

<技術論文>

배기계 진동해석에서의 굴곡부 모델링기법

김윤영* · 이장명** · 김영호** · 김진홍***

(1994년 7월 1일 접수)

The Bend Modelling Technique in the Vibration Analysis of the Exhaust System

Yoon-Young Kim, Chang-Myung Lee, Young-Ho Kim and Jin-Hong Kim

Key Words : Exhaust System(배기관), Pipe Bend(굴곡부), Strain Energy(변형에너지), Flexibility(유연성)

Abstract

When a pipe bend is modelled with straight beam elements, its stiffness, particularly in bending behavior, is overestimated than its true value. In this paper, we propose a simple and practical beam-modelling technique to estimate its stiffness properly. When this technique, based on the strain energy concept, is employed to modify the beam sectional properties of the bend, quite satisfactory results can be obtained. To verify the validity of this method, we apply the present technique to the free vibration analysis of a center pipe with 2 bends, one of the three components of the automobile exhaust system.

1. 서 론

승용차 엔진 진동이 차체에 전달되는 경로는 다양하다. 이러한 여러 경로 중에서 엔진배기계를 통한 진동 전달은, 엔진출력의 증가와 차량의 전륜구동화 추세에 따라 더욱 중요하게 인식되고 있다. 따라서 배기계를 통하여 차체에 전달되는 진동을 최소화하기 위해 많은 노력을 기울이고 있음은 주지의 사실이다.⁽¹⁾

진동전달 저감을 실현시키기 위해서는 배기계의 진동해석을 수행하여 그 거동을 정확히 예측하는 것이 중요한데, 셸이론에 입각한 엄밀 해석이나 셸 등과 같은 구조요소를 사용한 상세 유한요소 해석을 수행해야 할 것이다. 그러나 실제 초기 설계 단계에서 해석 모델의 변경 및 수정을 용이하게 하고

계산시간을 단축하기 위해서는 보, 집중질량, 스프링 등과 같은 간단한 구조요소를 이용하여 모델링하는 것이 바람직하다. 통상적으로는 모델링을 위해 필요한 데이터를 얻을 때 배기계의 형상은 CAD데이터를 이용하고, 물성치는 실험이나 도면을 통해 얻게 된다. 또한 모델링시 발생할 수 있는 질량의 차이는 집중질량을 이용하여 보완한다. 다기관을 제외한 배기계의 구조를 살펴보면, 촉매 전환장치(catalyst converter), 예소음기(pre-silencer) 그리고 머플러(muffler 또는 main silencer)를 포함한 3개의 중공의 얇은 파이프 구조물로 이루어진다.

이러한 파이프 구조는 직선부와 굴곡부로 만들어 지는데 굴곡부를 직선부와 동일하게 보모델링하면 실제의 구조보다 훨씬 낮은 유연성을 갖게 되어, 계산된 고유진동수가 실제값보다 매우 높게 평가된다. 굴곡부의 유연성(flexibility factor)에 대한 평가는 이미 상당히 진척되어 파이프의 형상을 결정하는 변수들(단면의 반경, 굴곡부의 곡률, 두께

*정회원, 서울대학교 기계설계학과

**기아자동차(주) 중앙연구소

***서울대학교 대학원

등)에 따른 값들이 축적되어 있는 실정이다.⁽²⁻⁸⁾ 그러나 이런 논문들의 주요 관심사는 굴곡부의 유연성과 응력집중계수와 관련한 최대 응력평가에 있기 때문에 셀 방정식을 도입하여 복잡한 해석과정을 거쳐야 한다. 따라서 배기계 진동해석과 관련하여 손쉽게 그 결과를 실제 현장에 적용하기에는 많은 제약조건이 따르고 있다. 이런 점에서 비교적 간단하게 상용 유한요소해석 프로그램을 이용하여 굴곡부의 유연성을 구한 경우도 찾아볼 수 있는데⁽⁹⁾ 이 논문에서는 셀 유한요소해석 수행 결과와 오일러보의 해석결과와의 변형량의 비로써 그 유연성을 평가하였다.

본 연구에서는 비교적 간단하여 현장의 엔지니어들이 실제 문제에 손쉽게 적용할 수 있는 굴곡부의 모델링기법을 제시하고자 한다. 본 논문에서는 변형에너지개념을 이용한 굴곡부의 보 모델링기법을 제안하는데, 이 기법을 예소음기(pre-silencer)를 갖는 중앙파이프부재에 대해서 적용한 후 그 결과를 실험과 비교 검토하였다. 이 중앙파이프를 연구대상으로 삼는 이유는 중앙파이프를 모델링할 경우 굴곡부 이외의 모델링이 대체로 평이하여 이 굴곡부가 중앙파이프에 미치는 영향을 쉽게 관찰할 수 있으며 제안된 기법의 타당성을 손쉽게 평가할 수 있기 때문이다.

2. 모델링기법

서론에서도 언급한 바와 같이 굴곡부를 포함한 배기계를 셀 등과 같은 구조요소로 상세 모델링하면 상당히 정확한 결과를 얻을 수 있으나 계산 및 모델링 효율성을 위해 보모델링을 우선적으로 고려하게 된다. 따라서, 본 절에서는 굴곡부를 보로 모델링할 때 그 굴곡부의 유연성을 평가하는 기법을 다음의 Fig. 1에서와 같은 모델을 이용하여 살펴보고자 한다. 특히 실제 해석을 수행하는 엔지니어들이 비교적 손쉽게 사용할 수 있고, 이론적으로 타당한 효율적 기법을 제안하고자 한다.

만약 Fig. 1에 있는 얇은 원형 단면 파이프를 보 요소로 모델링하게 되면 파이프의 모든 단면의 크기가 같으므로 굴곡부를 포함한 모든 보요소의 단면특성치 I_y , I_z , J 는 다음과 같다.

$$I_y = \pi r^3 t, I_z = \pi r^3 t, J = I_z + I_y = 2\pi r^3 t \quad (1)$$

여기서, x , y , z 는 Fig. 1에서처럼 각 단면에 정의

된 국부좌표계이고 I_y , I_z 는 휨강성에 관련된 단면 특성치이며, J 는 비틀림강성에 관련된 단면특성치이다.

실제로 Fig. 1과 같이 휘어진 파이프를 셀로 모델링한 유한요소 진동해석 결과와 보로 모델링한 유한요소 진동해석 결과를 비교해 보면 고유진동수에서 상당히 차이가 남을 알 수 있는데, 그 주원인은 굴곡부위의 곡률에 의해 실제 굴곡부가 단순히 직선보로 가정된 굴곡부위보다 훨씬 더 큰 유연성을 갖게 되기 때문이다.⁽¹⁰⁾ 따라서 Fig. 1과 같은 구조를 단순히 직선보로 가정하면 매우 부정확한 결과를 얻게 되므로 굴곡부의 단면특성치(휨강성, 비틀림강성에 관련된 값)를 적절히 수정해 주어야 하는데, 본 논문에서는 정적하중에 의해 저장되는 변형에너지 개념을 이용하고자 한다. 즉, 상세 셀 모델링에 의해 Fig. 1의 구조에 저장되는 변형에너지와, 통상의 보 모델링에 의해 Fig. 1의 구조에 저장되는 변형에너지가 같도록 굴곡부의 강성값을 수정하고자 한다.

이 과정을 수행하기 위해 먼저 Fig. 1의 파이프를 셀로 상세 모델링한 후 끝단 (B)를 고정하고, 또 다른 단 (A)의 중심에 3방향의 정적모멘트 M_x , M_y , M_z 를(여기서, x , y , z 의 방향은 끝단 (A)에서 설정된 국부좌표계의 방향이다) 가한다. 이에 대한 모델링은 자유단인 (A)의 단면 중심에 한 점 P 를 도입하고, 이 점과 (A) 단면의 셀 원주상에 있는 유한요소 절점을 강체보(rigid bar)로 연결하는데, NASTRAN의 RBE2 요소를 사용하였다. 이때

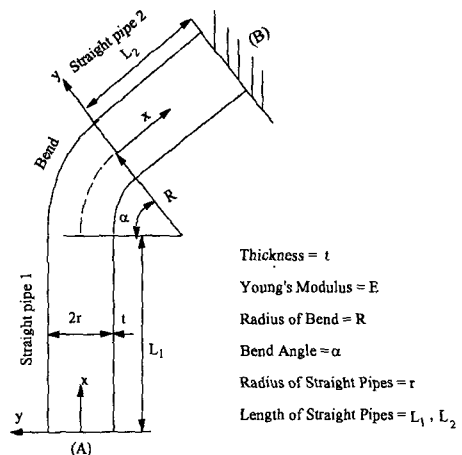


Fig. 1 The geometry of a curved pipe and local coordinates

(A)의 중심점 P에서 모멘트가 가해지는 방향으로의 회전각을 쉘 유한요소해석으로 얻게 되면 이 값으로부터 전체 구조물에 저장된 전체 변형에너지를 구할 수 있다.

실제 수치해석은 NASTRAN을 사용하였고, P에 가해지는 모멘트의 조합이 각각($M_z=M_3, M_x=M_y=0$), ($M_y=M_2, M_x=M_z=0$), ($M_x=M_1, M_y=M_z=0$)인 3경우에 대해 해석을 수행하였다. 먼저 가장 간단한 경우인 ($M_z=M_3, M_x=M_y=0$)의 경우에 대해서 살펴보자. 쉘 모델링된 Fig. 1의 구조에 모멘트 M_3 를 가할 때, 저장된 총 변형에너지는 다음과 같다.

$$E_{shell} = \frac{1}{2} M_3 \phi_3 \quad (2)$$

여기서, ϕ_3 은 P점에 M_3 만을 가했을 때 그 점에서 z방향으로의 회전각을 나타낸다.

만약, 직선부와 굴곡부 모두에 대해 직선보에서 사용되는 단면특성치를 적용하여 보 모델링을 수행하면 이때 저장되는 총 변형에너지가 식(2)에서 구해진 저장 변형에너지보다 상당히 적게 나타남을 알 수 있다. (경계조건 및 하중조건은 쉘 해석시와 동일함) 따라서 변형에너지 관점에서 식(2)로 표시된 에너지와 보모델링에 의한 에너지가 같도록 굴곡부의 강성을 조정한다. P점에서 $M_z (=M_3)$ 만이 0이 아닌 하중상태에 대해서는 보모델링에 의한 변형에너지가 강성값 EL_z 값으로 표시되므로 이 해석을 통해 그 값을 수정할 수 있다. 이렇게 하여 얻어지는 굴곡부의 강성값을 $(EL_z)^*$ 로 표시하며, 나머지 직선보에 대해서는 식(1)의 값을 그대로 활용한다.

지금부터 $(EL_z)^*$ 를 구하는 구체적인 절차를 살펴보자. 먼저 보 이론에 의해 저장한 총 변형에너지 E_{Beam} 을 구하기 위해 모든 보에서의 굽힘모멘트가 M_3 로 일정하다는 사실을 이용하자:

$$E_{Beam} = \int_0^{L_1} \frac{1}{2} \frac{M_z^2}{EI_z} dx + \int_0^\alpha \frac{1}{2} \cdot \frac{M_z}{(EI_z)^*} R d\theta + \int_0^{L_2} \frac{1}{2} \frac{M_z^2}{EI_z} dx = \frac{1}{2} \cdot \frac{M_z^2}{EI_z} (L_1 + L_2) + \frac{1}{2} \cdot \frac{M_z^2}{(EI_z)^*} R\alpha \quad (3)$$

식(2)와 식(3)이 같아야 한다는 조건으로부터 $(EI_z)^*$ 를 구할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \phi_3 \\ M_3 \end{bmatrix}_{atA} = \begin{bmatrix} L_1 + L_2 + \frac{R\alpha}{EI_z} \\ \frac{R\alpha}{(EI_z)^*} \end{bmatrix} \quad (4)$$

다음으로 P에 가해진 모멘트가 ($M_y=M_2, M_x=M_z=0$)인 경우에 대해서도 같은 방법으로 해석을 수행해 보자. 먼저 쉘 해석에 의해 계산되는 저장 변형에너지는 식(2)와 유사하게 A의 중심점에서 가해진 모멘트 M_2 와 그 점에서 y방향으로 측정된 회전각 ϕ_2 의 항으로 표시된다.

$$E_{shell} = \frac{1}{2} M_2 \phi_2 \quad (5)$$

이 경우에 대해 보 모델링했을 때의 저장에너지를 구하기 위해서 Fig. 2의 자유물체도를 살펴보자.

Fig. 2로부터 굴곡부의 비틀림모멘트 M_x 와 굽힘모멘트 M_y 를 구하면

$$M_y = M_2 \cos \theta; M_x = M_2 \sin \theta \quad (0 \leq \theta \leq \alpha) \quad (6)$$

또한 직선파이프 1에서는

$$M_y = M_2; M_x = 0 \quad (7)$$

직선파이프 2에서는 다음과 같이 간단한 식으로 표시된다.

$$M_y = M_2 \cos \alpha; M_x = M_2 \sin \alpha \quad (8)$$

식 (6, 7, 8)을 이용하여 보이론에 의해 저장되는 총 변형에너지 E_{Beam} 을 구하면 다음과 같다.

$$E_{Beam} = E_{Pipe 1} + E_{Bend} + E_{Pipe 2} = \int_0^{L_1} \frac{1}{2} \left(\frac{M_y^2}{EI_y} + \frac{M_x^2}{GJ} \right)_{Pipe1} dx + \int_0^\alpha \frac{1}{2} \left(\frac{M_y^2}{(EI_y)^*} + \frac{M_x^2}{(GJ)^*} \right)_{Bend} R d\theta + \int_0^{L_2} \frac{1}{2} \left(\frac{M_y^2}{EI_y} + \frac{M_x^2}{GJ} \right)_{Pipe2} dx = \frac{M_2^2}{2} \left[\frac{L_1 + L_2 \cos^2 \alpha}{EI_y} + \frac{L_2 \sin^2 \alpha}{GJ} \right] + \frac{M_2^2}{2} \left[\frac{R(2\alpha + \sin 2\alpha)}{4(EI_y)^*} \right]$$

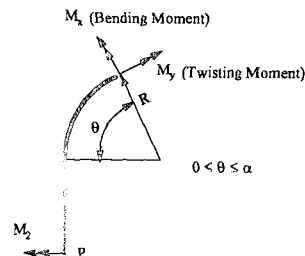


Fig. 2 The free-body diagram of the curved pipe under the tip moment (M_y, M_x)

$$+ \frac{R(2\alpha - \sin 2\alpha)}{4(GJ)^*}] \quad (9)$$

이제 식(5)와 식(9)가 같다는 조건으로부터 다음의 식을 얻는다.

$$\begin{aligned} \left[\frac{\phi_2}{M_2} \right]_{ata} &= \frac{L_1 + L_2 \cos^2 \alpha}{EI_y} + \frac{L_2 \sin^2 \alpha}{GJ} \\ &+ \frac{R}{(EI_y)^*} \left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\sin 2\alpha}{4} \right) \\ &+ \frac{R}{(GJ)^*} \left(\frac{\alpha}{2} - \frac{\sin 2\alpha}{4} \right) \end{aligned} \quad (10)$$

마지막으로 P 에 ($M_x = M_1$, $M_y = M_z = 0$)가 가해진 경우에도 식(10)을 얻을 때 사용하는 절차를 적용하면 다음 식을 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned} \left[\frac{\phi_1}{M_1} \right]_{ata} &= \frac{L_1 + L_2 \cos^2 \alpha}{GJ} + \frac{L_2 \sin^2 \alpha}{EI_y} \\ &+ \frac{R}{(EI_y)^*} \left(\frac{\alpha}{2} - \frac{\sin 2\alpha}{4} \right) \\ &+ \frac{R}{(GJ)^*} \left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\sin 2\alpha}{4} \right) \end{aligned} \quad (11)$$

최종적으로 굴곡부의 수정된 강성값 (EI_y)*와 (GJ)*는 식(10)과 (11)을 연립하여 구할 수 있다.

이 절에서 제시된 기법은 정적해석을 통해, 굴곡부의 강성을 수정하였기 때문에 비교적 낮은 고유진동수 영역에 적용된다. 만약 굴곡부가 있는 파이프를 쉘 요소에 의한 동적 유한요소해석 결과와 보 요소에 의한 동적 유한요소해석 결과를 활용한다면 좀 더 정확한 결과를 얻을 수 있을 것이다. 그러나 이 해석자체가 상당한 노력과 시간을 요하고, 재현성이 어렵다고 판단되므로 본 연구에서는 중요한 물리적 특성만을 고려하여 간단하면서도, 상당히 정확한 결과를 얻을 수 있는 기법을 제시하였다.

3. 수치예제

2절에서 제안한 해석기법을 실제 배기계에 적용하기 전에 먼저 다음과 같은 데이터 값을 갖는 Fig. 1의 파이프구조물에 대해 적용해 보았다.

$$\begin{aligned} L_1 = L_2 &= 1000 \text{ mm}, R = 120 \text{ mm}, r = 25.4 \text{ mm} \\ t &= 1.6 \text{ mm}, \alpha = 77.32^\circ, \\ E &= 2 \times 10^5 \text{ N/mm}^2, \nu = 0.3, \rho = 8 \times 10^{-6} \text{ kg/mm}^3 \end{aligned}$$

상기의 데이터로부터 직선 파이프의 단면특성치를 구하면 다음과 같다.

$$I_y = I_z = 82370.35 \text{ mm}^4 ; J = 164740.70 \text{ mm}^4$$

$$\text{(Shear correction factor } k=0.6047) \quad (12)$$

먼저 정적해석을 수행하였는데, Fig. 1의 파이프 구조물은 쉘로 모델링하되 (B)를 고정하고 (A)에서 M_1 , M_2 , M_3 를 차례로 가하는 경우 각각에 대해 NASTRAN을 사용하여 다음과 같은 값을 얻었다.

$$\begin{aligned} \frac{\phi_1}{M_1} &= 1.735 \times 10^{-7} \text{ (Rad/N} \cdot \text{mm)} \\ \frac{\phi_2}{M_2} &= 1.776 \times 10^{-7} \text{ (Rad/N} \cdot \text{mm)} \\ \frac{\phi_3}{M_3} &= 1.719 \times 10^{-7} \text{ (Rad/N} \cdot \text{mm)} \end{aligned} \quad (13)$$

식(13)의 결과를 식(4, 10, 11)에 대입하면 굴곡부의 수정된 보 강성값 (EI_y)*, (EI_z)*, (GJ)*를 구할 수 있는데, 여기서, E , G 는 상기에서 기술한 값을 사용하여 단순히 수정된 단면특성치 (I_y)*, (I_z)*, (J)*만 평가해 보았다.

$$I_z^* = 16049.29 ; I_y^* = 14935.98 ; J^* = 119532.8 \quad (14)$$

굴곡부가 갖는 부가의 유연성을 평가해 보기 위해 직선파이프의 단면특성치 (12)와 수정된 단면특성치 (14)를 비교해 보면 다음에서처럼 보의 휨 유연성은 큰데 반해 비틀림 유연성은 그리 크지 않다는 것을 알 수 있다.

$$I_z^*/I_z = 1/5.13 ; I_y^*/I_y = 1/5.51 ; J^*/J = 1/1.38$$

이 결과로부터 굴곡부가 직선보로 모델링될 때의 고유진동수가 실제보다 크게 나타나리라는 사실 이외에 보의 모델링개선시 E 값 1개만으로 수정해 나가는 통상적 방법으로는 좋은 결과를 얻을 수 없음을 알 수 있다. 따라서 실제 모델링변경 또는 굴곡부의 강성을 변화시켜야 할 때 E , G 값을 원 재질의 값을 사용하고 I_y , I_z , J 를 변화시켜야 할 것이다.

그러나 식(14)의 결과를 보면 I_y^* 와 I_z^* 의 값이 J^* 의 값에 비해 매우 가까우므로 실제 문제에 적용할 때 I_y , I_z , J 의 3개의 값 대신에 E , G 의 2개의 값만을 사용하여도 거의 같은 효과를 기대할 수도 있을 것이다.

식(14)의 값들을 이용하여 Fig. 1의 파이프 구조물이 양단 자유 경계 조건을 갖는 경우에 대해 고유진동해석을 수행하였다. Table 1은 Fig. 1의 파이프에 대해 쉘 유한해석요소, 굴곡부의 단면특성

Table 1 The natural frequencies of the curved pipe in Fig. 1 (unit : Hz)

Mode number	Shell modelling	Beam modelling (After modification)	Beam modelling (Before modification)
1	1.24	1.72 (38.7%)	1.22 (1.6%)
2	5.58	5.75 (3.0%)	5.67 (1.6%)
3	5.89	5.98 (1.5%)	5.92 (0.5%)
4	7.91	8.67 (17.8%)	7.93 (0.3%)

(즉 고무 밴드로 양단을 매듭) 실험을 수행하였다. 이 중앙파이프에는 예소음기(pre-silencer)가 달려 치를 수정하지 않는 직선보 유한요소해석, 그리고 굴곡부의 단면특성치를 식(14)의 값으로 대치한 후, 보 유한요소해석을 수행한 결과를 나타낸다. (괄호 안은 셸모델링에 대한 상대적인 오차를 나타낸다)

Table 1로부터 굴곡부를 단순히 직선보로 모델링하면 매우 큰 오차가 발생함을 알 수 있고, 본문에서 제시한 기법으로는, 좋은 결과를(특히 저주파수 영역에서) 얻을 수 있음을 확인할 수 있다. 본 기법으로 구한 구조물의 모드형상도 셸유한요소 해석결과와 거의 같음을 확인했다.

4. 중앙파이프 해석

앞절에서 제안한 굴곡부의 유연성 평가기법을 실제 승용차 배기계의 중앙파이프에 적용해 보고자 한다. 이 중앙파이프를 선정할 이유는 타 부위보다 구조가 간단하면서 물리적으로 볼 때 앞 절에서 고려한 굴곡부의 영향이 전체 해석결과에 가장 중요한 영향을 끼치기 때문이다. 실험장치에 대한 개요도는 Fig. 3에 나타나 있는데, 양단 자유 상태에서 있는데 그 부위는 FEM 해석 결과에서는 3개의 원으로 표시되어 있다.(Figs. 4~7) 전체 모델링은 약 30개의 보요소(NASTRAN의 CBAR)로 이루어졌

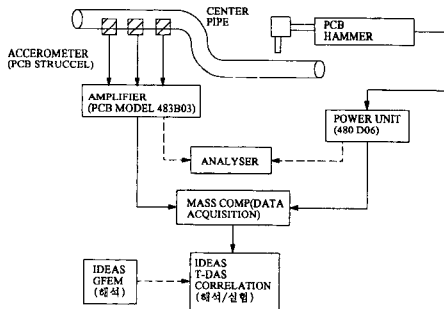


Fig. 3 The schematic diagram of the experiment setup for the free-free center pipe of the exhaust system

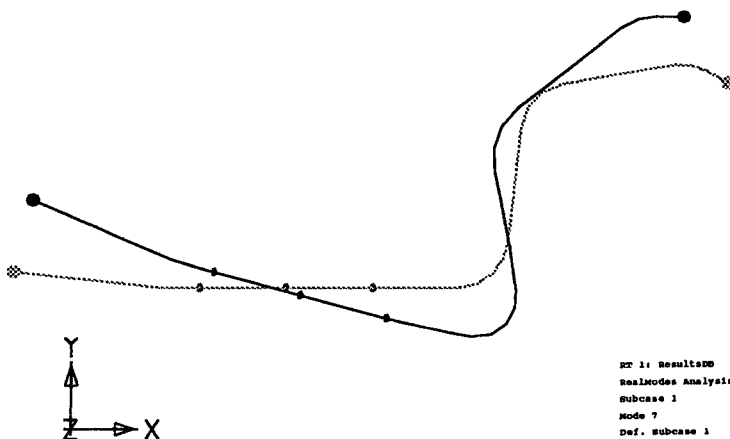


Fig. 4 The first mode of the center pipe

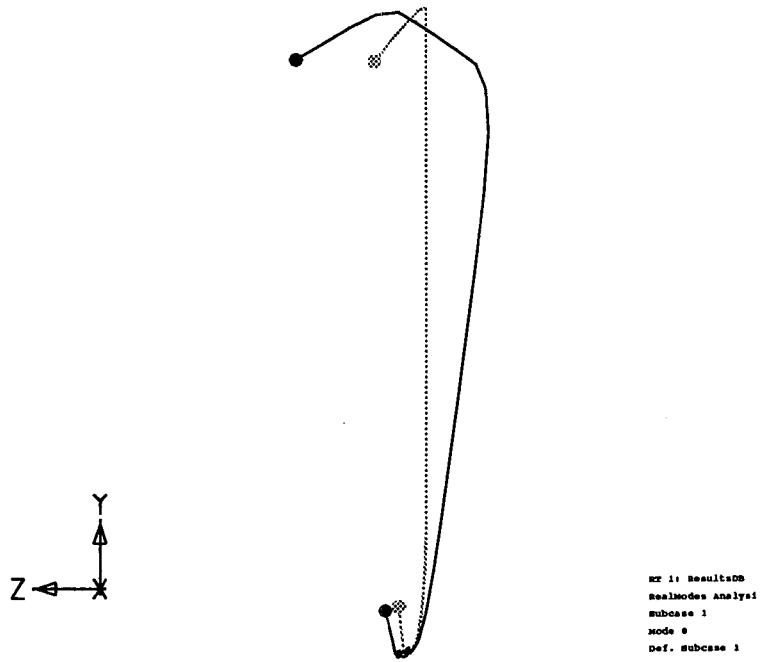


Fig. 5 The second mode of the center pipe

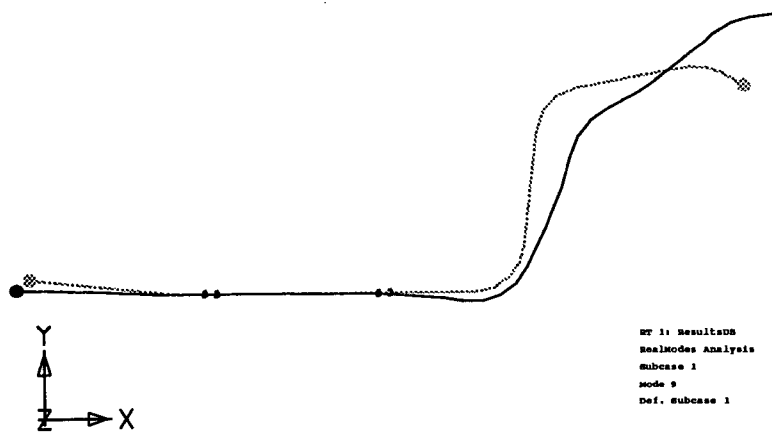


Fig. 6 The third mode of the center pipe

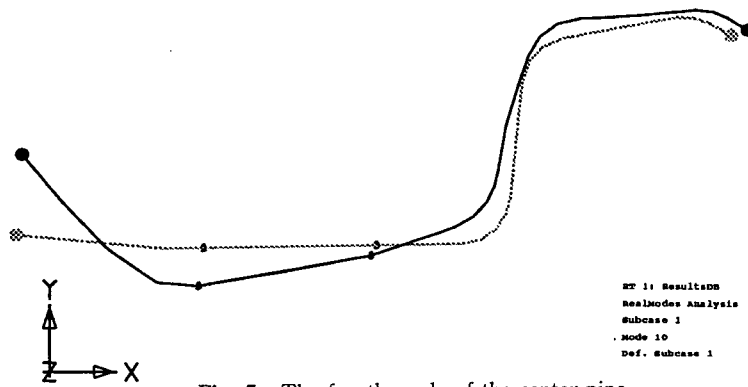


Fig. 7 The fourth mode of the center pipe

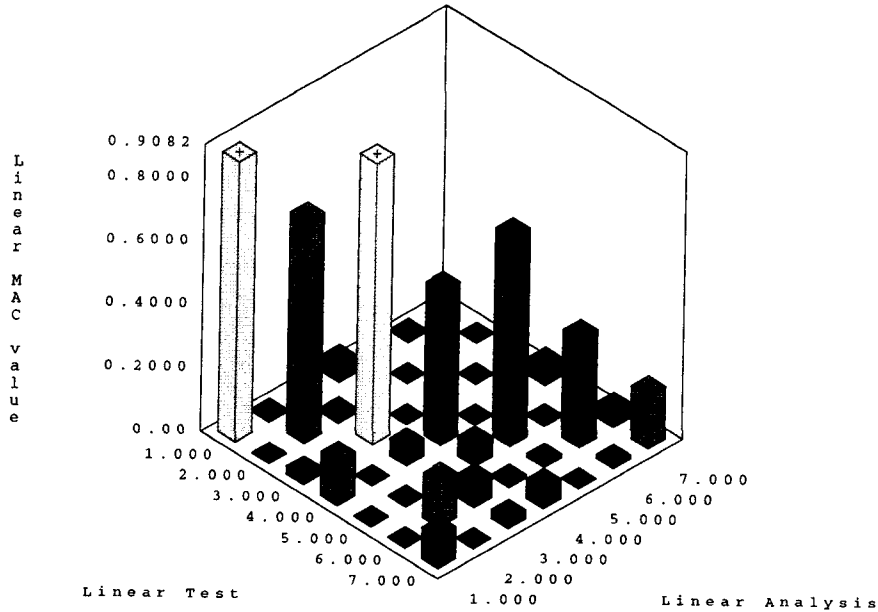


Fig. 8 The modal assurance criteria matrix

으며 이 중앙파이프에는 2개의 주요 굴곡부가 있다. 이 굴곡부에 대해서 2절에서 제안한 기법을 적용하여 수정된 보 강성값을 구했다. 굴곡부의 단면계수를 수정하기 전과 후의 고유진동수 해석 결과를 실제 실험을 수행하여 얻은 결과와 비교해 보았고, (양단은 자유상태유지) 각 고유모드의 형태는 Fig. 4(모드번호1), Fig. 5(모드번호2), Fig. 6(모드번호3), Fig. 7(모드번호4)에 실어 놓았다. Fig. 4에서 Fig. 7까지는 변형 전 형상은 실선으로, 그리고 변형 후 형상은 점선으로 각각 표시하였다. Fig. 8은 실험 모드의 상관관계를 나타내는 MAC(Modal

Assurance Criteria)를 보여주는데, 거의 대각선을 중심으로 1의 값에 근접하는 것을 확인할 수 있다.

Table 2의 결과에서 보듯이 굴곡부의 단면특성을 수정하지 않고 해석을 수행하면 중앙파이프의 고유진동수가 최대 100% 이상의 오차를 유발함을 알 수 있다. 그러나 본 논문에서 제시한 기법에 따라 굴곡부의 단면특성을 수정하면 모든 모드에 대해 오차가 10~23% 이내로 줄어들음을 알 수 있다. 특히 도면으로부터의 굴곡부 형상데이터가 실제 제작상의 이유로 조금 차이가 나는데, 실제 고유진동수를 비교해 보면 두 데이터에 의한 값이 최고

Table 2 The natural frequencies of the center pipe in Fig. 3(unit : Hz)

(The numbers in parentheses denote the relative errors of the present results with respect to the experimental results)

Mode number	Experiment	Beam modelling (Before modification)	Beam modelling (After modification from drawing)	Beam modelling (After modification from measurement)
1	37.5	67.98 (80%)	46.1 (23%)	41.81 (11.5%)
2	67.5	100.23 (48%)	74.4 (10%)	70.24 (4.1%)
3	86.3	175.43 (103%)	106.0 (23%)	98.99 (14.7%)
4	217.5	261.24 (20%)	246.1 (13%)	240.57 (10.6%)
5	235.0	277.9 (18%)	267.4 (15%)	262.62 (11.8%)

10% 이상 차이가 남을 알 수 있다. 이 결과는 굴곡부의 곡률이 전체계의 유연성에 매우 큰 영향을 줄 수 있음을 보여주고 있다. 따라서 초기 설계 모델링시에 이러한 사항을 충분히 고려하지 않으면 안된다.

5. 결 론

본 연구에서는 배기계의 진동해석과 관련하여, 배기계 파이프에 대한 보 모델링기법을 제안하였다. 굴곡부가 통상의 직선보로 모델링될 때는 실제보다 고유진동수가 상당히 높게 평가되므로, 이 굴곡부의 강성을 적절히 수정해 주어야만 한다. 따라서 본 논문에서는 정적 변형에너지 개념을 이용하여 실제 엔지니어들이 사용할 수 있을 정도로 간단하면서도, 합리적인 기법을 제시하였다. 실제 배기계의 중앙파이프의 진동해석에 적용해 본 결과 이 기법의 타당성과 효율성을 입증할 수 있었다.

참고문헌

- (1) 이승섭, 이장명, 1993, "배기계 Hanger 위치 결정 및 Bellows 효과에 관한 연구," 자동차공학회 춘계학술대회.
- (2) Ohtsubo, H. and Watanabe, O., 1977, "Flexibility and Stress Factors of Pipe Bends-An Analysis by the Finite Ring Method," *ASME Journal of Pressure Vessel Technology*, Vol. 99, pp. 281~290.
- (3) Whatham, J. F., 1981, "Thin Shell Equations for Circular Pipe Bends," *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 65, pp. 77~89.
- (4) Whatham, J. F., 1986, "Pipe Bend Analysis by Thin Shell Theory," *ASME Journal of Applied Mechanics*, Vol. 53, pp. 173~180.
- (5) Nordham, D. J. and Kaldor, L. M., 1993, "Design Procedure for Flexibility Factors of 90-Deg Curved Pipe Having Various Tangent Lengths," *ASME Journal of Pressure Vessel Technology*, Vol. 115, pp. 319~324.
- (6) Pardue, T. E. and Vigness, I., 1951, "Properties of Thin-Walled Curved Tubes of Short-Bend Radius," *Trans. ASME*, Vol. 73, pp. 77~87.
- (7) Whatham, J. F., 1982, "Analysis of Circular Pipe Bends With Flanged Ends," *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 72, pp. 175~187.
- (8) Thomson, G. and Spence, J., 1983, "Maximum Stresses and Flexibility Factors of Smooth Pipe Bends With Tangent Pipe Terminations Under In-Plane Bending," *ASME Journal of Pressure Vessel Technology*, Vol. 105, pp. 329~336.
- (9) Lewis, G. D. and Chao, Y. J., 1990, "Flexibility of Trunnion Piping Elbows," *ASME Journal of Pressure Vessel Technology*, Vol. 112, pp. 184~187.
- (10) Natarajan, R. and Blomfield, J. A., 1975, "Stress Analysis of Curved Pipes With End Restraints," *Computers and Structures*, Vol. 5, pp. 187~196.