論文 한국정밀공학회지 제 12권 제1호 1995. 1
Journal of the Korean Society of Precision Engineering Vol. 12. No 1. January. 1995.

LSDP를 이용한 탐색기 주사루프의 H∞ 제어

이 호 평*, 송 창 섭**

H∞ Control of Seeker Scan-Loop using LSDP

Ho-Pyeong Lee*, Chang-Seop Song**

ABSTRACT

H∞ Controller of seeker scan-loop is designed using LSDP proposed by McFarlane. The performance and robustness of H∞ controller are analyzed using robustness theorems by Lehtomaki and compared with those of the LQG/LTR controller. Especially, structured singular value μ-test of Doyle is used to evaluate robust performance of seeker scan-loop. It is demonstrated that seeker scan-loop by H∞ controller is very robust to model uncertainties described by additive and multiplicative perturbations.

Key Words : Seeker Scan-Loop (탐색기주사루프), H∞ Controller (H∞제어기), LSDP (루프형성설계기법), Robust Performance (강인성능)

1. 서 론

자전안정화된 자이로(Spin-stabilized Gyroscope)를 구동하여 지상에 있는 레이다에서 제공되는 표적의 위치에 근거하여 표적을 주사하는 탐색기의 주사루프는 전형적인 2입력 2출력계로서 비행중 표적포착확률과 밀접한 연관이 있고, 표적포착확률을 높이기 위해서는 주사루프의 보다 우수한 주사성능이 요구되고 있다. 이를 위해 이미 탐색기의 주사루프에 최적제어이론에 의해 설계된 LQG/LTR제어기를 적용하여 어느정도 성공적인 주사성능을 얻은바 있다.[1] 그러나 LQG/LTR제어기를 적용한 폐루프의 주파수역 성능은 아직도 만족스럽지 못하며, 특히 표적주사시 사용되는 주사주파수인 10-15rad/s에서 특이값 특성이 좋지 못하다. 또한 주사루프의 주사성능을 향상시키기 위해 대역폭의 증가가 요구되고 있으나 LQG/LTR제어기를 이용해서는 한계가 있음을 확인할 수 있었다.

본 연구에서는 주사성능을 향상시키기 위해 주사루프의 대역폭을 증가시키고, 기존의 LQG/LTR제어기보다 안정도-강인성이 향상된 H∞ 제어기를 설계하고자 한다. 이를 위해 복조된(Demodulated) 형태로 표현된 각 블록의 수학적 모델을 이용하여 유도된 주사루프의 모델에 대해서 Duncan McFarlane[2],[3]가 제안한 LSDP(Loop Shaping Design Procedure)를 이용하

* 국방과학연구소
** 한양대학교 정밀기계공학과

여 H∞ 제어기를 설계하고 그 성능을 참고문헌[1]에서 인용한 기존의 LQG/LTR제어기의 성능과 비교 검토한다. 특히 덧셈과 곱셈형 모델링오차에 대한 안정도-강인성을 비교 분석하고, Doyle이 제안한 SSV(Structured Singular Value)를 이용하여 여러가지 섭동의 구조에 따른 폐루프의 강인성능(Robust Performance)을 평가한다.

2. 이론적 배경

2.1 주사루프의 모델링 [1]

주사루프는 크게 나누어 회전하는 자이로와 자이로를 구동하기 위한 신호처리부로 구성되어 있다. Fig. 1은 제어기가 포함된 주사루프의 폐회로 구성을 보이고 있으며, 그림에서 신호처리부는 변조기, 대역여과기, 선회증폭기, 위치검출기 및 복조기등으로 구성되어 있음을 알 수 있다. 자이로는 보다 용이하고 안정한 위치제어를 위해 일정한 각속도로 회전하고 있기 때문에 그림에서 변조기로부터 복조기까지의 각 신호처리부의 반송주파수(Carrier Frequency)는 자이로의 자전주파수와 동기되어 있다.

제어기는 반송주파수를 제거한, 즉 반송주파수가 DC인 직류화된 모델을 근거로 쉽게 설계된다는 점을 고려하여 각 신호처리부의 모델은 직류화 모델형태로 유도하였다. 예를 들어 중심주파수가 반송주파수와 일치하고 있는 2차 대역여과기의 직류화 모델은 1차 저역여과기로 간략화할 수 있다. 이러한 모델링 절차는 비록 이득특성은 서로 비슷하더라도 위상오차를 유발시키게 된다. 이와같이 각 신호처리기의 전달함수를 직류화 모델형태로 유도함으로써 발생된 오차는 모델링오차로서 다루고자 한다. 주사루프의 개루프모델은 다음과 같이 표현된다.

$$\dot{x}(t) = A_p\, x(t) + B_p\, u(t) \tag{1}$$

$$y(t) = C_p\, x(t) \tag{2}$$

여기서 $u(t) = [u_\theta \;\; u_\psi]^T$ 이고, 각 상태변수의 구성 및 각각의 물리적 의미는 아래와 같다.

$$x(t) = [\theta_g \;\; \theta_s \;\; \theta_c \;\; \theta_p \;\; p \;\; \psi_g \;\; \psi_s \;\; \psi_c \;\; \psi_p \;\; q]^T \tag{3}$$

θ_g, ψ_g: 피치, 요방향의 선회토크에 비례하는 전류량 (A)

θ_s, ψ_s: 자이로의 피치, 요방향의 각(Deg)

θ_c, ψ_c: 위치검출기의 피치, 요방향 출력 (Volt)

θ_p, ψ_p: 복조기의 피치, 요방향 출력 (Volt)

p, q: 복조기의 피치, 요방향 출력의 미분값 (Volt/s)

식 (1)과 식 (2)에서 시스템 행렬의 각 차원은 $A_p \in R^{10\times10}$, $B_p \in R^{10\times2}$ 그리고 $C_p \in R^{2\times10}$와 같다. 즉, 주사루프의 선형모델은 10개의 상태변수와 2입력 2출력으로 표현된다. Table 1은 주사루프의 개루프 극점 및 전달

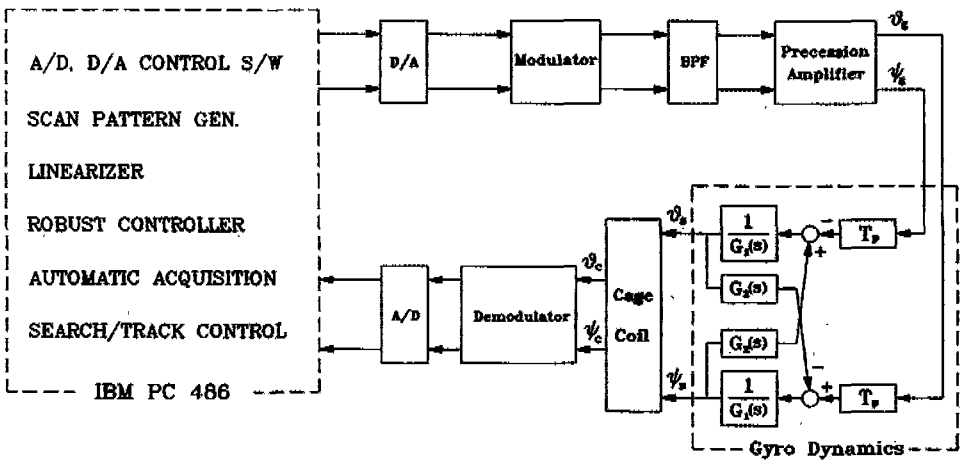

Fig. 1 Closed-loop Configuration of Scan-loop

영점을 보여주고 있다.

Table 1 주사루프의 개루프 극점 및 전달영점

Poles	0,0,-50.3,-50.3,-68.5,-68.5,-71.4,-71.4,-266+j925,-266-j925
Zeros	j23.2,-j23.2

2.2 LSDP를 이용한 H∞ 제어기 설계방법 [2], [3]

LSDP를 이용한 H∞ 제어기(이하는 LSDP제어기라고 표현)는 다음과 같은 3단계의 설계절차가 요구되며, 그 내용을 간략히 기술하면 다음과 같다.

설계단계 1: 루프형성(Loop Shaping) 단계로서 공칭플랜트, G의 입력과 출력측에서 Shaping함수 W_1과 W_2를 곱하여 주파수영역에서 바람직한 루프형상인 G_s가 되도록 조정하며, 이때 G_s는 다음과 같이 결정된다.

$$G_s = W_2\, G\, W_1 \tag{4}$$

설계단계 2: 강인안정화 (Robust Stabilization) 단계로서 다음과 같이 표현되는 가격함수 J_s의 최소값 $\gamma_{\min}$을 계산한다.

$$J_s = \left\| \begin{bmatrix} K_s \\ I \end{bmatrix} (I - G_s K_s)^{-1} \begin{bmatrix} I & G_s \end{bmatrix} \right\|_\infty \tag{5}$$

식 (5)에서 J_s의 최소값 $\gamma_{\min}$은 $G_s = [A, B, C, 0]$라고 할때 다음의 두개의 리카티방정식의 해를 이용하여 구할 수 있다.

$$A^T X + XA - XBB^T X + C^T C = 0 \tag{6}$$

$$AZ + ZA^T - ZC^T CZ + BB^T = 0$$

$$\gamma_{\min} = (I + \lambda_{\max}(XZ))^{1/2}$$

보통 $\gamma_{\min} < 5$ 정도가 적절한 값으로 알려져 있으며, 만약에 $\gamma_{\min} \gg 1$ 이면 설계단계 1로 되돌아 가서 W_1과 W_2를 다시 조정한 후 반복한다. 적절한 $\gamma_{\min}$이 얻어지면 $\gamma > \gamma_{\min}$을 선택하여 $J_s < \gamma$을 만족하는 K_s를 결정한다. 이때의 K_s는 다음과 같이 표현된다.

$$K_s = [A_k,\ B_k,\ C_k,\ 0] \tag{7}$$

$$A_k = A - Z\, C^T C + \gamma^2 BBX(W^T)^{-1} \tag{8}$$

$$B_k = ZC^T \tag{9}$$

$$C_k = \gamma^2 B^T X (W^T)^{-1} \tag{10}$$

$$W = (1 - \gamma^2) I + XZ \tag{11}$$

설계단계 3: 최종적인 LSDP제어기는 다음과 같이 결정된다.

$$K = W_1\ K_s\ W_2 \tag{12}$$

이상의 LSDP제어기 설계방법은 표준적인 H∞ 문제에 대한 기본적인 과정을 고려할 필요가 없다는 장점이 있다. 또한 설계단계 2에서 계산된 $\gamma_{\min}$는 루프형성의 적절함을 평가할 수 있는 기준이 되며, H∞ 혼합감도문제와 비교하면 LSDP방법은 플랜트 입력측과 출력측에서 모두 양호한 성능을 나타낸다.

2.3 SSV(Structured Singular Value) [4] [5]

아래 그림과 같은 ULFT(Upper Linear Fractional Transformation) 형태의 시스템을 고려하자. 여기서 M은 플랜트, 제어기 및 모든 가중함수가 포함된 폐루프시스템을 나타낸다.

Fig. 2로부터 다음과 같은 식이 성립함을 알 수 있다.

$$M = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \tag{13}$$

$$\begin{bmatrix} z \\ e \end{bmatrix} = M \begin{bmatrix} w \\ v \end{bmatrix} \tag{14}$$

$$w = \Delta z \tag{15}$$

따라서 ULFT(Upper Linear Fractional Transformation)을 이용하면 위 식들은 다음식으로 표현할 수 있다.

$$e = F_u(M, \Delta) v \tag{16}$$

$$F_u(M, \Delta) = M_{22} + M_{21}\Delta(I - M_{11}\Delta)^{-1} M_{12} \tag{17}$$

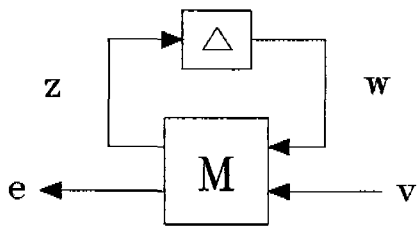

Fig. 2 Upper Linear Fractional Transformation

이제 M의 SSV를 정의하기 위해 다음과 같은 섭동들의 집합을 고려하자.

$$\underline{\Delta} = \{diag(\Delta_1, \Delta_2, ... \Delta_n) | \sigma_{max}(\Delta_i) \le 1\} \quad (18)$$

$M \in C^{nxn}$에 대해서 M의 SSV는 다음과 같이 정의된다.

$$\mu(M) = \frac{1}{\min\{\sigma_{max}(\Delta) : \Delta \in \underline{\Delta},\ \det(I - M\Delta) = 0\}} \quad (19)$$

μ(M)는 주어진 시스템 M을 불안정하게 만드는 가장 작은 섭동량의 역수를 의미한다.

2.4 공칭성능, 강인안정성 및 강인성능에 대한 수학적 표현 [4], [7]

○ 공칭성능(Nominal Performance) 조건

$$\sigma_{max}[M_{22}(j\omega)] < 1 \quad for\ all\ \omega \quad (20)$$

○ 강인안정성(Robust Stability) 조건

$$\sigma_{max}[M_{11}(j\omega)] < 1 \quad for\ all\ \omega \quad (21)$$

○ 강인성능(Robust Performance) 조건

$$\mu[M(j\omega)] < 1 \quad for\ all\ \omega \quad (22)$$

2.5 덧셈형 및 곱셈형 모델링오차에 대한 안정도-강인성 조건식[6]

○ 덧셈형 모델링오차에 대한 안정도-강인성 조건식

$$\sigma_{max}(\Delta_{add}) \le \frac{1}{\sigma_{max}(K(I - GK)^{-1})} \quad (23)$$

○ 플랜트 입력측 곱셈형 모델링오차에 대한 안정도-강인성 조건식

$$\sigma_{max}(\Delta_{in}) \le \frac{1}{\sigma_{max}(K(I - GK)^{-1}G)} \quad (24)$$

○ 플랜트 출력측 곱셈형 모델링오차에 대한 안정도-강인성 조건식

$$\sigma_{max}(\Delta_{out}) \le \frac{1}{\sigma_{max}(GK(I - GK)^{-1})} \quad (25)$$

3. LSDP를 이용한 H∞ 제어기 설계

3.1 주사루프의 설계사양

성능 요구규격중의 하나는 각각의 제어 채널에서 계단입력에 대해 정상상태 오차가 0이 되도록 하는 것이며, 또 다른 성능 요구규격은 저주파수에서 외란제거성능과 우수한 명령추종성능이다. 상기 성능 요구규격은 감도 전달함수행렬, S(jω)를 설정된 주파수 영역에서 다음과 같은 구속조건식으로 표현할 수 있다.

$$\sigma_{max}[S(j\omega)] < -20dB \quad for\ all\ \omega < 1\ rad/s \quad (26)$$

강인성 요구규격은 고주파수에서의 센서잡음과 모델링오차에 대한 강인성을 보장하는 것으로서 폐루프 전달함수행렬, T(jω)가 설정된 주파수 영역에서 다음과 같은 구속조건을 만족해야 한다.

$$\sigma_{max}[T(j\omega)] < -20\ dB \quad for\ all\ \omega < 90\ rad/s \quad (27)$$

그외 주사 정밀도규격으로서 요구되는 각속도를 고려하면 시스템대역폭이 15rad/s 이상 되어야 하고, 10 deg/s의 속도로 원형주사시 주사 정밀도 10% 이내, Look Angle 10도에서의 위치정밀도 1도미만, 출력간에 상호커플링이 적어야 하며 적당한 시스템 감쇠비를 가져야 한다. 또한 제어입력의 최대 크기는 2.8 Volt 이하가 되어야 한다.

3.2 LSDP를 이용한 H∞제어기 설계

주사루프는 고유값 0을 이미 포함하고 있으므로, 임의의 일정한 입력에 대하여 0-정상상태오차를 만족시키기 위하여 자유적분요소를 첨가시킬 필요는 없다. 주사루프의 개루프모델은 저주파수에서 특이값들이 비교적 잘 일치하고 있으므로, 주사성능을 향상시키기 위해 대역폭을 증가시키고 고주파수영역에서의 센서잡음제거능력을 향상시키기 위해 Shaping함수를 시행착오법으로 다음과 같이 결정한다.

$$W_1 = \frac{s + 6500}{80s + 2000} I_{2\times 2},\ W_2 = I_{2\times 2} \quad (28)$$

위의 Shaping함수를 이용하여 구한 G_s를 식 (5)에 대입하여 J_s의 최소값을 구한결과 $\gamma_{min} = 2.128$로 구해졌다. 이 값은 매우 적절한 값으로 루프형성이 매우 만족스럽게 이루어졌음을 나타내고 있다. 일반적으로 γ_{min}보다 약간 큰 γ에 대한 제어기가 가격함수의 H_2 Norm을 더 작게 만들기 때문에 제어성능이 더 좋다고 알려져 있다. 따라서 $\gamma = 2.174$를 선택하여 $J_s < \gamma$인 K_s를 구한 후 식 (12)를 이용하여 LSDP제어기, K를 구하게 된다. Fig. 3은 원래의 플랜트, Shaping함수가 포함된 플랜트 그리고 LSDP제어기가 포함된 플랜트의 개루프 주파수 특성을 나타내고 있다. 그림에서 LSDP

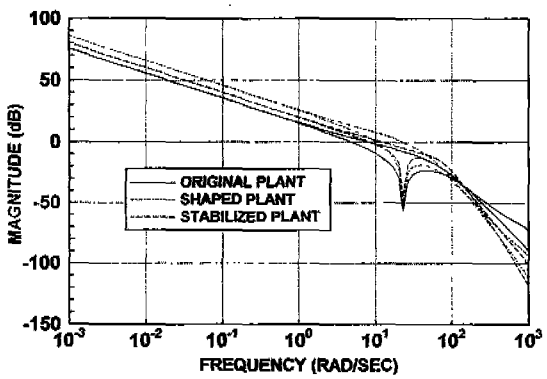

Fig. 3 Open-Loop Singular Values

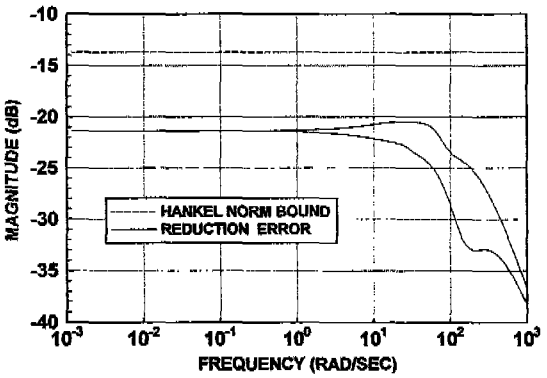

Fig. 4 Model Order Reduction Error and Bound

제어기는 매우 양호한 개루프 특성을 제공하고 있음을 알 수 있다.

설계된 LSDP제어기는 차수가 14차로서 실제 디지털 제어로 구현하기 위해서는 실시간 계산량때문에 제어기의 차수를 축소할 필요가 있다. 본 연구에서는 Hankel 모델차수 축소방법에 의해 LSDP제어기의 차수를 축소하였다. 주사루프의 LSDP제어기에 대해서 Hankel 특이값은 각각 $\sigma_1=\sigma_2=2.2$, $\sigma_3=\sigma_4=0.7$, $\sigma_5=\sigma_6=0.2$, $\sigma_7=\sigma_8=0.004$, $\sigma_{11}=\sigma_{12}=0.0007$, $\sigma_{13}=\sigma_{14}=1.6e\text{-}7$로 구해지고, 구해진 Hankel 특이값들로부터 설계된 14차 LSDP제어기는 6차로 축소할 수 있을 것으로 판단된다. Fig. 4는 LSDP제어기의 차수를 6차로 축소하였을 때 발생된 축소오차를 Hankel 모델차수 축소방법에서 정의되는 상한값과 함께 도시한 그림이다. Fig. 5는 14차 LSDP제어기와 6차로 축소된 LSDP제어기의

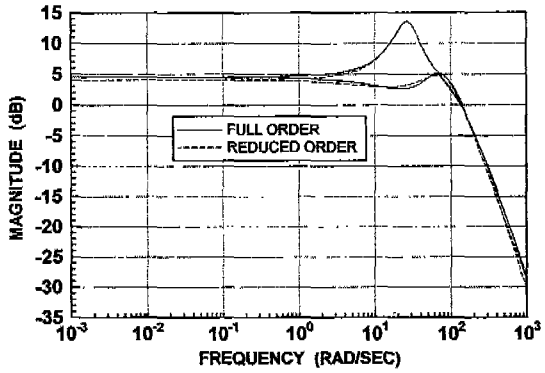

Fig. 5 Full and Reduced Order LSDP Controller

특이값을 나타내고 있다. 그림으로부터 6차의 LSDP제어기는 약간의 DC게인 감소를 제외하고는 14차의 LSDP제어기와 성능차이가 거의 없음을 알 수 있다. 참고로 다음 절에서 LSDP제어기의 성능을 비교하기 위해 참고문헌 [1]에서 인용한 LQG/LTR제어기의 차수는 6차이다.

4. 성능 및 안정도-강인성 분석

LSDP제어기의 성능 및 안정도-강인성을 비교 평가하기 위해 인용한 기존의 LQG/LTR제어기의 설계파라미터로서 상태가중행렬은 $Q=C^TC$, 제어가중행렬은 $R=0.005\ I_{2\times2}$, 외란입력행렬은 $\Gamma=B$, 외란강도행렬은 $V=I_{2\times2}$ 그리고 센서잡음강도행렬은 $W=0.2\ I_{2\times2}$이다.

4.1 감도 및 폐루프 전달함수행렬의 주파수응답 특성

Fig. 6은 감도 전달함수행렬의 특이값선도로서 LSDP제어기와 LQG/LTR제어기의 외란제거성능은 비교적 설계사양을 만족하고 있으며, LSDP제어기가 약간 우수한 외란제거성능을 가지고 있음을 알 수 있다.

Fig. 7은 폐루프 전달함수행렬의 특이값선도이며 LSDP제어기와 LQG/LTR제어기에 의한 폐루프시스템의 특이값의 크기가 $\omega=0$근처에서 1이므로 정상상태오차가 0이고, 저주파수영역에서 명령추종성능과 외란제거성능은 비슷하나, 고주파영역에서의 센서잡음제거성능은 LSDP제어기가 다소 우수함을 알 수 있다. 또한 표적 주사주파수인 10-15rad/s에서 LSDP 제어기에 의한 폐루프 전달함수행렬의 특이값이 LQG/LTR제어기보다 더욱 잘 일치하고 있기 때문에 탐색기가 주사파

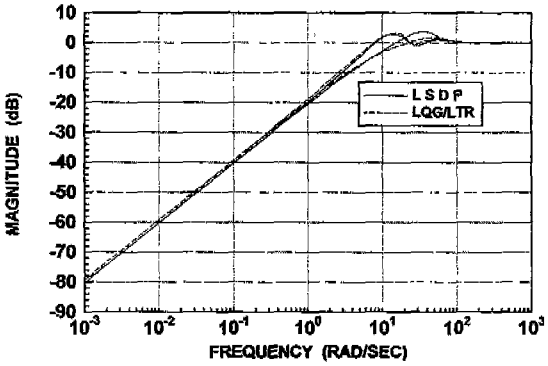

Fig. 6 Sensitivity Transfer Function Matrix

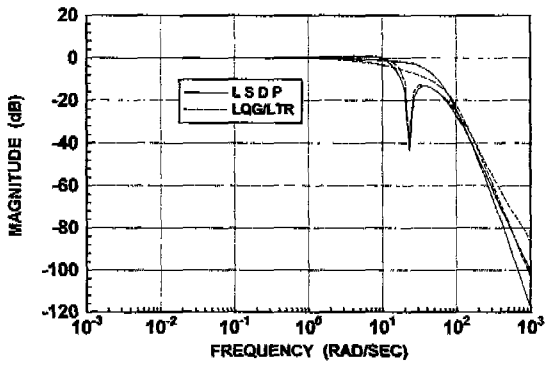

Fig. 7 Closed-Loop Transfer Function Matrix

형을 발생시킬 때 제어입력의 방향성에 대해서 시스템 출력 특성이 크게 변하지 않을 것으로 예측된다. LQG/LTR제어기에 의한 시스템대역폭은 9-15rad/s이며, LSDP제어기에 의한 시스템대역폭은 13-28rad/s이기 때문에 표적 주사주파수를 고려하면 LSDP제어기가 더욱 양호한 표적 주사성능을 발휘할 수 있을 것이다.

4.2 시간응답 특성

Fig. 8과 Fig. 9는 $[1\ 0]^T$ 계단입력에 대한 LSDP 제어기와 LQG/LTR제어기에 의한 시스템출력과 제어입력을 보여주고 있다. 그림으로부터 LQG/LTR제어기에 의한 출력간의 최대 커플링은 20%이나, LSDP제어기에 의한 출력간의 최대 커플링은 17%로서 약간 감소되었음을 알 수 있다.

Fig. 10과 Fig. 11은 $[1\ 1]^T$ 계단입력에 대한

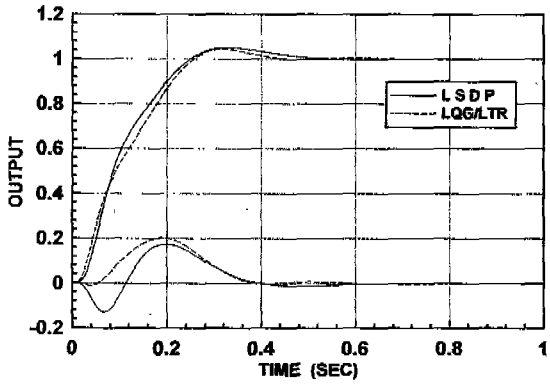

Fig. 8 Comparison of system Output to [1 0]′ step Input

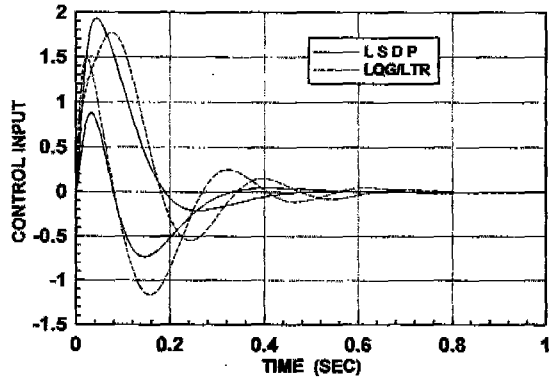

Fig. 9 Comparison of Control Input to [1 0]′ Step Input

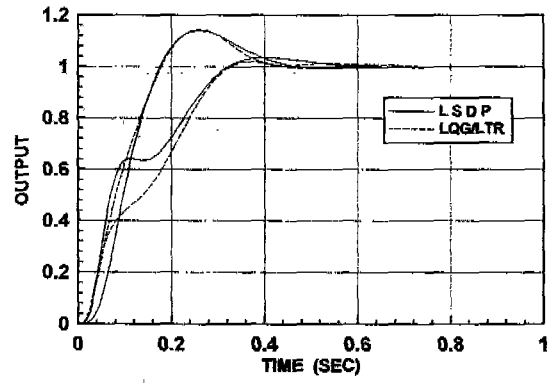

Fig. 10 Comparison of System Output to [1 1]′ Step Input

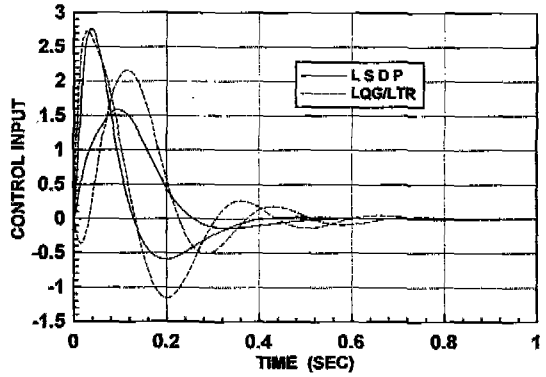

Fig. 11 Comparison of Control Input to [1 1]' Step Input

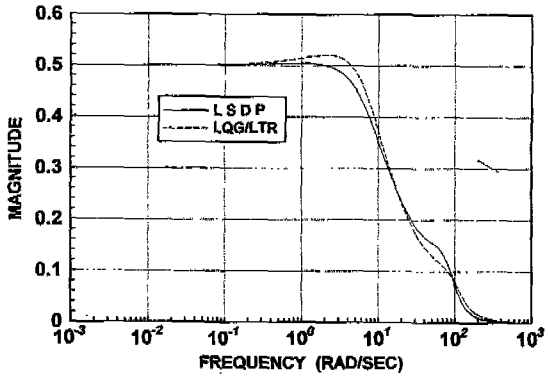

Fig. 13 Robust Stability Test

LSDP제어기와 LQG/LTR제어기에 의한 시스템출력과 제어입력을 보여주고 있으며, LSDP제어기가 다소 성능이 우수하고 제어입력의 크기도 만족스러움을 알 수 있다.

4.3 공칭성능과 강인안정성

Fig. 12로부터 LSDP제어기에 의한 최대 공칭성능값은 26.561rad/s에서 0.6709이고, LQG/LTR제어기에 의한 최대 공칭성능값은 26.561rad/s에서 0.6420으로서 공칭성능 조건식인 식 (20)를 만족하고 있기 때문에 LSDP제어기와 LQG/LTR제어기에 의한 공칭성능은 양호하며, LQG/LTR제어기의 공칭성능이 다소 우수함을 알 수 있다.

Fig. 13은 강인안정성을 나타내는 그림으로서 LSDP제어기에 의한 최대 강인안정성값은 1.072rad/s에서 0.5045이고, LQG/LTR제어기에 의한 최대 강인안정성값은 2.154rad/s에서 0.5204로서 LSDP제어기가 다소 우수한 강인안정성을 가지고 있음을 알 수 있으며, 이것은 외부로부터의 섭동에 대해 LSDP제어기가 더욱 더 안정하다는 것을 나타내고 있다.

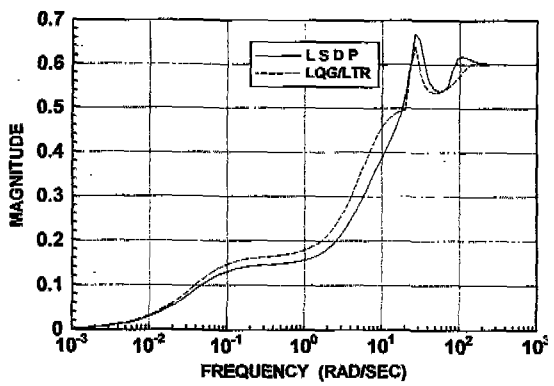

Fig. 12 Nominal Performance Test

4.4 SSV를 이용한 강인성능 분석

주사루프의 공칭 개루프모델(G), 플랜트의 모델링오차에 대한 가중함수(W_e), 시스템의 외란제거성능에 대한 가중함수(W_p) 그리고 제어기(K)가 포함된 탐색기 주사루프의 폐루프 구조(Closed-Loop Interconnection Structure)는 Fig. 14와 같다.

Fig. 14에서 W_e와 W_p는 시스템의 설계사양을 고려하여 결정할 수 있으며, W_e는 가능하다면 실제 시스템의 섭동량을 고려하여 설정하는 것이 좋다. 본 연구에서는 주사루프의 설계사양을 고려하여 W_e와 W_p를 다음과 같이 선정하였다.

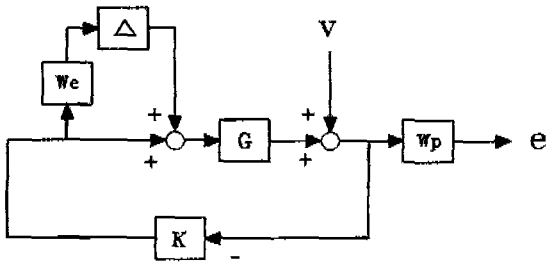

Fig. 14 Closed-Loop Interconnection Structure

$$W_e = w_e I_{2\times 2}, \qquad w_e = \frac{100\,s + 5000}{s + 10000} \tag{29}$$

$$W_p = w_p I_{2\times 2}, \qquad w_p = \frac{60\,s + 150}{100\,s + 5} \tag{30}$$

시스템의 강인성능을 평가하기 위해서는 먼저 섭동의 구조를 정의하여야 한다.

Fig. 15는 섭동의 구조가 다음과 같을 때에 대해서 평가한 그림이다.

$$\Delta = \left\{ \begin{bmatrix} \Delta_1 & 0 \\ 0 & \Delta_2 \end{bmatrix} \middle| \Delta_1 \in C^{2\times 2},\ \Delta_2 \in C^{2\times 2} \right\} \tag{31}$$

Fig. 15로부터 LSDP제어기에 의한 최대 강인성능값은 26.561rad/s에서 0.9156로서 강인성능 조건식인 식(22)를 만족하고 있으나 LQG/LTR제어기에 의한 최대 강인성능값은 23.101rad/s에서 1.097로서 강인성능 조건식을 만족하지 못하므로 식(31)의 형태로 주어지는 섭동에 대해서 강인성능을 보장할 수 없다.

Fig. 16은 여러가지 다른 구조의 섭동에 대해서 LSDP제어기와 LQG/LTR제어기의 강인성능을 비교한 그림이다. 그림으로부터 시스템의 강인성능은 섭동의 구조에 따라서 크게 달라짐을 알 수 있다. 예측할 수 있듯이 구조화되지 않은 (Unstructured)섭동에 대한 강인성능값이 매우 큼을 알 수 있는데, 이것은 식(23)-식(25)와 같은 구조화되지 않은 섭동에 대한 안정도-강인성 조건식은 시스템의 안정도-강인성을 평가하기에는 매우 신중하다(Conservative)는 것을 나타낸다. 즉 섭동이 구조화되지 않은 Full Block의 형태로 주어지는 것이 아니라 실제로 대각행렬과 같은 구조화

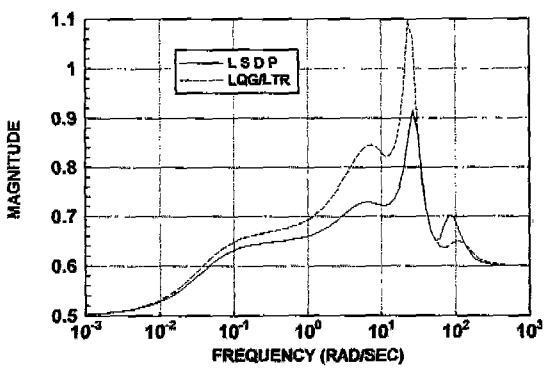

Fig. 15 Robust Performance Test

Uncertainty Structure(Δ)		L S D P	LQG/LTR
Unstructured $\bar{\sigma}(\Delta) < \frac{1}{\bar{\sigma}(M)}$	$\Delta \in C^{n\times m}$	$\bar{\sigma}(M)$ =17.8075 $\bar{\sigma}(\Delta)$ < 0.0562	$\bar{\sigma}(M)$ =19.8635 $\bar{\sigma}(\Delta)$ <0.050
Structured $\bar{\sigma}(\Delta) < \frac{1}{\mu(M)}$	$\begin{bmatrix} \Delta_1 & 0 \\ 0 & \Delta_2 \end{bmatrix}$ $\Delta_1, \Delta_2 \in C^{2\times 2}$	$\mu(M)$ =0.9156 $\bar{\sigma}(\Delta)$ < 1.0922	$\mu(M)$ =1.0963 $\bar{\sigma}(\Delta)$ < 0.9121
	$\begin{bmatrix} \delta_1 I_2 & 0 \\ 0 & \Delta_2 \end{bmatrix}$ $\delta_1 \in C,\ \Delta_2 \in C^{2\times 2}$	$\mu(M)$ =0.7898 $\bar{\sigma}(\Delta)$ < 1.2661	$\mu(M)$ =0.8451 $\bar{\sigma}(\Delta)$ <1.1833
	$\begin{bmatrix} \delta_1 I_2 & 0 \\ 0 & \delta_2 I_2 \end{bmatrix}$ $\delta_1, \delta_2 \in C$	$\mu(M)$ =0.7898 $\bar{\sigma}(\Delta)$ < 1.2661	$\mu(M)$ =0.8450 $\bar{\sigma}(\Delta)$ <1.1834
	$\begin{bmatrix} \delta_1 & \delta_2 \\ & \delta_3 I_2 \end{bmatrix}$ $\delta_1, \delta_2, \delta_3 \in C$	$\mu(M)$ =0.7901 $\bar{\sigma}(\Delta)$ < 1.2657	$\mu(M)$ =0.8451 $\bar{\sigma}(\Delta)$ <1.1833
	$\begin{bmatrix} \delta_1 & \delta_2 \\ \delta_3 & \delta_4 \end{bmatrix}$ $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4 \in C$	$\mu(M)$ =0.9679 $\bar{\sigma}(\Delta)$ < 1.0332	$\mu(M)$ =1.1065 $\bar{\sigma}(\Delta)$ <0.9038

Fig. 16 Perturbation Bound to Various Perturbation Structures

된 (Structured)섭동이 시스템에 가해진다면 식 (23)-식 (25)는 시스템의 안정도-강인성을 충분히 예측할 수 없을 것이다. 그러나 Doyle의 SSV를 이용하면 구조화된 섭동을 고려하여 안정도-강인성을 판단할 수 있기 때문에, SSV는 다변수시스템의 안정도 여유를 규정할 수 있는 중요한 기준이 될 수 있다. 그림으로부터 LSDP제어기는 가정한 모든 구조화 된 섭동에 대해 강인성능을 만족하고 있으나 LQG/LTR제어기는 몇가지 섭동에 대해서만 강인성능을 만족하고 있을 뿐이다. 따라서 LSDP제어기가 LQG/LTR제어기보다 외부로부터의 섭동에 대해 더욱 우수한 강인성능을 보장할 수 있음을 알 수 있다.

4.5 덧셈형 및 곱셈형 모델링 오차에 대한 안정도-강인성

Fig. 17은 시스템의 안정성을 보장하며 허용할 수 있는 덧셈형 모델링오차의 최대량을 나타내는 그림으로서 LSDP제어기가 LQG/LTR제어기보다 모든 주파수 영역에서 덧셈형 모델링오차에 대해 더욱 더 강인한 안정성을 가지고 있음을 알 수 있다.

Fig. 18은 허용할 수 있는 플랜트 출력측으로 반영된 곱셈형 모델링오차의 최대량을 나타내는 그림으로서 대략 80rad/s이상에서는 LSDP제어기가 LQG/LTR제어기보다 곱셈형 모델링오차에 대해 더 강인하나 그 이하에서는 오히려 LQG/LTR제어기가 더 강인하다. 그러나 모델링오차가 주로 고주파수영역에 존재한다는 것

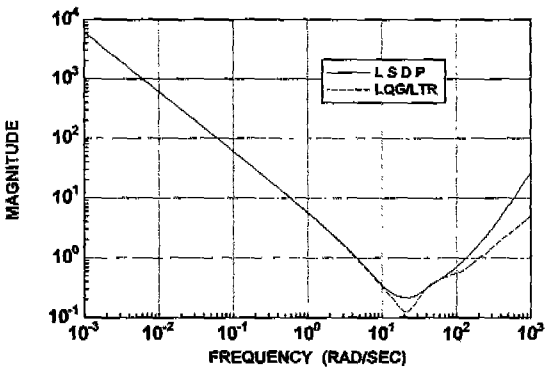

Fig. 17 Allowable additive Uncertainty

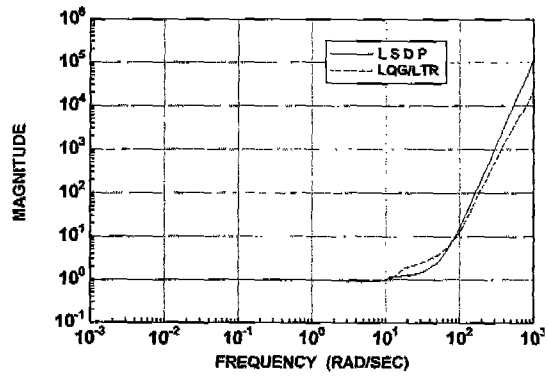

Fig. 18 Allowable Plant Output Multiplicative Uncertainty

을 고려하면 여전히 LSDP제어기가 곱셈형 모델링오차로 표현되는 모델의 불확실성에 대해 더욱 강인하다고 판단할 수 있다. 플랜트 입력측에 반영된 곱셈형 모델링오차에 대한 그림은 도시하지 않았으나 플랜트 출력측으로 반영되었을 때와 매우 유사한 성능을 가지고 있다.

5. 결 론

탐색기 주사루프의 주사성능과 안정도-강인성을 향상시키기 위해 McFarlane가 제안한 LSDP(Loop Shaping Design Procedure)를 이용하여 H∞ 제어기를 설계하고 그 성능을 기존의 LQG/LTR제어기의 성능과 비교 검토하였다. 그 결과 설계된 LSDP제어기는 기존의 LQG/LTR제어기와 비교하여 과도응답 및 주파수성능이 개선되었으며, LSDP제어기에 의한 시스템대역폭이 13-28 rad/s까지 확장되어 주사성능이 향상되었다. 특히 LSDP제어기는 기존의 LQG/LTR제어기보다 덧셈과 곱셈형 모델링오차에 대해서 강인한 안정성을 가지고 있으며, 시스템의 강인성능(Robust Performance)은 Doyle이 제안한 SSV(Structured Singular Value)를 이용하여 해석한 결과 매우 우수하였으며, 섭동의 구조에 크게 의존함을 알 수 있었다.

참고문헌

1. 황 홍연, 이 호평, "탐색기의 주사루프 모델링과 LQG/LTR보상기 설계", 대한기계학회논문집, Vol. 17, No. 11, pp. 2730-2741, 1993.
2. McFarlane, D. and Glover, K., "A Loop Shaping Design Procedure Using H∞ Synthesis", IEEE Trans. on AC, Vol. 37, No6, pp. 759-769, 1992.
3. McFarlane, D. and Glover, K., Robust Controller Design Using Normalized Coprime Factor Plant Descriptions, Springer-Verlag, 1990.
4. Doyle, J. C. and Stein, G., "Beyond Singular Values and Loop Shapes", J. Guidance, Vol. 14, No. 1, pp. 5-16, 1991.
5. Doyle, J. C. and Packard, A., "The Complex Structured Singular Value" Automatica, Vol. 29, No. 1, pp. 71-109, 1993.
6. Lehtomaki, N. A., Sandell, N. R. and Athans, M., "Robustness Results in Linear Quadratic-Gaussian Based Multivariable Control Design", IEEE Trans, on AC, Vol. AC-26, pp. 75-93, 1981.
7. Doyle, J. C., Francis, B. A. and Tannenbaum, A. R., Feedback Control Theory, Macmillan Publishing Company, 1992.
8. White S. A., "Dynamics of Solenoidal-Torqued Gyro-Stabilized Seeker Assembly for Guidance and Tracking", IEEE Trans. on AES, Vol. AES-10, pp. 113-122, 1973.
9. Francis, B. A. "A Course in H∞ Control Theory", Springer-Verlag, 1990.