

## 엔진 베어링에서 점성조건이 유막압력분포에 미치는 영향에 관한 유한요소해석

김청균 · 한동철\*

홍익대학교 기계공학과

\*서울대학교 기계설계학과

### Finite Element Analysis to Analyzing the Oil Film Pressure Distribution due to Viscosity Conditions in Engine Bearings

Chung-Kyun Kim and Dong-Chul Han\*

Department of Mechanical Engineering, Hongik University

\*Department of Mech. & Production Eng., Seoul National University

**Abstract**—A finite element approach to analyzing the film pressure of engine bearings has been presented based on the viscosity-temperature equations. The calculated results from each viscosity model are compared with each other for various temperature models of the oil film. The FEM results show that the appropriate selection of the viscosity-temperature model is very important factor for analyzing the film pressure distribution of engine bearings.

#### 1. 서 론

엔진 베어링은 일반적으로 유체윤활(Hydrodynamic lubrication) 또는 부분적인 탄성유체윤활(Elastohydrodynamic lubrication) 상태에서 운전되므로 내연기관의 트라이볼로지적 요소(Tribological element)중에서 가장 안정적으로 운전되는 핵심부품이다. 그러나 최근의 엔진개발에서 고출력화, 고속화, 경량화를 적극적으로 추구하는 경향이 강하기 때문에 회전중에 하중을 담당해야 하는 엔진 베어링의 운전조건도 대단히 가혹해지고 있다.

엔진 베어링에 대한 기존의 윤활특성에 대한 연구는 주로 유막의 점도가 일정하다고 가정하여 간단하게 해석하였으나 최근에 엔진의 고성능화, 연소의 고온화에 따른 베어링의 사용조건이 가혹해지는 경향이 있으므로 윤활유의 온도가 크게 높아지게 되었고, 이에 따른 윤활특성해석도 유막에서 온도의 영향을 고려하는 것이 일반적인 연구로 변해가고 있다.

온도변화에 따른 윤활특성, 유동패턴, 소재의 변형 특성, 운동특성[1] 등이 단독적으로 일어나는 것이 아니라 서로 복잡하게 연계되어 변하기 때문에 해석이

대단히 난해하여 연구가 부진한 편이나, 최근에 컴퓨터를 응용한 해석이 일반화되면서 활기를 띠게 되었다. 특히 선진국에서는 컴퓨터를 이용한 엔진 베어링에 대한 해석이나 설계기술이 일반화된 상태이다. 엔진 베어링의 유막두께(Oil film thickness), 유막압력(Oil film pressure), 마찰손실 등을 계산하기 위한 전용 프로그램으로 DEBA[2], FEJOB[3], COMJOB [4], FEHD[5], DEHD[6] 등이 개발되었고, 미국의 GM사에서는 설계에 적극 활용하고는 있으나[7], 이것들이 제한된 목적으로 개발되었기 때문에 앞으로는 이들 프로그램을 통합하고 다양한 조건에서 엔진 베어링의 성능을 예측할 수 있는 테이타를 구축하여 설계에 직접적으로 이용할 수 있도록 수정·보완하는 것이 바람직하다.

본 연구에서는 이와같은 프로그램을 이용할 수 없고, 더욱이 점도의 변화에 따른 유막의 압력변화를 해석할 수 있는 모듈이 없으므로 범용의 유한요소해석용 코드인 MARC[8]를 사용하여 엄밀한 수치적 연구를 수행하고자 한다.

특히 베어링의 유막해석에서 널리 사용되는 윤활 유막의 온도변화에 따른 점도의 분포상태를 정확히

해석한다는 것이 어렵기 때문에 유체유회 상태에서 운전하는 저어널 베어링 해석시 널리 이용되는 기존의 대표적인 점성모델 3가지를 선정하여 이들이 온도의 변화에 따라서 유막압력에 미치는 영향을 유한요소 기법(Finite element technique)으로 해석하고자 한다.

## 2. 이론적 해석

저어널 베어링에서 윤활유막의 압력분포를 해석하기 위한 일반화된 레이놀즈 방정식은 다음과 같이 주어진다.

$$\nabla \cdot \left( \frac{\rho h^3}{12\eta} \nabla p \right) - \frac{\partial(\rho h)}{\partial t} - \frac{1}{2} \nabla \cdot (\rho h \bar{u}) + M = 0 \quad (1)$$

여기서  $p$ 는 윤활유막의 압력,  $\rho$ 는 윤활유의 질량밀도,  $h$ 는 윤활유막 두께,  $\eta$ 는 점성계수,  $t$ 는 시간,  $\bar{u}$ 는 상대 마찰 운동면에서의 상대속도 벡터,  $M$ 은 윤활유막에 공급되는 단위면적당의 질량유량을 각각 나타낸다.

대표적인 저어널 베어링을 나타내는 Fig.1과 같은 모델을 간단하게 해석하기 위하여 윤활유막을 Fig.2와 같이 전개하였다. 이 그림에서 윤활유막 두께  $h$ 를 원주방향의 변위량  $x$ 의 함수로 표시하면 다음과 같이 주어진다. 즉,

$$h(x) = C + e \cos \frac{x}{R} \quad (2)$$

여기서  $C$ 는 반경방향의 간극,  $e$ 는 편심량,  $R$ 은 저어널 축 반경을 각각 나타낸다.

외부하중이 저어널에 가해지면서 발생하는 윤활유막의 압력은 상호 평형상태를 이루어야 안정화가 되고, 저어널은 주어진 조건하에서 유막내의 일정한 위치에 정착하게 된다[9]. 이들의 평형 관계식을 표시하면 다음과 같다. 즉,

$$F + W + \Delta W = 0 \quad (3)$$

여기서  $F$ 는 저어널에 가해진 외부하중,  $W$ 는 윤활유막의 하중지지능력,  $\Delta W$ 는 베어링의 평형을 맞추기 위한 보정치를 각각 나타낸다.

상기식 (3)으로부터 하중지지능력을 계산하기 위하여 초기의 윤활유막 두께식 (2)에 저어널의 초기 편심량인  $e=0.5C$ 를 대입하여 계산한 후, 이들의 결과를 레이놀즈 방정식 (1)에 대입하여 얻어진 윤활유막의 압력으로부터 유막에 의한 하중지지능력을 계산한다. 여기서 구해진 하중값과 외부에서 저어널에 가해진 하중이 평형을 이루는지를 확인하고, 이들의 차이가 주어진 허용치 이내( $<10^{-6}$ )에 도달할 때까지 반복하여 계산한다. 이 때 유막의 압력을 계산하기 위하여 사용된 점성계수에 대한 온도분포 관계는 Reynolds 모델[12], Walther 모델[13], Vogel 모델[14]을 채택하였다.

식 (3)으로부터 계산된  $\Delta W$ 는 저어널 중심축의 이동량을 계산할 수 있는 근거를 제공하고, 이것은 다시 새로운 윤활유막의 압력을 계산할 수 있는 근

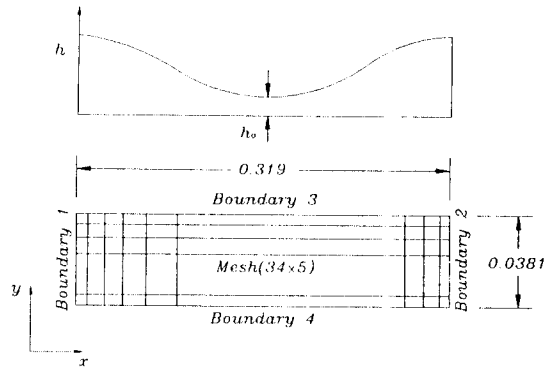


Fig. 2. Unwrapped film profiles considered in engine bearing analysis.

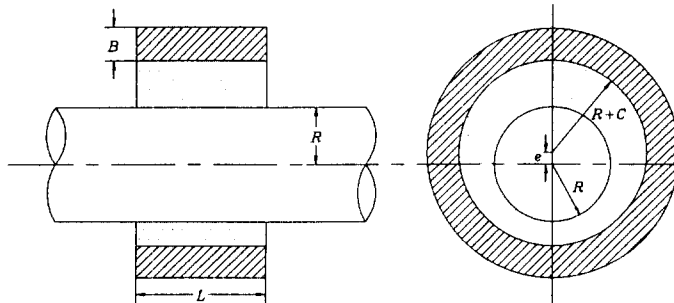


Fig. 1. Bearing geometry.

거가 되므로, 이들 값이 수렴될 때까지 반복하여 계산한다. 이것을 식으로 표현하면 다음과 같다. 즉,

$$[B] \Delta \dot{u}_c + [K] \Delta u_c = \Delta W \quad (4)$$

여기서 [B]는 감쇄계수, [K]는 강성계수,  $\Delta u_c$ 는 저어널 중심축의 변위 증분량을 각각 나타낸다.

식 (4)에서 감쇄계수와 강성계수를 계산하기 위한 이론적 해석은 부록에 제시되어 있으며, 이들 방정식으로부터 저어널의 새로운 위치와 윤활유막의 보정치  $\Delta W$ 를 계산하게 된다.

### 3. 점도-온도 관계식

저어널 베어링의 유체윤활해석에 사용된 점도 모델식은 사용 윤활유나 작동조건에 따라서 여러가지 제시되었으나, 본 연구에서는 점도가 온도만의 함수로 주어지는 여러가지 모델중에서 대표적으로 널리 사용되는 3가지 모델을 선정하여 해석하고자 한다. 즉,

$$\begin{aligned} \text{Walther model: } & \log_{10} [\log_{10} (v + 0.6)] \\ & = m \log_{10} (T + 273) + b \end{aligned} \quad (5)$$

$$\text{Reynolds model: } \mu = \mu_0 e^{B(T - T_0)} \quad (6)$$

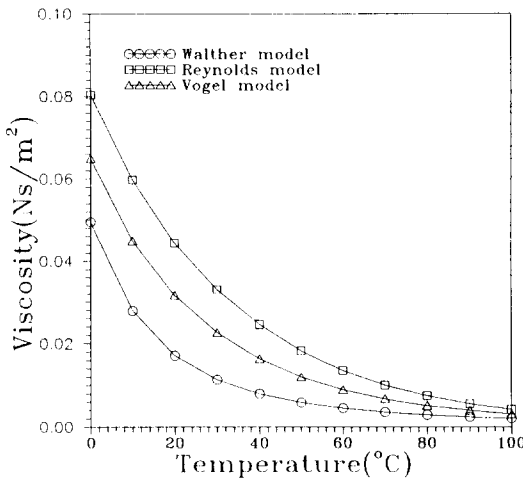
$$\text{Vogel model: } \mu = a e^{d/(T - c)} \quad (7)$$

여기서  $\mu$ 는 점성계수,  $v$ 는 동점성계수,  $\mu_0$  및  $T_0$ 는 주어진 기준조건에서의 점성계수와 온도를 각각 나타내고, B, m, a, b, c, d는 사용조건에 따라서 결정되는 윤활유 관련 특성치이다.

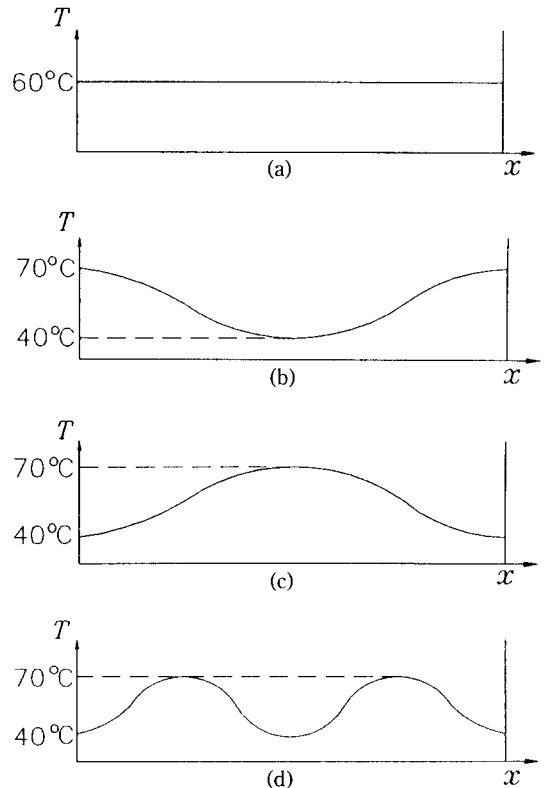
상기의 점도-온도 관계식 (5)~(7)에서 사용된 점도의 기준값과 상수는 Table 1에서 제시된다. 점도 모델식 (5)~(7)에 의하여 근사화된 3가지 윤활유의 온도-점도 관계식에 대한 계산결과를 Fig. 3에서 제시하였고, 저어널 베어링의 윤활유막에서 생성된 온도분포는 Fig. 4에서 보여주는 것과 같이 유막의 최저온도는 40°C 이고, 최고온도는 70°C 인 4가지의 모델을 고려하였다. 또한 Knight[15] 등이 제시한 두가지 온도모델, 즉 베어링 벽면의 최고온도를 약간

**Table 1. Thermophysical data for the viscosity-temperature models**

$\mu_0$	0.0183 Ns/m <sup>2</sup>
$T_0$	50°C
B	-0.02960
m	-4.15
a	$8.82039 \times 10^{-9}$
b	10.36
c	$-4.20415 \times 10^2$
d	$6.64768 \times 10^3$



**Fig. 3. Lubricant viscosity models for FEM analysis.**



**Fig. 4. Models for typical film temperature distribution.**

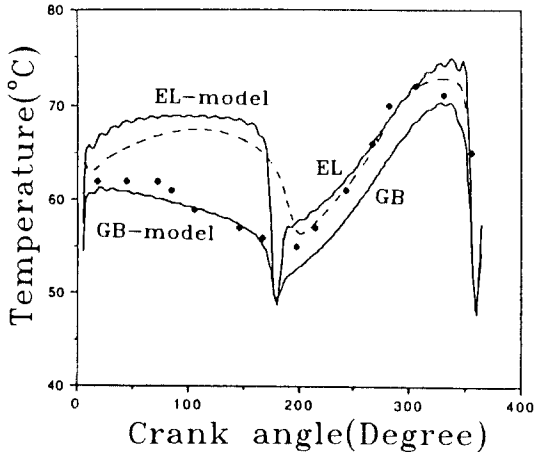


Fig. 5. Film temperature distribution of the gas bubble (GB) and effective length (EL) models.

과대하게 표현하는 유효길이 모델(Effective length model)과 과소하게 추정하는 가스버블 모델(Gas bubble model)로 이들의 결과는 Fig. 5에서 보여주고 있다. 여기서 Knight가 제시한 온도모델은 측정된 실험치와의 오차가 단지 2°C 정도라는 것을 고려하면 양호한 결과이다.

엔진 베어링에서 사용중인 유막의 온도는 일반적으로 40~70°C 인 것으로 알려지고 있기 때문에[15] 본 연구에서는 이점을 고려하여 유막에서의 대표적인 온도분포 관계 모델 6개를 선정하였다. 엔진 베어링에서 이들 상호간의 유막압력 특성을 알아보기 위한 유한요소해석을 점도-모델 관계식 (5)~(7)에 대하여 해석하였다.

#### 4. 수치적 해석

해석에 사용된 엔진 베어링의 모델은 Fig. 1과 같고, 중요한 제원과 컴퓨터 시뮬레이션 조건은 Table 2에서 제시하고 있다.

엔진 베어링에서 유막내의 윤활유동은 원주 방향의 성분에 의하여 지배된다는 점을 고려하면 점성의 영향에 의한 축방향의 온도변화가 작다고 가정할 수 있고[10,11], 이것은 윤활유막에 관한 2차원 해석으로 간략화시킬 수 있다.

Fig. 2에서 제시한 윤활유막 모델에 대한 전체 유한요소망은 170개의 유한요소로 구성되어 있고, 4개의 요소절점으로 구성된 4각형 1자유도 요소를 사용하였다. 좌표계는 윤활유막의 두께가 최대되는 지점을

Table 2. Bearing parameters used in FEM calculations

Journal radius, R	0.0508 m
Bearing length, L	0.0381 m
Radial clearance, C	$6.35 \times 10^{-6}$
Bush thickness, B	0.0633 m
Rotational speed, N	4000 rpm
Load, F	1000 N

$\theta=0$ 라고 하고, 반시계방향으로 증가하는  $r$ ,  $\theta$ ,  $z$  좌표계를 유한요소해석에서는  $x=r\theta$ ,  $y=z$ 로 구성된 2차원으로 치환하였다. 엔진 베어링의 점성특성에 의해서 유막압력에 미치는 영향을 해석하기 위하여 사용된 유한요소해석용 프로그램은 MARC이다.

Fig. 2와 같은 윤활유막에 대한 유막의 압력을 해석하기 위하여 사용된 경계조건은 Fig. 2에서 보여주고 있다. 이와 같은 경계조건을 이용하여 레이놀즈 방정식 (1)을 해석하기 위한 Gumbel 경계조건식[12]은 다음의 식으로 표현될 수 있다. 즉,

Boundary 1 & Boundary 2: Tying constraints boundary condition

Boundary 3 & Boundary 4: Atmospheric pressure ( $1.0 \times 10^5$ Pa) boundary condition

Reynolds 방정식을 해석하기 위한 Gumbel 경계조건:

$$p(\theta) = p \text{ for } 0 < \theta < \pi$$

$$p(\theta) = 0 \text{ for } \pi < \theta < 2\pi$$

#### 5. 해석결과 및 토의

저어널 베어링의 윤활유막을 원주방향으로 펼친 상태가 Fig. 2인데, 최소유막두께  $h_0$ 는 원주방향으로  $x=0.1595(\theta=180^\circ)$ 인 지점에, 유막의 최대값은  $x=0(\theta=0^\circ)$ , 즉  $x=0.319(\theta=360^\circ)$ 인 지점에 각각 대칭적으로 위치한다고 가정한다.

엔진 베어링의 유막에 의하여 발생하는 하중지지 능력은 사용조건에 따라서 크게 달라지지만, 최근 엔진 베어링이 고속화를 추구함에 따라서 작동온도 조건이 베어링의 성능에 특히 영향을 주고 있는데, 이와 같은 경우에 대한 해석을 하였다. 본 연구에서는 기존의 여러가지 점도-온도 모델을 선정하여 유막의 압력분포도를 수치적으로 해석하여 이들의 결과를 Figs. 6~8에서 제시하고 있다.

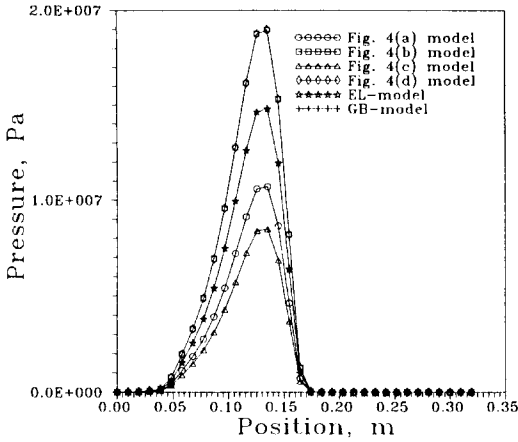


Fig. 6. Pressure distribution as a function of the circumferential position for various models of film temperature (Walther viscosity model).

윤활유막이 주로 온도의 영향을 받아 점도의 특성이 Walther 모델에 따라서 변하는 경우의 유막압력 크기를 유한요소해석 기법으로 해석하였고, 이들 결과는 Fig. 6에서 보여주고 있다. 여기서 사용된 Walther 모델식 (5)의 윤활 특성값은  $m = -4.15$ ,  $b = 10.36$ 으로 베어링이 고속(4000 rpm)으로 회전하는 경우에 대한 유한요소 해석결과이다. 이들 데이터는 Gethin[11] 등이 실험적으로 얻은 결과를 본 연구에서 사용한 것이다. 이것은 점도 10급의 터빈유(Shell Tellus R10)에 해당하는 것이고, 계산을 위하여 사용된 윤활유의 데이터로 밀도  $\rho = 834 \text{ kg/m}^3$ , 윤활유의 비열  $C_f = 2000 \text{ J/kg}^\circ\text{C}$ , 윤활유의 공급온도  $T_f = 30^\circ\text{C}$ , 윤활유막의 열전도 계수  $K_f = 0.156 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ , 베어링 부쉬의 열전도 계수  $K_s = 52 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ 이다.

Fig. 2와 같은 유막모델에서 최소유막두께  $h_0$ 가 위치하는 곳은  $x = 0.1595$ (베어링의 회전각도로 표시하면  $\theta = 180^\circ$ ) 지점으로 계산된 유막의 최대지지압력은 사용된 세가지의 유막-온도분포 모델의  $x = 0.135$ ( $\theta = 152.3^\circ$ )에서 나타나고 있다. Walther 모델을 이용한 유막의 압력을 계산한 Fig. 6의 결과에 의하면 최소 유막지점에서의 온도가  $T = 40^\circ\text{C}$ 로 가장 낮게 나타나는 Figs. 4(b)와 (d)의 모델에 대한 유막압력은  $p = 19 \text{ MPa}$ 로 가장 크고,  $T = 70^\circ\text{C}$ 로 유막의 온도가 가장 높은 경우를 나타내는 모델인 Fig. 4(c)에서의 유막압력은  $p = 8.5 \text{ MPa}$ 로 가장 낮게 나타났다. 또한 유막의 평균 온도가  $T = 60^\circ\text{C}$ 로 균일한 Fig. 4(a)의 모델과 유막의 최저온도가  $T = 50^\circ\text{C}$ 인 Fig. 5의 EL모델과

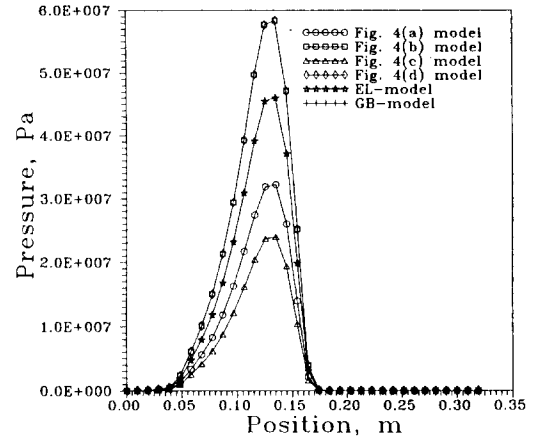


Fig. 7. Pressure distribution as a function of the circumferential position for various models of film temperature (Reynolds viscosity model).

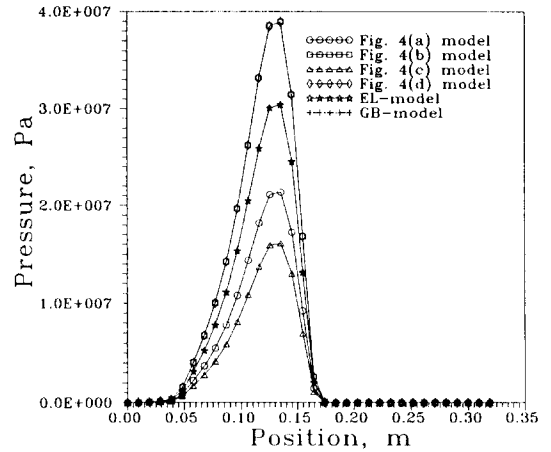


Fig. 8. Pressure distribution as a function of the circumferential position for various models of film temperature (Vogel viscosity model).

GB모델에 대한 유막의 압력은  $p = 11 \text{ MPa}$ 와  $15 \text{ MPa}$ 로 각각 계산되었다. 이와 같은 유한요소해석 결과는 유막에서의 온도분포가 유막의 최고 압력에 가장 큰 영향을 주는 요소라는 것을 의미한다.

Fig. 7은 Reynolds 점도 모델식 (6)을 기초로 윤활 유막에 대한 유한요소해석을 수행한 결과이고, 사용된 윤활유의 특성값은  $T_0 = 50^\circ\text{C}$ 를 기준으로 할 때  $\mu_0 = 0.0183 \text{ Ns/m}^2$ ,  $B = -0.02960$ 이다. 계산된 결과에 의하면 유막의 최고압력은  $x = 0.135$ ( $\theta = 152.3^\circ$ )에서 나타났고, 압력분포도는 Walther가 제시한 점도모델식

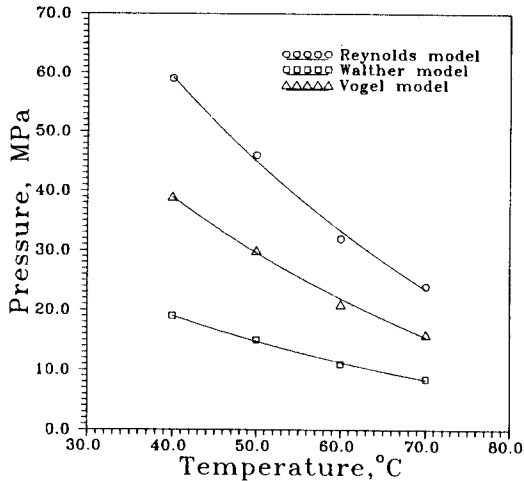


Fig. 9. Comparison of the film pressure (MPa) for three viscoelastic models calculated using the finite element method.

(5)를 사용하여 얻은 계산결과인 Fig. 6의 경우와 유사하게 나타났다. 여기서 유막의 온도가  $T=40^{\circ}\text{C}$  인 Figs. 4(b)와 (d)의 모델에 대한 유막압력  $p=59\text{ MPa}$  이 발생하였고,  $T=70^{\circ}\text{C}$  인 Fig. 4(c)에서의 유막 온도 분포에서는  $p=24\text{ MPa}$ 의 최저압력이 나타나는 것으로 계산되었다.

또한 Vogel의 점도 모델식 (7)을 사용한 압력분포 해석결과는 Fig. 8에서 제시하는데, 이 때 사용된 윤활유의 특성상수  $a=8.82039 \times 10^{-9}$ ,  $c=-4.20415 \times 10^2$ ,  $d=6.64768 \times 10^3$ 으로 각각 주어진다. 사용된 유막의 온도분포 모델 6가지(참조 Figs. 4~5)에 대한 압력특성 해석결과는 Figs. 6과 7에서 제시된 결과와 유사한 경향을 보여주고 있다. 해석에서 사용된 Figs. 4와 5의 6가지 윤활유막 온도모델에 따라서 계산된 유막의 압력은 16 MPa~39 MPa의 크기로 나타난다.

상기의 유한요소해석 결과에 의하면 세가지의 점도-온도 모델식 (5)~(7)에 대한 압력분포 패턴은 유사하게 나타나는데, 이것은 유막내의 온도분포가 유막의 최저 또는 최고온도에 의하여 지배를 받기 때문인 것으로 생각된다. 그러나 점도-온도 관계식은 윤활유의 특성에 크게 의존하기 때문에 Figs. 6~8에서 보여 주듯이 최저 유막두께 부근에서의 압력크기가 달라지는데, 이들의 결과를 윤활유막의 온도에 따라서 비교하면 Fig. 9와 같이 요약될 수 있다. 엔진 베어링의 작동온도에 따른 유막의 압력변화를 나타낸 Fig. 9에 의하면 온도가 상승함에 따라서 유막의 압력은 감소

하는 경향을 보여주는데, Walther 모델은 비교적 둔감하게, Reynolds 모델은 가장 민감하게 윤활유막의 압력에 영향을 주고 있는 것으로 나타났다.

또한 Fig. 9의 해석된 결과로부터 각 윤활유의 점성계수는 온도에 의하여 큰 영향을 받고 있는 것으로 나타났으며, 특히 저어닐 베어링의 평균 온도분포는 윤활유막의 압력형성에 커다란 영향을 주고 있다는 것을 의미한다. 윤활유의 유막압력은 곧 베어링의 하중지지 능력과 매우 밀접한 관계를 맺고 있는 것으로서 베어링의 성능에 직결되는데, 이것은 윤활유의 점성계수에 의해 크게 좌우되고 있음을 알 수 있다.

이것은 엔진 베어링에서 윤활유막 해석시 여러가지의 점도-온도 모델식 중에서 어느 것으로 선택하느냐가 베어링의 윤활특성 해석에서 대단히 중요한 결과를 제공한다는 것을 알 수 있다. 그래서 저어닐 베어링의 압력특성을 엄밀하게 해석하기 위한 윤활유의 점도-온도 모델식의 선정은 신중하게 이루어져야 한다.

## 6. 결 론

기존의 대표적인 점도-온도 모델중에서 엔진 베어링이 윤활유막에 의하여 발생하는 하중지지 능력에 미치는 영향을 유한요소해석 기법으로 해석하였다. 이 때 사용된 윤활유의 특성을 나타내는 유막의 온도분포 모델 6가지를 엔진 베어링의 사용중에 일어날 수 있는 실제적인 현상에 가까운 모델을 선정하였다.

해석된 결과에 의하면 윤활유막의 압력은 온도가 상승함에 따라서 감소하는 경향이 나타났고, Walther 점도모델은 비교적 완만하게, Reynolds 점도모델은 압력이 급격하게 떨어지는 경향을 보여주었다.

이것은 엔진 베어링의 윤활유막 해석시 여러가지의 점도-온도 모델식 중에서 어느 것으로 선택하느냐가 베어링의 윤활특성 해석에서 대단히 중요한 결과를 제공한다는 것을 의미한다. 그래서 저어닐 베어링의 압력특성을 엄밀하게 해석하기 위한 윤활유의 점도-온도 모델식의 선정은 신중하게 이루어져야 한다.

## 기호설명

- a, b, B, c, d, m : constants
- [B] : damping coefficient
- C : radial clearance
- D : journal diameter

e	: eccentricity
F	: external loads of the bearing system
h	: oil film thickness
[K]	: stiffness coefficient
L	: bearing length
M	: mass flux per unit area added to the lubricant
p	: lubricant pressure
R	: journal radius
T	: temperature
t	: time
$\vec{u}$	: relative velocity vector between moving surface
$\Delta u_c$	: incremental movement of the rotor center
W	: resultant load-carrying capacity
$\Delta W$	: correction factor for the load-carrying capacity calculation
y, z	: journal center coordinate
$\epsilon$	: eccentricity ratio(=e/C)
$\eta$	: viscosity
$\nu$	: kinematic viscosity
$\rho$	: lubricant mass density
$\Omega$	: angular velocity of journal

#### 첨자

e	: equilibrium state
j	: journal
o	: reference state
r, $\theta$ , z	: cylindrical coordinate
x, y, z	: cartesian coordinates

#### 참 고 문 헌

1. Clayton, G. A. and Taylor, C. M., "Thermal Considerations in Engine Bearings," Proc. of 15th Leeds-Lyon Symposium on Tribology, Paper XI(iv), pp. 333-342, Sept. 1988.
2. Goenka, P. K., "Analytical Curve Fits for Solution Parameters of Dynamically Loaded Journal Bearings," J. of Tribology, pp.421-428, Oct. 1984.
3. Goenka, P. K., "Dynamically Loaded Journal Bearings: Finite Element Method Analysis," J. of Tribology, pp.429-439, Oct. 1984.
4. Paranjpe, R. S. and Goenka, P. K., "Analysis of

- Crankshaft Bearings Using a Mass Conserving Algorithm," STLE Tribology Transactions, Vol. 33, No. 3, pp.333-344, 1990.
5. Goenka, P. K. and Oh, K. P., "An Optimum Short Bearing Theory for Elastohydrodynamic Solution of Journal Bearings," J. of Tribology, pp.294-299, April 1986.
6. Oh, K. P. and Goenka, P. K., "Elastohydrodynamic Solution of Journal Bearings Under Dynamic Loading," J. of Tribology, pp.389-395, July 1985.
7. Goenka, P. K., "Role of Tribology in Vehicle Design - General Motors Perspective," Paper XVIII(i), pp. 479-493, 1992.
8. MARC User's manual, Version K.5, MARC Analysis Research Co., 1993.
9. Lee, Chong-Won, "Vibration Analysis of Rotors," Kluwer Academic Publishers, 1993.
10. Dowson, D., Hudson, J. D., Hunter, E. and March, C. N., "Experimental Investigation of the Thermal Equilibrium of a Steadily Loaded Journal Bearing," Proc. I. Mech. E. Symposium, Journal Bearings for Reciprocating and Turbomachinery, Vol. 181, Part 3B, pp.1966-1967.
11. Gethin, D. T. and Medwell, J. O., "An Experimental Investigation into the Thermohydrodynamic Behaviour of a High Speed Cylindrical Bore Journal Bearing," J. of Tribology, pp. 538, 1985.
12. Khonsari, M. M. and Esfahanian, V., "Thermohydrodynamic Analysis of Solid-Liquid Lubricated Journal Bearings," J. of Tribology, Vol. 110, pp.367-374, April 1988.
13. Gethin, D. T., "A Finite Element Approach to Analysing Thermohydrodynamic Lubrication in Journal Bearings," Tribology International, Vol. 21, No. 2, pp.67-75, April 1988.
14. Stachowiak, G. W. and Batchelor, A. W., "Engineering Tribology," Elsevier Pub., pp.15, 1993.
15. Knight, J. D. and Niewiarowski, A. J., "Effects of Two Film Rupture Models on the Thermal Analysis of a Journal Bearing," J. of Tribology, Vol. 112, pp.183-188, 1990.

#### 부 록

윤활유막에 의한 하중지지 능력중에서 증분항은 저어널의 정상상태 평형위치인 ( $y_e$ ,  $z_e$ ) 부근의 작은 영역에서 선형화된 감쇄계수와 강성계수에 의하여 결정되고, 이 때의 증분항은 다음과 같이 주어진다.

$$f_y = -[k_{yy}y + k_{yz}z] - [c_{yy}\dot{y} + c_{yz}\dot{z}]$$

$$f_z = -[k_{zy}y + k_{zz}z] - [c_{zy}\dot{y} + c_{zz}\dot{z}]$$

여기서

$$y = y_j - y_e$$

$$z = z_j - z_e$$

$$f_y = F_y - F_{ye}$$

$$f_z = F_z - F_{ze}$$

$$k_{yy} + jk_{zy} = - \left[ \frac{\partial F_y}{\partial y} \right]_e - j \left[ \frac{\partial F_z}{\partial y} \right]_e$$

$$= - \frac{\mu RL^3 \Omega}{2C^3} \int_0^{\theta^*}$$

$$\frac{H_e \sin(\theta + \phi) + 3\cos(\theta + \phi) \{ Y_e \sin(\theta + \phi) - Z_e \cos(\theta + \phi) \}}{H_e^4} e^{j(\theta + \phi)} d\theta$$

$$k_{yz} + jk_{zz} = - \left[ \frac{\partial F_y}{\partial z} \right]_e - j \left[ \frac{\partial F_z}{\partial z} \right]_e$$

$$= - \frac{\mu RL^3 \Omega}{2C^3} \int_0^{\theta^*}$$

$$\frac{H_e \cos(\theta + \phi) + 3\sin(\theta + \phi) \{ Y_e \sin(\theta + \phi) - Z_e \cos(\theta + \phi) \}}{H_e^4} e^{j(\theta + \phi)} d\theta$$

$$c_{yy} + jc_{zy} = - \left[ \frac{\partial F_y}{\partial \dot{y}} \right]_e - j \left[ \frac{\partial F_z}{\partial \dot{y}} \right]_e$$

$$= \frac{\mu RL^3}{2C^3} \int_0^{\theta^*} \frac{2\cos(\theta + \phi)}{H_e^3} e^{j(\theta + \phi)} d\theta$$

$$c_{yz} + jc_{zz} = - \left[ \frac{\partial F_y}{\partial \dot{z}} \right]_e - j \left[ \frac{\partial F_z}{\partial \dot{z}} \right]_e$$

$$= \frac{\mu RL^3}{2C^3} \int_0^{\theta^*} \frac{2\sin(\theta + \phi)}{H_e^3} e^{j(\theta + \phi)} d\theta$$

여기서 적분은 정상상태에서 윤활유막이 양인 영역에 대하여 수행된다.

$\pi$ -유막 베어링( $\pi$ -film bearing)에 대하여 무차원화된 감쇄계수와 강성계수는 다음과 같이 주어진다. 즉,

$$C_{ij} = \frac{c_{ij} C \Omega}{W}$$

$$K_{ij} = \frac{k_{ij} C}{W}$$

$$C_{yy} = \frac{2\pi \{ \pi^2 + 2(24 - \pi^2)\epsilon^2 + \pi^2 \epsilon^4 \} Q(\epsilon)}{\epsilon \sqrt{1 - \epsilon^2}}$$

$$C_{yz} = C_{zy} = 8 \{ \pi^2 + 2(\pi^2 - 8)\epsilon^2 \} Q(\epsilon)$$

$$C_{zz} = \frac{2\pi \sqrt{1 - \epsilon^2} \{ \pi^2 + 2(\pi^2 - 8)\epsilon^2 \} Q(\epsilon)}{\epsilon}$$

이고

$$K_{yy} = \frac{4 \{ \pi^2 + (32 + \pi^2)\epsilon^2 + 2(16 - \pi^2)\epsilon^4 \} Q(\epsilon)}{1 - \epsilon^2}$$

$$K_{yz} = \frac{\pi \{ \pi^2 + (32 + \pi^2)\epsilon^2 + 2(16 - \pi^2)\epsilon^4 \} Q(\epsilon)}{\epsilon \sqrt{1 - \epsilon^2}}$$

$$K_{zy} = \frac{-\pi \{ \pi^2 - 2\pi^2 \epsilon^2 - (16 - \pi^2)\epsilon^4 \} Q(\epsilon)}{\epsilon \sqrt{1 - \epsilon^2}}$$

$$K_{zz} = 4 \{ 2\pi^2 + (16 - \pi^2)\epsilon^2 \} Q(\epsilon)$$

여기서

$$Q(\epsilon) = \frac{1}{\{ \pi^2(1 - \epsilon^2) + 16\epsilon^2 \}^{3/2}}$$

다음과 같이 표현된 쉘머펠드수(Sommerfeld Number)를 이용하여 반복 계산함으로써 주어진 하중에 대한 저어널의 정상상태 평형위치가 결정된다.

$$S_s(\epsilon) = S \left[ \frac{L}{D} \right]^2 = S_B \Omega^* \left[ \frac{L}{D} \right]^2$$

$$= \frac{\mu N}{W} \left[ \frac{L}{D} \right]^2 \frac{L^3}{D} = \frac{(1 - \epsilon^2)^2}{\pi \epsilon \sqrt{\pi^2(1 - \epsilon^2) + 16\epsilon^2}}$$

여기서 무차원 베어링 계수와 회전속도는 다음과 같이 정의된다.

$$S_B = \frac{S}{\Omega^*} = \frac{\mu LD}{2\pi W} \left[ \frac{R}{C} \right]^2 \sqrt{\frac{g}{C}}$$

$$\Omega^* = \Omega \sqrt{\frac{C}{g}}$$

따라서, 주어진 베어링의 형태와 하중 및 속도에 대하여 평형위치는 다음과 같이 표현된다.

$$Y_e = \frac{y_e}{C} = -\epsilon \cos \phi$$

$$Z_e = \frac{z_e}{C} = -\epsilon \sin \phi$$

여기서

$$\phi = \tan^{-1} \left[ \frac{\pi}{4} \frac{\sqrt{1 - \epsilon^2}}{\epsilon} \right]$$