

〈論 文〉

등가연속체 Beam-Rod 모델을 이용한 항공기 날개의 공력탄성 해석

이우식* · 이 항**
(1994년 4월 2일 접수)

Aeroelastic Analyses of Aircraft Wing by Using Equivalent Continuum Beam-Rod Model

Usik Lee and Hang Lee

Key Words : Aeroelasticity(공력탄성학), Continuum Model(연속체 모델), Aircraft Wing(항공기 날개), Beam-Rod(빔-로드), Flutter(플러터), Divergence(다이버전스)

Abstract

It may be inefficient to conduct the aeroelastic analysis by using full-scale conventional finite-element analyses or experiments, from the initial design phase, for an aircraft wing which can be considered as the discontinuum complex structure with composite laminated skins. In this paper, therefore more efficient aeroelastic analysis has been conducted for a box-beam typed aircraft wing by using the equivalent continuum beam-rod model which is derived from the concept of energy equivalence. Equivalent structural properties of the continuum beam-rod model are obtained from the direct comparison of the finite-element matrices of continuum beam-rod model with those of box-beam typed aircraft wing. Numerical results by the continuum beam-rod model approach are compared with those by the conventional finite-element analysis approach to show that the continuum beam-rod model proposed herein is quite satisfactory as a simplified model of aircraft wing structure for aeroelastic analyses.

1. 서 론

비연속체 구조물을 등가연속체 구조물(equivalent continuum structure)로 변환시키는 과정을 연속체 모델링(continuum modeling)이라 한다. 연속체 모델링을 통해 기존의 잘 알려진 편미분방정식 형태의 구조동역학 방정식과 해법을 등가연속체 모델에 쉽게 응용할 수 있으므로 구조동역학 해석에 시간적, 경제적 효율성을 크게 향상시킬 수 있는 장점

이 있다. 또한, 항공기 날개와 같이 규모가 크고 복잡한 비연속체 구조물에 대한 구조동역학 해석을 위해서 직접적인 실험이나 유한요소법과 같은 해석 방법이 널리 사용되고 있으나, 실제 초기단계에서부터 완벽한 실험이나 대규모의 유한요소해석을 수행하는 것은 비효율적이고 비경제적일 수 있다. 따라서, 복잡한 비연속체 복합구조물을 하나의 단순한 등가연속체 구조물로 모델링하기 위한 연구가 여러 분야에서 꾸준히 이루어지고 있다.

대형 우주구조물의 경우 수많은 부재가 일정한 주기성을 갖도록 조립하는 것이 여러가지 측면에서 유리하다. 따라서, 주기성을 갖도록 조립된 대형

*정회원, 인하대학교 기계공학과

**인하대학교 대학원 기계공학과

격자구조물을 단순한 등가연속체로 모델링하여 구조동력학 해석을 수행하기 위한 연구가 Noor et al.,⁽¹⁾ Nayfeh와 Hefzy,⁽²⁾ Lee 등^(3,4)에 의해 이루어져 왔다. 항공기 날개나 헬리콥터 블레이드와 같은 구조물의 경우 뚜렷한 주기성은 없으나 구조물의 세장비가 크기때문에 이들을 단순화된 등가 빔 (beam)이나 평판(plate)으로 모델링하기 위한 연구가 헬리콥터공학 분야와 항공공학 분야에서 이루어져 왔다. 헬리콥터 블레이드가 복잡한 단면형상을 갖거나 박판셀(thin shell)로 이루어진 경우 구조물 단면의 뒤틀림(warping)현상을 고려한 단순화된 1차원 빔 모델을 Mansfield와 Sobey,⁽⁵⁾ Rehfield,⁽⁶⁾ Bauchau,⁽⁷⁾ Smith와 Chopra 등⁽⁸⁾이 개발해 왔다. 이들은 단순화된 빔 모델을 유도하는 과정에서 상당히 복잡한 이론전개가 포함되어 있으며 사용된 이론전개가 특정조건에서만 적용되기 때문에 단면형상이 변화할 경우 새로운 유도과정의 개발이 불가피하다. 항공기 날개의 경우 Giles^(9,10)가 복합재료로 구성된 상자형 항공기 날개를 굽힘모드와 인장모드를 고려하여 단순화된 등가평판으로 모델링하였으며, Kapania와 Castel⁽¹¹⁾은 임의의 단면형상을 갖는 항공기 날개를 1차원 유한요소 모델로 표현하였다. 항공기 날개와 헬리콥터 블레이드 분야에서 이루어진 기존의 연구에서 제시된 대부분의 모델링 기법은 모델링 과정에서 과도한 수학적 유도과정이 필요하거나 정적인 문제에 국한되어 있으며 등가구조물에 대한 굽힘, 비틀림, 전단구조강성계수(EI, GJ, GA)가 아닌 일반화된 탄성계수나 유한요소 강성계수만을 제시함으로써 등가구조물에 대한 편미분방정식 형태의 구조동력학 방정식을 직접적으로 제공하지 못하고 있다. 이러한 문제점을 극복하기 위하여 최근에는 복합재료 스킨(skin)을 갖는 항공기 날개를 등가연속체 빔-로드(beam-rod) 모델로 표현함으로써 항공기 날개에서 가장 중요한 굽힘진동모드와 비틀림진동모드를 동시에 고려할 수 있는 보다 간편한 모델링 기법이 본 연구자⁽¹²⁾에 의해 제시되었다.

본 논문에서는 본 연구자⁽¹²⁾가 제시한 연속체 모델링기법을 상자형-빔(box-beam) 형태의 항공기 날개에 적용하여 항공기 날개를 구조역학적으로 동등한 등가연속체 빔-로드로 모델링한 후 유도된 등가연속체 빔-로드 모델을 이용한 공력탄성해석을 수행하였다. 등가연속체 빔-로드 모델을 이용한 공력탄성 해석결과를 상자형-빔 형태의 항공기 날개

에 유한요소법을 직접 적용하여 얻은 결과와 비교, 검토함으로써 등가연속체 빔-로드 모델의 공력탄성 해석에의 응용성을 확인하였다.

2. 등가연속체 빔-로드 모델의 유도

본 장에서는 공력탄성해석에서 사용될 등가연속체 빔-로드 모델을 유도하기 위한 과정을 참고문헌(12)에 근거하여 간략히 소개한다. 등가연속체 모델링은 실제구조물(즉, 항공기 날개)과 등가연속체 구조물(빔-로드 모델) 사이의 에너지 동등개념^(1~4)에 기초하였으며 실제구조물과 등가연속체 모델에 저장되는 운동에너지와 탄성변형에너지는 기존의 유한요소 모델링과정을 역으로 이용하여 유한요소 강성행렬과 질량행렬로써 표현하였다.

2.1 항공기 날개에 대한 유한요소 강성 및 질량행렬

Fig. 1과 같이 일반적인 형태의 항공기 날개에서 가장 중요한 진동모드는 굽힘과 비틀림변형 및 전단변형에 의한 진동모드이므로, 항공기 날개의 단위 유한요소가 갖는 운동에너지 T 와 탄성변형에너지 V 는 잘 알려진 유한요소 모델링과정을 통해 이들 진동모드를 고려한 유한요소 강성 및 질량행렬의 함수로 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$T = \frac{1}{2} \{\dot{q}\}^T [M_w] \{\dot{q}\}$$

$$V = \frac{1}{2} \{q\}^T [K_w] \{q\} \quad (1)$$

여기서, $\{q\}$ 는 연속체 자유도⁽¹²⁾로서 이들은 항공기 날개의 단위 유한요소의 양쪽 단면상의 X -축에서

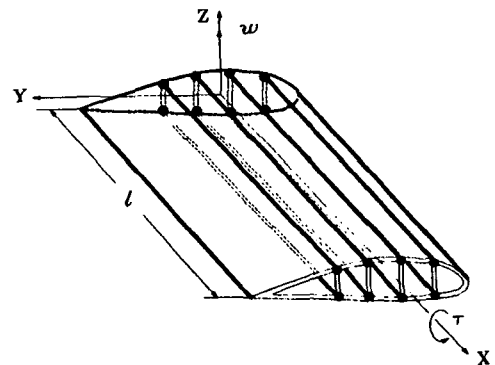


Fig. 1 The geometry of a typical segment of aircraft wing

의 변위값으로 정의하였으며 다음과 같다.

$$\{q\} = \{w_{b1}, \theta_{b1}, w_{s1}, \theta_{s1}, \tau_1, \tau_1', w_{b2}, \theta_{b2}, w_{s2}, \theta_{s2}, \tau_2, \tau_2'\}^T \quad (2)$$

식(2)에서 w_b, w_s 는 굽힘과 전단변형으로 인한 변위이며 $\theta_b = dw_b/dx$ 이고 τ 는 비틀림각을 의미한다. ()'는 x 에 대한 도함수 d/dx 이다. 식(1)에서 주어지는 유한요소 강성 및 질량행렬 $[K_w]$ 와 $[M_w]$ 은 참고문헌 (11)에서 제시한 수치계산과정이나 기존의 잘 알려진 유한요소해석 소프트웨어를 활용하여 얻을 수 있다.

2.2 등가연속체 빔-로드 모델에 대한 유한요소 강성 및 질량행렬

항공기 날개를 굽힘, 비틀림 및 전단변형과 이들 변위간의 연계성을 동시에 고려한 등가연속체 빔-로드로 모델링하기 위해 Fig. 2에 나타낸 등가 구조물성치와 단위 유한요소의 자유도를 이용해 단위 유한요소에 대한 운동에너지와 탄성변형에너지를 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$T = \frac{1}{2} \{\dot{q}\}^T [M_e] \{\dot{q}\}$$

$$V = \frac{1}{2} \{q\}^T [K_e] \{q\} \quad (3)$$

여기서, $[K_e]$ 와 $[M_e]$ 는 등가연속체 빔-로드의 단위 유한요소에 대한 강성 및 질량행렬로써 Fig. 2에 나타낸 등가 구조물성치의 함수로 표현된다.

2.3 등가 구조물성치의 계산

식(1)과 식(3)에 주어지는 강성 및 질량행렬을 에너지 동등개념에 따라 같게 놓을 수 있으나, 이 경우 구하고자 하는 등가 구조물성치의 개수보다 훨씬 많은 관계식을 초래하게 된다. 따라서, 참고문헌 (3)에서 제시한 방법에 따라 식(1)과 식(3)의 강

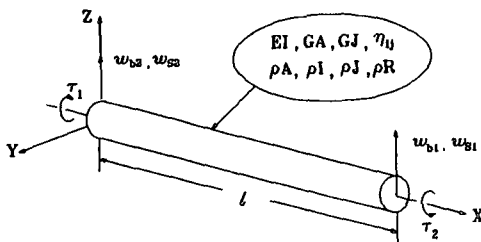


Fig. 2 Finite-element of the equivalent continuum beam-rod model

Table 1 Reduced finite-element matrices of continuum beam-rod model

(a) Reduced stiffness matrix $[\bar{K}_e]$

$\frac{12a_{11}}{l^3}$	0	0	$-\frac{a_{12}}{l}$	0	$-\frac{a_{13}}{l}$
	$\frac{a_{11}}{l}$	$\frac{a_{12}}{l}$	0	$\frac{a_{13}}{l}$	0
		$\frac{6a_{22}}{5l}$	0	$\frac{6a_{22}}{5l}$	0
			$\frac{a_{22}l}{12}$	0	$\frac{a_{23}l}{12}$
				$\frac{6a_{33}}{5l}$	0
Symmetryic					$\frac{a_{33}l}{12}$

(B) Reduced mass matrix $[\bar{M}_e]$

$\frac{\rho Al}{3}$	0	$\frac{\rho Al}{3}$	0	$-\frac{\rho Rl}{3}$	0
	$\frac{Al}{630}$	0	$\frac{\rho Al^3}{630}$	0	$-\frac{\rho Rl^3}{630}$
		$\frac{\rho Al}{3}$	0	$-\frac{\rho Rl}{3}$	0
			$\frac{\rho Al^3}{630}$	0	$-\frac{\rho Rl^3}{630}$
				$\frac{\rho Jl}{3}$	0
Symmetryic					$\frac{\rho Jl^3}{630}$

성 및 질량행렬로부터 축소 강성 및 질량행렬, 즉 $[\bar{K}]$, $[\bar{M}]$ 를 유도한 후 다음의 등식을 이용해 등가 구조물성치를 근사적으로 구할 수 있다.

$$[\bar{K}_w] = [\bar{K}_e], [\bar{M}_w] = [\bar{M}_e] \quad (4)$$

등가연속체 빔-로드에 대한 축소행렬 $[\bar{K}_e]$ 와 $[\bar{M}_e]$ 는 Table 1에 나타내었다. Table 1의 $[\bar{K}_e]$ 에 나타나는 $a_{ij}(i, j=1, 2, 3)$ 는 참고문헌 (12)에 정의하여 제시되어 있다.

3. 공력탄성 해석

항공기가 비행할 때 항공기 날개는 공기력

(aerodynamic force)을 받게 된다. 항공기 날개에 작용되는 공기력은 항공기의 진행방향(즉, 공기의 흐름방향)과 항공기 날개가 이루는 각도, 즉 받음각(angle of attack)의 크기에 좌우된다. 항공기의 비행속도(U)가 클수록 날개에 분포되어 작용하는 공기압력에 의한 양력(aerodynamic lift force) L_a 와 공력모멘트(aerodynamic moment) M_a 가 커진다. 그 결과 항공기 날개는 굽힘진동과 비틀림진동을 일으키며 공기흐름 방향에 대한 상대적 받음각의 크기가 증가하게 된다. 받음각의 증가는 보다 큰 공력모멘트를 유발함으로써 항공기 날개의 비틀림진동이 급속히 커져 파괴에 이르게 된다. 이와 같이 공기력에 의해 항공기 날개의 탄성변형이 정적 또는 동적으로 급속히 불안정한 상태에 이르는 것을 다이버전스(divergence) 또는 플러터(flutter) 현상이라 하며 이러한 현상이 발생하게 되는 임계 비행속도를 다이버전스속도, 플러터속도라 한다. 공기력의 작용에 의해 발생하는 구조물의 다이버전스현상 및 플러터현상과 같은 공력탄성현상을 다루는 분야가 공력탄성학(aeroelasticity)이며 참고문헌(13, 14) 등에 잘 소개되어 있다.

3.1 공기력 모델

항공기 날개에 분포하중으로 작용하는 공기압력을 Fig. 3에 보인 바와 같이 공력중심(AC: aerodynamic center)에 작용하는 스패น(span)방향의 단위 길이당 양력 L_a 와 공력모멘트 M_a 로써 나타낼 수 있다. Fig. 3에서 a 와 a_c 는 시위중심(midshord)에서 탄성축(EA: elastic axis) 싸지와 앞전(leading edge)에서 공력중심까지의 무차원 거리이며 $2b_a$ 는 시위길이(chord length)이다. 본 연구에서는 공력탄성해석을 위해 modified strip 공기역학이론⁽¹⁵⁾을 이용하였다. 공력중심에 작용하는 양력과 공력모멘

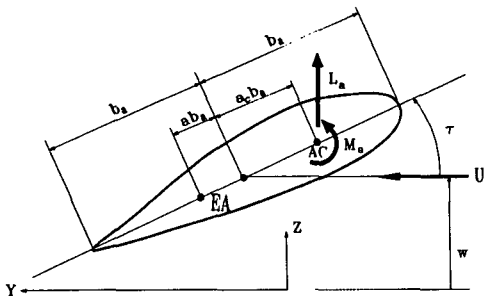


Fig. 3 Airfoil geometry and aerodynamic loads

트는 조화함수로 진동하는 항공기 날개의 굽힘변형과 비틀림변형에 연계하여 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$L_a = \rho_a \omega^2 [L_w w + L_\tau \tau + L_\theta \theta + L_{\tau'} \tau']$$

$$M_a = \rho_a \omega^2 [M_w w + M_\tau \tau + M_\theta \theta + M_{\tau'} \tau'] \quad (5)$$

여기서, ρ_a 는 공기의 밀도이며 ω 는 항공기 날개의 진동주파수이다. 식(5)의 괄호안에 있는 각각의 공기역학계수(aerodynamic coefficient)는 다음과 같이 주어진다.

$$L_w = \pi b_a^2 - i C_{l_a} b_r b_a \bar{C}(k_n)$$

$$L_\tau = \pi b_a^2 b_a a + i \pi b_r b_a^2 [1/k_n + (\bar{C}_{l_a} + a_c - a) 2 \bar{C}_{l_a} \bar{C}(k_n)] + C_{l_a} b_a^2 \bar{C}(k_n) / k_n$$

$$L_\theta = [-b_r^2 b_a C_{l_a} \bar{C}(k_n) - i \pi b_r b_a^2] \tan \Lambda / k_n$$

$$L_{\tau'} = [C_{l_a} (\bar{C}_{l_a} + a_c - a) b_r^2 b_a^2 \bar{C}(k_n) - i \pi a b_r^3 b_a] \tan \Lambda / k_n$$

$$M_w = \pi a b_a^2 - i C_{l_a} b_r b_a^2 (a - a_c) \bar{C}(k_n)$$

$$M_\tau = \pi b a^3 (0.125 + a^2) + C_{l_a} b_r b_a^3 (a - a_c) \bar{C}(k_n) / k_n - i 2 \pi b_a^3 / k_n b_r [0.5 - (a - a_c) \bar{C}_{l_a} C(k_n)] [\bar{C}(k_n) + a_c - a]$$

$$M_\theta = [-(a - a_c) C_{l_a} b_r^2 b_a^2 \bar{C}(k_n) + i \pi a b_r b_a^2] \tan \Lambda / k_n$$

$$M_{\tau'} = -\pi [i (0.125 + a^2) b_r^3 b_a^2 + a b_r^2 b_a^3 / k_n + [1 - (a - a_c) \bar{C}_{l_a} C(k_n)] (\bar{C}_{l_a} + a_c - a) b_r^3 b_a^2 / k_n] \tan \Lambda / k_n \quad (6)$$

여기서,

$$\bar{C}(k_n) = \frac{C(k_n)}{k_n}$$

$$\bar{C}_{l_a} = \frac{C_{l_a}}{2\pi} \quad (7)$$

식(6)과 식(7)에서 k_n 은 무차원화된 축소진동수(reduced frequency; $\omega b / U$)이며, b_a 는 에어포일의 반시위를 나타내고, b_r 는 기준점에서의 에어포일의 반시위를 나타낸다. 또한 Λ 는 날개의 후퇴각을 나타내며 C_{l_a} 는 양력기울기이고, $C(k_n)$ 은 theodorsen's circulation 함수로서 다음의 식으로 주어진다.

$$C(k_n) = \frac{(1 + 10.61 i k_n b_a)(1 + 1.774 i k_n b_a)}{(1 + 13.51 i k_n b_a)(1 + 2.745 i k_n b_a)} \quad (8)$$

3.2 공력탄성 운동방정식

등가연속체 빔-로드(Fig. 2)로 모델링된 항공기 날개에 Fig. 3에 나타난 공기력이 작용한다. 등가연속체 빔-로드의 공력탄성 운동방정식을 얻기 위

해 다음의 해밀톤의 원리(Hamilton principle)을 이용한다.

$$\int_{t_1}^{t_2} (\delta T - \delta V + \delta W) dt = 0 \quad (9)$$

윗 식에서 δT 와 δV 는 등가연속체 빔-로드에 대한 운동 및 탄성변형에너지의 변분이며 δW 는 공기력에 의한 비보존 가상일로서 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \delta T &= \int_0^l (\rho I \dot{\theta}_b \delta \dot{\theta}_b + \rho A \dot{w} \delta \dot{w} + \rho J \dot{\tau} \delta \dot{\tau} \\ &\quad + \rho R \dot{\tau} \delta \dot{w} + \rho R \dot{w} \delta \dot{\tau}) dx \\ \delta V &= \int_0^l [EI \delta \left(\frac{\partial \theta_b}{\partial x} \right)^2 + GA \delta \left(\frac{\partial w_s}{\partial x} \right)^2 \\ &\quad + GJ \delta \left(\frac{\partial \tau}{\partial x} \right)^2] dx \\ \delta W &= \int_0^l L_a \delta w dx + \int_0^l M_a \delta \tau dx \end{aligned} \quad (10)$$

여기서,

$$\begin{aligned} \rho A &= \iint \rho dz dy \\ \rho I &= \iint \rho z^2 dz dy \\ \rho J &= \iint \rho (y^2 + z^2) dz dy \\ \rho R &= \iint \rho y dz dy \end{aligned} \quad (11)$$

식(10)와 (11)을 식(9)에 대입하여 등가연속체 빔-로드의 운동방정식을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\frac{d}{dx} \begin{Bmatrix} M \\ Q \\ T \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho I & 0 & 0 \\ 0 & \rho A & -\rho R \\ 0 & -\rho R & \rho J \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\theta}_b \\ \ddot{w} \\ \ddot{\tau} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} Q \\ L_a \\ M_a \end{Bmatrix} \quad (12)$$

여기서, 굽힘모멘트(bending moment) M , 전단력(shear force) Q , 비틀림모멘트(torque) T 와 변위간의 관계식은 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{Bmatrix} M \\ Q \\ T \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} EI & \eta_{12} & \eta_{13} \\ \eta_{12} & GA & \eta_{23} \\ \eta_{13} & \eta_{23} & GJ \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta'_b \\ w' - \theta_b \\ \tau' \end{Bmatrix} \quad (13)$$

식(13)에 나타난 등가연속체 빔-로드의 등가 구조물성치는 등가연속체 모델링과정에서 유도되어 제공된다.

3.3 공력탄성 해석

플러터속도와 다이버전스속도를 구하기 위한 공

력탄성 해석방법에는 V-g방법을 포함해 여러가지 방법^(13,14)이 있으나 본 연구에서는 직접적인 해석법(direct method)을 이용하고자 한다. 이를 위해 식(12)의 해를 다음과 같이 조화해로 가정한다.

$$\begin{Bmatrix} \theta_b \\ w \\ \tau \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Theta_b \\ W \\ T \end{Bmatrix} e^{\alpha x} e^{i\omega t} \quad (14)$$

식(13)에서 ω 는 일반적으로 복소수로서 다음과 같이 실수부(ω_R)와 허수부(ω_I)로 나누어 표현할 수 있다.

$$\omega = \omega_R + i\omega_I \quad (15)$$

식(13)과 (14)를 식(12)에 대입하여 정리하면 다음과 같은 고유치문제를 얻게 된다.

$$\begin{bmatrix} A11 & A12 & A13 \\ A21 & A22 & A23 \\ A31 & A32 & A33 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Theta_b \\ W \\ T \end{Bmatrix} = \{0\} \quad (16)$$

식(16)에서 행렬의 각 성분은 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} A11 &= EI\alpha^2 - GA + \rho I\omega^2 \\ A12 &= \eta_{12}\alpha^2 + GA \\ A13 &= \eta_{13}\alpha^2 + \eta_{23}\alpha \\ A21 &= \eta_{12}\alpha^2 - GA \\ A22 &= GA\alpha^2 + \rho A\omega^2 + \rho_a\omega^2(L_w + \alpha L_\theta) \\ A23 &= \eta_{23}\alpha^2 - \rho R\omega^2 + \rho_a\omega^2(L_\tau + \alpha L_\tau') \\ A31 &= \eta_{13}\alpha^2 - \eta_{23}\alpha \\ A32 &= \eta_{23}\alpha^2 - \rho R\omega^2 + \rho_a\omega^2(M_w + \alpha M_\theta) \\ A33 &= GJ\alpha^2 + \rho J\omega^2 + \rho_a\omega^2(M_\tau + \alpha M_\tau') \end{aligned} \quad (17)$$

식(16)이 유용해(non-trivial solution)를 갖기 위한 조건으로부터 α 에 대한 6차방정식 $\Delta(\alpha)=0$ 을 얻을 수 있다. 이 식으로부터 임의의 주파수 ω 에 대해 6개의 특성치 α_k 와 이에 해당하는 6개의 모드 벡터 $\{\Theta_b, W, T\}_k$ 를 구할 수 있으며 이들을 이용해 일반해는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} \theta_b \\ w \\ \tau \end{Bmatrix} = \sum_{k=1}^6 b_k \begin{Bmatrix} \Theta_b \\ W \\ T \end{Bmatrix}_k e^{\alpha_k x} e^{i\omega t} \quad (18)$$

여기서, b_k 는 경계조건을 만족하도록 결정되는 상수이며 항공기 날개와 같은 외팔보의 경우의 경계 조건은 다음과 같다.

$$\text{자유단 : } \{M, Q, T\}^T = \{0\}$$

$$\text{고정단} : \{\theta_b, w, \tau\}^T = \{0\} \quad (19)$$

식(13)과 (18)를 경계조건식 (19)에 적용하여 다음과 같은 형태의 연립제차 대수방정식을 얻는다.

$$[B(\omega)]\{b\} = \{0\} \quad (20)$$

식(20)이 유용해를 갖기 위한 조건으로부터 다음과 같은 특성방정식을 얻을 수 있다.

$$|B(\omega; k_n)| = \{0\} \quad (21)$$

공력탄성 불안정현상, 즉 다이버전스와 플러터현상이 발생하기 시작하는 공력탄성 진동수(aeroelastic frequency) ω_a 와 축소진동수 k_{na} 는 반복계산법에 의해 식(21)을 만족시키는 ω 와 k_n 을 찾음으로써 계산할 수 있다. 식(14)과 (15)를 살펴보면, ω_i 는 계의 안정성 여부에 대한 기준이 되고 ω_R 은 계의 동적특성을 나타낸다. 다이버전스가 발생할 조건은 $\omega_i = 0$, $\omega_R = 0$ 이다. 그러나 계산과정에서 $\omega_R = 0$ 일 경우 식(6)의 공기력 항들이 무한대의 값을 갖게 되기 때문에 실제 계산이 어렵게 된다. 따라서 실제 계산과정에서는 축소진동수를 아주 작은 값(즉 $k_n \approx 0$)으로 택하여 수행한다. 이와 같이 아주 작은 축소진동수에 대해 식(21)을 만족시키는 여러개의 ω_a 값 중 가장 작은 값을 택하여 이로부터 다이버전스속도를 구할 수 있다. 한편, 플러터속도는 $\omega_i < 0$ 일 때 발생하며 그 임계값은 $\omega_i = 0$ 일 때 주어진다. 우선 새개의 매개변수 k_n, ω, α 중 축소진동

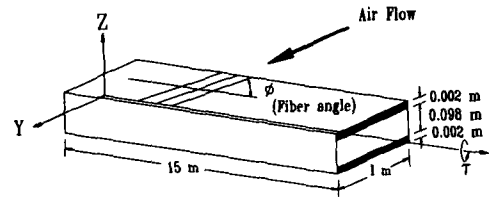


Fig. 4 Rectangular box-beam typed aircraft wing model

수 k_n 를 먼저 가정하여 매개변수를 두개로 줄인 후 주파수 ω 의 값을 증가시켜가면서 값을 구하여, $[B(\omega)]$ 의 실수부와 허수부가 식(21)을 동시에 만족시킬 때의 k_n 과 ω 값을 k_{na} 과 ω_a 값으로 정하고 이들로부터 플러터속도를 구한다. 축소진동수를 변화시켜가면서 여러개의 플러터속도를 얻을 수가 있는데 우리의 관심을 끄는 것은 이들 중 가장 작은 값으로서, 이 값이 바로 우리가 찾는 플러터속도가 된다.

3.4 수치해석 및 검토

본 연구에서는 예제로서 Fig. 4의 상자형-빔 형태의 항공기 날개를 등가연속체 빔-로드로 모델링하였다. 상자형-빔 형태의 항공기 날개에 대한 기하학적 데이터는 Fig. 4에 나타내었으며 사용된 복합재료 스킨의 물성치는 $E_1 = 6.9 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$, $E_2 = 5.0 \times 10^9 \text{ N/m}^2$, $\nu_{12} = 0.3$, $G_{12} = 1.5 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$,

Table 2 Structural properties of equivalent continuum beam-rod model

Equivalent structural properties	Fiber angle(ϕ)		
	0°	30°	60°
EI [$\times 10^6 \text{ N-m}^2$]	0.6901	0.4449	0.1517
GA [$\times 10^6 \text{ N}$]	49.998	49.998	49.998
GJ [$\times 10^6 \text{ N-m}^2$]	0.6001	0.3295	0.4283
η_{12} [$\times 10^6 \text{ N-m}$]	0.0000	0.0000	0.0000
η_{13} [$\times 10^6 \text{ N-m}^2$]	0.0000	0.1352	0.1155
η_{23} [$\times 10^6 \text{ N-m}$]	0.0000	0.0000	0.0000
ρl [Kg-m]	0.9305	0.9305	0.9305
ρA [Kg/m]	10.840	10.840	10.840
ρJ [Kg-m]	0.0271	0.0271	0.0271
ρR [Kg]	0.0000	0.0000	0.0000

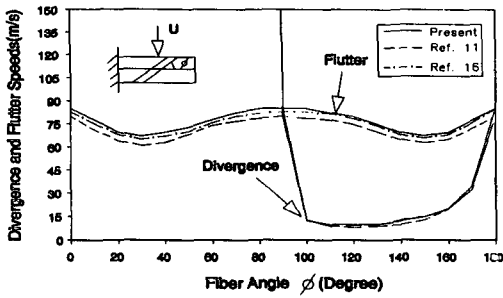


Fig. 5 Comparison of the divergence and flutter speeds of swept wing

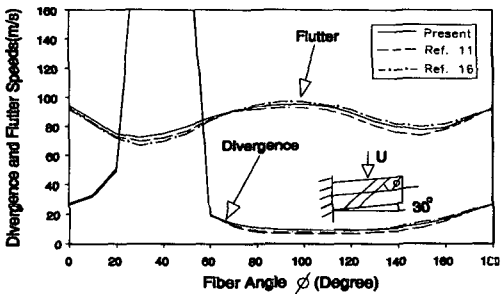


Fig. 6 Comparison of the divergence and flutter speeds of a 30° sweptforward wing

$\rho=2.71 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ 이다. 등가연속체 빔-로드에 대한 등가 구조물성치는 Table 2에 나타내었다.⁽¹²⁾ 상하대칭으로 구성된 복합재료 스킨의 강화섬유의 방향(ϕ)에 따라 굽힘변형과 비틀림변형간의 연계를 나타내는 구조강성계수 η_{13} 값이 나타남을 확인할 수 있다. 등가연속체 빔-로드에 대한 공력탄성해석의 결과를 상자형-빔 형태의 항공기 날개에 유한요소법을 직접 적용하여 구한 해석결과^(11,16)와 비교하여 Fig. 5와 Fig. 6에 나타내었다. Fig. 5는 항공기 날개가 공기의 흐름방향과 수직인 경우(unswept wing)에 대한 해석결과를 나타내며 Fig. 6은 항공기 날개가 비행방향 쪽으로 30°의 각도를 이루고 있는 경우(sweptforward wing)에 대한 해석결과를 나타낸다. 이들 결과로부터 등가연속체 모델을 이용한 공력탄성 해석은 기존의 유한요소해석 방법에 의한 공력탄성 해석과 비교해 거의 유사한 결과를 얻을 수 있다.

4. 결 론

상자형-빔 형태의 항공기 날개를 구조동력학적인

로 동등한 등가연속체 빔-로드로 모델링한 후 유도된 모델을 이용해 공력탄성해석을 수행하였다. 공력탄성 해석결과 등가연속체 빔-로드 모델이 기존의 유한요소 모델과 비교해 만족할 만한 결과를 얻을 고찰하였다. 물론, 등가연속체 모델을 유도하는 과정에서 사용하게 되는 유한요소 모델(또는 유한요소해석 코드)의 선택에 따라 등가연속체 모델링 과정 자체의 복잡성과 등가물성치의 정확성이 좌우될 것이다. 설계 초기단계에서부터 항공기 날개 전체를 대상으로 하여 기존의 유한요소해석을 통한 구조해석과 최적화 작업을 수행할 경우 엄청난 컴퓨터용량과 전산시간이 소요될 것이다. 따라서, 항공기날개의 단위유한요소에 국한된 유한요소행렬만을 이용하여 물리적으로 보다 용이하게 구조물의 응답 경향을 파악할 수 있는 등가물성치 사이의 보다 간단한 관계를 이용하여 바람직한 등가물성치가 형성되도록 항공기 구조물의 주요 설계변수를 보다 용이하게 조절할 수 있을 것이다. 따라서 등가연속체모델을 이용한 공력탄성 해석과 최적설계는 특히 항공기 날개의 초기 해석 및 설계단계에서 보다 능률적으로 활용할 수 있으며, 처음부터 끝까지 모든 과정을 완벽한 유한요소해석으로 수행할 경우 요구되는 상당한 컴퓨터 용량과 비효율성을 부분적으로 극복할 수 있는 효율적인 방법의 하나로서 생각된다.

참고문헌

- (1) Noor, A. K., Anderson, M. S. and Green, W. H., 1978, "Continuum Models for Beam and Plate-like Lattice Structures," *AIAA Journal*, Vol. 16, No. 12, pp. 1219~1228.
- (2) Nayfeh, A. H. and Hefzy, M. S., 1981, "Continuum Modeling of the Mechanical and Thermal Behaviour of Discrete Large Structure," *AIAA Journal*, Vol. 19, No. 4, pp. 766~773.
- (3) Lee, U., 1990, "Dynamic Continuum Modeling of Beamlike Space Structures Using Finite-Element Matrices," *AIAA Journal*, Vol. 28, No. 4, pp. 725~731.
- (4) Lee, U., 1993, "Dynamic Continuum Plate Representations of Large Thin Lattice Structures," *AIAA Journal*, Vol. 31, No. 9, pp. 1734~1736.

- (5) Mansfield, W. H. and Sobey, A. J., 1979, "The Fiber Composite Helicopter Blade, Part 1 : Stiffness Properties, Part 2 : Prospects for Aeroelastic Tailoring," *Aeronautical Quarterly*, pp. 413 ~ 449.
- (6) Rehfield, L. W., 1985, "Design Analysis Methodology for Composite Rotor Blade," *AFWAL-TR-85-3094*, pp. (v(a)-1 ~ (v(a)-15).
- (7) Bauchau, O. A., 1985, "A Beam Theory for Anisotropic Material," *ASME Journal of Applied Mechanics*, Vol. 52, pp. 416 ~ 422.
- (8) Smith, E. C. and Chopra, I., 1991, "Formulation and Evaluation of an Analytical Model for Composite Box-Beam," *Journal of American Helicopter Society*, Vol. 36, No. 3, pp. 22 ~ 35.
- (9) Giles, G. L., 1986, "Equivalent Plate Analysis of Aircraft Wing Box Structures with General Planform Geometry," *Journal of Aircraft*, Vol. 23, No. 11, pp. 859 ~ 864.
- (10) Giles, G. L., 1989, "Further Generalization of an Equivalent Plate Representation for Aircraft Structural Analysis," *Journal of Aircraft*, Vol. 26, No. 1, pp. 67 ~ 74.
- (11) Kapania, R. K. and Castel, F., 1990, "A Simple Element for Aeroelastic Analysis of Undamped and Damped Wing," *AIAA Journal*, Vol. 28, No. 2, pp. 329 ~ 337.
- (12) 이우식, 김영수, 1993, "Box-Beam 형상날개의 동적 등가연속체 모델링에 관한 연구," 대한기계학회논문집, 제 17 권, 제 11 호, pp. 2704 ~ 2710.
- (13) Bisplinghoff, R. L. and Ashley, H., 1975, *Principles of Aeroelasticity*, Dover Pub. Inc., New York.
- (14) Dowell, E. H., 1989, *A Modern Course in Aeroelasticity*, Kluwer Academic Publishers, The Netherlands.
- (15) Yates, E. C., Jr., 1958, "Calculation of Flutter Characteristics for Finite-Span Swept or Unswept Wings at Subsonic and Supersonic Speed by a Modified Strip Analysis," *NACA RM L57L10*.
- (16) Bergen, F. D., 1988, "Shape Sensitivity Analysis of Wing Dynamic Aeroelastic Response," M. S. Thesis, Virginia Polytechnic Institute and State University.