hertz 접촉이론에서는 접촉하는 물체를 탄성영역에서 해석함으로써, 실제 충격현상에서 나타나는 국부적인 영구변형을 고려하지 못하여 발생하는 결과이다. 또한 충격력의 형상(shape)도 두 결과에서 차이를 볼 수 있다. 그러므로 충격력의 크기 및 충격조건에 따라서는



(a) Drop height = 0.25m



(b) Drop height = 0.5m



(c) Drop height = 1.0m

Fig. 3 Result of ball drop test

Table 1 Identified parameter of impact force model

Drop height	Parameter		
	k	n	n'
0.25 m	1.112	1.52	1.22
0.5 m	0.828	1.54	1.33
1.0 m	0.702	1.53	1.36

k : Relative to the parameter of Hertz's model

n : Exponent of phase1 (loading curve)

n' : Exponent of phase2 (loading curve)

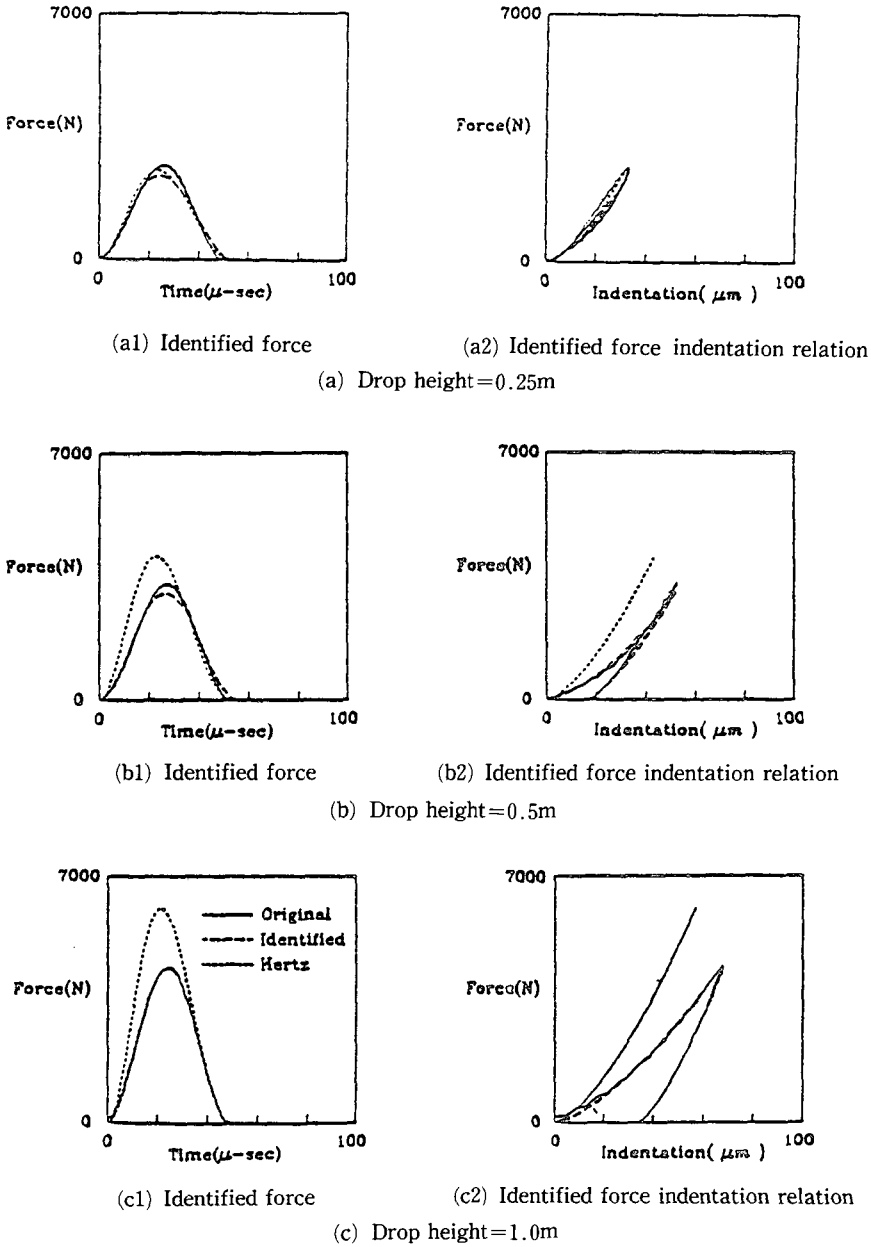


Fig. 4 Result of parameter identification of impact force model

Hertz 모델이 실제와 다른 결과를 보이며, 이러한 경우에는 실험에 근거한 충격력 모델이 필요하다.

앞에서 구한 강구의 낙하시험 결과를 이용하여 충격력 모델의 변수를 규명한 결과를 Table 1에 정리하였다. 그리고 복원된 충격력을 이용하여 보 및 강구의 운동방정식에 입력으로 설정하면, 두 시스템을 시간적분하여 자기 변위를 구할 수 있으며

로 변위차이, 즉 간섭량을 구할 수 있다. Fig. 4에 규명된 충격력모델을 이용하여 구한 충격력과 복원된 충격력 및 Hertz 모델 결과를 비교하였고, 간섭량과 충격력과의 관계도 나타내었다. 복원한 충격력은, 구하고자 하는 변수를 최적화하여 구한 충격력(Fig. 4에서 identified force)과 거의 일치한다. Table 1의 변수 규명 결과를 보면, 낙하높이가 증

가할수록 충격력 모델의 계수(k)는 감소한다. 그러나 상태 1(phase1)의 형상을 지배하는 지수항(exponent)은 Hertz 모델과 거의 같다. 즉 충격력이 작은 경우에는 Hertz 모델이 타당한 결과를 보이지만, 충격력이 증가할수록 상태 1(phase1)에서의 계수(k)는 수정되어야 할 것이다. 상태 2(phase2)에서 지수항(exponent)은 앞 절에서 논의된 바와 같이 상태 1(phase1)의 값과 다르게 됨을 알 수 있다. 위의 결과를 보면, 충격초기 즉 상태 1(phase1)에서 지수항은 Hertz 모델과 같이 1.5가 타당하며 계수(k)는 재질 및 형상의 함수이며 또한 충격력, 즉 충격 초기속도에 관련되므로 이 조건에 따라 각기 모형화하여야 한다 충격후기 즉 상태 2(phase2)에서는 지수항이 Hertz 모델의 경우보다 작게(1.2~1.3) 모형화되어야 한다.

참고문헌

(1) Cawley, P. and Clayton, D. L. R. 1987, "A Vibration Technique for the Measurement of Contact Stiffness," *MSSP*, Vol. 1, No. 3, pp. 273~283.
 (2) Willis, J. R., 1966, "Hertzian Contact of Anisotropic Bodies," *J. Mech. Soilds*, Vol. 14, pp. 163~176.
 (3) Yamamoto, S., Sato, K. and Koseki, H., 1990, "A Study on Lateral Impact of Timoshenko Beam," *Computational Mech.*, Vol. 6, pp. 101

~108.

(4) Doyle, J. F. and Kamle, S., 1985, "An Experimental Study of the Reflection and Transmission of Flexural Waves at Discontinuities," *J. of Applied Mechanics, ASME*, Vol. 52, pp. 669~673.
 (5) McGhie, R. D., 1990, "Flexural Wave Motion in Infinite Beam," *ASCE, J. of Eng. Mech.*, pp. 531~548.
 (6) Kelly, J. M., 1967 "The Impact of a Mass on a Beam," *Int. J. Solids Structures*, Vol. 3, pp. 191~196.
 (7) Park, H. S. and Park, Y. S., 1994, "Transient Responses of an Impacted Beam and Indirect Impact Force Identification Using Strain Measurements," *Shock and Vibration*, Vol. 1, No. 3, pp. 267~278.

부 록

$$\phi_2(\rho) = \frac{\rho^2 + \frac{\rho}{\chi+1} \sqrt{4\chi\rho^2 + (\chi-1)^2 a^2}}{2}$$

$$\phi_3(\rho) = \frac{-\rho^2 + \frac{\rho}{\chi+1} \sqrt{4\chi\rho^2 + (\chi-1)^2 a^2}}{2}$$

$$\phi_4(\rho) = \sqrt{\left(\frac{\chi-1}{\chi+1}\right) \phi_5(\rho) \rho - \rho^2}$$

$$\phi_5(\rho) = \sqrt{a^2 + \rho^2}$$