

<論 文>

고유치 오차 최소화 기준에 따른 실험데이터에 의한 유한요소 모델 개선

지영춘* · 박윤식**

(1994년 6월 13일 접수)

FE Model Improvement Using Experimental Data Under the Criterion of Eigen-Property Error Minimization

Young-Chun Ji and Youn-sik Park

Key Words : Finite Element Method(유한요소법), Modal Analysis(모드해석), Vibration(진동), Tuning(튜닝), FE Model Improvement(유한요소 모델 개선), Joint Stiffness(연결부 강성)

Abstract

In this study, a FE model tuning method using experimental modal data was suggested after examining all the published conventional methods. The idea of this method is introducing scale factors to maintain both the structural connectivity and the consistency in the corrected stiffness matrix which makes it always possible to interpret the stiffness elements with the corresponding physical configuration of the targeting structure. The scale factors are determined to minimize the objective function of eigen-properties. The proposed method was tested to determine the joint stiffness of a T shaped beam. The test results were also compared with the tuned stiffness obtained from a proved commercial package(SYSTUNE) and found that this method is very accurate and compatible.

1. 서 론

기계요소나 구조물의 최적화, 경량화를 이루기 위하여는 정하중 또는 동하중 하에서 각 부위에 발생하는 응력 및 변형에 대한 정확한 파악이 우선 요구된다. 이를 위하여 여러 가지 실험적, 해석적 방법이 사용되고 있으나 그 중 유한요소 모델에 의한 해석적 방법은 시제품 제작전 설계단계에서 대상물의 응력 및 변형을 예측할 수 있고 또한 부분적 설계변형에 대한 영향도 검토할 수 있는 등 여러

이점때문에 많은 분야에서 사용되고 있다. 구조물의 정확한 해석을 위하여는 우선 계(system)를 정확히 묘사할 수 있는 모델의 수립이 필요하다. 유한요소법은 계가 정확하게 모델링이 되면 그 유용성이 매우 크지만 계의 모델은 여러 불확실성 변수로 인하여 항상 오차를 수반하며 이런 불확실성 변수는 해석결과를 부정확하게 하는 요인이다. 해석결과에 포함되는 오차를 줄이기 위하여는 먼저 유한요소 모델을 정확하게 개선할 필요가 있다. 실험해석 결과도 물론 오차가 항상 존재하나 실험해석 결과는 여러 불확실성 변수의 영향이 이미 고려된 것으로 볼 수 있으므로 실험해석 결과를 대상물의 유한요소 모델에 반영시켜 유한요소 모델을 개선할

*한국과학기술원 기계공학과

**정회원, 한국과학기술원 기계공학과

수 있다. 즉 실험결과를 근거로 유한요소 모델의 질량 및 강성행렬을 변화시켜 대상물을 보다 정확하게 나타내는 개선된 모델을 수립할 수 있으며 개선된 모델은 대상물의 정적 동적 해석뿐 아니라 대상물의 질량 및 강성 변경시 그에 따른 영향 예측 등에 활용할 수 있다.

이와 같이 실험결과를 이용한 해석모델의 개선법에 대한 연구는 이미 많은 방법이 알려져 있으나 각 방법은 사용방법에 따라 모두 장단점을 갖고 있다. Baruch와 Bar Itzhack⁽¹⁾은 질량행렬은 정확하다고 보고, 측정모드로부터 최적으로 계산된 직교모드를 이용하여 강성행렬을 개선시키는 방법을 제시하였다. Kabe⁽²⁾는 초기 행렬의 영이 아닌 요소에 대하여 보정계수를 선택하고 구속된 최소화 이론(constrained minimization theory)을 이용하여 강성행렬을 개선하였다. Kammer⁽³⁾는 보정계수 선정에서는 Kabe의 방법과 동일하나 투사이론(projector theory)과 Moore-Penrose generalized inverse를 이용하여 Kabe보다 식이 간단하고, 따라서 계산면에서 좀 더 효율적인 해를 구했다. 그 외에도 유사한 연구가 많으나 이와 같은 모든 연구는 개선된 해석모델을 실제 구조물과 대비시켜 설명하는데 어려움이 있고 따라서 실제 적용이 매우 힘들다. 이를 해결하는 방안으로 박형순⁽⁴⁾은 강성행렬의 부행렬(요소행렬의 그룹) 단위로 보정계수를 선택하고 민감도 해석과 고유진동수에 대한 최적화 함수를 이용하여 강성행렬을 개선하는 방법을 제시하였다. 또한 Lim⁽⁵⁾은 박형순⁽⁴⁾과 같이 부행렬 보정계수를 도입하여 최소사승법으로 강성행렬 개선을 시도하였다.

참고문헌 (1)~(3)에서와 같이 보정계수를 선정하면 상용프로그램에서 개선된 모델을 가지기 어렵기 때문에, 본 연구에서는 부행렬단위로 보정계수를 선택하였을 때 참고문헌 (4)와 (5)의 문제점을 살펴보고 이를 보완하는 방법을 제시하고자 한다. 간단한 예제를 통하여 보완된 방법을 상용 프로그램과 비교하여 타당성을 살펴보고 이 방법으로 T형 연결부 FE 모델을 실험한 결과를 이용하여 개선하고 개선된 연결부 강성을 살펴 보았다.

2. 본 론

구조물에 대한 동적 FE(유한요소)모델은 감쇠가 없을 때 강성행렬과 질량행렬로 구성된다. 좀더 정

확한 FE 모델을 가지기 위해서는 초기에 수립된 FE 모델의 강성 또는 질량행렬을 실험결과를 이용하여 개선할 필요가 있다. 이때 모델 개선시 초기 FE 모델에 대한 실제 대상물의 실험치를 가지고 있어야 하고 초기 FE 모델의 개선된 양을 나타내는 보정계수를 선정하여야 한다. 기존연구에서는 보정계수를 (a) 전체 혹은 축약행렬의 모든 요소, (b) 전체 혹은 축약행렬의 "0"이 아닌 요소, 또는 (c) 부행렬 단위에 대하여 각각 선정하였다. (a)의 경우는 보정계수 갯수가 많아지며, 구조적 결합성(structural connectivity: 초기모델에는 없던 자유도간의 새로운 연결이 생기지 않을 것)이 유지되지 않으므로 개선된 모델은 실험치를 정확히 맞출수는 있지만 실험치 이외의 여타 모우드들에 대해서는 타당하지 않은 결과를 얻게 된다. 또한 개선된 모델을 상용프로그램에 재입력하기도 어렵다. (b)의 경우는 구조적 결합성은 유지되나 내부적 일관성(internal consistency: 개선된 행렬은 초기 모델과 구조적으로 일치해야 함)을 유지하지 못하므로 (a) 보다는 좋은 보정계수 선정이지만 (a)의 문제점을 계속 갖게 된다. 또 이 방법도 개선된 모델을 상용프로그램에 재입력하기가 어렵다. (c)의 경우는 구조적 결합성과 내부적 일관성이 유지되며 개선된 모델을 상용프로그램으로 재입력하기 용이하고 또한 오차가 많은 위치를 알수 있다면 그 요소행렬들을 부행렬 단위의 보정계수로 취하여 보정계수 갯수를 줄일 수 있는 이점이 있다. 일반적으로 질량행렬은 질량 물성치와 형상을 알면 비교적 정확하게 얻을 수 있으므로 질량행렬은 정확하다고 가정하고 실험모델과 일치하지 않는 FE 모델은 강성행렬의 오차때문이라고 많은 연구에서 가정하고 있다. 본 연구에서도 이와 같은 가정을 도입하여 강성행렬의 오차만을 다루고 따라서 강성행렬 개선에만 초점을 맞추었다.

반복계산을 하지 않는 모델개선 방법들은 모두 실험으로부터 얻은 모드를 사용하여 모델개선을 한다. 그러나 실제 실험으로부터 얻어진 모우는 부정확하고 참고문헌 (5)에서처럼 개선된 모델에서는 실험치를 정확히 만족해야만 하는 구속조건을 사용하지 않는 경우 개선된 모델에서 구한 고유진동수는 측정 모드의 부정확성에 매우 민감하게 된다. 반면 구속조건을 도입한 참고문헌 (1)~(3)과 같은 방법에서는 실험에서 구한 모드는 정확히 맞출 수 있지만 실험에서 얻은 모드외의 다른 모드에 대해

서는 실제적으로 타당하지 않은 결과를 나타낸다. 따라서 실험치가 비교적 정확하다고 볼 수 있는 고유진동수만을 사용하고 반복계산을 통해 FE 모델을 개선하는 방법을 제시할 수 있다. 이 경우 일반적으로 선정된 보정계수 갯수는 사용된 실험에서 구한 모드 갯수보다 많기 때문에 모델 개선 방안이 특정(unique)하지 않고 무한개의 해를 갖게 되므로, 실질적으로는 그 무한개의 해중 보정계수 변화량이 가장 작은 경우의 해를 구하면 된다. 이와 같은 방법으로 박형순⁽⁴⁾은 고유진동수의 오차를 줄이는 방법으로 모델개선 방안을 제시하였다. 그러나 이 방법의 제한점은 유한요소에서 구한 모드와 실험에서 구한 모드의 순서가 일치하고 고유진동수 차이가 작은 경우에 대해서는 타당한 결과를 보여 준다. 그러나 실험에서 얻은 모드와 초기 유한요소 모델에서 얻은 모드순서가 일치하지 않는 경우 이 방법은 적용할 수 없으며, 모드순서가 일치하더라도 고유진동수 차이가 큰 경우는 타당하지 않은 결과를 보여 준다. 이것은 다음과 같은 간단한 수식을 이용하여 설명할 수 있다. 균일한 가중치를 갖는 보정계수를 고려할 때 통상적으로 식(1)과 같은 목적함수를 정하고 이를 최소화하는 방향으로 유한요소 모델을 개선한다.

$$\psi = \|\{\Delta\lambda\} - [S_i]\{\Delta P\}\|_{\xi}^2 + \xi^2 \|\{\Delta P\}\|_{\xi}^2 \quad (1)$$

ξ : 가중치

$\{\Delta\lambda\}$: 실험과 유한요소모델로부터 얻어진 고유진동수 차

$\{\Delta P\}$: 보정계수 변화량(1.0이면 부행렬 강성 100% 증가를 나타냄)

$[S_i]$: $\frac{\Delta\lambda}{\Delta P}$, 민감도 행렬^(4,6)

식(1)을 최소화하는 해는 식(2)와 같다.⁽⁷⁾

$$\begin{bmatrix} [S_i] \\ \xi[I] \end{bmatrix} \{\Delta P\} = \begin{bmatrix} \{\Delta\lambda\} \\ \{0\} \end{bmatrix} \quad (2)$$

식(2)에 식(3)과 식(4)를 대입하고 식(2) 앞에 행렬 식(5)를 곱하면 식(2)는 식(6)이 된다.

$$[S_i] = [U_i][\Sigma_i][V_i]^T : \text{특이치 분리} \quad (3)$$

$$\{\Delta P\} = [V_i]\{a\}_{NM} \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} [U_i]^T & 0 \\ 0 & [V_i]^T \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\begin{bmatrix} [\Sigma_i] \\ \xi[I] \end{bmatrix} \{a\}_{NM} = \begin{bmatrix} [U_i]^T \{\Delta\lambda\} \\ \{0\} \end{bmatrix} \quad (6)$$

식(6)의 앞에 Givens 회전행렬(단위행렬에서 4개의 요소만 다름)을 곱한다. Givens 회전행렬에서 단위행렬과 다른 4개의 요소는 식(7)과 같다.

$$\begin{array}{cc} i\text{-th column} & (i+NM)\text{-th column} \\ i\text{-th row} & \sigma_i/\sqrt{\sigma_i^2+\xi^2} \quad \xi/\sqrt{\sigma_i^2+\xi^2} \\ (i+NM)\text{-th row} & -\xi/\sqrt{\sigma_i^2+\xi^2} \quad \sigma_i/\sqrt{\sigma_i^2+\xi^2} \end{array} \quad (7)$$

식(7)을 $i=1, \dots, NM$ 까지 식(6)에 곱하면 $\{a\}_{NM}$ 은 식(8)과 같이 구하여진다.

$$\{a\}_{NM} = \begin{bmatrix} \diagdown & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_i/\sqrt{\sigma_i^2+\xi^2} & 0 \\ 0 & 0 & \diagdown \\ & & [0] \end{bmatrix} [U_i]^T \{\Delta\lambda\} \quad (8)$$

식(4)와 식(8)로부터 $\{\Delta P\}$ 는 식(9)로 표현된다.

$$\{\Delta P\} = [V_i] \begin{bmatrix} \diagdown & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_i/\sqrt{\sigma_i^2+\xi^2} & 0 \\ 0 & 0 & \diagdown \\ & & [0] \end{bmatrix} [U_i]^T \{\Delta\lambda\} \quad (9)$$

$$\sigma_i = [\Sigma_i]_{ii}$$

NM : 사용된 모드 개수

식(9)를 관찰할때 $\{\Delta\lambda\}$ 가 큰 경우에는 $\{\Delta P\}$ 가 타당하지 않은 값을 넘지 않게 하기 위하여 ξ 값을 크게 선정하게 되며 그때에는 식(9)에서 작은 특이치(singular value)에 대해서는 큰 변화를 주게 되고 큰 특이치에는 작은 영향을 주게 되어 결국 구해지는 $\{\Delta P\}$ 가 $\xi=0$ 일 때의 개선방향과 다르게 될 수 있다. 즉 ξ 가 커지면 식(1)의 둘째항이 더 중요해져 좌측항이 영으로부터 멀어지므로 고유진동수의 차를 줄이지 못하게 된다. 이점을 보완하기 위하여 본 연구에서는 다음과 같은 방법을 제안한다.

본 연구에서 제안된 방법은 실험모델과 FE 모델간의 모드순서가 일치할 경우에는 식(1)에서 가중치항을 생략한 목적함수를 이용해 고유진동수 차만을 줄이고 모드순서가 일치하지 않는다고 판단될 경우에는 모드순서가 일치하도록 FE 모델의 모드를 우선 바꿔준 후, 다음으로 고유진동수 차를 줄이는 방법을 사용하는 것이다.

2.1 고유진동수 차의 개선

실험과 유한요소모델의 모드순서가 일치할 경우 그 고유진동수의 차만을 줄이기 위하여 목적함

수를 식(10)과 같이 정한다.

$$\psi_\lambda = \| \{\Delta\lambda\} - [S_\lambda] \{\Delta P\} \|_E \quad (10)$$

$\{S_\lambda\}$ 가 특이행렬에 가까울 경우 작은 특이치를 무시하기 위해 다음과 같이 SL(singular value limit)이란 값을 정하여 단수(rank)를 정한다.

$$r(\text{rank}) = \min \left\{ k \left(\frac{\sum_{i=1}^k \sigma_i^2}{\sum_{i=1}^{NM} \sigma_i^2} \right) \geq SL, \right. \\ \left. k=1, 2, \dots, NM \right\} \quad (11)$$

여기서, $0 < SL < 1.0$

SL이 1에 가까울수록 작은 특이치를 고려하게 되어 단수가 커지게 된다. 작은 특이치 방향의 고유진동수 차가 클 경우에는 보정계수 변화량이 커지라도 그 방향의 개선 효과는 작기 때문에 상대적으로 작은 특이치를 무시하여 단수를 줄이는 것이 바람직하다.

$\{a\}$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$\{a\} = \begin{Bmatrix} \{a_r\} \\ \{a_{NP-r}\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [V_{\lambda,r}]^T \\ [V_{\lambda,NP-r}]^T \end{bmatrix} \{\Delta P\} \quad (12)$$

$[V_{\lambda,r}] : N_p \times r$ 행렬
 $[V_{\lambda,NP-r}] : N_p \times (N_p - r)$ 행렬
 $([V_\lambda] = [[V_{\lambda,r}] \mid [V_{\lambda,NP-r}]])$

유클리디안 노름은 유니테리(unitary) 변환 $[U_\lambda]$ 에 의하여는 변하지 않으므로 식(10)의 벡터 $(\{\Delta\lambda\} - [S_\lambda]\{\Delta P\})$ 앞에 $[U_\lambda]^T$ 을 곱하고 식(12)를 식(10)에 대입하면 다음과 같다.

$$\psi_\lambda = \| [U_\lambda]^T \{\Delta\lambda\} - [S_\lambda]_{NM \times r} \{a_r\} \|_E \\ = \| [U_\lambda]^T \{\Delta\lambda\} - [S_\lambda]_{r \times r} \{a_r\} \|_E + \| [U_\lambda]_{NM-r}^T \{\Delta\lambda\} \|_E \quad (13)$$

식(13)에서 두번째 항은 단수(rank)가 NM보다 작을 때 생기는 레지듀얼 노름(residual norm)으로 상수이다($NM < r$ 이면 이항은 생기지 않는다). 따라서 식(13)은 식(14)를 최소화하는 문제와 같다.

$$\psi_\lambda = \| [U_{\lambda,r}]^T \{\Delta\lambda\} - [S_\lambda]_{r \times r} \{a_r\} \|_E \quad (14)$$

이 문제를 부등식 구속조건을 주어 매 반복계산마다 풀게 된다. 이때 부등식 구속조건은 다음과 같다. 다음 식에서 절대값 기호는 벡터의 요소별로 적용됨을 나타낸다.

$$\| \{\Delta\lambda\} - [U_\lambda] [S_\lambda]_{r \times r} \{a_r\} \| \leq \|\Delta\lambda\| \quad (15)$$

$$\| \{\Delta P\} \| = \| [V_{\lambda,r}] \{a_r\} \| \leq \|\Delta P_{\max}\| \quad (16)$$

$\{\Delta P_{\max}\}$: 반복수행시 $\{\Delta P\}$ 의 최대 변화량

$$\| \{P\}_{i+1} \| = \| \{P\}_i + [V_{\lambda,r}] \{a_r\} \| \leq \|\Delta P_{\max}\| \quad (17)$$

$\{\Delta P_{\max}\}$: 전계산 과정에서 $\{P\}$ 의 최대 변화량

식(15)는 각 고유진동수 차가 더 커지지 않도록 하는 구속조건이고, 식(16)은 각 단계에서 선형관계가 성립할 수 있는 보정계수의 변화량을 제한하는 구속조건이며 식(17)은 P_j 가 (-1)보다 작은 경우와 같이 실제적으로 타당하지 않은 결과를 얻게 되는 것을 방지하기 위한 구속조건이다. 식(14)와 식(15)~(17)의 구속조건으로 $\{a_r\}$ 을 구하고 식(12)에서

$$\{\Delta P\} = [V_{\lambda,r}] \{a_r\} \quad (18)$$

로부터 $\{\Delta P\}$ 를 구하는 과정을 반복계산한다. 여기서 $\{a\}_{NP-r} = \{0\}$ 으로 하였으므로 이 과정에서 $\| \{\Delta P\} \|_E$ 이 최소인 해를 구하게 된다.

2.2 실험모델과 FE 모델간의 모드 짝짓기

간단한 구조물이나 비교적 정확히 모델링된 구조물의 경우는 실험모델과 FEM모델간의 모드 순서가 일치한다. 그러나 구조물이 복잡하여지면 유한요소모델로부터 얻은 모드와 실험모드간의 모드순서가 바뀌는 경우가 자주 발생한다. 여기서는 실험모델과 FE 모델간의 모드순서가 바뀌어 있는 경우 먼저 모드 순서가 실험모델과 FE 모델간에 일치하도록 모드 짝짓기(pairing)하는 방법을 설명하고자 한다. 이것이 필요한 이유는 고유진동수 차만을 최소화하도록 모델개선을 하면 엇갈린 모드는 어떻게 하더라도 개선되지 않기 때문이다.

실험과 FE 모델간의 모드순서를 맞추기 위해 비대각 MAC(modal assurance criteria)값을 줄여 나가기 위해 목적함수를 다음과 같이 정한다.

$$\psi_\phi = \sum_{i=1}^{NM} \sum_{j=1}^{NM} \left(\frac{(\phi_i)^T [S_{\phi j}] \{\Delta P\} + (\phi_j)}{\|(\phi_i)\|_E \|(\phi_j)\|_E} \right)^2 \quad (19)$$

$$[S_{\phi j}] : \frac{\Delta \phi_j}{\Delta P}, \text{ 민감도 행렬}$$

여기서, 위첨자 ~는 실험데이터를 의미하며 위 식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\psi_\phi = \| \{b\} + [A] \{\Delta P\} \|_E \quad (20)$$

식(20)은 식(10)과 같은 형태이며 $[A]$ 의 각 행과 그에 해당하는 $\{b\}$ 벡터의 요소는 다음과 같다.

$$[A]_{i-th \text{ row}} = (\phi_i)^T [S_{\phi j}] / (\|(\phi_i)\|_E \|(\phi_j)\|_E) \quad (21)$$

$$\{b\}_i = (\phi_i)^T \{ \phi_j \} / (\|(\phi_i)\|_E \|(\phi_j)\|_E) \quad (22)$$

먼저 고유진동수 차가 줄어드는 방향을 얻고자 2.1절에서 $\{a_r\}$ 을 구한 후 $\{a_r\}$ 를 이용하여 다음과 같은 부등식 구속조건을 고려한다.

$$\text{sgn}\{a_r\}_i \{a_r\}_i \geq 0, i=1, \dots, r' \quad (22)$$

$$r' : \min(r, \text{rank}[A]),$$

r : 식(11)에서 구함

$\text{sgn}\{a_r\}_i$: $\{a_r\}_i$ 의 부호

식(23)은 모드순서를 바꾸기 위해서 필요한 보정계수의 양이 고유진동수 차를 증가시키지 않도록 하기 위한 것이다. $\{\Delta P\}$ 에 대한 추가되는 구속조건은 다음과 같다.(식(17), (18) 참조)

$$\|\{\Delta P\}\| = \|[V_i]\{a\}\| \leq \{\Delta P_{\max}\} \quad (24)$$

$$\|\{P\}_{i+1}\| = \|\{P\}_i + [V_i]\{a\}\| \leq \{P_{\max}\} \quad (25)$$

위 구속조건을 만족하며 식(20)을 최소화하는 해를 반복계산하여 구하면 얻어진 모드순서를 일치시키는 $\{\Delta P\}$ 를 구할수 있다.

3. 적용예제

제안된 방법의 타당성을 확인하기 위하여 본 연

구에서 제시한 방법으로 구한 모델개선 결과를 상용프로그램(SYSTUNE)으로부터 얻은 개선된 모델결과와 비교하여 보았다. 먼저 모드순서가 일치되는 경우를 보기 위하여 Fig. 1(a)와 같은 단면이 사각형(10×10 mm)이고 두께가 1 mm인 중공 T형 보를 대상으로 해석하여 보았다. Fig. 1에서와 같이 3차원 요소로 상세 FE 모델 해석결과를 실험치로 가정하였고 상세 FE 모델과 똑같은 면적과 관성모멘트를 가진 단순보 FE 모델을 초기 FE 모델로 보고 두 해석결과를 비교하였다. 사용된 경계조건은 Fig. 2와 같다. 각 보는 30개 요소로 모델하였고 모든 요소들에 보정계수를 사용하였다. 1~30번까지는 고정된 빔을 좌측에서 우측으로의 요소에 대한 것이고, 31~60번까지는 연결부에서 자유단까지의 요소에 대한 것이다. 모델개선을 위하여는 Fig. 3에 보인 5개의 모드를 사용하였다. 이때 SYSTUNE에서 구하여진 보정계수 값과 본 연구에서 제안된 방법으로 구한 보정계수 값은 Fig. 4에서 볼수 있듯이 일치하였다. 모델개선후 두 방법으로부터 구한 고유진동수는 Table 1에 정리하였으며 고려한 5개의 모드까지는 실험모델로 간주한 상세 FE 모델(detail model)해석결과와 일치하였으며

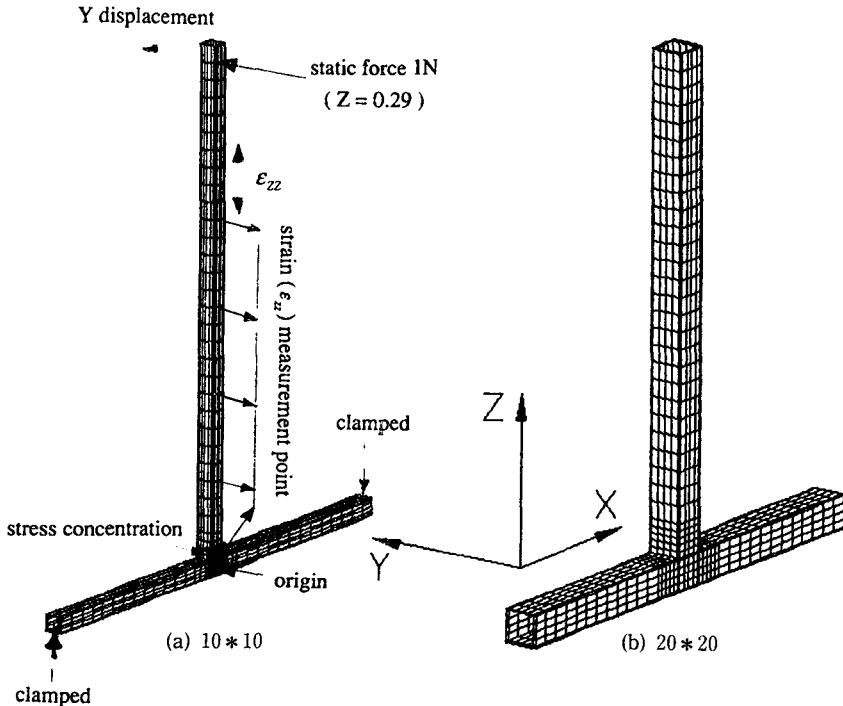


Fig. 1 FE model of T-type beam

모델개선시 사용되지 않았던 모드들의 결과도 초기 F 모델의 해석결과보다 상세 FE 모델의 해석 결과에 근접되었다.

실험해석과 초기 FE 모델 해석간에 모드순서가 일치하지 않는 경우를 검토하기 위하여 Fig. 5와 같은 평판모델을 사용하였다. 균일한 탄성계수를 가정할때 이 평판의 처음 4개의 모드형상은 Fig. 6에 보여준다. 균일한 탄성계수의 모델을 초기 FE 모델로 사용하였고 Fig. 6의 모드 2와 3이 교차된 대상물을 실험모델(목표모델)이라 가정하였다. 모드를 교차시키기 위하여 Fig. 5에서 볼 수 있듯이 바둑무늬 부분은 강성을 100% 증가시켰고 가로방향의 줄무늬 부분은 90%감소시켰다. 이와 같이 강성을 바꾼후에 초기 FE 모델과 목표 모델간의 모드 4개에 대한 MAC(Modal Assurance Criteria)은

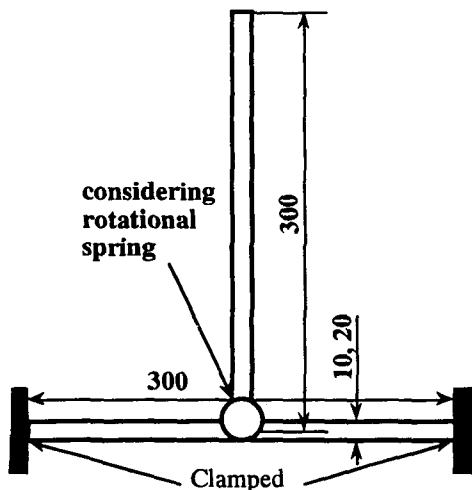


Fig. 2 Shape and boundary condition of T-type beam

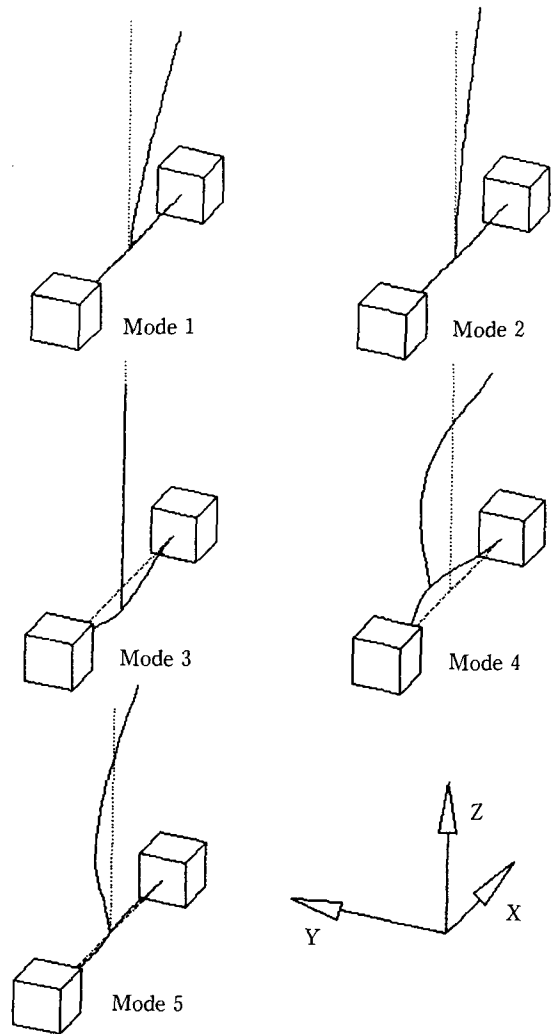


Fig. 3 Mode shapes of T-type beam

Table 1 Comparison of the natural frequencies(10×10 T-type beam)(Hz)

Mode	Beam model	SYSTUNE	Proposed method	Detail model
1	75.61	67.91	67.57	67.57
2	103.98	100.51	100.79	100.79
3	390.12	390.27	390.66	390.67
4	463.42	458.48	459.14	459.05
5	658.87	645.03	644.45	644.45
6	791.95	772.32	772.19	783.97
7	1771.50	1699.90	1700.00	1734.10

Fig. 7에 보여주며, 여기서 모드 2와 3이 교차되었음을 확인할 수 있었다. 초기 FE 모델과 목표모델 간의 교차된 모우드 순서를 일치시키고 고유진동수 차를 줄이기 위하여 4개의 모드를 사용하여 모델을 개선하였다. 모델개선후 초기 FE 모델과 목표 모델간의 모드순서는 Fig. 8에 있는 모델개선에 사용된 4개의 모드 MAC에서 보여지는 바와 같이 일치하였다. 모델 개선후 두 방법으로부터 구한 고유진동수와 보정계수는 Table 2와 Fig. 9에 각각 정리

하였다. SYSTUNE으로부터 구하여진 보정계수 값과 본 연구에서 제안한 방법으로부터 구하여진 보정계수값은 일치하였으며 모델개선에 사용된 4개의 모드에 대하여는 목표모델의 해석결과와 일치하며 모델개선할때 사용하지 않았던 모드의 결과도 초기 FE 모델의 해석결과보다 목표모델의 해석결과에 근접되었다.

T형 보의 연결부의 강성을 살펴보기 위하여 제시된 방법을 Fig. 1의 두 모델에 대하여 적용하여 보았다. Fig. 1의 두 모델에 대하여 Fig. 10과 같이 실험을 하였고 모델개선을 위하여는 4개의 실험 모우드를 사용하였다. 보정계수를 두 가지로 선정하

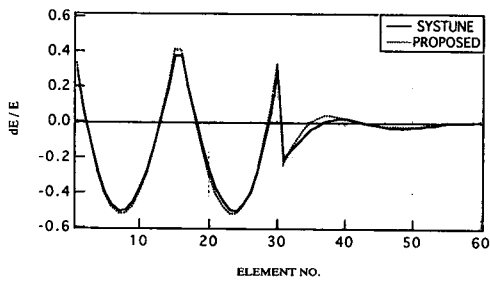


Fig. 4 Scaling factor of each element(10×10 T-type beam)

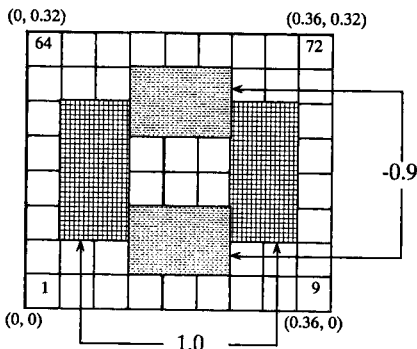


Fig. 5 Shape of plate(B. C. : simply supported, 360×320×1)

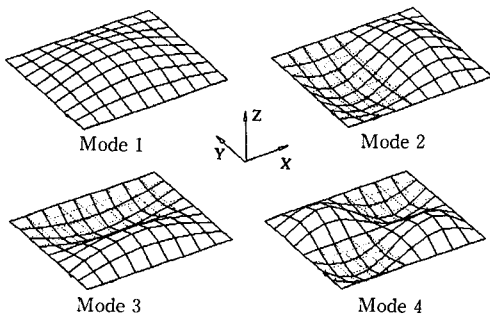


Fig. 6 Mode shapes of plate

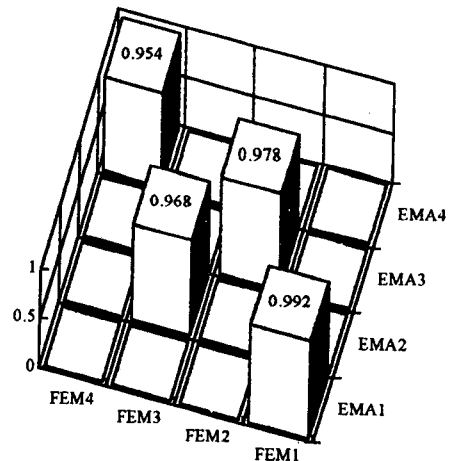


Fig. 7 MAC between initial FE model and target model

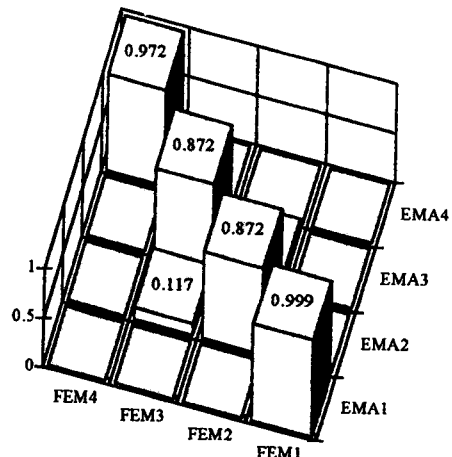


Fig. 8 MAC between tuned FE model and target model

Table 2 Comparison of the natural frequencies (plate)(Hz)

Mode	Initial FEM	SYSTUNE	Proposed method	Target
1	41.91	37.02	37.00	37.04
2	97.10	88.75	88.22	88.30
3	111.85	97.51	97.49	97.63
4	165.88	154.64	155.03	155.17
5	188.95	180.88	181.23	174.64
6	228.25	192.85	191.86	192.88
7	255.95	236.10	236.28	231.58

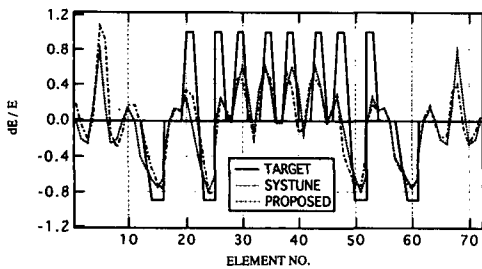


Fig. 9 Scaling factor of each element(plate)

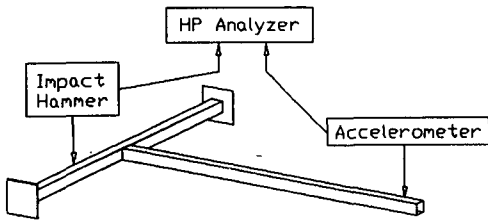


Fig. 10 Experimental modal analysis

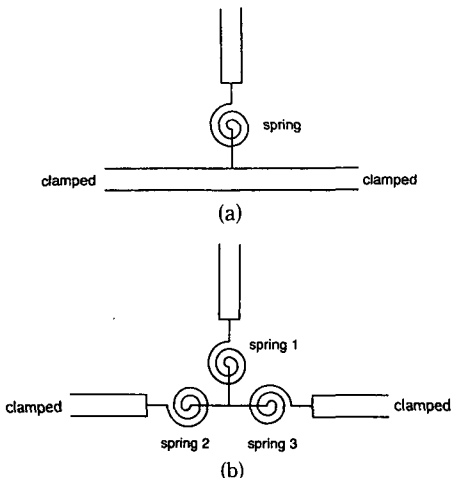


Fig. 11 Rotational spring

였으며 그중 하나는 요소행렬 전체에 보정계수를 사용하는 것이고 다른 하나는 Fig. 2의 연결부에서 Fig. 11과 같이 회전스프링에만 보정계수를 사용하는 것이다. 이때 10×10의 T형 보에 대하여는 회전스프링을 Fig. 11(a)와 같이 사용하였다. 20×20의 T형 보에 대하여는 Fig. 11(a)와 같이 회전스프링을 사용하면 Fig. 3의 3번째 모드가 Fig. 11(a)의 회전스프링 값의 변화에 대하여 영향을 받지 않으므로 고유진동수 차를 감소시킬 수 없었다. 그래서 3번째 모드에 영향을 주는 연결부의 회전스프링을 고려하기 위하여 Fig. 11(b)와 같이 회전스프링에 보정계수를 사용하였다. Fig. 11(a)와 Fig. 11(b)의 스프링 1의 Z-방향 성분은 모델개선을 위하여 사용된 모드에 영향을 주지 않으므로 이 회전스프링의 보정계수에 포함여부는 개선된 모델에 영향을 미치지 않았다. Fig. 12는 요소행렬 전체에 보정계수를 사용하였을 경우 개선된 모델의 각 요소행렬에 대한 보정계수값을 나타낸다. Fig. 1의 두 모델에 두 가지 보정계수를 사용하였을 때 모델 개선법으로부터 구한 결과는 Tables 3, 4에 정리되었다. 20×20의 T형 보에 대하여 실험, 초기 FE 모델과

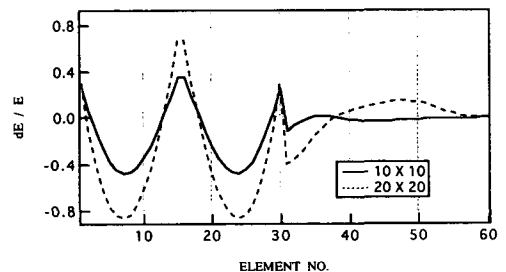


Fig. 12 Scaling factor(T-type beam)

Table 3 Comparison of the natural frequencies(10×10 T-type beam)(Hz) (using experimental data)

Mode	Beam model	NO-JOINT tuning	JOINT tuning	Experiment
1	75.61	69.44	69.44	69.45
2	103.98	102.82	102.83	102.83
3	390.12	392.28	390.12	392.22
4	463.42	459.70	460.43	459.82
5	658.87	649.72	654.16	654.04
6	791.95	776.15	782.19	780.12

estimated rotational spring : Rotx=3.07 kN-m/rad
 Roty=47.15 kN-m/rad

Table 4 Comparison of the natural frequencies(20×20 T-type beam)(Hz) (using experimental data)

Mode	Beam model	NO-JOINT tuning	JOINT tuning	Experiment
1	158.70	108.16	108.16	108.16
2	218.14	196.49	193.54	196.50
3	811.82	720.71	720.72	720.72
4	969.27	900.60	900.61	900.63
5	1367.0	1338.1	1280.6	1244.0
6	2464.7	1497.2	1536.4	1482.0

estimated rotational spring : spring 1 spring 2, 3
 Rotx=4.84 kN-m/rad 52.4 kN-m/rad
 Roty=57.0 kN-m/rad 51.0 kN-m/rad
 Rotz= 54.9 kN-m/rad

두가지 보정계수 선정에 대한 개선된 모델로부터 구하여진 FRF는 Fig. 13과 같다. 요소행렬 전체에 보정계수를 사용한 경우에는 Fig. 12의 개선된 모델에 대한 보정계수 값이 크게 나왔으며 실제적으로 이런 장성 차이가 있다는 것은 물리적으로 타당하지 않다. 일반적으로 구조물의 취부 위치와 구조물의 연결부의 근처에서 국부적 변형이 전체 구조물에 영향을 미친다는 점으로부터 T형 연결보의 오차는 연결부가 가장 크다고 볼수 있다. 따라서 요소행렬 전체에 보정계수를 사용할 필요없이 연결부의 회전스프링에만 보정계수를 사용하여 모델개선을 하는 것이 바람직하며 이때 가장 오차가 큰 연결부를 고려할수 있으므로 정확한 결과를 얻을수 있었다. 단면이 두께에 비하여 커질수록 단순

보로 초기 FE 모델하는 것은 실제 대상물과 비교하여질때 연결부의 오차가 커지므로 어느 이상 커지면 회전 스프링에만 보정계수를 사용하여 모델개선하는 것이 불가능해질 것이다.

연결부의 특성을 살펴 보기 위하여 변형률을 비교하였다. Fig. 14와 같이 실험에서 $Z=0.29$ m에 하중을 적용하여 변형률을 측정하였다. Fig. 15는 10×10 T형 보에 대한 상세 FE 모델(Fig. 1(a) 참조), 단순 보를 가정한 이론과 실험으로부터 얻어진 변형률 #이다. 단순 보를 가정한 FE 모델로부터 얻어진 변형률과 큰 차이를 보이는 곳이 연결부의 1 cm 이내임을 Fig. 15는 보여주고 있으며 T형 보의 연결부가 초기 단순 보 FE 모델과 실제 대상물

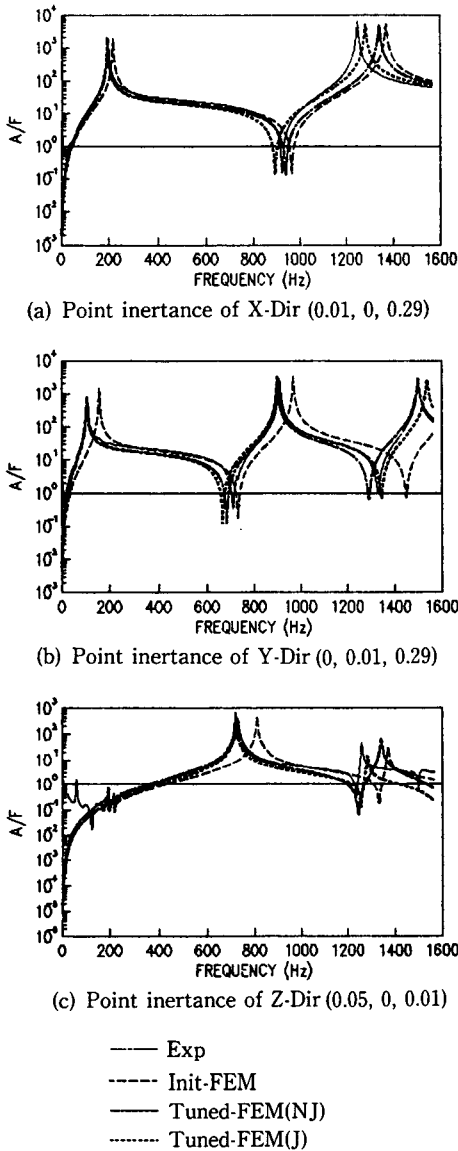


Fig. 13 Comparison of 20×20 T-type beam's FRF measurement point(x, y, z)

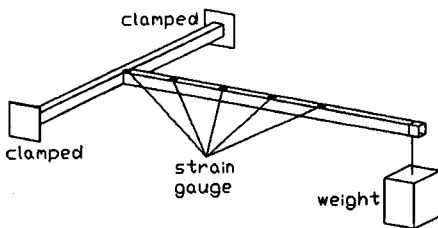


Fig. 14 Strain measurement

의 동특성 차이의 원인이 되는 곳임을 알 수 있었다.

연결부 회전스프링에 보정계수를 사용하여 개선된 FE 모델을 얻었을 때 실험으로부터 구하여진 정적 해석결과에 대하여 초기 FE 모델보다 개선된 FE 모델에 대한 정적해석 결과의 오차가 더 커진다면 개선된 모델은 단순한 피팅의 의미만을 가지게 된다. 이점을 살펴보기 위하여 개선된 FE 모델에 정적하중을 적용하였을 때 개선된 모델의 변위를 해석하였다. FE 모델은 상세하게 모델링될수록 실제 대상을 잘 묘사할 수 있다고 볼 수 있고 Fig. 15에서 상세 FE 모델은 실험으로부터 얻어진 변형률 특성을 보여주므로 실험으로부터 변위를 측정하기 어려운 문제를 피하기 위하여 Fig. 1(a)의 상세 FE 모델에 대한 해석결과를 실험치로 가정하고 10×10 T형 보에 대한 초기 FE 모델을 개선한 후 변위를 비교하였다(하중조건은 변형률을 해석할 때와 동일함). Fig. 16은 상세 FE 모델(SOLID), 초기 FE 모델(NO-JOINT), 요소행렬 전체에 보정계수를 사용하여 개선된 모델(TUNED(NJ))과 회전스프링에만 보정계수를 사용하여 개선된 모델(TUNED(J))에 대하여 해석결과로부터 얻어진 Y-방향 변위이다. 초기 FE 모델에 대한 변위는 상

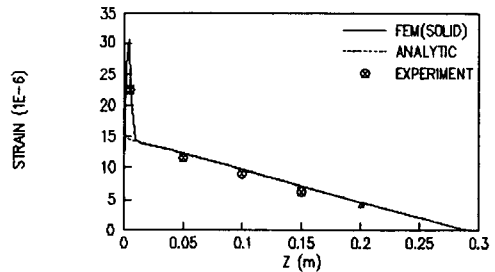


Fig. 15 Strain of 10×10 T-type beam

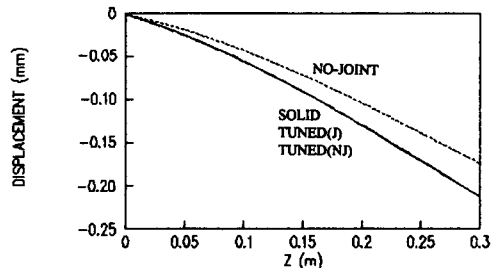


Fig. 16 Y-direction displacement of 10×10 T-type beam

세 FE 모델에 대한 변위와 차이가 있으나 개선된 모델에 대한 변위는 상세 FE 모델에 대한 변위와 일치함을 알 수 있었다. 따라서 동특성을 이용하여 모델개선을 하였을때 개선된 모델의 정적특성도 개선됨을 알 수 있었다.

4. 결 론

본 연구에서 제시한 FE 모델의 개선법에 대하여 타당성 및 유용성을 간단한 예제에 대하여 상용프로그램과 비교하고 이 방법을 이용하여 T형 보에 대하여 적용하여 보았다.

모델개선시 실험모드 오차를 줄이기 위하여 모드 형상이 자유도 단위로 사용되는 경우에는 개선된 모델의 고유진동수가 실험 모드 형상의 부정확함에 매우 민감하기 때문에 고유진동수만이 사용되어 모델이 개선되는 것이 필요하였다. 그러나 모델 개선 과정에서 고유진동수만을 가지고 모델 개선을 할 경우에는 실험모델과 초기 FE 모델의 모드순서가 바뀐 것은 바로 잡아주지 못하므로 고유진동수는 같게 되더라도 모드순서가 달라진다. 따라서 초기 FE 모델과 실험의 모드순서가 바뀐 경우에는 모드 짝짓기에만 실험 모드 형상을 사용하여 모드순서를 일치시킨 후에 고유진동수 차만을 줄여 모델개선을 하는 것이 필요하였다.

T형 보에 대하여 실험으로부터 측정된 변형률과 상세 FE 모델로부터 계산된 변형률로부터 단순 보의 초기 FE 모델의 해석결과와 실험 해석결과에 대한 오차의 원인은 연결부에 있음을 확인하였다. 연결부의 회전 스프링에만 보정계수가 사용되어 개선된 모델로부터 얻어진 해석결과는 실험치와 모델개선시 사용된 모드에 대하여는 일치하며 모델개선

할때 사용되지 않았던 모드의 결과도 초기 FE 모델보다 실험치에 근접되었다. 또한 동특성을 개선하여 얻어진 모델에 대한 정적 해석결과도 개선됨을 알 수 있었다.

참고문헌

- (1) Baruch, M. and Bar Itzhack, I. Y., 1978, "Optimal Weighted Orthogonalization of Measured Modes," *AIAA Journal*, Vol. 16, pp. 346~351.
- (2) Kabe, A. M., 1985, "Stiffness Matrix Adjustment Using Mode Data," *AIAA Journal*, Vol. 23, pp. 1431~1436.
- (3) Kammer, D. C., 1988, "Optimum Approximation for Residual Stiffness in Linear System Identification," *AIAA Journal*, Vol. 26, pp. 104~112.
- (4) 박형순, 1986, "동특성 측정에 의한 유한 요소 모델의 신뢰도 제고 및 파손부분 색출에 관한 연구," 대한기계학회논문집, 제10권, 제1호, pp. 157~163.
- (5) Tae, W. L., 1991, "Submatrix Approach to Stiffness Matrix Correction Using Modal Test Data," *AIAA Journal*, Vol. 28, No. 6, pp. 1123~1130.
- (6) Brandon, J. A., 1991, "Second-Order Sensitivities to Assess the Applicability of Sensitivity Analysis," *AIAA Journal*, Vol. 29, No. 1, pp. 135~139.
- (7) Charles, L. L. and Richard, J. H., 1974, *Solving Least Squares Problems*, Prentice-Hall, INC., pp. 158~173, pp. 188~194.