

〈論 文〉

## 층간분리로 인한 연계강성이 복합재 적층판의 좌굴거동에 미치는 영향

김호진\* · 홍창선\*\*

(1994년 6월 9일 접수)

### Influence of Couplings on the Buckling Behavior of Composite Laminates with a Delamination

Hyo-Jin Kim and Chang-Sun Hong

**Key Words :** Embedded Delamination(내재된 층간분리), Finite Element Modeling(유한요소 모델링), Degenerated Shell Element(응축셀 요소), Global Buckling Mode(전체 좌굴 모드), Mixed Buckling Mode(혼합 좌굴모드), Local Buckling Mode(국부 좌굴모드), Buckling Load(좌굴하중), Postbuckling Behavior(좌굴후거동)

#### Abstract

The finite element modeling is used to study the buckling and postbuckling behavior of composite laminates with an embedded delamination. Degenerated shell element and rigid beam element are utilized for the finite element modeling. In the nonlinear finite element formulation, the updated Lagrangian description method based on the second Piola-Kirchhoff stress tensor and the Green strain tensor is used. The buckling and postbuckling behavior of composite laminates with a delamination are investigated for various delamination sizes, stacking sequences, and boundary conditions. It is shown that the buckling load and postbuckling behavior of composite laminates depend on the buckling mode which is determined by the delamination size, stacking sequence, and boundary condition. Also, results show that introduction of couplings can reduce greatly the buckling load.

#### 1. 서 론

구조물의 성능을 더욱 향상시키기 위한 연구가 진행되면서, 고등복합재료에 대한 해석과 실제 구조물에의 응용이 활발해지고 있다. 고등복합재료는 설계과정에서 적층판을 구성하는 각 단층의 섬유방향과 적층순서 등 복합재료만의 설계인자들을 추가로 조절할 수 있어, 기존의 등방성재료에 비하여

훨씬 다양한 설계 요구조건을 만족시킬 수 있기 때문이다. 또한 고등복합재료는 높은 비강도와 비강성이라는 재료자체의 특성이 유용하게 이용된다. 고등복합재료는 주로 항공우주산업 등과 같이 구조물의 성능이 매우 큰 영향을 미치는 분야에서, 개발과 적용이 시작되었다. 그러나 고등복합재료의 사용은 신뢰성과 파손거동에 대한 부족한 데이터로 인하여 사용에 제약을 받아온 실정이다. 높은 신뢰도를 가지고 실제 구조물에 널리 사용하기 위해서는 파손거동에 대한 충분한 이해가 선행되어야 할 것이며, 이를 바탕으로 효율적인 손상허용 설계개념

\*정회원, 한국중공업(주)

\*\*정회원, 한국과학기술원 항공우주공학과

(damage tolerance design concept)을 사용해야 한다.

층간분리는 복합재 적층판에서 흔하게 직면하는 파손형태이며, 이것은 제작과정의 결함이나, 공구를 떨어뜨리거나 물체가 부딪혀서 나타나는 저속충격 등에 의하여 야기된다. 복합재 적층판에 층간분리가 존재하면, 전체적인 강성이 저하되고, 대칭적 층판은 국부적인 비대칭이 되므로 연계강성이 존재한다. 이로 말미암아 적층판의 좌굴하중이 감소되고 설계이하 하중에서 전체적인 파손이 야기된다. 따라서 손상허용 설계개념에서, 층간분리가 존재하는 복합재 적층판의 좌굴과 좌굴후거동을 예측하고 이해하는 것은 구조물의 안전성과 신뢰성을 확보하기 위해 중요하다. 복합재 적층판에 층간분리가 존재하면, 좌굴과 좌굴후거동 해석은 방대한 3차원 문제가 된다. 그러므로 지금까지의 좌굴과 좌굴후거동 해석은 일차원 모델(one-dimensional model)<sup>(1-3)</sup> 또는 얇은막 모델(thin-film approximation)<sup>(4-6)</sup>로 단순화하여 수행되었다. 따라서 임의의 면적을 갖는 층간분리가 존재하는 경우에 층간분리 및 적층순서가 전체 거동에 미치는 영향을 해석하지 못하고 부분적인 현상 파악에 국한되어 있다.

본 연구에서는 층간분리가 적층판의 전체 거동에 미치는 특성과 층간분리로 인한 연계강성이 거동에 미치는 영향을 규명하고자 한다. 좌굴거동은 좌굴하중과 좌굴형태(buckling mode)로 설명하였으며 좌굴후거동은 압축하중에 따른 적층판의 변형과 회전으로 기술하였다. 좌굴후에 층간분리 진전은 배제하고, 압축하중에 따른 적층판의 변형으로써 층간분리 진전의 가능성에 대해서 간접적으로 설명하였다. 3차원 형상에 대한 층간분리 좌굴과 좌굴후거동을 예측하기 위한 층간분리 유한요소 모델링을 사용하였으며, 분기좌굴을 보이는 대칭적층판이 층간분리로 인하여 부분적인 비대칭이 되므로 비대칭적층판의 해석과 좌굴후거동을 해석하기 위하여 비선형 해석을 수행하였다. 좌굴후 대화전으로 인한 적층판의 위치 변화를 고려할 수 있는 유한요소 수식화를 위해 updated Lagrangian 기법을 사용하였고, 응력 및 변형률 텐서(tensor)로는 2nd Piola-Kirchhoff 응력텐서와 Green 변형률텐서를 사용하였다. 비선형 유한요소해석의 타당성은 이미 잘 알려진 기존의 수치결과와의 비교를 통하여 검증하였으며, 층간분리 유한요소 모델링의 타당성은 일차원 모델의 해석적인 방법으로 구한 좌굴하중과 좌

굴후 거동의 비교를 통하여 검증하였다.<sup>(7)</sup>

## 2. 비선형 유한요소해석

### 2.1 층간분리 유한요소 모델링

층간분리가 존재하는 복합재 적층판의 형상은 Fig. 1에 보인 바와 같으며, 층간분리 유한요소 모델링<sup>(7)</sup>은 층간분리로 나누어진 각 부분의 중립면을 따라서 응축셀 요소(degenerated shell element)로 모델링한다. 변형전에 중립면에 수직인 직선은 변형후에도 직선을 유지하고 두께방향의 수직응력을 무시한다는 가정을 함으로써, 응축셀 요소는 3차원 요소(three-dimensional solid element)로부터 얻어진다. 위의 두가지 가정은 3차원 이론을 2차원 이론으로 단순화시킨다. 따라서 층간분리 유한요소 모델링은 층간분리로 인한 3차원 형상에 대한 좌굴과 좌굴후거동을 해석할 수 있다. 층간분리 경계에서도, 중립면에 수직인 직선은 변형후에도 직선을 유지하고 두께방향 변위와 회전은 같아야 한다는 적합관계식을 만족시키기 위한 방법으로 강체보요소(rigid beam element)를 도입한다. Fig. 2는 층간

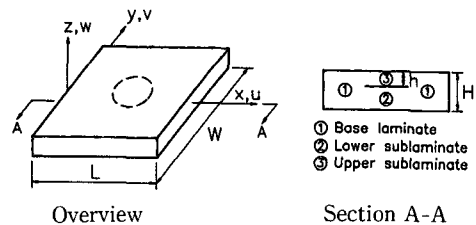


Fig. 1 Configuration of composite laminate with a delamination

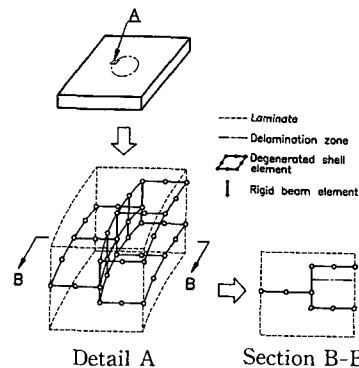


Fig. 2 Schematic diagram of the finite element modeling of composite laminate with a delamination

분리 경계부분에서 층간분리 유한요소 모델링을 도식적으로 나타내었다.

## 2.2 비선형 유한요소의 수식화

임의의 하중단계의  $n+1$ 번째 계산단계에서 가상일의 정리(principle of virtual work)는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \iiint_{V^{n+1}} \sigma_{ij}^{n+1} \delta e_{ij}^{n+1} dV = & \iiint_{V^{n+1}} f_i^{n+1} \delta u_i^{n+1} dV \\ & + \iint_{S^{n+1}} T_i^{n+1} \delta u_i^{n+1} dS \end{aligned} \quad (1)$$

여기서,  $\sigma_{ij}$ ,  $e_{2j}$ ,  $f_i$ ,  $T_i$ ,  $u_i$ 는 Cauchy 응력, 미소변형률(infinitesimal strain), 체적력(body force), 표면력(surface traction) 및 변위이고,  $\delta$ 는 변분기호(variation operator)를 의미한다. 체적력이 없을 경우 식(1)은 2nd Piola-Kirchhoff 응력과 Green 변형률을 사용하면 식(2)와 같은 updated Lagrangian 수식화 기법에 의한 가상일 정리에 도달한다.

$$\begin{aligned} \iiint_{V^n} (\sigma_{ij}^n + \Delta S_{ij}) \sigma (\Delta \epsilon_{ij}) dV \\ - \iint_{S^{n+1}} (T_i^n + \Delta T_i) \delta (\Delta u_i) dS = 0 \end{aligned} \quad (2)$$

유한요소는 요소중립면에 위치한 8개의 절점을 가지며, 각 절점에서 전체좌표계 방향의 3개의 변위와 중립면에 대하여 결정되는 국부좌표계의 평면방향 두 벡터에 관한 회전자유도들로 모두 5개의 절점자유도를 가지는 응축셀 요소이다. 변형전 요소의 중립면에 대해 수직인 직선들은 변형후에도 직선을 유지하고 두께방향의 수직응력을 무시한다는 가정을 바탕으로 한다. 또한 각 절점에서 회전을 허용함으로써 두께방향의 전단변형을 고려한다.

식(2)로부터 다음과 같은 유한요소 방정식<sup>(7)</sup>이 얻어진다.

$$([K_L] + [K_{NL}]) \{\Delta U_n\} = -\{\Delta P\} \quad (3)$$

여기서,  $[K_L]$ ,  $[K_{NL}]$ ,  $\{\Delta P\}$ 는 각각 선형 강성행렬, 비선형 강성행렬 및 불평형힘을 의미한다. 해를 구하는 방법으로는 Newton-Raphson, Modified Newton-Raphson, 그리고 이를 조합하여 몇번의 되풀이 계산후에 강성행렬을 새로 평가하는 방법을 사용했다. 수렴판정은 변위와 불평형힘에 대하여 norm)을 취하여 수렴허용 오차 안에 들어오면 수렴한 것으로 하였다.

## 3. 복합재 적층판의 거동원리

복합재 적층판은 강화재로 사용하는 섬유의 방향성으로 인하여 이방성(anisotropic)을 띠게 된다. 이로 인하여 복합재료 적층판에는 하중과 변위 사이에 연계(coupling) 현상이 존재하게 된다. 복합재 적층판의 해석에서, 일방향 적층판이나 직교 적층판과 같이 변형의 대칭성을 파괴하는 연계강성이 없는 경우에는, 하중과 경계조건이 대칭이면 적층판의 변형 또한 대칭이 됨은 잘 알려진 사실이다. 적층판에 연계강성이 존재하는 경우는 면내하중이 작용시 면내변형뿐 아니라 연계강성으로 인한 면의 변형이 유기될 수 있다. 따라서 여기에서는 연계강성이 존재하는 일반적인 적층판의 거동원리에 대해 살펴본다. 고전적층이론(CLT: classical lamination theory)에 의하면 적층판에서의 면내하중, 굽힘모멘트와 변형률 및 곡률의 관계는 다음과 같이 주어진다.<sup>(8)</sup>

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_x^o \\ \epsilon_y^o \\ \gamma_{xy}^o \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{Bmatrix} \quad (4)$$

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_x^o \\ \epsilon_y^o \\ \gamma_{xy}^o \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{Bmatrix} \quad (5)$$

여기서,  $N_x$ ,  $N_y$ ,  $N_{xy}$ 는 면내하중,  $M_x$ ,  $M_y$ ,  $M_{xy}$ 는 굽힘모멘트이고,  $\epsilon_x^o$ ,  $\epsilon_y^o$ ,  $\gamma_{xy}^o$ 는 적층판의 중립면에서의 변형률,  $\kappa_x$ ,  $\kappa_y$ ,  $\kappa_{xy}$ 는 적층판의 곡률이다.

인장강성(extensional stiffnesses),  $A_{ij}$  및 연계강성(coupling stiffnesses),  $B_{ij}$  그리고 굽힘강성(bending stiffnesses)  $D_{ij}$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{ij})_k (z_k - z_{k-1}) \quad (6)$$

$$B_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{ij})_k (z_k^2 - z_{k-1}^2) \quad (7)$$

$$D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{ij})_k (z_k^3 - z_{k-1}^3) \quad (8)$$

여기서,  $\bar{Q}_{ij}$ 는 변환 강성행렬 superscript 이고  $N$ 은 단층의 층수이다.

Fig. 3은 식(4)와 (5)에 나타낸 연계강성들에 의해 발생하는 면내 수직변형과 전단변형의 연계현상,

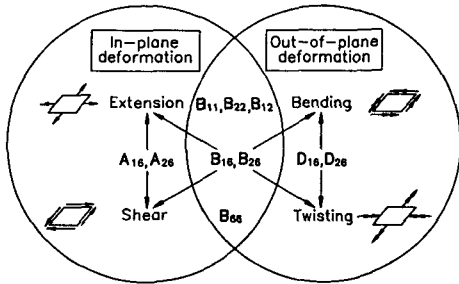


Fig. 3 Deformation couplings exhibited by the constitutive relations for composite laminate

면내 수직변형과 굽힘변형 연계현상, 면내 수직변형과 비틀림변형과의 연계현상, 굽힘변형과 비틀림변형의 연계현상 등에 대한 기본적 개념을 나타낸다. 연계강성  $B_{11}$ 이 존재하는 적층판 경우, 면내 하중을 가하면 면내 수직변형뿐 아니라 면내 수직변형과 굽힘변형 연계현상에 의하여 굽힘변형이 야기되므로 횡변위가 유기된다.

#### 4. 수치해석 및 결과 분석

여기서는 실제적 현상인 내재된 층간분리가 적층판의 전체 거동에 미치는 특성과 층간분리로 인한 연계강성이 거동에 미치는 영향을 규명하였다. 고려한 적층판은 일방향, 직교 및 준등방성 적층판이다. 적층판의 형상은 Fig. 1에 보인 바와 같고 길이(L)와 폭(W)이 각각 150 mm인 정방형이다. 층간분리 크기에 따른 영향을 살펴보기 위해 내재된 층간분리를 원형태로 가정하여 크기를 변화시켰다. Graphite/Epoxy를 재료로 선택하였는데 재료상수는 Table 1에 보인 바와 같은 HFG CU-125 프리

Table 1 Material properties of HFG CU-125 Graphite/Epoxy composite material

Property	Value
$E_1$	135.4 GPa
$E_2, E_3$	9.6 GPa
$G_{12}, G_{13}$	4.8 GPa
$G_{23}$	3.2 GPa
$\nu_{12}, \nu_{13}$	0.31
$\nu_{23}$	0.52

프레그를 사용하였고 한 단층의 두께는 0.125 mm이다. 경계조건은 모든 경계에서 단순지지와 고정지지를 각각 고려하였으며, 압축하중은 균일변위로 가해진다. 하중을 가하면, 원통판넬과 같이 경계에서의 굽힘모멘트로 인해 자연적으로 횡변형이 발생하는 구조물에서는 좌굴을 발생시키기 위해서 별도의 초기결함이나 면외하중을 부여할 필요는 없다. 그러나 평판과 같이 좌굴전 횡변형이 없는 구조물의 좌굴해석을 위해서는 구조물의 좌굴을 유도하기 위해서 인위적으로 약간의 초기결함이나 외부하중을 준 다음 계산을 수행하게 된다. 따라서 본 연구에서는 적층판의 중간점에 아주 작은 횡하중을 가하여 초기결함으로 미세한 횡변위를 부여한 후에 계산을 수행하였다.

#### 4.1 좌굴 및 좌굴후거동

층간분리 크기와 경계조건이 좌굴과 좌굴후거동에 미치는 특성을 규명하기 위해, 일방향 적층판  $[0//0/0/0]_T$ 을 해석하였다. 여기서, //는 층간분리 위치를 표시한다.

Fig. 4는 층간분리 크기와 경계조건이 좌굴하중과 좌굴형태에 미치는 영향을 보여주고 있다. 얇은 막 모델(thin-film approximation)은 층간분리 윗부분만 해석하는 얇은막 모델에 대하여 ANSYS(상업용 유한요소 프로그램)로 고유치문제(eigenvalue problem)를 해석한 결과이다. 얇은막 모델은 2차원 해석이 가능하므로 ANSYS를 사용하였다. 좌굴하중은 층간분리 크기가 커짐에 따라서 감소하고 있으며, 좌굴하중에 영향을 미치지 않는 임계 층간분리 크기가 존재함을 알 수 있다. 좌굴이 일어날

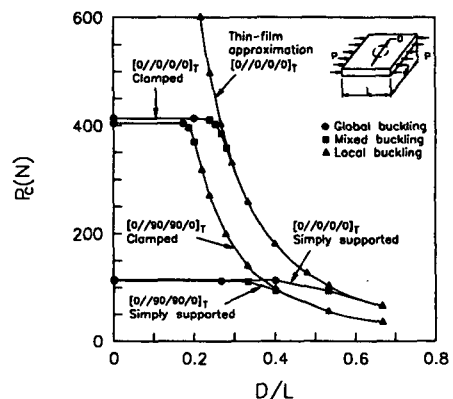


Fig. 4 Buckling loads and modes for various delamination sizes in composite laminates

때의 좌굴형태는 전체 좌굴모드(global buckling mode), 혼합 좌굴모드(mixed buckling mode) 및 국부 좌굴모드(local buckling mode)로 나타난다.

고정지지 경계조건을 살펴보면 다음과 같다. 좌굴하중은  $D/L \leq 0.2$ 에서는 층간분리 존재로 인한 영향을 받지 않으며,  $D/L=0.2$ 가 임계 층간분리 크기이다.  $0.2 < D/L < 0.29$ 에서는 좌굴하중이 감소하고 좌굴형태는 혼합 좌굴모드를 보여주고 있으며 좌굴형태는 Fig. 5에 보인 바와 같다.  $D/L \geq 0.29$ 에서는 좌굴하중은 급격하게 감소하고, 좌굴형태는 층간분리 윗부분이 좌굴을 일으키는 국부 좌굴모드를 보인다. 단순지지 경계조건을 살펴보면, Fig. 4에 보인 바와 같이 임계 층간분리 크기와 국부 좌굴모드를 야기하는 층간분리 크기가 고정지지 에 비해서 크고, 좌굴하중은 층간분리 크기에 따른 영향이 작음을 알 수 있다. 이는 전체 좌굴을 야기하기 쉬운 경계조건이기 때문이다.

위에서 살펴본 바와 같이 좌굴형태는 층간분리 크기와 경계조건에 의하여 결정되며, 좌굴하중과 밀접한 관계가 있다. 전체 좌굴을 야기하는 층간분리 크기에서는 좌굴하중은 감소하지 않는다. 좌굴하중은 층간분리가 임계 크기보다 크면 감소하기 시작하고, 좌굴형태는 전체 좌굴모드에서 혼합 좌굴모드로 바뀐다. 국부 좌굴모드를 야기하는 층간분리는 좌굴하중을 급격하게 감소시킨다. 또한 전체 좌굴을 야기하기 쉬운 단순지지 경계조건에서는

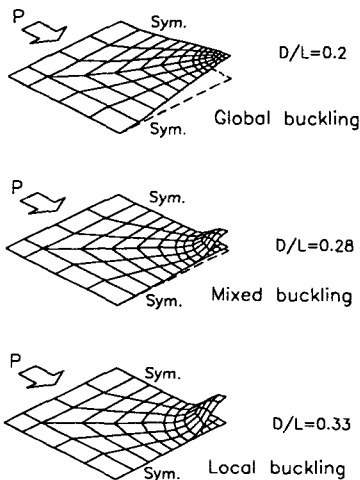


Fig. 5 Buckling mode shapes for various delamination sizes in  $[0//0/0/0]_T$  laminate with all clamped boundary edges

고정지지에 비해서 좌굴하중은 낮지만 임계 층간분리 크기가 크고 국부 좌굴모드를 야기하는 층간분리 크기도 크다. 층간분리 윗부분만 해석하는 기존의 얇은막 모델은 좌굴형태가 국부 좌굴모드인 경우, 즉 층간분리의 크기가 큰 경우에 좌굴하중을 예측할 수 있으나, 전체 좌굴모드 또는 혼합 좌굴모드가 일어난 경우에는 좌굴하중을 평가할 수 없다. 따라서 얇은막 모델에 의한 해석은 좌굴이 일어날 때의 좌굴형태를 예측할 수 없으므로 실제 구조물에서의 좌굴하중을 구할 수 없다.

해석결과에 의하면 Fig. 6과 7에 보인 바와 같이, 좌굴후거동은 좌굴이 일어날 때의 좌굴형태에

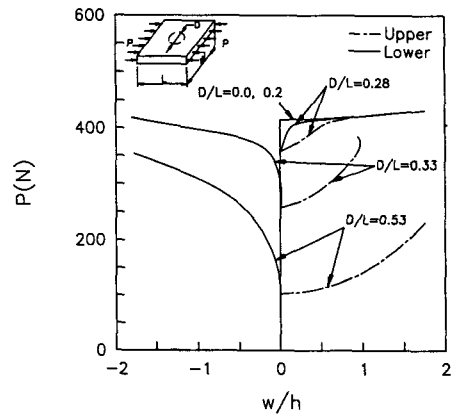


Fig. 6 Midpoint deflections of upper and lower sublaminates for various delamination sizes in  $[0//0/0/0]_T$  laminate with all clamped boundary edges

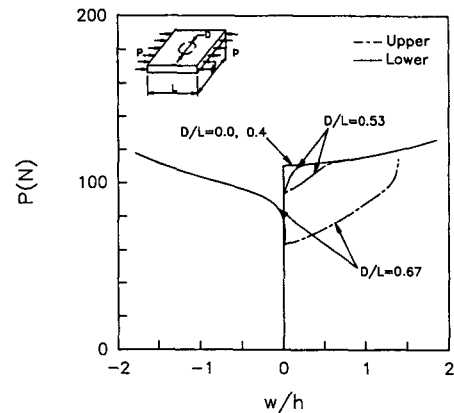


Fig. 7 Midpoint deflections of upper and lower sublaminates for various delamination sizes in  $[0//0/0/0]_T$  laminate with all simply supported edges

따라 세가지로 대별된다. 고정지지 경계조건에서 살펴보면,  $D/L \leq 0.2$ 에서 즉, 전체 좌굴모드가 일어난 후의 거동은 층간분리의 존재에 따른 영향을 받지 않은 거동을 보인다.  $0.2 < D/L < 0.29$ , 혼합 좌굴모드가 일어난 후에 적층판은 위로 변형되고, 하중이 증가함에 따라서 층간분리 아랫부분과 윗부분의 상대적인 변위가 증가한다. 좌굴변형이 윗부분의 압축하중을 이완시키므로, 일정 하중부터는 상대적인 변위가 감소하여 결국에는 접촉되어 거동한다. 접촉후에 거동은 전체 좌굴모드가 일어난 후의 거동과 같아진다. 따라서 접촉전에 층간분리 진전이 일어나지 않는다면, 적층판의 연속적인 변형 동안 층간분리 진전이 일어나지 않음을 의미한다. 하중에 따른 적층판의 변형은 Fig. 8에 보인 바와 같다.  $D/L \geq 0.29$ , 국부 좌굴모드에서는 층간분리 윗부분의 좌굴이 아랫부분의 변형을 야기한다. 그러므로 층간분리 아랫부분은 윗부분과 같은 방향의 거동을 보인다. 하중이 증가함에 따라서 Fig. 9에 보인 바와 같이  $x=0, L$ 에서의 반력모멘트의 영향으로 층간분리 아랫부분은 윗부분과 반대 방향의 변형이 유기되며, 층간분리 이외부분과 아랫부분은 아래로 변형된다. 하중에 따른 적층판의 변형은 Fig. 10에 보인 바와 같다. 또한 층간분리가 존재하는 일방향 적층판에서 좌굴은 Fig. 6과 7에서 보인 바와 같이 하중이 가해질 때, 가해진 하중이 어떤 임계하중에 도달할 때까지는 횡변위 즉 처짐이 전혀 발생하지 않다가, 임계하중에 도달하는 순간

처짐이 유발되는 분기좌굴(bifurcation buckling)을 보인다.

국부 좌굴모드를 야기하는 층간분리는 좌굴하중을 급격하게 감소시키며 좌굴후에 층간분리 윗부분과 아랫부분의 상대적인 변위가 크므로, 층간분리 진전의 가능성이 크다. 전체 좌굴을 야기하기 쉬운 단순지지는 좌굴하중이 낮지만 국부 좌굴모드를 야기하는 층간분리의 크기가 훨씬 크다. 그러므로 전체 좌굴을 야기하기 쉬운 경계조건은 좌굴후에 층간분리 진전의 가능성을 감소시킬 수 있다. 얇은막 모델에 의한 기존의 층간분리 진전에 관한 연구 결과는 국부좌굴에 의해서 야기된 좌굴후의 층간분리

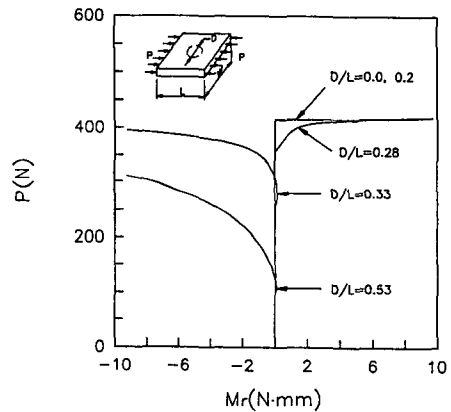


Fig. 9 Reaction moments for various delamination sizes in  $[0//0/0/0]_T$  laminate with all clamped boundary edges

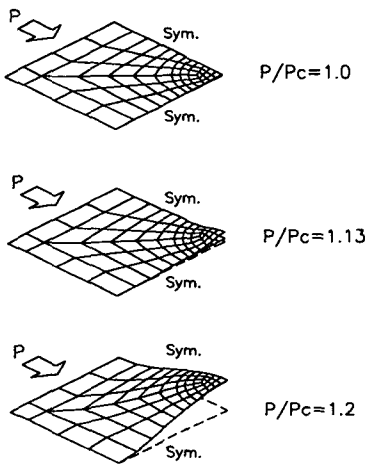


Fig. 8 Deformed shapes for various axial loads in  $[0//0/0/0]_T$  laminate with a delamination of  $D/L=0.28$

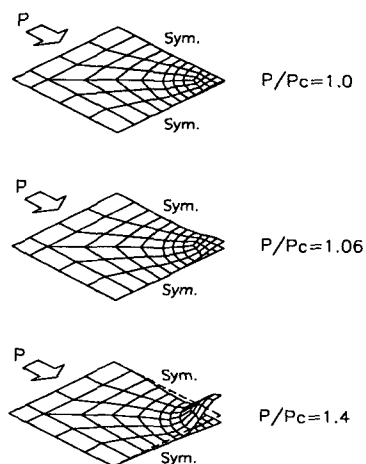


Fig. 10 Deformed shapes for various axial loads in  $[0//0/0/0]_T$  laminate with a delamination of  $D/L=0.33$

진전을 에너지방출률로 설명하였는데, 좌굴후의 거동은 압축하중이 크게 증가하지 않아도 층간분리 아랫부분과 층간분리 이외부분의 변형이 일어나므로 에너지방출률은 층간분리 아랫부분과 층간분리 이외부분의 변형도 고려하여 계산되어야 한다.

#### 4.2 연계강성의 영향

층간분리로 인한 연계강성  $B_{11}$ 과  $B_{22}$ 가 좌굴과 좌굴후거동에 미치는 영향을 살펴보기 위해서, 직교 적층판  $[0//90/90/0]_T$ 을 해석하였다.

Fig. 4에 보인 바와 같이 층간분리가 존재하지 않는 적층판  $[0]_{4T}$ 와  $[0/90]_S$ 의 좌굴하중은 비슷하다. 좌굴하중은 Table 2에 보인 바와 같이 축방향 굽힘강성  $D_{11}$ 과 횡방향 굽힘강성  $D_{22}$ 에 좌우됨을 보여준다. 그러나 층간분리가 존재하면,  $[0//90/90/0]_T$  적층판은  $[0//0/0/0]_T$  적층판에 비해서 임

계 층간분리 크기와 좌굴하중이 감소된다. 따라서 층간분리로 야기되는 연계강성  $B_{11}$ 과  $B_{22}$ 가 좌굴하중을 감소시킴을 보여준다. 일방향 적층판에서와 같이 좌굴형태는 층간분리 크기와 경계조건에 의하여 결정되며, 좌굴하중과 밀접한 관계가 있음을 알 수 있다.  $[0//90/90/0]_T$  적층판에서는 Fig. 11에서 보는 바와 같이 하중이 임계하중에 도달하는 순간 처짐이 유발되는 분기좌굴을 보인다. 이는 윗부분과 아랫부분의 경계가 층간분리 이외부분에 탄성지되어서, 적층판의 비대칭에 의한 처짐이 야기되지 않기 때문이다. 처짐이 야기되지 않는 근거는, 굽힘과 비틀림모멘트를 지지할 수 있는 경계조건을 갖는 비대칭 적층판에 단축 혹은 이축 하중을 가하면 횡변위가 유기되지 않는다는 Qatu와 Leissa의 연구 결과<sup>(9)</sup>에 의한다.

**Table 2** Nondimensional stiffnesses for several Graphite/Epoxy laminates

Laminate	Normalized stiffness(GPa)							
	$[0]_{4T}$	$[0/90]_S$	$[0]_{3T}$	$[90_2/0]_T$	$[0/90_3]_S$	$[0/90 \pm 45]_S$	$[90_6/0]_T$	$[90/45/-45_2/45/90/0]_T$
$A_{11}^*$	132.90	73.05	132.90	53.09	43.12	59.24	30.29	48.71
$A_{22}^*$	13.19	73.05	13.19	93.00	10.30	59.24	115.8	65.82
$A_{12}^*$	5.01	5.01	5.01	5.01	5.01	18.82	5.01	20.79
$A_{16}^*$	0	0	0	0	0	0	0	0
$A_{26}^*$	0	0	0	0	0	0	0	0
$A_{66}^*$	6.4	6.4	6.4	6.4	6.4	20.21	6.4	22.18
$B_{11}^*$	0	0	0	-26.60	0	0	-14.66	-12.03
$B_{22}^*$	0	0	0	26.60	0	0	14.66	7.52
$B_{12}^*$	0	0	0	0	0	0	0	2.25
$B_{16}^*$	0	0	0	0	0	0	0	0
$B_{26}^*$	0	0	0	0	0	0	0	0
$B_{66}^*$	0	0	0	0	0	0	0	2.25
$D_{11}^*$	132.90	117.9	132.9	70.83	82.4	86.43	51.23	58.38
$D_{22}^*$	13.19	28.15	13.19	75.26	63.69	52.76	94.86	75.48
$D_{12}^*$	5.01	5.01	5.01	5.01	5.01	8.46	5.01	11.13
$D_{16}^*$	0	0	0	0	0	2.81	0	4.19
$D_{26}^*$	0	0	0	0	0	2.81	0	4.19
$D_{66}^*$	6.4	6.4	6.4	6.4	6.4	9.85	6.4	12.52

4.3 준등방성 적층판

일반적으로 널리 사용되고 있는 준등방성(quasi-isotropic) 적층판에서 층간분리가 좌굴과 좌굴후거동에 미치는 영향을 해석하기 위해서,  $[0/90/\pm 45]_s$ 와  $[0/90_3]_s$ 에 층간분리 위치가  $h/H=1/8$ 인 적층판을 해석하였다. 여기서,  $h$ 는 층간분리 윗부분의 두께이고  $H$ 는 적층판의 두께이다.

Fig. 12와 13은 층간분리 크기가 좌굴하중에 미치는 영향을 보여주고 있다. 층간분리가 존재하지 않은 경우,  $[0/90/\pm 45]_s$  적층판은 Table 2에 보인 바와같이  $[0/90_3]_s$  적층판에 비해서 굽힘강성  $D_{11}$ 과  $D_{22}$ 가 비슷한데도 불구하고 좌굴하중이 작다. 이는  $[0/90/\pm 45]_s$ 에 존재하는 연계강성  $D_{16}$ 와  $D_{26}$ 가 좌

굴하중을 감소시킴을 보여준다. 층간분리가 존재하면,  $[0//90_6/0]_r$  적층판은 층간분리로 인해서 야기되는 연계강성  $B_{11}$ 과  $B_{22}$ 가  $[0//90/45/-45_2/45/90/0]_r$  적층판에 비해서 커지므로 좌굴하중의 감소가 심하다. 따라서 좌굴하중을 높이기 위한 구조물 설계시, 사용중에 야기될 수 있는 층간분리의 영향을 고려하지 않는 것은 구조물의 안정성을 심각하게 저하시킬 수 있다.

좌굴은 Fig. 14와 15에 보인 바와 같이 하중이 임계하중에 도달하는 순간 처짐이 유발되는 분기좌굴이며, 좌굴후거동은 좌굴형태에 따라 세가지로 대별됨을 알 수 있다. 따라서 층간분리로 인해서 적층판이 연계강성이 존재하는 부분적인 비대칭이

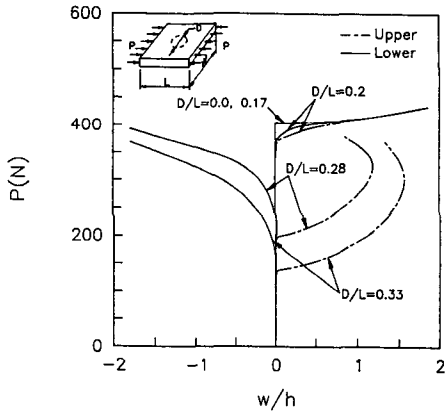


Fig. 11 Midpoint deflections of upper and lower sublaminates for various delamination sizes in  $[0//90/90/0]_T$  laminate with all clamped boundary edges

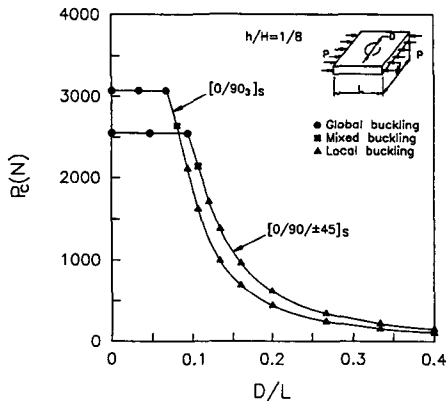


Fig. 12 Buckling loads and modes for various delamination sizes in composite laminates with all clamped boundary edges

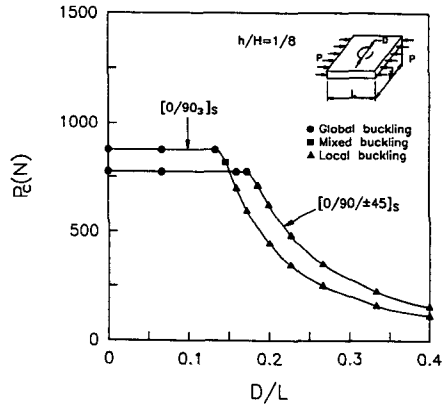


Fig. 13 Buckling loads and modes for various delamination sizes in composite laminates with all simply supported edges

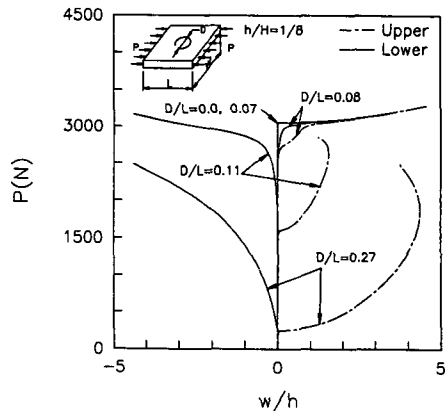


Fig. 14 Midpoint deflections of upper and lower sublaminates for various delamination sizes in  $[0//90_6/0]_T$  laminate with all clamped boundary edges



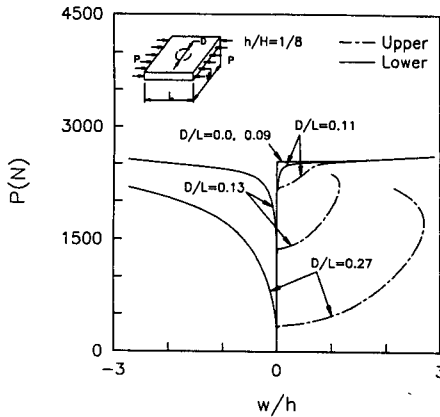


Fig. 15 Midpoint deflections of upper and lower sublaminates for various delamination sizes in  $[0 // 90/45/-45_2/45/90/0]_T$  laminate with all clamped boundary edges

되어도, 층간분리 윗부분과 아랫부분이 층간분리 이외부분에 탄성지지 되어서 좌굴후거동은 일방향 적층판과 같은 경향을 보인다.

## 5. 결 론

좌굴이 일어나는 모든 좌굴형태에 따른 거동을 해석하였으며, 층간분리가 적층판의 전체 거동에 미치는 영향, 경계조건 및 층간분리로 인한 연계강성이 좌굴과 좌굴후거동에 미치는 영향에 대한 해석을 수행하였다. 본 연구에서 얻어진 결과들을 정리하면 다음과 같다.

(1) 좌굴이 일어날 때의 좌굴형태는 층간분리의 크기, 적층순서와 경계조건에 의하여 전체 좌굴모드, 혼합 좌굴모드 및 국부 좌굴모드로 나타나며, 좌굴하중과 좌굴후거동을 좌우한다.

(2) 복합재 적층판의 좌굴하중은 굽힘강성  $D_{11}$ ,  $D_{22}$  및 굽힘-비틀림 연계강성  $D_{16}$ ,  $D_{26}$ 에 좌우되며, 굽힘강성  $D_{11}$ 과  $D_{22}$ 가 클수록 좌굴하중은 증가하고 연계강성  $D_{16}$ 과  $D_{26}$ 의 존재는 좌굴하중을 감소시킨다.

(3) 층간분리로 인해서 야기되는 연계강성  $B_{11}$ 과  $B_{22}$ 는 좌굴하중을 감소시키므로 좌굴하중을 높이기 위한 구조물 설계시, 사용중에 야기될 수 있는 층간분리의 영향을 고려하지 않는 것은 구조물의 안정성을 심각하게 저하시킬 수 있다.

(4) 적층판은 층간분리로 인해서 연계강성이 존재하는 부분적인 비대칭이 되어도, 층간분리 윗부분과 아랫부분이 층간분리 이외부분에 탄성지지 되어서 분기좌굴을 보이고, 좌굴후거동은 일방향 적층판의 거동과 같은 경향을 보인다.

## 참고문헌

- (1) Simitses, G. J., Sallam, S. and Yin, W. L., 1985, "Effect of Delamination of Axially Loaded Homogeneous Laminated Plates," *AIAA J.*, Vol. 23, No. 9, pp. 1437~1444.
- (2) Yin, W. L., Sallam, S. and Simitses, G. J., 1986, "Ultimate Axial Loaded Capacity of a Delaminated Beam-Plate," *AIAA Journal*, Vol. 24, No. 1, pp. 123~128.
- (3) Chen, H. P., 1991, "Shear Deformation Theory for Compressive Delamination Buckling and Growth," *AIAA J.*, Vol. 29, No. 5, pp. 813~819.
- (4) Shivakumar, K. N. and Whitcomb, J. D., 1985, "Buckling of a Sublaminate in a Quasi-Isotropic Composite Laminate," *Journal of Composite Material*, Vol. 19, pp. 2~18.
- (5) Chai, H., 1990, "Buckling and Post-Buckling Behavior of Elliptical Plates: Part I -Analysis," *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 57, pp. 981~988.
- (6) Yin, W. L. and Jane, K. C., 1992, "Refined Buckling and Postbuckling Analysis of Two-Dimensional Delaminations-I. Analysis and Validation," *Int. J. Solids Structures*, Vol. 29, No. 5, pp. 591-610.
- (7) 김효진, 홍창선, 1993, "층간분리가 존재하는 복합재 적층판의 좌굴해석을 위한 유한요소 모델," 한국항공우주학회지, 제21권, 제3호, pp. 62~73.
- (8) Jones, R. M., 1975, *Mechanics of Composite Materials*, McGraw-Hill, New-York, 1975.
- (9) Qatu, M. S. and Leissa, A. W., 1993, "Buckling or Transverse Deflections of Unsymmetrically Laminated Plates Subjected to In-Plane Loads," *AIAA J.*, Vol. 31, No. 1, 1993, pp. 189~194.