

자기부상 시스템의 강인한 제어기 설계에 관한 연구(I)

- 시뮬레이션을 중심으로 -

양주호* · 김창화** · 정석권* · 김영복***

A Study on the Design of Robust Simulation Controller of Magnetic Levitation System(I)

J. H. Yang · C. H. Kim · S. K. Jeong · Y. B. Kim

Key words : Magnetic levitation system(자기부상시스템), H_∞ servo controller(H_∞ 서보제어기), Multiplicative perturbation(곱하기 섭동), Mixed sensitivity problem(혼합감도문제), Frequency weighting(주파수하중)

Abstract

The magnetic levitation system has great advantages, such as little friction, no lubrication, no noise and so on. The magnetic levitation system need a stabilizing controller because it is a unstable system in natural.

This paper presents the robust stabilizing controller design of the magnetic levitation system. The controller which is designed in this paper by H_∞ control theory is robust servo controller which has zero offset in spite of the model uncertainties. The validity of controller was investigated through the response simulation. In the future, we will use the result of this study at the actual magnetic levitation system.

1. 서 론

자기부상 시스템은 전자기력에 의해 물체를 비접촉으로 부상시키는 것이고, 부상된 물체를 움직일 때는 마찰력이 아주 작으며, 마찰력 감소 및 마찰을 막기 위한 윤활장치가 필요하지 않고, 접촉

소음이 없는 여러 가지 장점들을 가지고 있다. 이러한 장점으로 인하여, 자기부상 시스템은 자기 베어링, 자기부상 열차등 많은 분야에 점진적으로 이용되고 있다¹⁾. 흡인력 제어방식²⁾으로 물체를 부상하는 시스템은 불안정한 시스템이므로 부상체를 안정하게 유지하기 위해서 안정화 제어기가 필요

* 정회원, 부산수산대학교

** 정회원, 부산수산대학교 대학원

*** 정회원, 神戸大學

하다. 자기부상 시스템의 공칭 모델은 파라미터의 변동이나 선형화 오차로 인하여 실제 플랜트와는 차이가 있으므로, 이로 인한 강인성 문제가 제어기의 설계시에 고려되어야 한다. 이러한 강인성에 주목하고 있는 것이 H_∞ 제어이므로 자기부상 시스템의 안정화 제어계를 구성하는 데에 H_∞ 제어이론을 적용하는 것이 적합하다고 생각된다.

자기부상 시스템에 대해 운동방정식을 확립하는 여러 방법 중 자기 부상력은 전자석에 흐르는 전류와 간극의 함수로 가정하여 구하는 방법을 이용하였다. 즉, 전자석의 인덕턴스는 전자석과 부상체의 간극의 함수이고, 전자기력은 인덕턴스와 전자석에 흐르는 전류에 대한 함수라 가정하여 운동방정식을 유도하고 동작점 부근에서 선형화 한다. 그리고 이때 발생하는 선형화 오차나 파라미터 변동을 모델의 불확실성이라 보고, 자기부상 시스템의 안정화 제어기를 설계할 때 이를 고려하여 제어기를 설계한다. 또한 모델의 불확실성이 존재하더라도 정상편차 없이 부상하도록 H_∞ 제어이론^{3,4)}에 기초한 1형 로바스트 서보 제어기를 설계한다. 그리고, 이렇게 구해진 1형 로바스트 서보 제어기로 써 모의 응답실험을 통하여 제어기의 실제 적용 가능성을 조사한다.

2. 제어대상의 모델링

직류 전자석의 흡인력을 이용하여 쇠구슬을 지정된 위치에 부상시키는 Fig. 2.1과 같은 자기 부상 시스템을 생각한다. 쇠구슬은 수직방향으로 운동한다고 보면, 쇠구슬에 관한 운동 방정식은 아래와 같다.

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = mg - f \quad (1)$$

여기서

m 은 쇠구슬의 질량 [kg]

x 는 쇠구슬의 평행점에서의 미소변화분 [m]

g 는 중력가속도 [m/s²]

f 는 전자석에 의해 발생하는 힘 [N]

이 때, 전자기력 f 는 전자석의 인덕턴스와 전류에 대해 전자석과 부상체의 간극에 대한 편미분 방

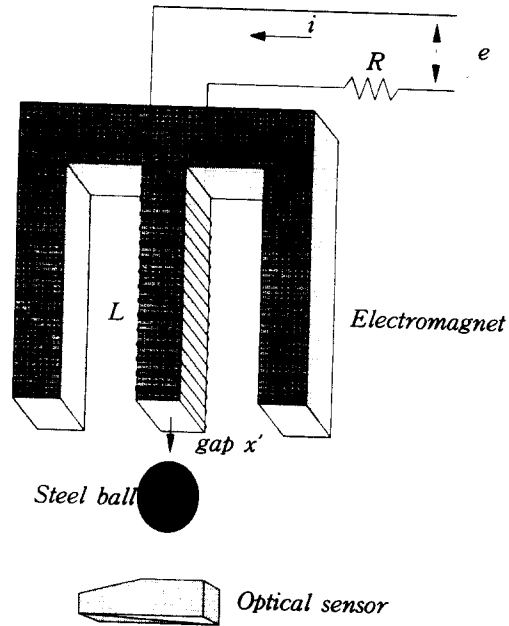


Fig. 2.1 Magnetic levitation system

정식으로 아래와 같이 놓을 수 있다.

$$f = -\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{2} Li^2 \right) \quad (2)$$

여기서, i 는 전자석에 흐르는 전류 [A]

또한, Fig. 2. 1에서보면, 전자석의 회로방정식은 식(3)과 같이 얻을 수 있다.

$$e = Ri + \frac{d}{dt} (Li) \quad (3)$$

여기서, $R[\Omega]$ 은 전자석의 저항, $L[H]$ 은 부상체의 간극에 변화에 대한 코일의 인덕턴스 값, $e[V]$ 은 전자석의 입력 전압이다.

위의 식(2), (3)중에서, 인덕턴스 L 은 부상체의 모양, 크기 및 종류에 따라 다를뿐만 아니라 부상체의 위치에 따라 변하는 값으로 식(4)와 같이 전자석과 부상체의 간극을 x' 라 하면 식(4)와 같이 표현할 수 있다⁵⁾.

$$L(x') = \frac{Q}{X_\infty + x} + L_0 \quad (4)$$

이때 식(4)에서 Q, X_∞, L_0 는 실험에 의해 구해지

는 파라미터 값들이다. 식 (1)~(4)에서 전자석에 가해지는 전압 e 를 입력으로 하고, 부상체의 평행 점에서의 미소변화분 $x(x'=X+x, X$: 평형점의 거리)를 출력으로 했을 때의 관계식은 비선형으로 표현된다. 이 식을 평형점 부근에서 1차항까지 Taylor 급수전개법에 의해 선형화 했을 때의 전달함수는 식 (5)와 같다.

$$G(s) = \frac{x(s)}{e(s)} = \frac{b_0}{a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \text{단, } a_3 &= -m(Q + L_0(X_\infty + X))(X_\infty + X)^2 \\ a_2 &= -mR(X_\infty + X)^2 \\ a_1 &= (QI^2(Q + L_0(X_\infty + X)) - Q^2I^2) \\ a_0 &= RQI^2(X_\infty + X) \\ b_0 &= QI(X_\infty + X)^2 \end{aligned}$$

3. 제어기의 설계

3.1 혼합감도문제

H_∞ 제어 이론은 페루프 전달함수의 무한대(∞) 노음을 평가하고, 이것을 어느 일정치 이하로 억제하는 보상기를 구하는 설계이론이다.

먼저, 하중함수가 포함된 일반화 플랜트 $P(s)$ 와 제어기 $K(s)$ 로 이루어진 Fig. 3.1의 시스템을 생각한다.

여기서, $w(t) \in R^{m_1}$ 는 기준신호, 외란 등에 해당하는 외부입력이고, $u(t) \in R^{m_2}$ 는 제어입력이다. $z(t) \in R^{p_1}$ 는 제어량, $y(t) \in R^{p_2}$ 는 관측량 그리고 $x(t) \in R^n$ 는 상태를 의미한다. 이때

$$\text{루프전달함수 : } L(s) = G(s)K(s) \quad (6)$$

$$\text{감도함수 : } S(s) = [I + L(s)]^{-1} \quad (7)$$

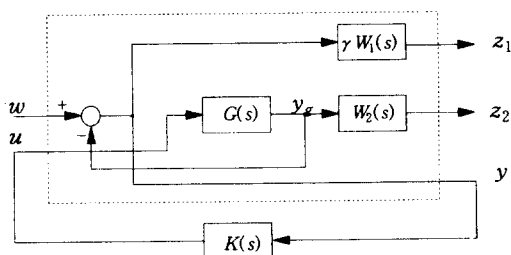


Fig. 3.1 Generalized plant with the controller

상보감도함수 :

$$T(s) = L(s) [I + L(s)]^{-1} = I - S(s) \quad (8)$$

이다. 제어기 설계의 기본은 시스템에서의 감도를 작게 하면서 동시에 강인한 안정성을 만족하는 것이다. 또한 강인한 안정성을 만족하는 것은 제어대상의 모델링 오차에 대해서 안정성을 유지하도록 하는 것이다. 이를 위해서는 감도함수의 계인과 상보감도함수의 계인 모두를 가능한 적게 하여야 한다. 그러나, 식(7)과 식(8)은 위의 두 사양을 동시에 만족시킬 수 없다. 다행이, 주파수 영역에서 살펴보면, 기준입력과 플랜트의 출력측으로 반영된 외란은 저주파수 영역에서 에너지를 가지고 있고, 센서잡음이나 모델의 불확실성은 고주파에서 에너지를 갖고 있으므로, 감도함수 $S(s)$ 와 상보감도함수 $T(s)$ 의 값을 적당히 절충하여 만족스러운 제어 시스템을 설계할 수 있다. 이를 위한 한가지의 구체적인 설계방법은 적당한 하중함수 $W_1(s), W_2(s)$ 을 선택하여 식(9)

$$\left\| \begin{bmatrix} \gamma W_1 S \\ W_2 T \end{bmatrix} \right\|_\infty < 1 \quad (9)$$

을 만족하는 제어기 $K(s)$ 를 구하는 것으로 이를 혼합감도문제라 한다^{6,7)}. 혼합감도문제의 해를 구하는 방법은 Glover 와 Doyle에 의해 제안되었다. 이 방법 중 로바스트 서보 제어계 설계법은 자유 파라미터를 적절히 선정함으로써 달성될 수 있다⁸⁾. 본 연구에서는 1형 H_∞ 서보 제어기를 구하여 제어계를 구성하기로 한다. 이 방법은 보상기의 차수를 크게 증가시키지 않고 간단하게 적분기를 추가할 수 있다는 장점이 있으며, 아래의 설계 절차로 구할 수 있다.

Step 1 : H_∞ 표준문제의 해를 구한다.

$$\hat{K}(s) = \begin{bmatrix} \hat{K}_{11} & \hat{K}_{12} \\ \hat{K}_{21} & \hat{K}_{22} \end{bmatrix} \quad (10)$$

Step 2 : 원하는 주파수 w_0 에 대하여 식(11)이 만족하는가를 검증한다. 만족하면 Step 3으로, 아니면 Step1로가서 새로운 H_∞ 제어 문제를 푼다.

$$\hat{K}_{22}(jw_0) \hat{K}_{22}(-jw_0)^T > I \quad (11)$$

Step 3 : 식(12)을 만족하는 U_0 (복소행렬)을 계산한다.

$$I - \hat{K}_{22}(j\omega_0)U_0 = 0, \|U_0\|_\infty < 1 \quad (12)$$

Step 4 : 식(13)을 만족하는 $U(s) \in RH_\infty$ 을 구한 후, 식(10)에 대입하여 1형 서보 제어기 $K(s)$ 를 구한다.

$$U(j\omega_0) = U_0, \|U_0\|_\infty < 1 \quad (13)$$

그리고, 위의 Step 2를 더욱 간단히 검증하는 방법이 있다. 즉, 식(9)로 제한된 혼합감도문제의 경우, Step 2 대신

$$\|W_2(j\omega_0)\|_\infty < 1 \quad (14)$$

이 성립하는 것이 알려져 있다⁹⁾.

3.2. 주파수 하중함수의 선정 및 H_∞ 제어기 설계

본 절에서는, 자기부상계의 설계사양을 설정하고 3.1절에서 설명한 혼합감도문제를 이용하여 아래의 설계사양을 만족하는 1형 H_∞ 서보 제어기를 구한다.

- 설계사양 : 1) 수학적 모델링 오차에 대한 로바스트 안정성(Robust stability)
 2) 부상위치의 계단상 변화에 대한 추종성(Type 1 servo system)

제어대상으로 하는 자기 부상계는 저자등이 실험용으로 제작한 것을 대상으로 하였으며, 식(5)의 각 파라미터 값은 식(15)와 같고, 그 때의 전달함수는 식(16)과 같다.

$$\begin{aligned} M &= 1.048(\text{kg}), R = 31.78(\Omega) \\ Q &= 3.26905 \times 10^{-3}(\text{Hm}), \\ X_\infty &= 6.002747 \times 10^{-3}(\text{m}), \\ X &= 7 \times 10^{-3}(\text{m}), L_0 = 2.384(\text{H}) \end{aligned} \quad (15)$$

$$G(s) = \frac{-5.968}{(s + 29.332)(s + 14.105)(s - 30.999)} \quad (16)$$

위의 설계사양을 만족하기 위해 감도함수 $S(s)$ 에 대한 주파수하중 $W_1(s)$ 은 저주파수에서 게인은 크고 고주파수에서 게인이 작게 되도록 식(17)과

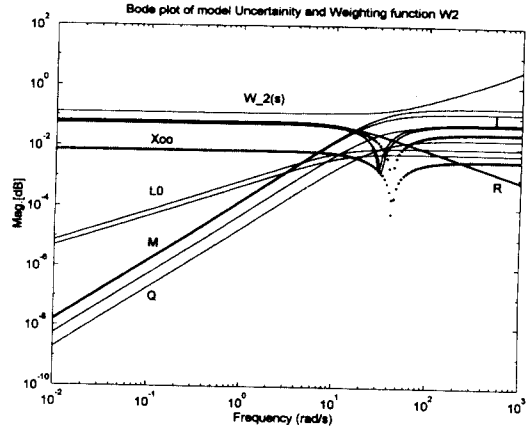


Fig. 3.2 Bode plot of model uncertainties

같은 일차 하중함수를 선정하였다.

$$W_1(s) = \frac{50}{\left(\frac{1}{2 \times \pi \times 0.0757} s + 1\right)} \quad (17)$$

다음으로 상보감도함수 $T(s)$ 에 대한 주파수 하중 $W_2(s)$ 은 제어대상의 전달함수 $G(s)$ 의 분모와 분자의 상대적 차수가 3인 것과 선형화 오차나 Table 1에 표시된 파라미터 변동에 대한 모델링 불확실성을 공칭 플랜트 $G(s)_{nom}$ 에 대한 곱셈형 섭동(Multiply perturbation)으로 생각하고, $\bar{\sigma}(\Delta(j\omega)) \leq |W_2(j\omega)|$ 이 만족하도록 모델링 불확실성 대한 주파수 응답을 표시하는 Fig. 3.2를 참고로 하여 식(18)과 같이 선정하였다.

$$\begin{aligned} W_2(s) &= \frac{W_{2n}}{W_{2d}} \\ \text{단, } W_{2n} &= \left(\frac{1}{2\pi \times 7} s + 1\right) \left(\frac{1}{2\pi \times 300} s + 1\right) \\ &\quad \left(\frac{1}{2\pi \times 300} s + 1\right) \\ W_{2d} &= 8 \end{aligned} \quad (18)$$

이때 Table 1은 제어대상에서 파라미터 변동에 대한 최대값 및 최소값이다.

Fig. 3.2는 제어대상의 불확실성에 대한 곱하기 섭동 및 주파수 하중함수 $W_2(s)$ 의 보드 선도이다.

이러한 주파수 하중함수에 대해 식(9)을 만족하는 제어기 $K_1(s)$ 는 Glover 와 Doyle이 제안하는 알고리즘을 사용하여 구하였다. 반복계산에 의하여, (9)식

Table 1 Parameters

Parameter	Max. Value	Min. Value
$Q[Hm]$	3.3346×10^{-3}	3.1×10^{-3}
$L_0[H]$	2.40	2.36
$R[\Omega]$	34.9	30.78
$X_\infty[m]$	6.051×10^{-4}	5.8×10^{-4}
$M[kg]$	1.21	0.87
$I[A]$	0.9	0.8

을 만족하는 최대값은 $\gamma=4.935$ 였다, 여기서, $\gamma=3$ 으로하여 계산한 결과, 제어기는 식(19)와 같다.

$$K_1(s) = \frac{K_{1n}}{K_{1d}}$$

$$K_{1n} = -10^{-10} \times (4.894s^3 + 305.7s^2 + 6069s + 38520)$$

$$K_{1d} = s^4 + 4503s^3 + 5.925 \times 10^6 s^2 + 2.016 \times 10^9 s + 9.574 \times 10^8 \quad (19)$$

이때 구한 제어기는 중심해이므로 적분기를 갖고 있지 않음을 알 수 있다. 그런데 $\|W_2(0)\|_\infty < 1$ 이기 때문에 식 (14)의 조건을 만족하므로 제어기는 적분기를 가질 수 있다. 이때 식(12)을 이용하면

$$U_0 = \hat{K}_{22}^{-1}(0) = -0.8119 \quad (20)$$

가 된다. 즉 식(20)은 $\|U_0\|_\infty < 1$ 을 만족한다. 다음으로 $U(s)$ 는 식(13)을 만족하도록

$$U(s) = U_0 \times \frac{1}{s+1}$$

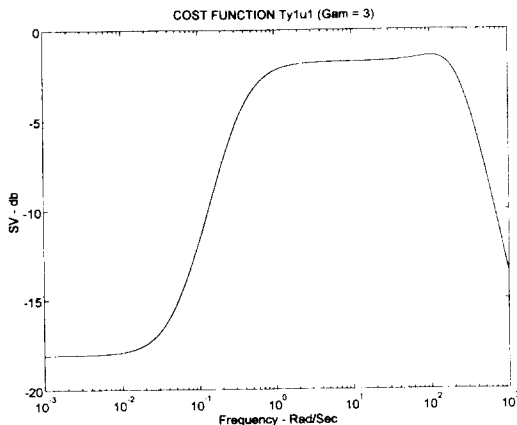


Fig. 3.3 Bode plot of cost function

을 선택하고, 이것을 식(10)에 대입함으로써 1형 서보 제어기는 식(21)과 같다.

$$K(s) = \frac{K_n}{K_d}$$

$$K_n = -10^{10} \times (4.914s^3 + 308s^2 + 6173s^2 + 40500s + 13050)$$

$$K_d = s(s^4 + 4504s^3 + 5.925 \times 10^6 s^2 + 2.021 \times 10^9 s + 9.559 \times 10^8) \quad (21)$$

Fig. 3.3은 u_1 에서 y_1 까지의 평가함수에 대한 주파수 응답으로 H_∞ 노음이 1보다 작다는 것을 알 수 있다.

4. 응답 시뮬레이션 및 검토

3.2절에서 구한 1형 H_∞ 서보 제어기로서 제어계를 구성한 경우의 응답이 설계사양을 만족하는가를 검증하기 위해 응답 시뮬레이션을 행하였다.

먼저, Fig. 4.1는 정상상태로부터 쇠구슬이 정상 상태에서 편차없이 기준위치로 수렴하는가를 알아보기 위해 1(mm)의 스텝 입력을 가하였을 경우 실험결과이다. 이때 X축은 시간이고 Y축은 평행 점으로부터 쇠구슬의 위치이다. 그림으로부터, 초기의 과도상태에서 다소 오버슈트가 나타나고 있지만 약 0.12초 후에는 목표입력에 대해 정상편차 없이 부상되어 있음을 알 수 있다.

다음은 강인성 및 외란제거 성능을 조사하기 위해 부상계의 파라미터가 변동했을 때와 자기부상계에 외란을 가했을 경우의 응답이다. 이때 파라미터의 변동량은 Table 1에 있는 최대 및 최소값이

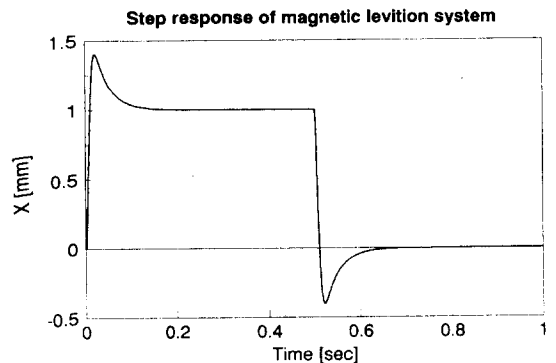


Fig. 4.1 Step responses of magnetic levitation system

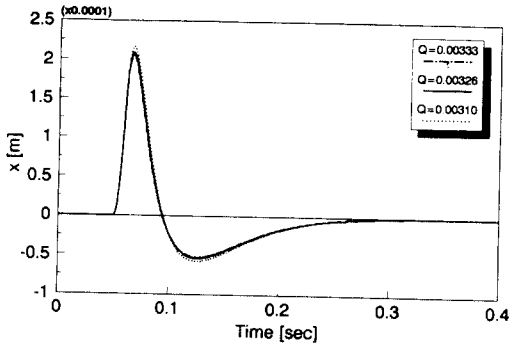


Fig. 4.2.(a) Disturbance responses in the case the perturbation of Q

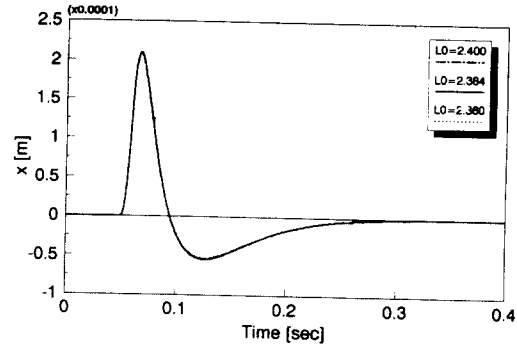


Fig. 4.2.(b) Disturbance responses in the case the perturbation of L_0

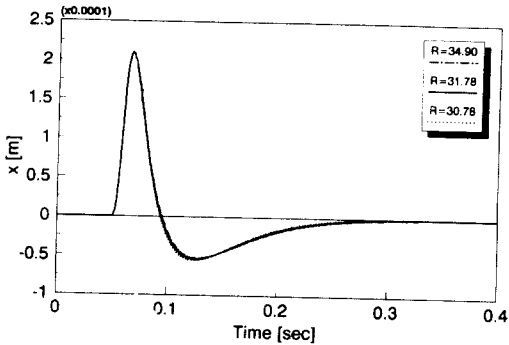


Fig. 4.2.(c) Disturbance responses in the case the perturbation of R

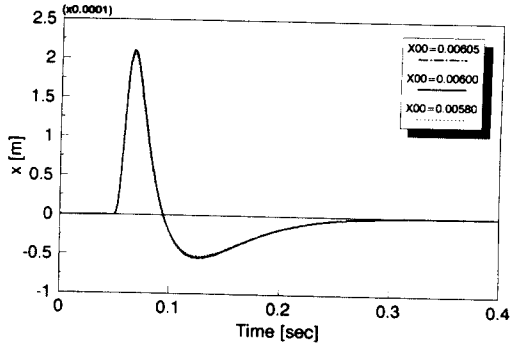


Fig. 4.2.(d) Disturbance responses in the case the perturbation of X_∞

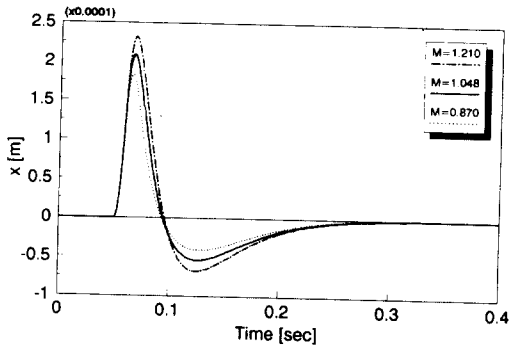


Fig. 4.2.(e) Disturbance responses in the case the perturbation of M

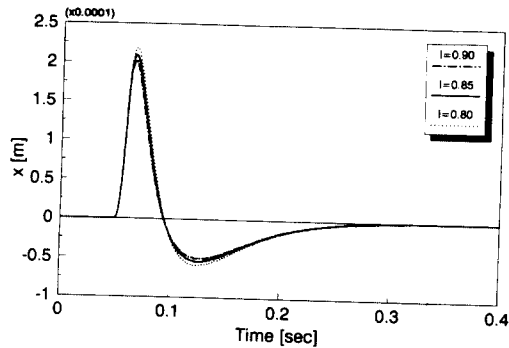


Fig. 4.2.(f) Disturbance responses in the case the perturbation of I

고, 이 값들을 이용하여 강인성 및 외란제거 성능에 대한 응답 시뮬레이션은 Fig. 4.2(a) - Fig. 4.2(f)이다. 그림에서 실선은 각 파라미터 공칭치에 대한 응답이고, 점선은 각 파라미터 최소치 일때의 응답이며, 일점쇄선은 파라미터 최대치 일때의 응답이다. 그리고 외란이 가한 시기는 쇠구슬이 부상한 후 0.05초후이다. 이때 외란의 크기는 전자

기력의 35%에 해당하는 값이고, 제어대상에 있어서 전자기력이 작용하는 곳에 외란을 가하였다. 제어대상에 있는 각각의 파라미터 Q, L_0, R, X_∞ 가 변동한 경우(Fig. 4.2(a) - Fig.4.2(d))와 파라미터 M, I 가 변동한 경우(Fig.4.2(e) - Fig.4.2(f))에 있어서 외란응답을 비교하면, 전자가 변동한 경우보다 후자가 변동한 경우가 쇠구슬 위치의 진폭이 큰 것을

알 수 있고, 쇠구슬 위치에 지배적인 역할을 하는 것은 질량의 변동이라는 것을 알 수 있다. 또한 파라미터의 변동 및 외란이 있음에도 불구하고 양호한 응답 특성을 보이고 있음을 알 수 있다. 이때 X축은 시간이고 Y축은 평행점으로 부터 쇠구슬의 위치이다.

5. 결 론

본 연구에서는 자기부상 시스템을 수학적으로 모델링하고 H_{∞} 제어이론을 이용하여 구한 서보 제어기로써 자기부상 제어계를 구성하고 부상실험을 수행하였다. 실험결과로부터 본 연구에서 설계된 1형 H_{∞} 서보 제어기는 목표치 추종성능, 모델링 불확실성에 대한 강인성 및 외란제거 성능을 확인할 수 있었다. 본 연구에서 구해진 안정화 제어기를 실제의 자기 부상계에 적용하는 것은 금후의 과제로 남겨둔다.

참고문헌

- 1) 野波, 1993, "磁氣浮上 磁氣軸受制御の現況と制御理論", 計測と制御, Vol. 32.4, pp. 301
- 2) 永田正夫, 1993, "磁氣浮上技術の動向と動的問題",

- 日本機械學會誌, Vol. 96, No. 899, pp. 876 - 879
- 3) Glover, K. and Doyle, J.C., 1988, "State - Space Formulae for All Stabilizing Controllers that Satisfy an H_{∞} - Norm Bound and Relations to Risk Sensitivity", Systems & Control Letters, Vol. 11, pp. 167~172.
 - 4) Doyle, J.C., Glover, K., Khargonekar, P.P. and Francis, B.A., 1989, "State - Space Solutions to Standard H_2 and H_{∞} Control Problems", IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 34, No. 8, pp. 831~847.
 - 5) 松村, 日月, 1979, "大振幅動作に適した磁氣吸引つり下げ系", 日本電氣學論集文D, Vol. 99, pp. 25 - 32
 - 6) 細江繁幸, 荒木光彦, 1994, 制御系設計(H_{∞} 制御とその應用), 朝倉書店, 東京, pp.4~136.
 - 7) Shahian, B, Hassul, M, 1993, Control system design using matlab, Prentice - hall, pp. 295 - 448
 - 8) 杉江俊治, 1992, " H_{∞} 制御によるサーボ系の設計", システム制御情報學會編 H_{∞} 制御の新しい展開と應用の實際テキスト, pp. 1 - 24.
 - 9) T. Sugie and S. Hara, 1989, " H_{∞} - Suboptimal Control Problem with Boundary Constraints", Systems and Control Letters, Vol. 13, pp. 93 - 99