

〈論 文〉

스너버에서의 마찰을 고려한 하부지지형 세탁기의 동특성 연구

Vibration Analysis of the Base Supported Washing Machine Considering Frictional Effect in Snubber

최상현* · 김주호* · 한동철** · 한창소***

Choi Sang-Hyun, Kim Ju-Ho, Han Dong-Chul and Han Chang-So

(1994년 11월 14일 접수 ; 1995년 2월 20일 심사완료)

ABSTRACT

The vibration of the dehydration process in a washing machine is important problem that affects the performance of products. In this paper, the upper structure of a washing machine is modeled as rigid body suspension system and, by numerical analysis, the amplitude of a spin basket and the transfer moment at a base plate are calculated. To examine the vibrational characteristics according to design variable change, the friction coefficient in snubber, the radius of curvature, the stiffness coefficient, initial length and locations of support springs are considered in the analysis. Experimental results are compared with those of analysis.

기 호 설 명

A_i : 다리의 최대 진폭
 E^* : 고무 재질의 탄성 계수
 F_{sn} : 밀판에서의 지지스프링에 의한 수직 반력
 \bar{J}_C : 전체 계의 관성 모우멘트
 k : 지지스프링 강성
 L_i : 세탁기 밀판의 폭
 L_o : 지지스프링의 초기 길이
 M_f : 마찰력에 의한 전달 모우멘트
 N : 밀판에서의 수직 반력
 P : 총 위치에너지
 P_g : 중력에 의한 위치에너지
 P_{gm} : 비회전 질량에 의한 중력 위치에너지
 P_{gm} : 회전질량에 의한 중력에너지

P_s : 스프링에 의한 위치에너지
 Q : 밀판에 작용하는 전달력
 \bar{R} : 스프링 하단부 위치 벡터
 T : 전체 계의 운동에너지
 u_i : 밀판 다리에서의 수직 변위
 \bar{X}' : 스프링 변형 후의 상단부 위치 벡터
 x, y, z : 스프링 변형 후의 상단부 위치 벡터 성분
 ζ : 다리의 감쇠 계수
 Ω : 탈수조의 회전수
 θ_i : 밀판의 각변위
 ψ, η, φ : 오일러 각

1. 서 론

가정용 기기에서 발생하는 진동 문제는 일반 산업 기계에서와 마찬가지로 기기의 성능을 좌우하는 중요한 문제이며, 제품의 품질 및 경쟁력을 확보를 위해서는 진동 문제의 원인 규명 및 진동을 최소화하

*서울대학교 기계설계학과 대학원

**정회원, 서울대학교 기계설계학과

***정회원, (주)동양매직

기 위한 대책이 요구된다⁽¹⁾.

가정용 기기 중에서도 세탁기는 다른 기기에 비해서 특히 진동 및 소음 문제가 중요시된다. 최근 들어 다양한 세탁 방식을 사용하는 세탁기가 개발되어 나오고 있으나, 탈수는 탈수통을 고속으로 회전시키는 동일한 방법을 사용하고 있다. 그러므로, 거의 문제시되지 않는 세탁시 진동에 비해서, 고속 탈수시의 탈수물 및 감속기에서의 불균일 질량에 의한 진동량은 제품의 성능을 결정짓는 중요한 요소가 된다.

세탁기의 탈수시 진동에 영향을 미치는 요인으로는 세탁기의 설치 경사, 세탁물 및 각 회전 부품의 편심 등이 있다. 따라서, 저진동 세탁기의 설계를 위해서는 세탁기의 진동에 지배적인 영향을 미치는 설계 변수들을 찾아내고 이들에 의한 진동 특성의 영향을 규명, 분석하여야 한다.

본 연구에서는 세탁기의 진동에 영향을 미치는 설계 변수를 찾아내어 이들의 특성값을 변화시키면서 진동 특성을 살펴보고, 실험을 수행하여 이론의 타당성을 검증한 후 동특성 개선 모델을 제시하고자 한다.

2. 시스템 모델링

2.1 밀판 해석 모델

탈수통과 감속 장치는 지지스프링과 스너버에 의해서 밀판에 지지되는데, 탈수시 세탁물 편심 및 불평형 질량에 의해서 내부 구조물(탈수통, 감속 장치 등을 포함한 강체 부분)이 진동하게 되고 그 진동은 스프링 전달력과 스너버의 마찰력을 통해서 밀판으로 전달된다. 이 때, 내부 구조물의 낮은 강성으로 인하여 밀판을 포함한 외부 구조물의 진동은 내부

구조물보다 상대적으로 작은 값을 갖는다. 따라서, 본 연구에서는 내부 구조물을 별개의 시스템으로 모델링하여 그 전달력을 구한 후, 밀판을 포함한 외부 구조물의 진동량을 예측하는 방법을 사용하였다.

외부 구조물의 운동 중심을 밀판의 중심으로 가정하여 Fig. 1과 같은 모델을 생각한다.

기하학적 형상 및 힘과 모우멘트의 평형을 고려하여

$$u_1 = -u_3 = L_2\theta_2 - L_1\theta_1 \quad (1)$$

$$u_2 = -u_4 = -L_2\theta_2 - L_1\theta_1$$

이 된다. 또한, 세탁기 다리의 종진동 방정식^(2,3)

$$\rho \left(\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right) - E^* \left(\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) = 0 \quad (2)$$

$$E^* = E(1 + j\xi)$$

을 조화 진동으로 가정하면

$$u = U(x) \cdot e^{j\omega t} \quad (3)$$

$$U(x) = A \sin \omega x + B \cos \omega x, \quad \omega = \sqrt{\frac{\rho}{E^*}} \cdot \Omega$$

와 같이 놓을 수 있으며, 이를 운동 방정식

$$\bar{J}_C \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} + T_f = \sum_i L_{\kappa i} R_{\kappa i} + M_f \quad (4)$$

에 대입하여 결과적으로 다리에서의 변위 u_1 과 u_2 의 최대 진폭 A_1 , A_2 를 구할 수 있다.

$$A_1 = \frac{1}{2} \left[\frac{M_1}{\frac{J_{C1}\Omega^2}{2L_1} \sin \omega h - 2L_1 E' A_r \omega \cos \omega h} + \frac{M_2}{\frac{J_{C2}\Omega^2}{2L_2} \sin \omega h - 2L_2 E' A_r \omega \cos \omega h} \right]$$

$$A_2 = \frac{1}{2j} \left[\frac{M_1}{\frac{J_{C1}\Omega^2}{2L_1} \sin \Omega h - 2L_1 E' A_r \omega \cos \omega h} - \frac{M_2}{\frac{J_{C2}\Omega^2}{2L_2} \sin \omega h + 2L_2 E' A_r \omega \cos \omega h} \right] \quad (5)$$

위 결과에 의해서 외부 구조물의 진폭은 지지스프링과 스너버에 의해서 전달되는 모우멘트에 비례함을 알 수 있다. 따라서, 밀판에 전달되는 힘과 모우멘트의 계산만으로도 밀판의 진동 특성을 예측할 수 있음을 알 수 있다.

2.2 좌표계

해석 모델의 탈수축 각 변위량은 미소하며, 밀판

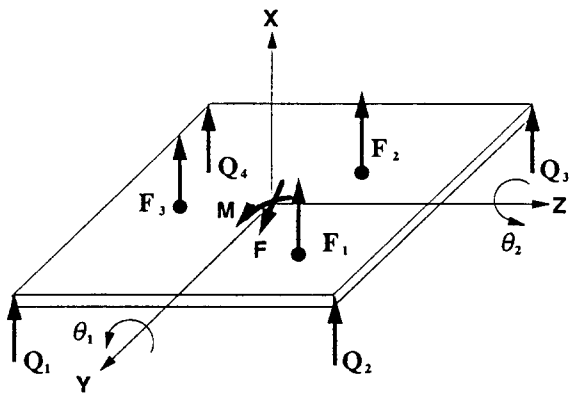


Fig. 1 Schematic diagram of base plate

에서의 연성 운동은 무시한다는 가정하에서, 스너버에서의 마찰을 고려하여 회전 강체 시스템으로 모델링 하였다.

탈수시 세탁기의 강체 운동은 편심에 의한 횡방향 진동이 지배적이므로 수직 방향의 진동은 무시해도 무방하며, 해석 모델은 스너버의 곡률 중심에서 편조인트된 강체로 생각하였다. 탈수시 세탁 탈수조와 감속 장치는 폴리에 의해서 교반기 축을 기준으로 회전하고, 시스템은 스너버와 지지스프링에 의해서 지지된다. 공간의 한 점에 편 조인트된 강체가 3차원 공간에서 운동할 때, 오일러 좌표계를 사용하면 물체의 운동을 편리하게 기술할 수 있다⁽⁴⁾. Fig. 2에서 좌표계 XYZ는 관성 고정 좌표계이고 좌표계 123는 물체에 고정된 운동 좌표계이다. 세탁기의 회전체는 좌표축 3위에서 각속도 Ω 로 회전한다.

2.3 운동 방정식

운동 방정식은 운동 에너지와 위치 에너지를 이용한 Lagrange 방정식을 사용하여 유도할 수 있다.

(1) 운동 에너지

물체가 오일러 좌표계 상에서 운동할 때에, 각속

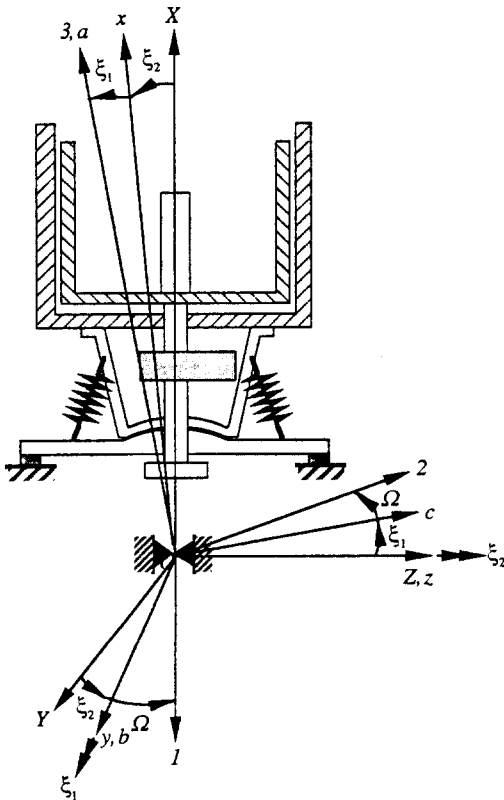


Fig. 2 Representation of coordinate system

도 성분은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\bar{\omega} = \dot{\psi}u_z + \dot{\theta}u_x + \dot{\phi}u_3 \quad (6)$$

이 좌표계에서 미소 변형을 가정하여 각속도 성분을 ξ_1, ξ_2, Ω 에 대해서 나타내면

$$\bar{\omega} = \begin{pmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \xi_2 \sin \Omega t + \xi_1 \cos \Omega t \\ \xi_2 \cos \Omega t - \xi_1 \sin \Omega t \\ \xi_1 \dot{\xi}_2 + \Omega \end{pmatrix} \quad (7)$$

이고, 운동에너지를 계산할 수 있다.

$$T = \frac{1}{2} \bar{\omega}^T \bar{I} \bar{\omega} \quad (8)$$

(2) 위치 에너지

위치 에너지는 하우징을 지지하는 세 스프링의 변형에 의한 에너지와 중력에 의한 에너지로 나누어진다.

먼저 스프링의 변형에 의하여 발생하는 에너지를 구한다. 세탁기에 장착되기 전의 초기 길이와 장착 후의 스프링 양끝점 좌표, 그리고 이것으로부터 계산되는 길이가 주어진다고 하면, 이들 스프링의 변형에 의한 위치 에너지는 다음과 같다.

$$P_s = \frac{1}{2} k_i (|\bar{X}_i' - \bar{R}_i| - L_0)^2 \quad (9)$$

또한, 세탁기 내의 편심 질량으로 인하여 나타나는 중력에 의한 에너지를 구한다. 중력에 의한 위치 에너지는, 회전하지 않는 질량 M 에 의해서 생기는 에너지 P_{GM} 과 회전시 발생하는 편심 질량 m 에 의해서 생기는 에너지 P_{gm} 으로 나누어 생각한다.

$$P_{GM} = -M(\bar{r}_M' \cdot \bar{g}) = -M(X_M g_x + X_M g_y \xi_2 - X_M g_z \xi_1) \quad (9)$$

$$P_{gm} = -m(\bar{r}_m' \cdot \bar{g}) = -m[(X_m - e \cos \Omega t) \xi_2 + e \sin \Omega t \xi_1] g_x + (X_m \xi_2 + e \cos \Omega t + e \sin \Omega t \xi_1 \xi_2) g_y + (-X_m \xi_1 + e \sin \Omega t) g_z] \quad (10)$$

총 위치에너지 P 는 스프링 에너지와 중력에 의한 에너지의 합으로 나타낼 수 있다.

$$P = P_s + P_{GM} + P_{gm} \quad (11)$$

(3) 마찰 감쇠력

지지하우징은 스너버에 의해서 밀판에 지지되며, 이 부분에서 마찰력이 발생하여 밀판에 전달된다. 수직 방향으로의 밀판에서의 반력 N 은 다음과 같다.

$$N = M_T [g - (R + l_0)^2 (\dot{\xi}_1^2 + \dot{\xi}_2^2)] + F_{sn} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \overline{F_{sn}} &= \overline{F_s} \cdot \left(\frac{\overline{X'}}{\overline{X'}} \right) \\ &= \sum k_i \left(1 - \frac{L_0}{L_i} \right) (x - \xi_2 y + \xi_1 z - r_x) \end{aligned} \quad (13)$$

F_{sn} 은 스프링에 의한 힘의 수직 방향 성분이며, 스프링에 의한 각 방향의 모우멘트는 아래와 같이 나타난다.

$$\begin{aligned} \overline{M} &= Q_{\xi_1} u_y + Q_{\xi_2} u_z \\ &= \mu R N \frac{\xi_1 u_y + \xi_2 u_z}{\sqrt{\xi_1^2 + \xi_2^2}} \end{aligned} \quad (14)$$

(4) 운동 방정식

앞에서 구한 에너지 항들을 Lagrange 방정식에 대입하여 시스템의 운동 방정식을 얻을 수 있다.

$$[M]\{\ddot{\xi}\} + [C]\{\dot{\xi}\} + [K]\{\xi\} = \{F\} \quad (15)$$

3. 이론 해석 결과

운동 방정식을 이용하여 진동 특성을 계산하기 위해서, ρ -family method^(5,6)를 사용하여 해석 프로그램을 개발하였다. 각각의 회전 및 비회전 요소의 치수 및 질량 등의 특성치와 그 밖의 수치가 입력 자료로 필요하며, 수치 자료 중에서 관성 질량은 총 질량 및 형상으로부터 근사적으로 계산하였다.

3.1 설계 변수에 따른 진동 특성

진동 형태에 영향을 미치는 설계 변수들을 선정하고, 설계 변수들을 변화시킬 때 정상 상태에서의 탈수통의 최대 진폭 및 밀판 전달 모우멘트의 변화에 따른 진동 특성의 변화를 살펴보았다.

해석에서 고려한 설계 변수는 스프링의 강성 계수와 초기 길이, 스프링 부착 위치, 스너버의 곡률 반경 및 스너버 마찰 계수이며, 이들의 초기 특성치를 Table 1에 나타내었다. 탈수통의 회전 속도는 600

Table 1 Design variables-before changed

Stiffness of spring	10,780	N/m
Initial length of spring	0.202	m
Location of spring	0.260	m
Radius of curvature of snubber	0.20	m
Friction coefficient of snubber	0.30	

rpm이고, 탈수물에 의한 추가 불평형 질량은 1.0 kg으로 가정하였다.

(1) 스프링 강성의 영향

스프링 강성 변화에 대한 진폭 및 전달 모우멘트의 그래프가 Fig. 3에 나타나 있다. 강성을 낮추는 데 따라 최대 진폭과 최대 전달 모우멘트가 모두 감소하지만, 강성을 지나치게 낮추면 공진점의 영향으로 진폭이 급격히 증가한다.

(2) 스너버 곡률 반경의 영향

스너버의 곡률 반경을 변화시키는 것은 해석 모델에서의 피벗 기준점을 바꾸어 주는 것과 같다. Fig. 4의 결과에 의하면 최대 진폭 및 최대 전달 모우멘트는 밀판의 곡률 반경을 증가시킴에 따라 모두 증가하게 된다. 스너버의 설계에 따른 제한 조건이 있으므로, 설계 변경시 이를 고려하여 허용한도내에서 곡률 반경을 줄일 수 있다.

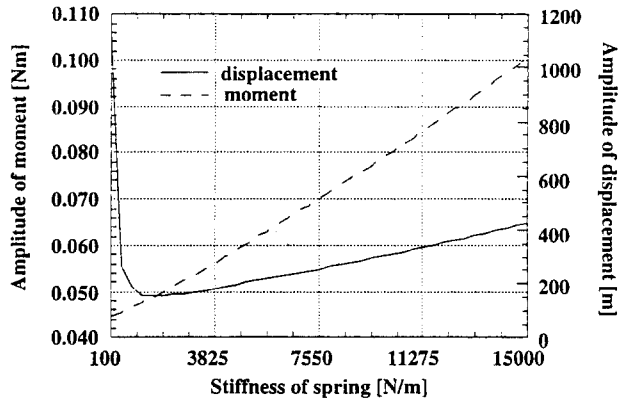


Fig. 3 Amplitude of displacement and moment with stiffness of spring

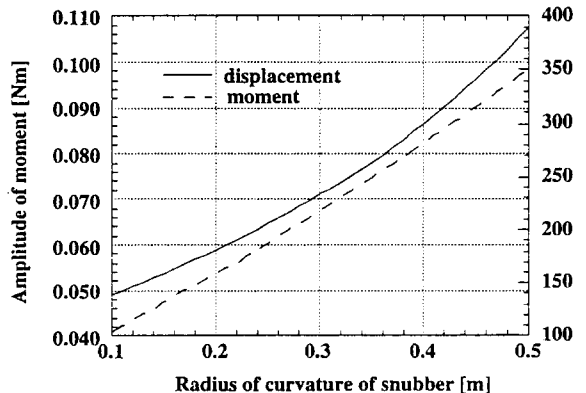


Fig. 4 Amplitude of displacement and moment with a radius of curvature of snubber

(3) 스너버 마찰 계수의 영향

스너버의 마찰 계수에 의한 영향은 Fig. 5의 해석 결과에서 볼 수 있듯이, 마찰 계수의 증가에 따라서

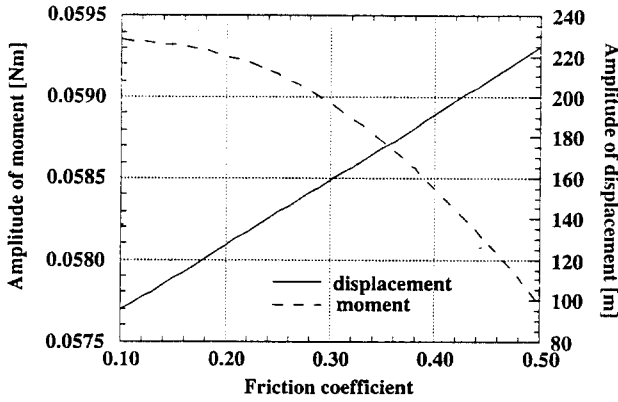


Fig. 5 Amplitude of displacement and moment with friction coefficient

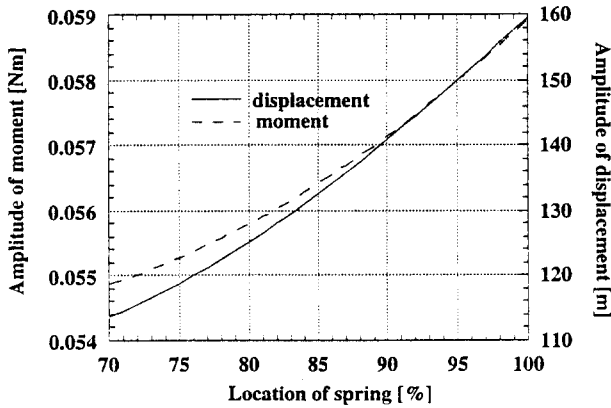


Fig. 6 Amplitude of displacement and moment with a initial length of spring

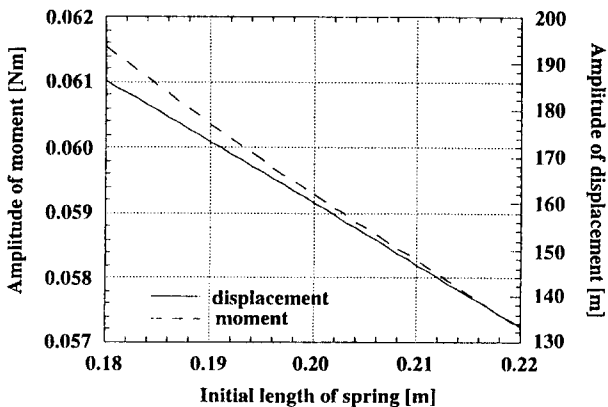


Fig. 7 Amplitude of displacement and moment with a initial length of spring

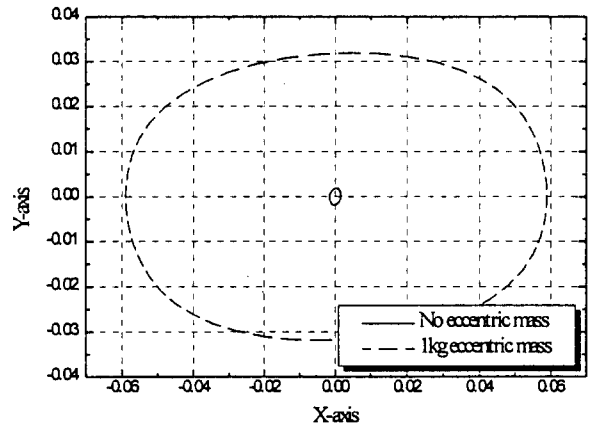
탈수통의 진폭은 현저하게 줄어들지만 전달 모우멘트는 증가하는 경향을 보인다. 일반적으로 탈수통에서의 진폭을 감소시키는 것이 유리하지만, 세탁기의 밀판에 전달되는 모우멘트는 다리 및 외부 구조물에서의 진동을 유발하므로 이를 고려하여야 한다.

(4) 스프링 장착 위치의 영향

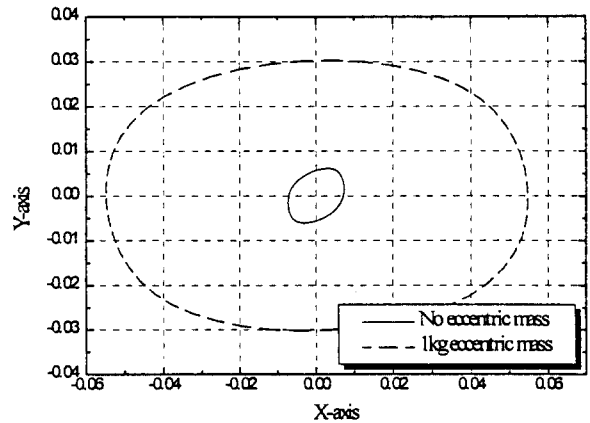
Fig. 6은 스프링의 장착 위치를 변경시켰을 때를 나타낸 그래프로, X축은 스프링을 초기 장착 위치

Table 2 Design Variables-after changed

Stiffness of spring	9,700	N/m
Initial length of spring	0.202	m
Location of spring	0.215	m
Radius of curvature of snubber	0.20	m
Friction coefficient of snubber	0.30	

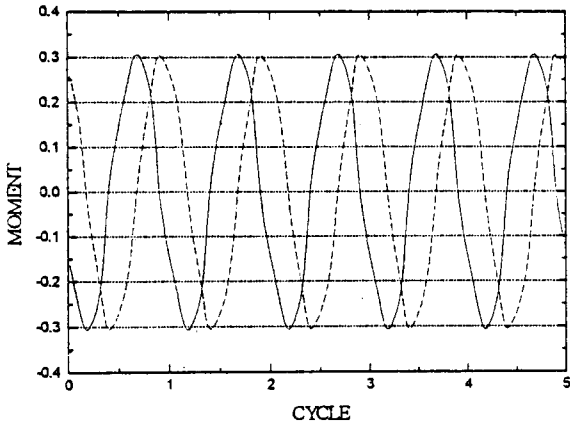


(a) Before variables changed

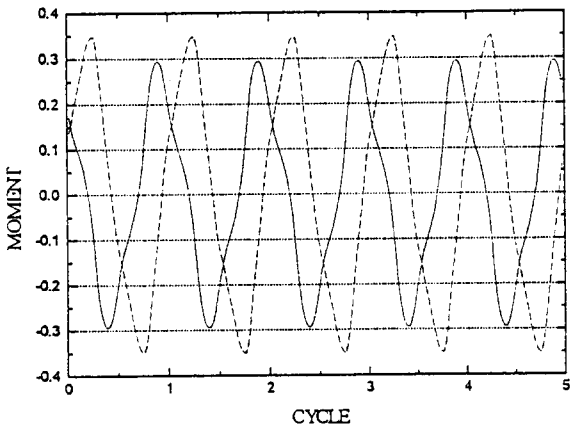


(b) After variables changed

Fig. 8 Amplitude of displacement as the axis rotates -analysis



(a) No added eccentric mass



(b) 1kg added eccentric mass

Fig. 9 Forces acting on the base plate with old design variables - analysis

에 대한 변경 위치의 비를 나타낸 것이다. 스프링을 안쪽으로 이동할수록 진폭 및 전달 모우멘트가 감소한다. 그러나, 실제 시스템은 지지 하우징 설치 위치로 인해서 지지스프링을 안쪽으로 이동시키는 데에는 제한이 따른다.

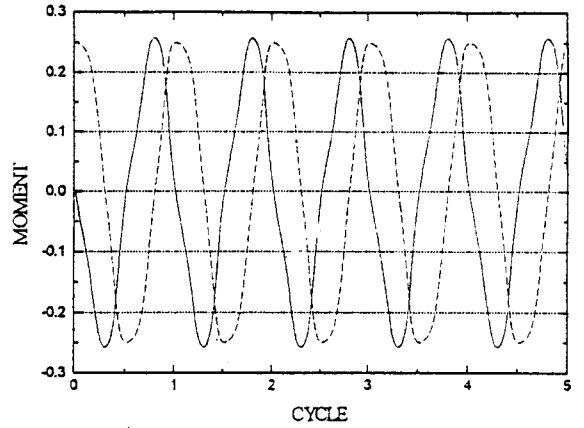
(5) 스프링 초기 길이의 영향

Fig. 7에서 스프링은 초기 길이가 길수록 진폭과 전달 모우멘트가 감소함을 알 수 있다. 그러나, 지지스프링의 초기 길이를 과도하게 늘여주면, 하우징을 지지하는 본래의 기능을 상실하고 세탁기에 시스템의 불안정을 유발시킨다.

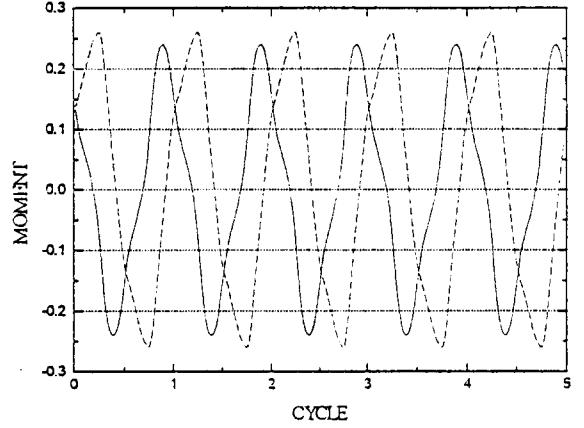
3.2 설계 변수 변경에 의한 해석 결과

실험 결과와 비교하기 위하여 Table 2와 같이 설계 변수 중에서 스프링의 강성과 장착 위치만을 변경하고 해석하였다.

Fig. 8은 설계 변경 전, 후에 대한 탈수통에서의



(a) No added eccentric mass



(b) 1kg added eccentric mass

Fig. 10 Forces acting on the base plate with new design variables - analysis

진폭의 변화이다. 불평형 질량이 존재하지 않을 경우에는 설계 변경 후에 진폭이 오히려 증가하지만, 탈수물에 의한 1kg 추가 불평형 질량이 있을 때에는 진폭이 약간 감소한다.

지지 하우징으로부터 밀판으로 전달되는 힘은 지지 스프링 의한 힘과 스너버에서의 마찰력에 의한 모우멘트의 두 가지가 있으며, 이들 전달 모우멘트에 의해서 다리에서의 떨림과 미끄러짐이 발생한다. Fig. 9, Fig. 10은 밀판에 전달되는 전달 모우멘트를 나타낸 것이다. 설계 변경에 의하여 마찰 모우멘트가 감소하였으며, 따라서 다리에서의 전달력도 감소한다.

4. 실험적 고찰

4.1 실험 장치 구성

이론 해석을 검증하기 위하여 실험을 통하여 탈수

통에서의 진폭과 다리에 작용하는 힘을 측정하였다.

Fig. 11에 나타낸 바와 같이 탈수통에서의 진폭은 두개의 가속도 센서의 신호를 FFT 분석기를 이용하여 처리하였다.

밀판의 전달 모우멘트를 측정할 수 없으므로, 네 다리에서의 전달력을 측정하였다. 전달력은 4개의 다리에 설치한 3축 동하중 센서를 이용하여 수평력과 수직력을 측정하였다.

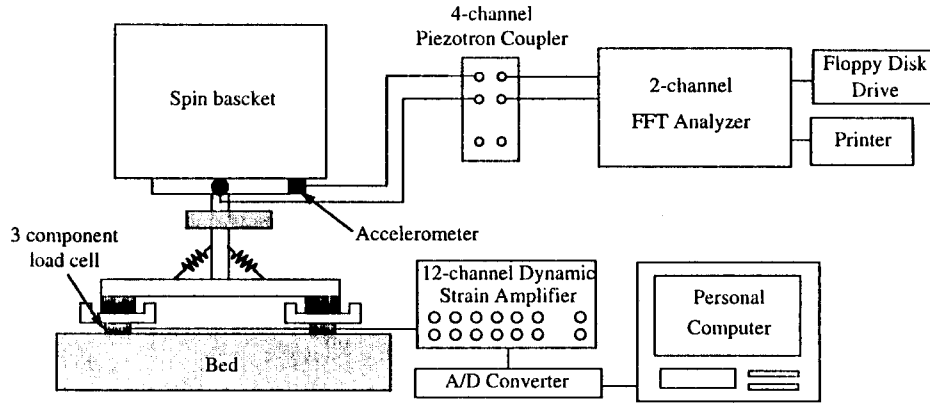
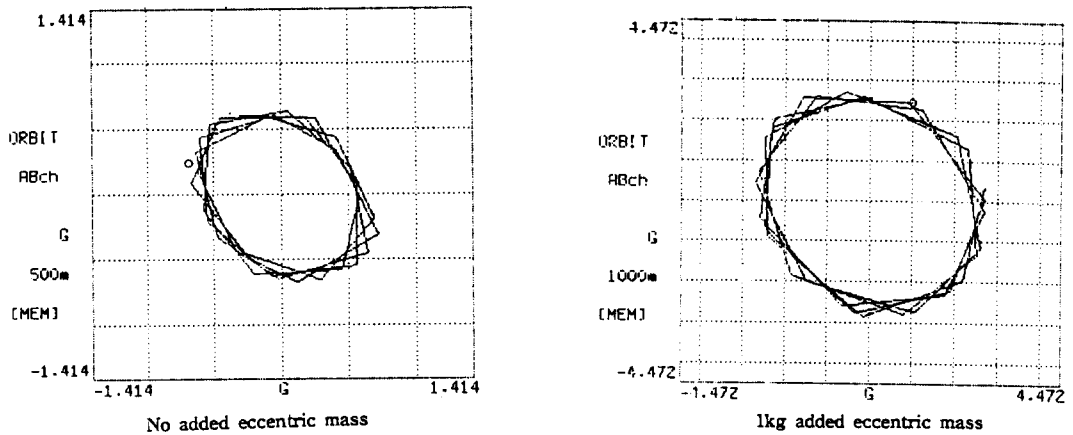
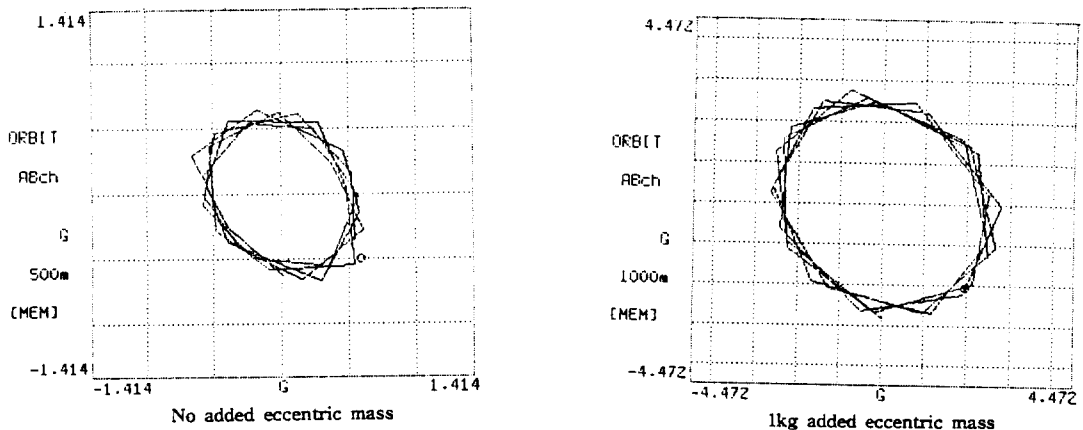


Fig. 11 Schematic diagram of experimental system



(a) Before design variables change



(b) After design variables change

Fig. 12 Amplitude of displacement as the axis rotates-experiment

4.2 실험 결과

설계 변수 변경에 따른 탈수통의 진폭 및 밀판 전달력을 Fig. 12와 Fig. 13, 14에 나타내었다.

기존의 3개의 지지스프링 강성을 감소시키기 위하여 스프링을 풀림 처리하였으며, 스프링 장착 위치를 0.045m 내측으로 이동시켰다.

실험 결과를 보면, 탈수통의 진폭은 불평형 질량은 거의 변화가 없었다. 그러나, 전달 모우먼트가 줄어들었기 때문에 다리에서의 전달력의 크기가 감소하였고, 특히 수직력이 크게 감소하였다.

본 연구의 대상 모델은 하부지지형 세탁기로서 상부지지 방식에 비하여 탈수통의 진동량은 상대적으로 적으나 밀판으로 전달되는 모우먼트에 의한 떨림

이 크다. 다리에 작용하는 힘은 지지스프링에서의 전달력과 스너머에서의 마찰력에 기인하며, 수평력은 세탁기의 미끄러짐을, 그리고 수직력은 상하 방향의 떨림을 유발시킨다.

따라서, 설계 변수의 변경은 탈수통에서의 진폭에는 거의 변화를 주지 못하였지만, 전달력을 감소시켰으므로 하부지지형 세탁기의 단점인 밀판 및 외부 구조물의 진동량 감소에는 크게 기여한다.

5. 동특성 개선 모델

세탁기의 내부 구조물을 해석하고 이를 실험을 통해서 확인해 본 결과, 설계 변수들을 변경에 의하여

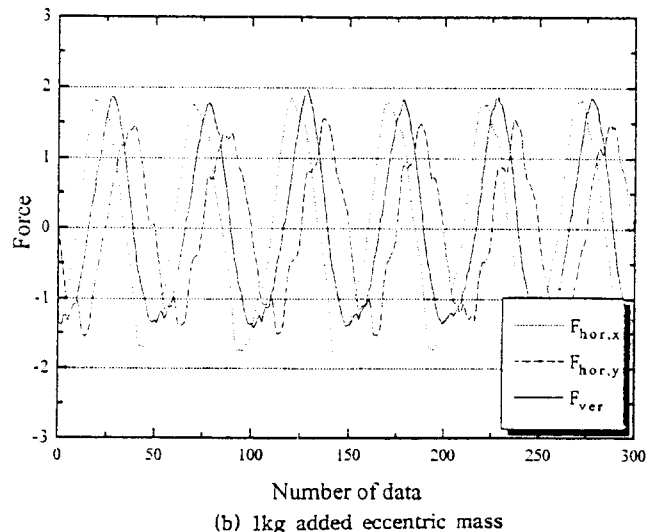
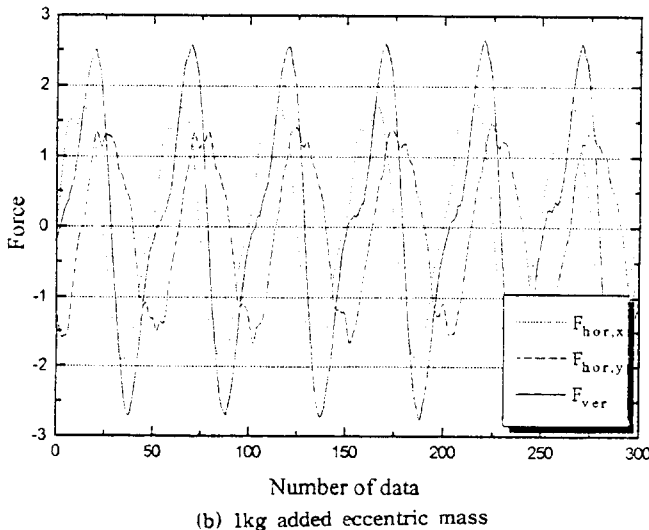
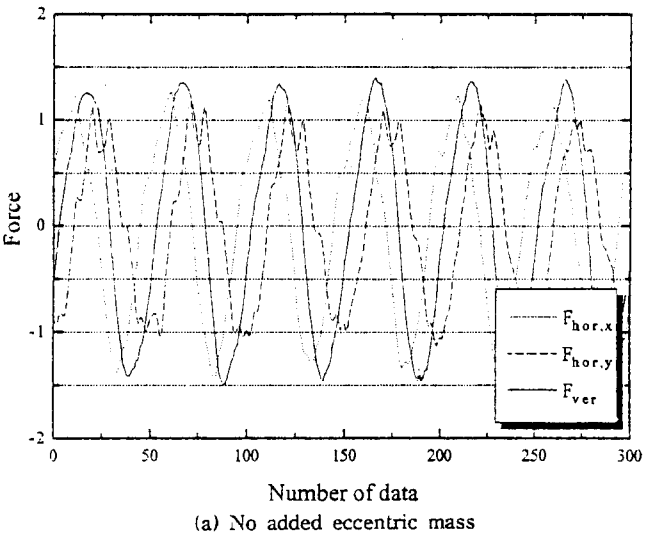
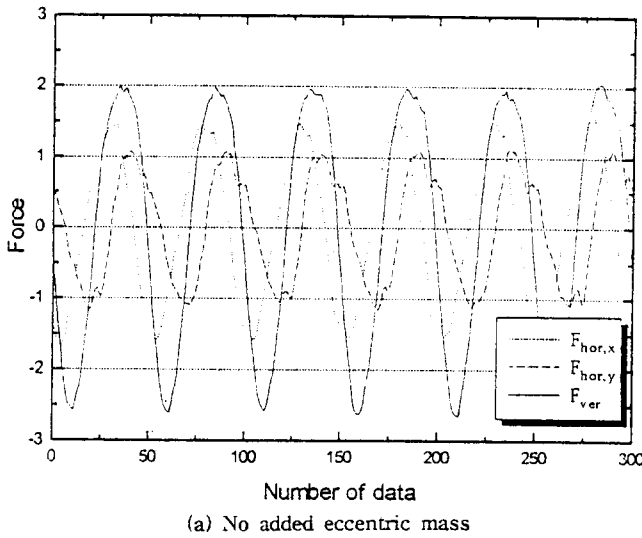


Fig. 13 Forces acting on the base plate with old design variables - experiment

Fig. 14 Forces acting on the base plate with new design variables - experiment

Table 3 Design variables-modified model

Stiffness of spring	9,700	N/m
Initial length of spring	0.212	m
Location of spring	0.215	m
Radius of curvature of snubber	0.18	m
Friction coefficient of sunbber	0.30	

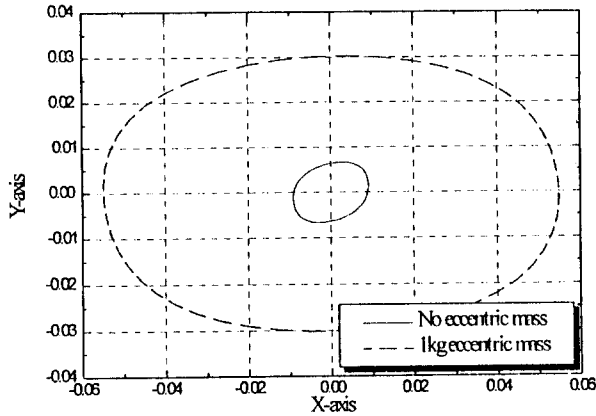


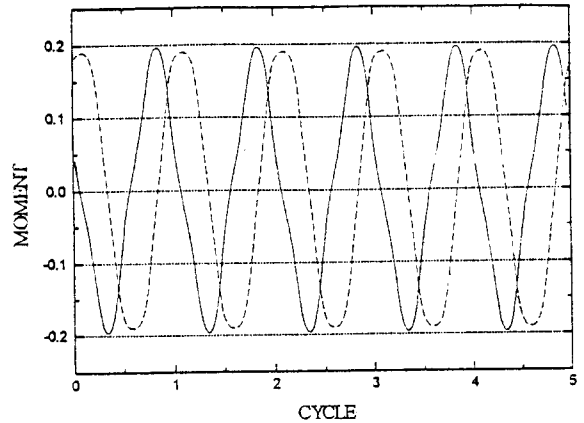
Fig. 15 Amplitude of displacement as the axis rotates -modified model

밀판에 작용하는 전달력을 줄일 수 있음을 알았다. 따라서, 각 설계 변수들을 설계상 구속 조건 내에서 바꾸어 줌으로써 시스템의 진동량을 줄일 수 있는 최적 설계 조건을 찾아 낼 수 있으며, Table 3에 동특성 개선 모델에 대한 설계 변수값을 제시하였다. 스프링 강성과 부착 위치 외에도 스너버의 곡률 반경, 스프링의 초기 길이를 변경시킨 후의 탈수통의 진폭 및 밀판 전달 모우먼트의 해석 결과를 Fig. 15 과 Fig. 16에 나타내었다.

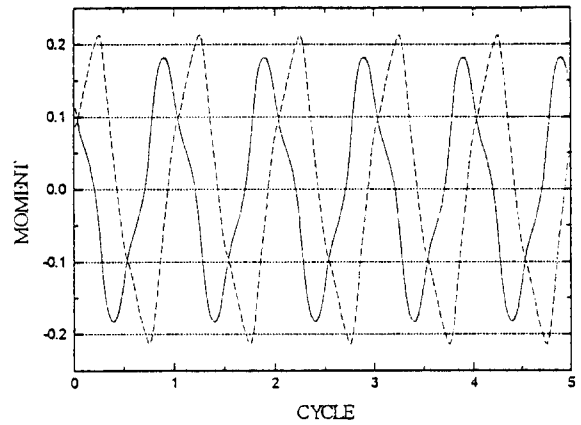
동특성 개선 모델에 의해서 전달 모우먼트가 상당량 줄어들음을 볼 수 있다. 또한, 진폭은 이전의 해석과 마찬가지로 불평형 질량이 없을 경우에는 약간 증가하지만, 1kg의 불평형 질량에서는 기존에 비하여 약간 감소하였다.

4. 결 론

하부지지형 세탁기 시스템의 진동 형태를 예측하고 대책을 마련하기 위하여, 세탁기를 강제 현가 시스템으로 모델링하고 진동 특성에 영향을 주리라고 생각되는 설계 변수들을 선정하였다.



(a) No added eccentric mass



(b) 1kg added eccentric mass

Fig. 16 Forces acting on the base plate with old design variables - modified model

밀판의 모델링을 통하여 밀판 및 외부 구조물의 진동량은 전달 모우먼트에 비례함을 보였고, 따라서 내부 구조물은 스너버의 곡률 중심에서 핀 조인트된 강체로 가정하여 별개의 시스템으로 모델링 하였다. 그리고, 시스템의 운동 방정식을 유도하여 수치 해법을 사용하여 각 설계 변수의 변화에 따른 진폭 및 전달력 변화를 살펴보았다.

설계 변수들을 변경할 경우, 이론 해석과 실험 결과에 의하여 탈수통의 진폭은 거의 변화가 없었지만 밀판에 작용하는 전달 모우먼트를 상당량 감소시킬 수 있음을 알았다. 하부지지형 세탁기의 단점인 세탁기 밀판에서의 떨림과 미끄러짐은 특히 수직 방향 전달력 감소에 의해서 크게 향상되었다.

설계 변수의 구속 조건을 고려하여 동특성 개선 모델을 제시하였고, 진동량을 감소시키는 최적의 설계 변수를 선정할 수 있음을 보였다.

후 기

본 연구는 (주)동양매직과 한국과학재단지원 터보 동력기계 연구센터의 지원으로 이루어진 것입니다.

참 고 문 헌

- (1) 정경렬, 이종범, 임무생, 윤종만, 1993, "세탁 기용 강체 현가 시스템의 동특성 해석을 위한 전산 시뮬레이션", 한국소음진동공학회지, 제3권 제1호, pp. 65~75
- (2) Nagaya, K., and Ikeda, S., 1985, "Vibration of a Motor on Viscoelastic Foundation due to Whirling of the Shaft with Consideration of Electro-magnetic Forces", Trans. of the ASME, Vol. 107, pp. 310-318
- (3) Saito, H., and Nakagiri, T., 1975, "Vibration of a Rectangular Plate with Viscoelastic Supports", Trans. of the JSME, Vol. 42, pp. 1077~1086
- (4) S. H. Crandall, D. C. Karnopp, E. F. Kurtz, Jr., D. C. Pridmore-Brown, 1968, Dynamics, McGraw Hill.
- (5) K. J. Bathe, 1982, Finite Element Procedures in Engineering Analysis, Prentice Hall, pp. 511~514.
- (6) G. Bazzi and E. Anderjegggen, 1982, "The ρ -family of Algorithms for Time-step Integration with Improved Numerical Dissipation", Earthquake Engineering and Structural Dynamics Vol. 10, pp. 537~550.

부 록

$$[M]\{\ddot{\xi}\} + [C]\{\dot{\xi}\} + [K]\{\xi\} = \{F\}$$

$$[M] = \begin{bmatrix} \cos\Omega t & -\sin\Omega t \\ \sin\Omega t & \cos\Omega t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{r11} & I_{r12} \\ I_{r21} & I_{r22} \end{bmatrix}$$

$$[C] = - \begin{bmatrix} \cos\Omega t & \sin\Omega t \\ -\sin\Omega t & \cos\Omega t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{s11} & I_{s12} \\ I_{s21} & I_{s22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sin\Omega t & \cos\Omega t \\ -\cos\Omega t & \sin\Omega t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{r11} & I_{r12} \\ I_{r21} & I_{r22} \end{bmatrix}$$

$$[K] = \sum_i k_i \begin{bmatrix} \frac{(L_i - L_0)(x^2 + z^2)}{L_i} + \frac{L_0(r_{zx} - r_{xz})(r_{xy} - r_{yx})}{L_i^3} \\ \frac{L_0(r_{zx} - r_{xz})(r_{xy} - r_{yx})}{L_i^3} - \frac{(L_i - L_0)r_{yz}}{L_i} \\ \frac{L_0(r_{zx} - r_{xz})(r_{xy} - r_{yx})}{L_i^3} - \frac{(L_i - L_0)r_{yz}}{L_i} \\ \frac{(L_i - L_0)(y^2 + x^2)}{L_i} + \frac{L_0(r_{xy} - r_{yx})^2}{L_i^3} \end{bmatrix}$$

$$[F] = \begin{Bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{Bmatrix} - \sum_i k_i \begin{Bmatrix} \frac{(L_i - L_0)(r_{zx} - r_{xz})}{2L_i} \\ \frac{(L_i - L_0)(r_{xy} - r_{yx})}{2L_i} \end{Bmatrix} + \Omega^2 \begin{bmatrix} \sin\Omega t & \cos\Omega t \\ -\cos\Omega t & \sin\Omega t \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} I_{13} \\ I_{23} \end{Bmatrix}$$

L_i : 지지스프링의 변형 후 길이
 r_x, r_y, r_z : 지지스프링 끝점의 초기 위치
 m : 불평형 질량
 e : 편심거리
 f_1, f_2 : 마찰 모우멘트