

## 마그네틱 커플링을 장착한 축계의 동적해석(II)

김 성 겐,\* 이 장 무\*\*

### Dynamic Analysis of Spindle System with Magnetic Coupling(II)

Seong Geol Kim\* Jang Moo Lee\*\*

#### ABSTRACT

Using the mathematical model of the torsional vibration in spindle system with magnetic coupling, which was proposed in the paper of dynamic analysis of spindle system with magnetic coupling(I), we derive the equations of the motion and the form of the derived equations represents Duffing equation. Numerical analyses are executed in many conditions, namely the various types in magnetic coupling, changes of the gap between driver and follower. To verify the results of the theoretical analyses, a precision dynamic drive system is manufactured and methods of the test to measure the torsional vibration of the spindle system with magnetic coupling are presented and tests in various conditions are carried out.

**Key words** : mathematical model(수학적 모델), torsional vibration(비틀림 진동), magnetic coupling(마그네틱 커플링), Duffing equation(Duffing 방정식), precision dynamic drive system(정밀 동력 전달 시스템)

#### 1. 서 론

마그네틱 커플링을 장착한 축계의 비틀림 진동 해석에 대한 연구는 Kojima와 Nagaya<sup>(1)</sup> 등에 의해 수행되었으며, 자유 진동 해석을 실시하여 고유 진동수를 계산하였다. 그러나 현재까지의 연구에서 강제 진동 해석에 대한 연구는 전무한 편이다. 본 논문에서는, 마그네틱 커플링을 장착한 축계의 동적 해석(I)에서 제시된

축계의 비틀림 진동 해석의 수학적 모델을 이용하여, 마그네틱 커플링 형태의 변화, 구동부와 종동부 사이의 간극(gap) 변화, 가진 진폭 크기의 변화 등 다양한 조건하에서 강제 진동 수치 해석을 수행한다. 또한, 축계의 비틀림 진동 해석 결과를 검증하기 위해, 정밀 동력 전달 시스템을 제작하고, 제작된 정밀 동력 전달 시스템을 사용하여 마그네틱 커플링을 장착한 축계의 비틀림 진동 실험 방법을 제시하고 실험을 수행한다.

\* 서울대학교 정밀기계설계공동연구소

\*\* 서울대학교 기계설계학과

## 2. 축계의 비틀림 진동 해석

### 2.1 모델링

Fig. 1은 마그네틱 커플링을 장착한 축계를 도시한다.

마그네틱 커플링을 장착한 축계의 비틀림 진동 해석을 위해 Fig. 1의 축계를 Fig. 2와 같은 1자유도 계의 수학적 모델로 구성하였다.

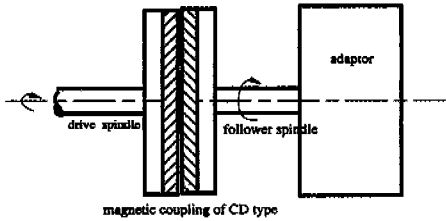


Fig. 1 Schematic diagram of rotating spindle with magnetic coupling

- $\theta_1$  : applied angular displacement
- $\theta$  : angular displacement of response
- $J_{m1}$  : polar mass moment of inertia in magnetic coupling of driver spindle
- $J_{m2}$  : polar mass moment of inertia in magnetic coupling of follower spindle
- $J_s$  : polar mass moment of inertia in main spindle
- $J_a$  : polar mass moment of inertia in adaptor

Fig. 2의 수학적 모델은 다음과 같은 가정하에서 모델링하였다. 첫째 마그네틱 커플링과 공기 베어링용 주축, 어댑터 등은, 구동축 마그네틱 커플링과 종동축 마그네틱 커플링 사이의 각 변위 변화에 비해 상대적으로 각 변위 변화가 거의 발생되지 않으므로 강체(rigid body)이다. 둘째, 구동축에서 종동축으로 전달되는 구

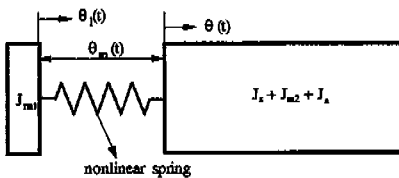


Fig. 2 Mathematical model of rotating spindle with magnetic coupling

동 토크는 (1)식과 같이 구동축과 종동축 사이의 상대 각의 sine함수<sup>(4),(6)</sup> 형태이고, 비선형 비틀림 스프링이다.

$$T = T_m \sin(\theta_1 - \theta) \quad (1)$$

$T_m$  : maximum value of transmitted torque

### 2.2 운동 방정식

마그네틱 커플링을 장착한 축계의 비틀림 진동 운동 방정식은 마그네틱 커플링을 장착한 축계의 동적해석 (1)<sup>(6)</sup>에서 제시된 식과 같이 (2)식으로 Duffing 방정식<sup>(3)</sup>과 동일한 형태를 갖는다.

$$\frac{d^2\theta_m}{dt^2} + \omega_n^2 \left( \theta_m - \frac{\theta_m^3}{6} \right) = \omega^2 A \cos \omega t \quad (2)$$

여기서,

$$J_T = J_{m2} + J_s + J_a$$

$$\theta_m = \theta - \theta_1$$

$A$  : amplitude of excitation

$\omega$  : frequency of excitation

$$\omega_n^2 = T_m / J_T$$

(2)식을 풀기 위해 Ritz의 평균법<sup>(2)</sup>(averaging method)을 도입하여, 구동축과 종동축 사이의 각  $\theta_m$ 을 (3)식과 같이 1차 근사해로 가정하였다.

$$\theta_m = a\phi(t) = a \cos \omega t \quad (3)$$

$a$  : weight factor(amplitude of response)

$\phi(t)$  : selected function of time

(3)식을 (2)식에 대입한 후, Ritz의 평균법에서 정의한 적분식 (4)식에 적용하면, 주어진 가진 진폭(A), 가진 진동수( $\omega$ ), 계의 고유 진동수( $\omega_n$ ) 등에 대한 응답 진폭의 식 (5)식으로 구성된다.

$$\int_0^T [-\omega^2 a \cos \omega t + \omega_n^2 (a \cos \omega t - 1/6 a^3 \cos^3 \omega t) - \omega^2 A \cos \omega t] \cdot \cos \omega t dt = 0 \quad (4)$$

$$\frac{1}{8} a^3 = a \left[ 1 - \left( \frac{\omega}{\omega_n} \right)^2 \right] - \left( \frac{\omega}{\omega_n} \right)^2 A \quad (5)$$

(2)식과 같은 Duffing 방정식은 비선형 방정식이고,

진동수 영역에서 응답을 도시하면 점프 현상(jump phenomenon)이 발생한다. 점프 현상에는 점프다운(jump-down)과 점프업(jump-up) 현상이 존재한다. 점프업 현상은 낮은 진동수에서 높은 진동수로 가진 진동수를 이동하면서 응답 진폭을 구하면, 점프업 진동수(jump-up frequency)에서 응답 진폭이 점프하는 현상이고, 점프다운 현상은 반대로, 높은 진동수에서 낮은 진동수로 가진 진동수를 이동하면서 응답 진폭을 구하면, 점프다운 진동수에서 응답 진폭이 점프하는 현상이다. 이론적인 해석에서 점프현상이 규명되고, 점프업 진동수는 정확하게 계산할 수 있으나, 점프다운 진동수는 점프 현상만 예측되고 값 계산이 불가능하다. 본 논문에서는 점프업 진동수를 구하기 위해 (5)식을 이용하여 주어진 가진 진폭(A), 가진 진동수( $\omega$ ), 계의 고유 진동수( $\omega_n$ ) 등에 대한 점프업 진동수( $\omega_{cr}$ )을 구하는 (6)식을 구성하였다.

$$\left(\frac{8}{3}\right)^3 \left[1 - \left(\frac{\omega_{cr}}{\omega_n}\right)^2\right]^3 = \left(\frac{2\omega}{\omega_n}\right)^4 A^2 \quad (6)$$

2.3 수학적 해석 결과

주어진 조건하에서 비틀림 진동 운동 방정식의 해를 도출하기 위해서는  $J_T$ 와  $T_m$  그리고  $\omega_n$ 값을 결정해야 한다. 마그네틱 커플링 형태에 따른 계의 고유 진동수( $\omega_n$ )를 구하면, Table 1과 같다.

Table 1으로부터 다음의 결과를 알 수 있다. 첫째, 동일한 간극에서 커플링의 직경이 크게되면, 계의 고유 진동수가 증가한다. 둘째, 동일한 마그네틱 커플링에서, 간극의 크기가 증가하면, 계의 고유 진동수는 감소한다.

(1) 해석 I

해석 I의 해석방법은 동일한 가진 진폭(A)에서 마그네틱 커플링의 각 형태에 대한 간극 변화 해석을 수행하여 점프업 진동수를 계산하였다. 간극의 크기가 변하면, 마그네틱 커플링의 최대 전달 토크( $T_m$ )와 계의 고유

Table 1 Natural frequencies for types of magnetic coupling

Gap(mm)	0.5	1.6	4.0	5.0
CD100F	22.81	22.35	20.41	19.89
CD85F	18.58	17.82	16.2	14.39
CD50F	8.42	7.53	5.58	5.19

Table 2 Results of analysis I

Type	Gap(mm)	0.5	1.6	4.0	5.0
CD100F	$\omega_n$ (rad/sec)	22.81	22.35	20.41	19.89
	$\omega_{cr}$ (rad/sec)	21.67	21.24	19.38	18.89
	ratio( $\gamma$ )	26.76	26.76	26.76	26.76
CD85F	$\omega_n$ (rad/sec)	18.58	17.32	16.20	14.39
	$\omega_{cr}$ (rad/sec)	17.65	16.93	15.39	13.67
	ratio( $\gamma$ )	26.76	26.76	26.76	26.76
CD50F	$\omega_n$ (rad/sec)	8.49	7.53	5.58	5.19
	$\omega_{cr}$ (rad/sec)	7.99	7.15	5.30	4.93
	ratio( $\gamma$ )	26.76	26.76	26.76	26.76

진동수( $\omega_n$ ) 값이 변하게 된다. 해석 I의 조건은 다음과 같다.

- 가진 진폭(A) : 2.1047°
- 간극(gap) : 0.5mm, 1.6mm, 4.0mm, 5.0mm

본 해석에서 가정한 가진 진폭은 제4장에서 제시될 실험치와 비교하기 위해 결정된 값이다. Table 2는 해석 I의 결과를 나타내고 있으며, 해석 I의 결과를 정리하면 다음과 같다. 첫째, 간극이 증가하면, 모든 마그네틱 커플링 형태의 점프업 진동수가 감소하며, 계산된 점프업 진동수에서 가진 진폭에 대한 응답 진폭의 비(ratio)는 항상 일정하다. 둘째, 동일한 간극에서, 마그네틱 커플링의 직경이 작을수록 점프업 진동수가 감소한다. 셋째, 동일한 마그네틱 커플링에서, 간극의 크기가 증가하면, 점프업 진동수는 감소한다.

Fig. 3은 간극이 1.6mm인, CD50F 마그네틱 커플링에 대한 해석 결과를 도시한다.

(2) 해석 II

해석 II의 해석방법은 동일한 간극에서 마그네틱 커플링

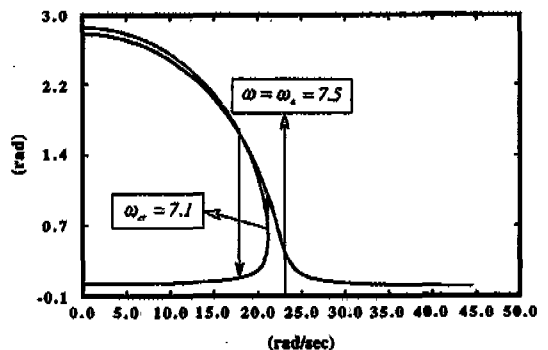


Fig. 3  $\theta_m$  for frequency of excitation

Table 3 Results of analysis II

Type	Amplitude of Excitation(°)	2.1047	4.2095	8.4188	16.8376
CD100F	$\omega_n$ (rad/sec)	22.81	22.81	22.81	22.81
	$\omega_r$ (rad/sec)	21.67	21.05	20.12	18.78
	Amplitude of Response(rad)	0.510	0.630	0.770	0.927
	ratio( $\gamma$ )	1.020	1.260	1.541	1.854
	$\omega_n$ (rad/sec)	18.58	18.58	18.58	18.58
CD85F	$\omega_n$ (rad/sec)	17.65	17.14	16.38	15.30
	Amplitude of Response(rad)	0.510	0.630	0.770	0.927
	ratio( $\gamma$ )	1.020	1.260	1.541	1.854
	ratio( $\gamma$ )	26.76	16.15	9.48	5.31
	$\omega_n$ (rad/sec)	8.49	8.49	8.49	8.49
CD50F	$\omega_n$ (rad/sec)	7.99	7.76	7.42	6.93
	Amplitude of Response(rad)	0.510	0.630	0.770	0.927
	ratio( $\gamma$ )	1.020	1.260	1.541	1.854
	ratio( $\gamma$ )	26.76	16.15	9.48	5.31
	ratio( $\gamma$ )	26.76	16.15	9.48	5.31

링의 각 형태에 대한 간극 변화 해석을 수행하여 점프업 진동수를 계산하였다. 해석 II의 조건은 다음과 같다.

- 가진 진폭(A) : 2.1047°, 4.2095°, 8.4188°  
16.8376°

- 간극(gap) : 0.5mm

Table 3는 해석 II의 결과를 나타낸다.

해석 II의 결과를 정리하면 다음과 같다. 첫째, 계의 고유 진동수는 가진 진폭과는 상관이 없으므로, 마그네틱 커플링 형태 별로 일정한 값을 갖는다. 둘째, 가진 진폭의 크기가 증가할수록 모든 형태의 마그네틱 커플링에서 응답 진폭이 증가한다. 셋째, 가진 진폭의 크기가 증가할수록 모든 형태의 마그네틱 커플링에서 점프업 진동수는 감소한다. 넷째, 가진 진폭의 크기가 증가할수록 모든 형태의 마그네틱 커플링에서 가진 진폭에 대한 응답 진폭의 비는 감소한다. 다섯째, 마그네틱 커플링 형태에 상관없이 동일한 가진 진폭에 대해 동일한 응답 진폭을 갖는다. 여섯째, 마그네틱 커플링 형태에 상관없이 일정 가진 진폭에 대하여 점프업 진동수와 계의 고유 진동수 사이에는 Table 4와 같은 관계가 성립한다.

Table 4 Correlations between  $\omega_r$  and  $\omega_n$  for amplitude of excitation

Amplitude of Excitation(°)	2.1047	4.2095	8.4188	16.8376
ratio( $\gamma$ )	0.950	0.923	0.882	0.824
$\omega_r/\omega_n$	0.950	0.923	0.882	0.824

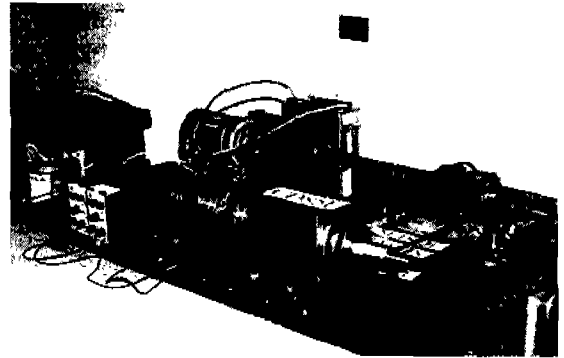


Fig. 4 Precision dynamic drive system

### 3. 정밀 동력 전달계의 제작 및 전체 구성도

Fig. 4는 본 연구를 위해 제작된 정밀 동력 전달 시스템을 나타낸다. 전체 시스템은 모터와 컨트롤러로 구성된 모터부, 모터의 동력을 보조 주축에 전달하는 벨트부, 벨트를 통해 모터의 동력을 전달받는 보조 주축, 주축으로 사용되는 공기 베어링용 주축, 보조 주축의 동력을 공기 베어링용 주축에 전달하는 마그네틱 커플링 등으로 구성하였다. 본 시스템을 위해 제작 및 장착된 부 시스템(sub-system)들은 제2장의 해석 결과를 이용하여 제작되거나 선택하였다. Fig. 5는 정밀 동력 전달 시스템의 전체 구성도를 도시한다.

### 4. 마그네틱 커플링의 비틀림 진동 실험

#### 4.1 실험 방법 및 장치

제3장에서 제시된 정밀 동력 전달계를 사용하여 마그네틱 커플링의 비틀림 진동을 실험하였으며, 제2장에서 수학적으로 해석한 마그네틱 커플링의 비틀림 진동의

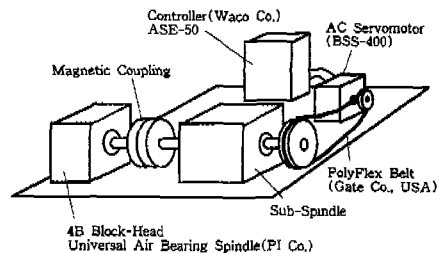


Fig. 5 Schematic diagram of precision dynamic drive system

Table 5 Experimental methods

Type of Magnetic Coupling	Experimental Methods
CD 100F	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Eccentricity : 0.0 mm</li> <li>• Gap(Driver &amp; Follower)                             <ul style="list-style-type: none"> <li>* 1.4 mm</li> <li>a. Input : 0.1V (Test I)</li> <li>b. Input : 0.07V (Test II)</li> <li>c. Input : 0.05V (Test III)</li> <li>* 4.0 mm (Input:0.05V, Test IV)</li> <li>* 5.0 mm (Input:0.05V, Test V)</li> </ul> </li> </ul>
CD 85F	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Gap : 1.85 mm</li> <li>• Eccentricity                             <ul style="list-style-type: none"> <li>* 0.0 mm (Test VI)</li> <li>* 3.0 mm (Test VII)</li> </ul> </li> </ul>

점프 현상(jump phenomenon)을 규명하고자 한다.

실험 방법<sup>(12)</sup>을 기술하면 다음과 같다. 첫째, 구동축 마그네틱 커플링을 정현파 함수 형태로 가진하기 위해 함수 발생기(function generator)를 사용하여 모터 제어를 수행하였다. 둘째, 구동축과 종동축의 가진 및 응답 변위를 측정하기 위해 동일한 종류의 가속도 계를 구동축과 종동축 마그네틱 커플링에 장치하였다. 셋째, 진동수 영역에서 구동축과 종동축의 파워 스펙트럼(power spectrum)을 측정하기 위해 F.F.T. 분석기를 사용하였다. 넷째, 2종류의 마그네틱 커플링에 대하여 비틀림 진동을 측정하였다. 다섯째, 함수 발생기로 모터의 가진 진동수를 증가 또는 감소시키면서 마그네틱 커플링의 점프 현상을 측정하였다. 여섯째, 구동축의 가진 진폭을 변경하면서 종동축의 응답 진폭을 진동수 영역에서 측정하였고, 구동축과 종동축의 간극(gap)을 변경하면서 실험을 수행하였다. Table 5는 비틀림 진동의 다양한 실험 조건을 나타낸다.

Fig. 6은 마그네틱 커플링의 비틀림 진동을 측정하기 위해 장치된 가속도 계를 나타내고 있다. 본 실험의 결

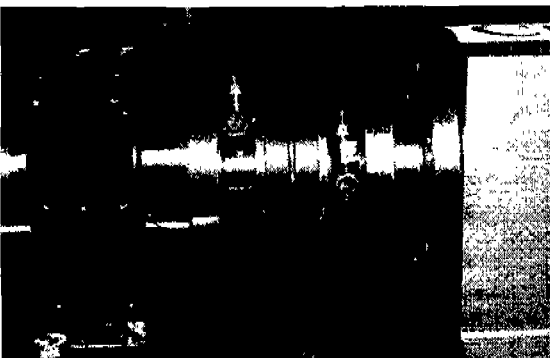


Fig. 6 Experimental set-up with accelerometer systems

Table 6 Comparison of results in test I, II, III

	Test I	Test II	Test III
Exciting Amplitude(*)	4.21	2.92	2.10
Jump-up Frequency(Hz)	7.6	7.9	8.1
Max. Amplitude of Response(*) ratio(γ)	30.49	29.61	24.48
Jump-down Frequency(Hz)	-	-	7.2
Max. Amplitude of Response(*) ratio(γ)	-	-	36.10
Difference between Jump-up & Jump-down(Hz)	-	-	0.90

과는 구동축의 가진 진폭에 대한 종동축의 응답 진폭의 비(ratio)와 위상(phase)으로 Fig. 7에 제시하였다.

#### 4.2 결과의 검토

##### (1) 실험 I, II, III의 결과 비교

동일한 마그네틱 커플링(CD100F), 간극(1.4mm), 편심량(0.0mm) 하에서 가진 진폭을 변경하면서 실험한 결과를 Table 6에 제시하였고, 그 결과를 비교 분석하면 다음과 같다.

첫째, 가진 진폭이 커짐에 따라 점프업(jump-up) 진동수가 작아진다. 둘째, 최대 응답 진폭의 크기는 가진 진폭이 커짐에 따라 증가한다. 셋째, 가진 진동수 감소 실험에서는 가진 진폭이 0.05V인 실험 III에서만 계속되고, 가진 진폭이 높은 실험 I, II에서는 종동축이 구동축을 따라가지 못하고 한쪽 방향으로 회전하는 현상이 발생한다. 다섯째, 점프업 진동수와 점프다운 진동수의 차이는 실험 III에서 0.9Hz이다.

##### (2) 실험 III, IV, V의 결과 비교

동일한 마그네틱 커플링(CD100F), 편심량(0.0mm) 가진 진폭(0.05V) 하에서 구동축과 종동축 사이의 간극을 변경하면서 실험한 결과는 Table 7에 제시하였고, 그 결과를 비교 분석하면 다음과 같다.

첫째, 간극이 증가함에 따라 점프업(jump-up) 진동

Table 7 Comparison of results in test III, IV, V

	Test III	Test IV	Test V
Gap(mm)	1.4	4.0	5.0
Jump-up Frequency(Hz)	8.1	7.1	5.7
Max. Amplitude of Response(*) ratio(γ)	24.48	22.82	27.02
Jump-down Frequency(Hz)	7.2	6.2	4.3
Max. Amplitude of Response(*) ratio(γ)	36.10	32.14	38.16
Difference between Jump-up & Jump-down(Hz)	0.9	0.9	1.4

Table 8 Comparison of results in test III, VI

	Test III	Test VI
Type of Magnetic Coupling	CD100F	CD85F
Jump-up Frequency(Hz)	8.1	7.9
Max. Amplitude of Response(°)	24.48	27.89
ratio(γ)	11.63	13.25
Jump-down Frequency(Hz)	7.2	6.6
Max. Amplitude of Response(°)	36.10	47.91
ratio(γ)	17.15	22.76
Difference between Jump-up & Jump-down(Hz)	0.9	1.3

수가 감소한다. 둘째, 간극이 증가함에 따라 최대 응답 진폭의 크기는 거의 일정하다. 셋째, 간극이 증가함에 따라 점프다운 진동수는 감소한다. 넷째, 간극에 상관 없이 가진 진폭에 대한 최대 응답 진폭의 비(ratio)는 거의 일정하다.

(3) 실험 III, VI의 결과 비교

동일한 편심량(0.0mm) 가진 진폭(0.05 V) 및 유사한 간극(CD100F:1.4mm, CD85F:1.65mm) 하에서 마그네틱 커플링의 형태를 변경하면서 실험한 결과는 Table 8에 제시하였고, 그 결과를 비교 분석하면 다음과 같다.

첫째, 마그네틱 커플링의 직경이 작을수록 점프업 진

동수가 감소하고, 최대 응답 진폭의 크기는 증가한다. 둘째, 마그네틱 커플링의 직경이 작을수록 점프다운 진동수는 감소하고, 최대 응답 진폭의 크기는 증가한다. 셋째, 마그네틱 커플링의 직경이 작을수록 가진 진폭에 대한 최대 응답 진폭의 비는 증가한다. 넷째, 마그네틱 커플링의 직경이 작을수록 점프업 진동수와 점프다운 진동수 사이의 차이가 크게된다.

(4) 실험 VI, VII의 결과 비교

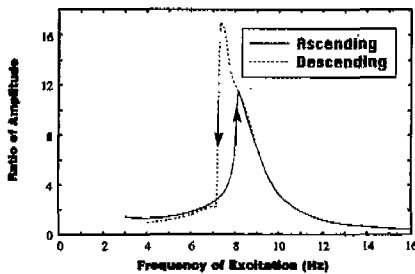
동일한 간극(1.65mm), 가진 진폭(0.05 V) 및 마그네틱 커플링(CD85F) 하에서 편심량을 변경하였고, 구동축과 증동축사이의 편심은 증동축 지지부의 높이를 3mm 올려 실험을 수행하였다. 실험한 결과는 Table 9에 제시하였고, 그 결과를 비교 분석하면 다음과 같다.

첫째, 편심량이 증가함에 따라 점프업 진동수는 감소하고, 그 때의 최대 응답 진폭의 크기는 증가한다. 둘째, 편심량이 증가함에 따라 점프다운 진동수는 감소하고, 최대 응답 진폭의 크기는 거의 동일한 값을 갖는다. 셋째, 편심량이 증가함에 따라 가진 진폭에 대한 최대 응답 진폭의 비는 거의 일정하다. 넷째, 편심량이 증가함에 따라 점프업 진동수와 점프다운 진동수 사이의 차이는 일정하다.

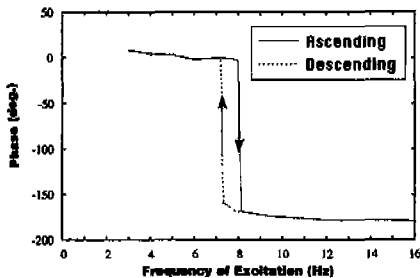
5. 결 론

본 논문에서는 마그네틱 커플링을 장착한 축계의 동적 해석(I)에서 제시된 축계의 비틀림 진동 해석의 수학적 모델을 이용하여, 다양한 조건 변화에 따른 수치 해석을 수행하였으며, 제작된 정밀 동력 전달 시스템을 통하여 이론적 해석 결과를 검증하였다. 본 연구를 통해 얻어진 결과를 정리하면 다음과 같다.

첫째, 동일한 간극(gap)에서 마그네틱 커플링의 직



(a) Ratio of amplitude in frequency domain



(b) Phase

Fig. 7 Test III

Table 9 Comparison of results in test VI, VII

	Test VI	Test VII
Eccentricity(mm)	0.0	3.0
Jump-up Frequency(Hz)	7.9	7.3
Max. Amplitude of Response(°)	27.89	30.49
ratio(γ)	13.25	14.49
Jump-down Frequency(Hz)	6.6	6.0
Max. Amplitude of Response(°)	47.91	47.18
ratio(γ)	22.76	22.42
Difference between Jump-up & Jump-down(Hz)	1.3	1.3

경이 크게 되면, 계의 비틀림 진동 고유 진동수는 증가하고, 동일한 마그네틱 커플링에서 간극의 크기가 증가하면, 계의 비틀림 진동 고유 진동수는 감소한다. 둘째, 구동부와 종동부 사이의 간극이 증가하면, 모든 마그네틱 커플링 형태의 점프업 진동수(jump-up frequency)가 감소하며, 계산된 점프업 진동수에서 가진 진폭에 대한 응답 진폭의 비(ratio)는 항상 일정하다. 셋째, 가진 진폭의 크기가 증가할수록, 모든 형태의 마그네틱 커플링에서 응답 진폭이 증가하며, 점프업 진동수는 감소한다. 넷째, 마그네틱 커플링 형태에 상관 없이 일정 가진 진폭에 대하여 점프업 진동수와 계의 비틀림 고유 진동수 사이에는 일정 관계가 성립한다. 다섯째, 마그네틱 커플링을 장착한 축계의 비틀림 진동 실험에서 비틀림 진동의 측정은 가속도계를 사용하였으며, 앞선 수치 해석 결과와 동일한 경향을 나타내어 이론 해석 결과를 검증하였다. 여섯째, 수치 해석에서는 계산할 수 없었던 점프다운 진동수(jump-down frequency)를 실험에서는 정확하게 측정할 수 있었다.

#### 참고문헌

1. H.Kojima and K.Nagaya, "Nonlinear Torsional Vibration of a Rotating Shaft System with a Magnet Coupling," Bulletin of JSME, Vol.27, No.228, pp.1258-1263, June 1984.
2. W.Weaver, Jr., S.P.Timoshenko and D.H.Young, Vibration Problems in Engineering, 5th ed., John Wiley & Sons, New York, pp.166-, 1990.
3. A.H.Nayfeh and D.T.Mook, Nonlinear Oscillations, John Wiley & Sons, New York, 1979.
4. C.J.Fellows, "Permanent Magnet Couplings," CME, pp.79-84, June 1979.
5. J.P.Yonnet, "A New Type of Permanent Magnet Coupling," IEEE Transactions on Magnetics, Vol.MAG-17, No.6, November 1981.
6. J.P.Yonnet, "Permanent Magnetic Bearing and Couplings," IEEE Transactions on Magnetics, Vol.MAG-17, No.1, January 1981.
7. R.M.Hornreich and S.Shtrikman, "Optimal Design of Synchronous Torque Couplers," IEEE Transactions on Magnetics, Vol.MAG-14, No.5, September 1978.
8. Weissmann, D., et al., Proc. 3rd Int. Workshop R.E-Co Mag. Appl., pp.325, 1978.
9. 김성걸, 이성진, 이장무, "마그네틱 커플링을 장착한 축계의 동적해석 (I)," 한국정밀공학회지 제11권 제4호 pp.99-105, 1994.
10. C.Hayashi, Nonlinear Oscillations in Physical Systems, Princeton University Press, 1964.
11. D.Hadfield, Permanent Magnets and Magnetism, John Wiley & Sons, New York, 1962.
12. 이성진, "마그네틱 커플링을 사용한 정밀 동력 전달 시스템의 진동 해석," 서울대학교 대학원 석사 학위 논문, 1993.
13. D.J.Ewins, Modal Testing: Theory and Practice, Reaserch Studies Press, 1984.
14. J.S.Bendat and A.G.Piersol, Engineering Applications of Correlations and Spectral Analysis, John Wiley & Sons, 1980.