

성긴 일반 감쇠행렬을 포함하는 구조물에 대한 효율적인 주파수 응답 계산 방법

박 종 혁,* 홍 성 욱**

An efficient method for computation of receptances of structural systems with sparse, non-proportional damping matrix

Jong-Heuck Park* and Seong-Wook Hong**

ABSTRACT

Frequency response functions are of great use in dynamic analysis of structural systems. The present paper proposes an efficient method for computation of the frequency response functions of linear structural dynamic models with a sparse, non-proportional damping matrix. An exact condensation procedure is proposed which enables the present method to condense the matrices without resulting in any errors. Also, an iterative scheme is proposed to be able to avoid matrix inversion in computing frequency response matrix. The proposed method is illustrated through a numerical example.

Key Words : Frequency response(주파수 응답), Dynamic stiffness(동강성), Sparse matrix(성긴 행렬), Matrix condensation(행렬 압축), Proportional damping(비례 감쇠), Non-proportional damping(일반 감쇠)

1. 서 론

선형계는 동적 구조 특성을 반영하여 대체로 대칭이고 양한정치(positive definite)인 질량(관성)행렬과 대칭이고 양한정치 또는 준 양한정치(positive semi-definite)인 강성행렬로 모델링한다. 감쇠를 고려하지 않는 이와 같은 비감쇠계(undamped system)는 고전적인 모드해석 기법을 이용하여 손쉽게 분석할 수 있다

는 것이 이미 잘 알려져 있다.⁽¹⁾ 비감쇠계에 대한 해석 방법은 방법의 편의성 뿐만 아니라 물리적인 의미 파악도 쉽기 때문에 널리 사용되어 오고 있으나 실제 현상에서 발생하는 감쇠특성을 적절히 나타낼 수 없기 때문에 그 한계가 있다. 이 문제를 해결하기 위해 기존의 비감쇠계 해법을 그대로 이용하면서 감쇠특성을 고려할 수 있는 방법으로 비례감쇠계(proportionally damped system)로 가정하는 방법이 종종 적용되고 있다.⁽²⁾

* 삼성전자(주) 산업전자 사업부

** 금오공과대학교 정밀기계공학과 (중신회원)

그러나 비례 감쇠는 실제 감쇠현상을 적절히 표현할 수 없는 이론적인 감쇠특성이기 때문에 비례 감쇠가 아닌 일반 감쇠(nonproportionally damped) 특성을 고려한 해석방법이 요구되었다. 일반 감쇠 특성을 고려하게 되면 비감쇠계에서 적용되었던 모드해석 기법이 적용될 수 없으므로 상태공간식에서 새롭게 모드해석 방법을 도입하게 되었다. 그러나 상태공간식은 기존의 방식에 비해 다루어야 할 행렬의 크기가 커질 뿐 아니라 일반적으로 부정치(indefinite)가 되므로 수치해법 상 많은 시간이 소요되고 이를 통해 얻어지는 고유치와 고유벡터는 모두 복소수이므로 결과의 해석 또한 쉽지 않은 단점이 있다.¹⁰⁾

선형계에서 주파수 응답 함수는 계의 모든 특성을 표현할 수 있으므로 가장 널리 구해지고 있다. 일반적인 감쇠계의 경우도 모드해석에 의한 확장이론을 이용하여 해석적인 결과로 나타낼 수 있으나 수치적인 문제 때문에 큰 행렬을 포함하는 경우에는 직접 계산법이 많이 사용되고 있다. 특히 주파수 증속 특성을 갖는 요소가 포함되는 경우에는 모드해석 방법 자체가 어려워지는 문제가 있기 때문에 직접 계산법을 선호하고 있다. 직접 계산법이란 외력을 조화입력이라고 두고 응답이 입력에 동조된다는 가정 하에 얻어지는 동강성 행렬의 역행렬을 구하여 주파수 응답 함수를 계산하는 방법이다. 이와 같은 계산방법은 그 개념이 단순하며 프로그램이 간편하기 때문에 많이 활용되어 왔으나 계산과정에 과도한 시간이 소요되므로 대형 구조물에 대한 계산에 문제가 있다. 따라서 일반 감쇠계에 대한 주파수 응답 함수를 보다 효율적으로 계산하는 방법이 많은 연구자들에 의해 최근까지도 다양하게 연구되어 왔다.¹⁰⁻¹¹⁾ 특히 Ozguven¹⁰⁾은 비감쇠계에 대한 계산결과를 이용하여 주파수 응답 함수를 간편하게 계산하는 방법을 제안한 바 있다. 그러나 Ozguven의 방법은 알고리즘의 간편성에도 불구하고 계산시간이 크게 단축되지 않는 것으로 밝혀졌다. 최근에는 Yang¹¹⁾이 이 방법을 개선하여 직접 역행렬을 계산하지 않고 특이값 분리법에 기초한 반복 계산 방법을 제안하여 계산시간을 크게 단축시킬 수 있었다.

한편 구조물을 모델링할 때 구조물 전체에 대해 일반 감쇠요소를 인가하는 경우는 흔하지 않으므로 일반 감쇠행렬이 성긴(sparse)행렬이 되는 경우가 많다. 즉, 구조물에 대한 모델링시 정확한 감쇠특성 결정이 어려우므로 비감쇠 또는 비례 감쇠로 두는 경우가 많으나

부분적인 감쇠요소에 의해 전체 계가 일반 감쇠계로 표현된다. 예컨대 Beards¹²⁾는 구조물에 있어 대부분의 감쇠가 결합부에서 기인한다고 밝히고 있으며, 전체의 동특성을 정확하게 계산하기 위해서는 이와같은 국부적인 결합부의 감쇠를 고려할 필요가 있다. 근래 선형계의 모델링시 결합부의 특성이 전체 특성에 크게 영향을 주게 된다는 측면에서 결합부의 특성을 정확히 규명하거나,¹⁰⁻¹¹⁾ 구조해석시 효과적으로 고려할 수 있는 방법¹²⁾ 등이 다양하게 연구되고 있는데 그 목적은 대체적으로 동특성 해석이나 재설계시의 정확성을 향상시키기 위한 것이다. 따라서 결합부의 감쇠를 제외한 구조물에 대해서는 비례 감쇠로 두고 결합부에서의 감쇠는 일반적인 감쇠특성을 갖는 것으로 두는 것이 비교적 적절한 해석 방법으로 생각할 수 있다. 그러나 결합부에서 발생한 부분적인 감쇠가 행렬에 국부적인 요소로 표현되기 때문에 전체 계가 비례 감쇠로 표현되지 못한다. 결합부의 감쇠를 고려하여 감쇠행렬이 부분적인 요소만을 갖는 성긴 행렬로 나타나게 되는 경우에도 일반 감쇠계의 경우로서 취급해야 하므로 매우 비경제적이다. 따라서 Ozguven¹⁰⁾과 Yang¹¹⁾은 모두 이와같은 관점에서 일반 감쇠행렬이 국부적인 요소를 갖거나 계수(rank)가 전체행렬 크기에 비해 작을 때를 주요 적용 대상으로 계산을 간편화할 수 있는 방법을 고려하였다.

본 연구에서는 일반 감쇠계에 대한 주파수 응답 계산에 있어 부분적인 감쇠요소가 비례 감쇠특성을 이탈시키는 경우, 즉 일반 감쇠가 성긴 행렬로 표현되는 경우에 대해 행렬 압축 기법을 적용하여 주파수 응답 함수를 기존의 방법보다 더 효과적으로 계산할 수 있도록 하는 방법을 제안하였다. 또한 부분 압축된 행렬식에 대해 역행렬 계산을 피할 수 있는 반복 계산법을 적용하였다. 여기서 제안한 방법은 일반 감쇠 행렬이 성긴 특성을 보이던 계산 효율을 크게 개선할 수 있을 뿐만 아니라 과정이 간단해서 프로그램이 용이하다. 제안된 방법의 효율성을 검증하기 위해 유한요소 방법으로 모델링된 구조물의 주파수 응답 함수 계산에 본 방법을 적용하였으며 직접 계산법, Yang의 방법 등과 비교하여 그 우수성을 입증하였다.

2. 선형계의 운동 방정식과 주파수 응답 행렬

선형계의 유한요소 운동 방정식을 주파수 영역에서 표현해 보면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$D^o(\omega)X(\omega) = F(\omega)$$

또는

$$X(\omega) = H^o(\omega)F(\omega) \quad (1)$$

여기서 $D^o(\omega)$, $H^o(\omega)$ 는 각각 동강성 행렬과 주파수 응답 행렬로서 아래와 같이 정의된다.

$$H^o(\omega) = \{D^o(\omega)\}^{-1} = \{-\omega^2 M^o + j\omega C^o + K^o\}^{-1} \quad (2)$$

여기서 $X(\omega)$, $F(\omega)$ 는 각각 N자유도의 좌표벡터 $x(t)$, 외력벡터 $f(t)$ 의 푸리에 변환을 나타낸다. 질량(관성)행렬 M^o 은 대칭이고 양한정치(positive definite), 강성행렬 K^o 는 대칭이고 준양한정치(positive semi-definite) 또는 양한정치, 그리고 감쇠행렬 C^o 는 대칭이며 행렬들은 모두 $N \times N$ 로 두기로 한다. 한편 여기서 감쇠행렬은 다시 비례 감쇠행렬과 일반 감쇠행렬로 나누어 표현할 수 있다. 즉

$$C^o = C^p + C^s$$

여기서 C^p 는 비례 감쇠행렬, C^s 는 국부적인 감쇠 요소에 의한 일반 감쇠행렬을 의미하며 성긴(sparse) 행렬이다. 다음절의 이론전개를 위하여 다음과 같이 변환행렬을 도입하도록 한다.

$$x_m = T_m^{-1} x \quad (3)$$

$m \times 1 \quad m \times N \quad N \times 1$

여기서 x_m 은 일반 감쇠요소가 개입된 좌표벡터를 의미하고, 변환행렬 T_m 은 전체 좌표벡터(x)에서 감쇠요소가 개입된 부분 좌표벡터(x_m)를 추출하는 기능을 하며 모두 1이나 0인 요소를 가진다. 변환행렬을 이용하면 C^s 를 압축하여 표현할 수 있다. 즉,

$$C^s = T_m^{-1} C_{mm}^s T_m \quad (4)$$

$N \times N \quad N \times m \quad m \times m \quad m \times N$

여기서 C_{mm}^s 는 C^s 를 압축하여 얻어지는 $m \times m$ 의 압축된 행렬이다.

3. 주파수 응답 행렬 계산법

일반적인 주파수 응답 직접 계산법은 식(2)를 이용하여 원하는 주파수에서 동강성 행렬의 역행렬을 구하는

방법이다. 이 방법은 개념이 단순하고 프로그램이 간단하나 큰 구조물에 대한 계산에서는 과도한 계산시간이 요구되므로 문제가 있다. 따라서 근래에는 식(2)를 직접 푸는 방식 보다는 행렬연산을 통해 풀이과정을 개선하여 왔다. 식(2)로부터 아래와 같은 등식을 얻을 수 있다.

$$H^o(\omega)D^o(\omega) = I \quad (5)$$

식(5)는 다음과 같이 다시 표현할 수 있다.

$$\{H^o(\omega)\}^{-1} - \{H^p(\omega)\}^{-1} = j\omega C^s \quad (6)$$

또는

$$H^p(\omega) - H^o(\omega) = j\omega H^p(\omega)C^s H^o(\omega) \quad (7)$$

여기서 $H^p(\omega)$ 는 일반 감쇠요소를 제외한 모델의 주파수 응답 함수 행렬로서 비례감쇠계이며 고전적인 모드해석 기법을 이용해 손쉽게 구할 수 있다. 즉,

$$H^p(\omega) = \{D^p(\omega)\}^{-1} = \{-\omega^2 M^o + j\omega C^p + K^o\}^{-1} \\ = \sum_{i=1}^N \frac{u_i u_i^t}{\omega_i^2 + 2j\zeta_i \omega_i \omega - \omega^2} \quad (8)$$

여기서 ω_i^2 , u_i 는 각각 비감쇠계의 i 번째 고유치와 고유벡터이며 다음과 같은 고유치 문제를 만족한다.

$$\{-\omega_i^2 M^o + K^o\} u_i = 0 \quad i = 1, \dots, N$$

또한 고유벡터는 아래와 같은 직교조건을 만족을 만족하도록 정규화할 수 있다.

$$u_i^t M^o u_j = \delta_{ij} \quad u_i^t K^o u_j = \omega_i^2 \delta_{ij}$$

한편 ζ_i 는 비례 감쇠행렬에 의해 구해지는 i 번째 모드의 감쇠비로서 다음과 같이 표현된다.

$$2\zeta_i \omega_i = u_i^t C^p u_i$$

식(7)을 다시 쓰면 다음의 계산식을 얻을 수 있다.

$$H^o(\omega) = \{I + j\omega H^p(\omega)C^s\}^{-1} H^p(\omega) \quad (9)$$

참고문헌(6, 7)의 방법은 모두 식(9)를 근거로 하여 주파수 응답 함수 계산방법을 제안하고 있다. 또한 Ozguven⁽³⁾은 식(8)을 변형하여 동특성 변경기술에 적용하는 방법으로 사용하기도 하였다. 식(9)를 반복 계산식으로 변형하기 위해 감쇠행렬을 다음과 같이 표현

한다.

$$C^g = \sum_{i=1}^r c_i \phi_i^t \quad (10)$$

여기서 $c_i, i = 1, 2, \dots, r$ 는 0이 아닌 요소를 하나 이상 가지고 있는 C^g 의 열벡터로서 N 차원이며 r 은 그러한 열벡터의 수, 그리고 $\phi_i, i = 1, 2, \dots, r$ 은 i 번째 요소만이 1이고 나머지 요소는 0인 N 차원 벡터이다. 따라서 식(9)는

$$\{H^o(\omega)\}^{-1} = \{H^p(\omega)\}^{-1} + j\omega \sum_{i=1}^r c_i \phi_i^t \quad (11)$$

로 표현될 수 있으며 오른쪽 일반 감쇠행렬항 중 k 번째 항을 고려하여 식(11)을 다음의 반복 계산식으로 표현할 수 있다.

$$\{H^o(\omega)_k\}^{-1} = \{H^p(\omega)_{k-1}\}^{-1} + j\omega c_k \phi_k^t \quad k = 1, 2, \dots, r$$

또는

$$H^o(\omega)_k = \{I + j\omega H^o(\omega)_{k-1} c_k \phi_k^t\}^{-1} H^o(\omega)_{k-1} \quad (12)$$

여기서 $H^o(\omega)_0 = H^p(\omega)$ 이다. 식(12)에 아래의 행렬연산식을 적용하면,

$$\{I + ab^t\}^{-1} = I - \frac{ab^t}{1 + b^t a} \quad a, b \in C^N \quad (13)$$

식(14)를 얻을 수 있다.

$$H^o(\omega)_k = \left\{ I - \frac{j\omega H^o(\omega)_{k-1} c_k \phi_k^t}{1 + j\omega \phi_k^t H^o(\omega)_{k-1} c_k} \right\} H^o(\omega)_{k-1} \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (14)$$

따라서 식(14)로 주어지는 반복 계산식을 r 번 반복 계산하면 역행렬 계산없이 주파수 응답 행렬을 얻을 수 있다. 한편 Yang⁽⁷⁾은 일반 감쇠행렬 C^g 가 대칭이고 준양한정치 특성을 갖는다고 하고 특이값 분리(singular value decomposition) 기법에 의해 일반 감쇠행렬을 $C^g = \sum_{i=1}^r s_i \psi_i \psi_i^t$ 로 변형하였다. 여기서 s_i, ψ_i 는 감쇠행렬에 대한 0이 아닌 특이값과 그에 대응되는 변환 벡터를 의미하며 r 은 0이 아닌 특이값의 갯수를 의미한다. 그리고 앞에서와 유사한 과정을 통해 반복 계산식을

유도하였다. 반복 계산식(14)는 직접적인 역행렬 연산 과정을 회피할 수 있고 유한한 반복 계산(반복 계산수: r 번)만으로 엄밀해를 구할 수 있으며 r 이 작으면 계산시간을 많이 단축할 수 있으나 전체 행렬에 대해 반복 계산 과정이 있으므로 계산효율을 어느 이상 개선시키기 어렵다. 그러나 본 연구에서 고려하고 있는 성긴 감쇠행렬에 대해 다음에 제시하는 압축과정을 이용하면 계산시간을 크게 감소시킬 수 있다.

4. 개선된 주파수 응답 행렬 계산법

4.1 주파수 응답 행렬 압축 기법의 적용

C^g 가 성긴 행렬이면 식(4)를 이용하여 식(7)을 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$H^p(\omega) - H^o(\omega) = j\omega H^p(\omega) \{T_m^t C_{mm}^g T_m\} H^o(\omega) \quad (15)$$

여기서 C_{mm}^g 는 일반 감쇠행렬에 대한 압축행렬이다. 따라서 식(15)의 왼쪽에 T_m 을 곱하면 아래의 식을 얻을 수 있다.

$$H_{mN}^p(\omega) - H_{mN}^o(\omega) = j\omega H_{mm}^p(\omega) C_{mm}^g H_{mN}^o(\omega) \quad (16)$$

여기서

$$H_{mm}^k = T_m H^k T_m^t \quad H_{mN}^k = T_m H^k, \quad k = o, p$$

이다. 식(16)을 이용하면 압축된 비례 감쇠계의 주파수 응답 행렬과 일반 감쇠행렬로부터 다음과 같이 간편하게 일반 감쇠계의 주파수 응답을 얻을 수 있다.

$$H_{mN}^o(\omega) = \{I + j\omega H_{mm}^p(\omega) C_{mm}^g\}^{-1} H_{mN}^p(\omega) \quad (17)$$

식(17)을 식(9)와 비교해 보면 동일한 형태를 유지한 채로 $N \times N$ 의 행렬로 표현되는 계산식을 근사화 없이 $m \times N$ 으로 압축한 계산식이며 특히 실제 계산해야할 역행렬은 $m \times m$ 의 식이므로 식(9)보다 그 계산시간을 크게 줄일 수 있다.

한편 식(17)은 주파수 응답 행렬의 전체 요소를 계산하는 것이 아니라 압축과정에서 일부의 요소들이 배제되게 되므로 배제된 요소에 대한 주파수 응답의 계산식이 필요하다. 식(17)을 전체 주파수 응답 행렬에 대한 계산식으로 확장하기 위해 식(15)를 아래와 같이 다시 쓰도록 한다.

$$H^p(\omega) - H^o(\omega) = j\omega \{H_{mm}^p(\omega)\}^t C_{mm}^g H_{mN}^o(\omega) \quad (18)$$

식(17)을 식(18)에 대입하면 전체 주파수 응답함수가 포함된 최종 연산식(19)을 얻을 수 있다.

$$H^o(\omega) = H^p(\omega) - j\omega\{H_{mN}^p(\omega)\}^t \\ \{C_{mm}^g\{I + j\omega H_{mm}^p(\omega)C_{mm}^g\}^{-1}\}H_{mN}^p(\omega) \quad (19)$$

따라서 식(19)에서 역행렬 계산이 필요한 $\{I + j\omega H_{mm}^p(\omega)C_{mm}^g\}^{-1}$ 부분은 $m \times m$ 행렬로서 m 이 작으면 전체 계산시간에 미미한 영향을 주게 된다. 또한 선형식으로서 단순할 뿐만 아니라 별도의 반복 계산 등도 불필요하므로 편리하게 적용될 수 있으며 프로그램도 간단하게 구성할 수 있다.

성긴 일반 감쇠행렬을 갖는 구조물의 주파수 응답 행렬을 계산할 때 식(19)을 이용하면 기존의 전체 행렬에 대해 계산하는 것보다 월등히 계산시간을 단축할 수 있다. 그러나 일반 감쇠요소가 많이 분포한다면, 즉 m 이 커질수록 역행렬 계산에 따른 수치계산의 부담이 증가하게 되므로 역행렬 계산을 피하여 계산시간을 줄일 수 있는 반복 계산법을 고려하도록 한다.

4.2 반복 계산법의 적용

식(17)의 우측에 T_m^t 을 곱하면 식(20)을 얻을 수 있다.

$$H_{mm}^o(\omega) = \{I + j\omega H_{mm}^p(\omega)C_{mm}^g\}^{-1}H_{mm}^p(\omega) \quad (20)$$

압축된 일반 감쇠행렬을 일반적으로 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$C_{mm}^g = \sum_{i=1}^m c_i \phi_i^t \quad (21)$$

여기서 c_i , $i = 1, 2, \dots, m$ 는 C_{mm}^g 의 열벡터이며 ϕ_i , $i = 1, 2, \dots, m$ 는 해당되는 첨자 i 번째 요소만이 1이고 나머지 요소는 0인 m 차원 열벡터이다. 따라서 식(20)은 앞장에서와 유사한 과정을 통해 아래와 같은 반복 계산식을 얻을 수 있다.

$$H_{mm}^o(\omega)_k = \{I - \frac{j\omega H_{mm}^o(\omega)_{k-1} c_k \phi_k^t}{1 + j\omega \phi_k^t H_{mm}^o(\omega)_{k-1} c_k}\} H_{mm}^o(\omega)_{k-1} \\ k = 1, 2, \dots, m \quad (22)$$

여기서 $H_{mm}^o(\omega)_0 = H_{mm}^p(\omega)$ 이다. 따라서 일반적으로 반복 계산식(22)를 압축 감쇠행렬의 열 수(m)만큼 반복 계산하면 역행렬 계산없이 압축된 주파수 응답행렬

의 엄밀해를 얻을 수 있다. 한편 C_{mm}^g 가 준 양정치 특성을 보인다면 Yang⁽⁷⁾이 제시한 특이값 분리 방법에 의한 반복 계산식을 적용할 수도 있다. 그러나 Yang의 방법에서도 일반 감쇠가 성긴 행렬로 표현되는 경우에 유용하고, 이미 행렬 압축을 통해 행렬 전체가 축소된 상태이므로 계산시간 단축에 크게 기여하지 못할 것으로 생각된다. 식(22)를 통해 $H_{mm}^o(\omega)$ 가 얻어지면 식(19), (20)을 이용하여 다음과 같은 최종식을 얻을 수 있다.

$$H^o(\omega) = H^p(\omega) - j\omega\{H_{mN}^p(\omega)\}^t \\ \{C_{mm}^g\{I - j\omega H_{mm}^o(\omega)C_{mm}^g\}\}H_{mN}^p(\omega) \quad (23)$$

이상의 반복 계산법은 m 이 작은 경우에는 불필요하나 m 이 큰 경우에 역행렬 계산에 따른 계산시간을 단축하여 계산효율을 개선할 수 있다.

5. 수치 예제

본 논문에서 제안한 주파수 응답 계산 방법의 유용성을 보이기 위해 여러 개의 보(beam)들이 강성과 감쇠요소로 표현되는 결합부에 의해 연결되어 있는 구조물의 주파수 응답함수를 계산하였다.

5.1 계산 과정 및 대상 모델

본 연구에서 제시한 주파수 응답 함수 계산의 논리적 과정을 요약하면 다음과 같이 정리할 수 있다.

- ① 일반 감쇠행렬을 제외한 비례 감쇠계에 대해 고전적인 모드해석을 적용하여 고유치와 고유벡터, 비례 감쇠비를 계산한다.
 - ② 성긴 감쇠행렬(C^g)을 조사하여 변환행렬 T_m 을 구하고 C_{mm}^g 를 결정한다.
 - ③ 식(8)로 부터 비례 감쇠계의 주파수 응답 행렬($H^p(\omega)$)을 구한다.
 - ④ $H_{mm}^p(\omega)$, $H_{mN}^p(\omega)$ 를 결정한다.
 - ⑤ m 이 작은 경우 식(19)를 이용하여 $H^o(\omega)$ 를 계산한다.
 - ⑥ m 이 큰 경우 식(22)를 이용하여 $H_{mm}^o(\omega)$ 을 구한 후 식(23)에 적용하여 전체 주파수 응답 행렬 H^o 을 계산한다.
 - ⑦ 원하는 주파수 범위에서 ③-⑥의 과정을 반복한다.
- 본 연구에서 제시한 방법의 효율성을 검증하기 위해

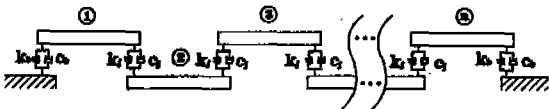


Fig. 1 Numerical Model: Multiple beams connected by joints

Table 1 Specification of the finite element model

Single Beam	
· # of elements	: 8 (equal length)
· total length	: 1.6 m
· element length	: 0.2 m
· width	: 5 cm
· height	: 2 cm
· density	: 8,000 kg/m ³
· Young's modulus	: 200 GN/m ²
Joint elements	
· $k_b = 2 \times 10^6$ N/m	
· $c_b = 500$ Ns/m	
· $k_j = 1 \times 10^6$ N/m	
· $c_j = 500$ Ns/m	

기존의 방법 중 직접 계산법과 가장 계산시간이 적게 소요되는 Yang의 방법 등과 비교하였으며 이를 위해 동일한 조건에서 상용 프로그램을 이용하여 계산 프로그램을 구성하였고 PC 486-66을 이용하여 계산하였다.

계산에 사용된 대상 시스템은 동일한 n개의 보가 동일한 특성을 갖는 결합부로 연결되어 있는 구조이며 양 끝의 보는 강성과 감쇠를 갖는 요소로 지지되고 있는 것으로 두었다. 보를 연결하는 결합부는 보의 수직 운동 방향에 대한 강성과 감쇠를 갖는 것으로 가정하여 결합되는 보들에서 각각 1개씩, 2개의 좌표와 관련이 있는 것으로 두었다. 시스템의 개략도는 Fig. 1에 나타내었으며 한 개의 보 및 결합부, 지지부에 대한 자세한 제원은 Table 1에 제시하였다. 자유도 증가에 따른 계산효율 변화를 고찰하기 위해 보의 수(n)를 증가시키면서 계산하였다.

5.2 계산 결과 및 검토

Fig. 2는 3가지 방법에 대해 보(또는 전체 자유도) 및 결합부의 갯수 증가에 따른 계산시간의 변화를 보여주고 있다. 계산시간은 한 개의 주파수에서 주파수 응답 행렬을 계산하는 시간으로 하였고 데이터를 읽거나

계산결과를 도시하는 시간 등은 제외하고 순수하게 계산에 소요되는 시간 만을 나타내었다. 직접 계산법에서는 역행렬 계산을 위해 가우스 소거법을 이용하였다. 제안된 방법에서 식(19)의 역행렬 계산 방식을 적용하는 것은 식(22), (23)을 이용한 반복 계산법에 비해 m이 2 이하인 경우에만 더 효율적인 것으로 나타났으며 m이 3 이상이 되면 반복 계산법이 유리한 것으로 확인되었다. 따라서 제안된 방법의 계산시간은 반복 계산법에 의한 것을 기준으로 나타내었다. Fig. 2에 의하면 직접 계산법의 계산시간이 자유도의 증가에 따라 급격히 증가하고 있으며, Yang의 방법도 직접 계산법보다는 우수하나 자유도의 증가에 따라 계산시간이 급격히 증가함을 알 수 있다. 그러나 제안된 방법은 Yang의 방법에 비해서도 계산시간이 월등히 단축되고 있음을 확인할 수 있다. Figs. 3, 4는 계산된 주파수 응답 함수의 예로서 3가지 방법에서 모두 동일한 결과를 얻을 수 있었다. 본 예제는 비교적 자유도가 낮으므로 계산결과가 모두 동일하게 얻어졌으나 자유도가 높아질수록 계

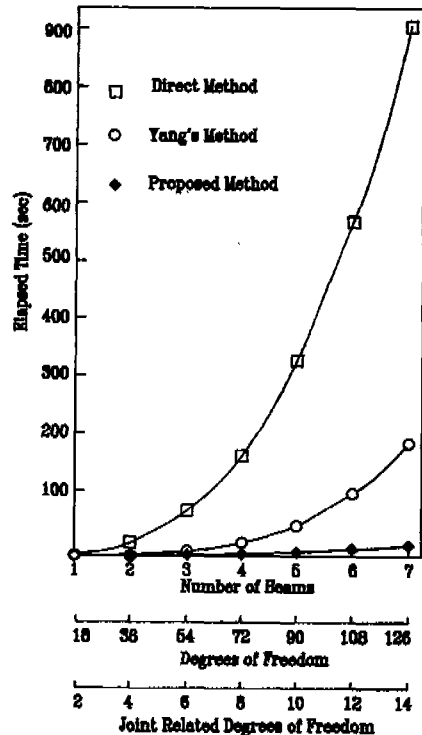


Fig. 2 Comparison of three methods on elapsed time in computation of one point frequency response matrix

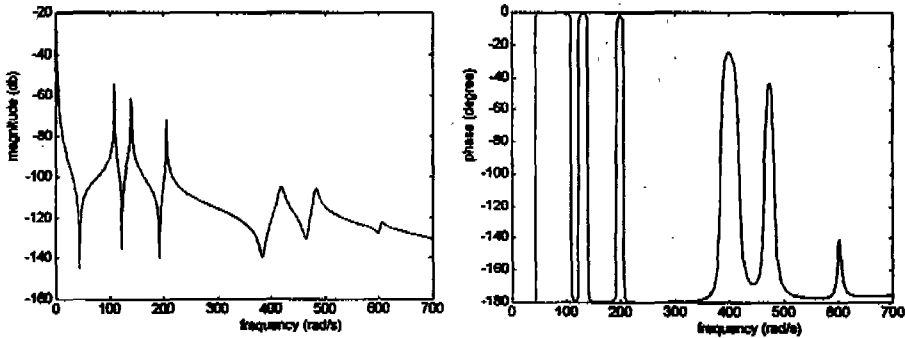


Fig. 3 Frequency response function $h_{7,7}(\omega)$ (# of beams = 3).

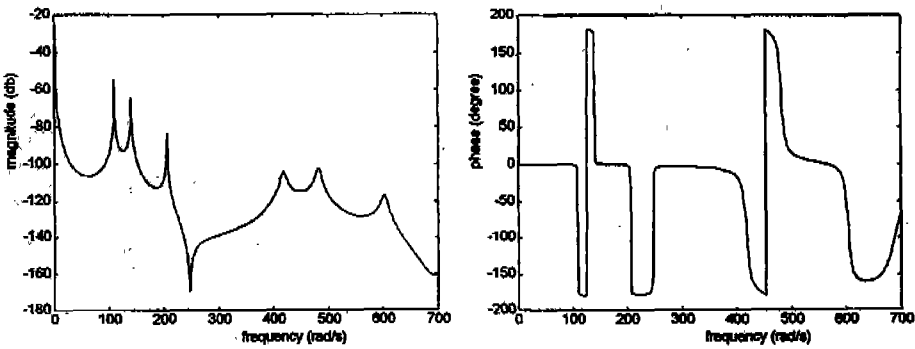


Fig. 4 Frequency response function $h_{7,43}(\omega)$ (# of beams = 3)

산시간이 많이 소요되는 방법이 계산량이 많아지므로 계산오차가 커질 것으로 판단되므로 본 연구에서 제안한 방법이 계산오차도 작을 것으로 사료된다.

제안된 방법을 일반적으로 적용하기 위해서는 성긴 감쇠행렬을 조사하여 T_m 을 구해야 하는데, 이 과정은 간단한 행렬함수를 통해 구현할 수 있었으며 계산시간이 매우 적게 소요되고 주파수 응답 함수 계산을 시작하기 전에 한번만 구하게 되므로 전체 계산시간에 거의 영향을 미치지 않았다. 특히 결합부에 의한 감쇠만을 고려한다면 모델링시 T_m 을 직접 구성할 수 있으므로 이 과정을 생략할 수도 있다. 또한 모드해석을 통해 구하는 비감쇠계의 주파수 응답 계산 과정도 한번의 고유치 문제 계산으로 충분하고 단순히 급수 형태로 나타낼 뿐 아니라 필요하다면 관심 주파수 영역에서 멀리 떨어진 고유진동수를 계산에서 배제시켜 계산시간을 더욱 단축시킬 수 있을 것으로 생각한다. Yang의 방법에서는 감쇠행렬에 대해 특이값 분리(singular value decomposition)를 실행할 필요가 있는데 이것 역시 전체 계산시

간에는 거의 영향을 미치지 않았다. 제안된 방법은 m 이 N 보다 작은 값을 갖는다면 항상 기존의 방법보다 계산시간을 단축시킬 수 있으므로 일반적인 유한요소 프로그램 개발에 적용할 수 있을 것으로 사료된다.

6. 결론

본 논문에서는 일반 감쇠계에 대한 주파수 응답 계산에 있어 부분적인 감쇠요소가 비례 감쇠특성을 이탈시키는 경우에 대해 행렬 압축 기법을 적용하여 주파수 응답 함수를 효과적으로 계산할 수 있도록 하는 방법을 제안하였다. 또한 역행렬 계산을 피할 수 있는 반복 계산을 적용할 수 있도록 하였다. 제안된 방법의 효용성을 검증하기 위해 유한요소 방법으로 모델링된 구조물의 주파수 응답 함수 계산에 본 방법을 적용하였으며 기존의 방법들과 비교하여 그 우수성을 입증하였다.

본 논문에서 제안한 방법은 압축된 부분 행렬을 계산하므로 계산시간을 단축시킬 수 있음은 물론 기존의 반

복 계산방법보다 기억용량도 절약할 수 있는 장점을 갖는다. 한편 제한한 방법은 성진 일반 감쇠행렬에 대한 주파수 응답 함수 계산에 적용하도록 유도하였으나, 감쇠행렬을 동강성행렬로 대체하면 성진 동강성행렬이 기존의 구조물에 추가되었을 때 주파수 응답 특성을 계산하는 방법으로도 활용할 수 있다. 그리고 이와같은 개념을 확장하면 부분 구조 합성법에도 효과적으로 사용될 수 있을 것으로 기대된다.

참고문헌

1. Ewins, D.J., *Modal Testing: Theory and Practice*, Research Studies Press, 1984.
2. Caughey, T. H. and O'Kelly, M. E., "Classical normal modes in damped linear dynamic systems," *Trans. of ASME, Journal of Applied Mechanics*, Vol. 32, pp.563-588, 1965.
3. Ozguven, H.N., "Receptances of nonproportionally and continuously damped plates-reduced dampers method," *Journal of Sound and Vibration*, Vol.85, pp.383-395, 1982.
4. Bellos, J. and Inman, D.J., "Frequency response of nonproportionally damped, lumped parameter, linear dynamic systems," *Trans. of the ASME, Journal of Vibration and Acoustics*, Vol.112, pp.194-201, 1990.
5. Hwang, J.H. and Ma, F., "On the approximate solution of nonclassically damped linear systems," *Trans. of the ASME, Journal of Applied Mechanics*, Vol.60, pp.695-701, 1993.
6. Ozguven, H.N., "A new method for harmonic response of non-proportionally damped structures using undamped modal data," *Journal of Sound and Vibration*, Vol.117, pp.313-328, 1987.
7. Yang, B., "Exact receptances of nonproportionally damped dynamic systems," *Trans. of ASME, Journal of Vibration and Acoustics*, Vol.115, pp.47-52, 1993.
8. Beards, C.F., "Structural damping by slip in joints," *Shock and Vibration Digest*, Vol.17, No.11, pp.17-19, 1986.
9. Hong, S.W. and Lee, C.W., "Identification of linearised joint structural parameters by combined use of measured and computed frequency responses," *Journal of Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol.5, No.4, pp.267-277, 1991.
10. Yang, K.T. and Park, Y.S., "Mechanical joint property identification from incomplete frequency response function measurements," *Journal of Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol.7, No.6, pp.509-530, 1993.
11. Huckelbridge, A.A. and Lawrence, C., "Identification of structural interface characteristics using component mode synthesis," *Trans. of ASME, Journal of Vibration, Acoustics, Stress and Reliability in Design*, Vol.111, pp.140-147, 1989.
12. Mottershead, J.E. and Weixun, S., "Correction of joint stiffnesses and constraints for finite element models in structural dynamics," *Trans. of ASME, Journal of Applied Mechanics*, Vol.60, pp.117-122, 1993.
13. Ozguven, H.N., "Structural modifications using frequency response functions," *Journal of Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol.4, No.1, pp.53-63, 1990.