

균열을 가진 강구조부재의 한계하중에 대한 유한요소해석

Finite Element Analysis of Cracked Structural Steel Member

박 용 걸*
Park, Yong-Gul

.....
Abstract

The purpose of the analysis is the numerical simulation of structures strained to the limit loads. The finite element calculations and experiments with cracked structures have been carried out yielding over limit strains between 10% and 15% by single peak load. Load versus displacement-diagrams and J-diagrams up to the limit load are calculated. By this way the influence of geometric parameters may be assessed in the post yield region. It is proposed to use such calculations to correlate experiments carried out with small specimens to experiments simulating the true dimensions of the design structure.

.....

1. 서 론

파괴역학에 대한 유한요소법의 적용은 이미 잘 확립되어 있다. 본 논문에서는 한계하중상태까지 계산이 수행되며, 이와같은 계산은 단일과하중에 의해 균열이 발생한 구조부재의 거동을 예측하는데 바람직할 것이다. J_c 의 임계값이나 한계하중에도달하기 전에 균열성장이 진행된다는 사실은 육안으로 확인할 수 없는 초기균열보다 다소 큰 균열이 구조부재에 내재해 있다는 것을 가정함으로써 설명된다. 일반적인 1차원 해석의 또다른 한계는 강구조부재 용접부의 총변형률에도 존재하며, 이것은 15%를 훨씬 초과한다. 따라서 해석을 위해 파괴역학 공식이 사용되었으며, 이와같은 공식은 1차원해석의 분체점을 부분적으로 보완한다. 이와같은 결과를 모든 기하학적 불연속성을 포함

하는 현재의 계산방법과 비교함으로써 1차원해석이 만족되는 변형율의 한계점을 정의하려고 한다.

2. 유한요소해석의 경계조건

첫번째 계산에 선택된 구조부재는 각각 40×80 mm와 8.8×17.6 mm의 크기에 폭의 1/10의 중앙부 균열을 가진 평판이다. 전자는 강구조부재의 일부 즉, 균열부위를 나타내기에 충분하다.

유한요소 계산은 컴퓨터 프로그램 ADINA에 의해 수행되며 구조물은 8절점 isoparametric 요소들로 분할된다. 균열선단은 Barsom에 의해 표현된 것처럼 3각(quarterpoint)요소들로 형상화된다.¹⁾ 균열선단의 요소들은 3×3 적분점들이 사용되며, 나머지 요소들은 2×2 적분점들이 사용된다. 선형이론의 한계로부터 균열선단에 있는 요소들

* 대전산업대학교 토목공학과

이 논문에 대한 토론을 1995년 9월 30일까지 본 학회에 보내 주시면 1996년 3월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

의 중앙 적분점들 중 1개 부분에서만 소성상태가 시작되는 것으로 정의한다. 균열선단의 절점들은 첫번째 탄성하중 재하 단계에서 1개의 자유도를 갖는 것으로 하며, 다음 단계부터는 변위장 고유의 특이성을 모형화할 때 독립적으로 움직이도록 한다. 전체 mesh는 480개의 자유도 가지며, 균열 길이에 대한 균열선단요소들의 크기의 비가 균열 길이의 1/20로 일정하게 유지되도록 한다. 그림 1은 균열선단 주위의 요소들의 모양과 구속상태를 보여준다.

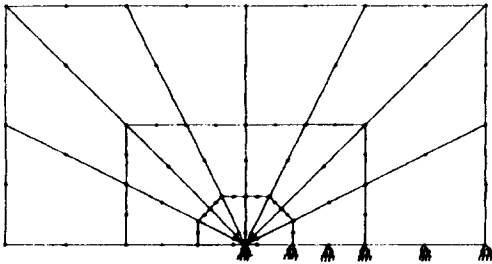


Fig. 1 The finite element configuration for crack tip

3. 계산방법

각 계산의 탄성단계는 균열면의 응력과 변위를 이용한 응력확대계수 K를 계산함으로써 해석 될 수가 있다. 이것은 Tada, Paris, Irwin 등에 의해 계산된 이론적인 K값과 J적분을 이용해서 계산된 K값에 비교되며, 그 한 예가 그림 2에 나타난다.^{6, 7)}

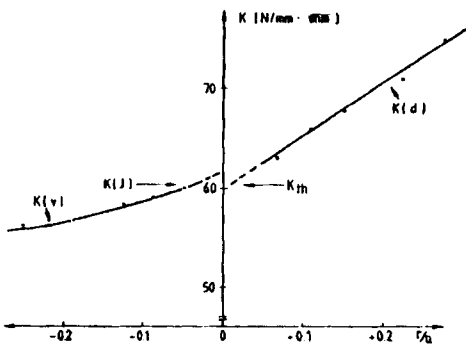


Fig. 2 K(V), K(J), K(σ) to limit load.

J적분은 고차요소에 적합한 Lorenzi 방법으로 계산된다. 그러므로 1차 유한요소해는⁴⁾

$$J = \sum_{i=1}^n H(i) \left\{ (W - \sigma(1,1) \frac{\sigma u(1)}{\sigma x(1)} - \sigma(2,1) \frac{\sigma u(2)}{\sigma x(1)}) My + (\sigma(1,2) \frac{\sigma u(1)}{\sigma x(1)} + \sigma(2,2) \frac{\sigma u(2)}{\sigma x(1)}) Mx \right\}_i \quad (1)$$

여기서 i는 적분경로를 나타내는 Gauss점을 지나가며, H(i)는 해당 가중함수이다. W는 에너지 밀도이고 σ(i,j), U(i), X(i)는 각 요소의 응력, 변위 그리고 위치이다. 균열선단 이외에는 직선부분과 중앙점부분의 절점을 가진 요소들만이 사용되므로 미분변환식 Mx, My를 계산하는데 있어서 완전한 결과를 얻게된다. 예컨대 적분경로가 국부 좌표 η축에 평행하다면, Mx는

$$M_x = \frac{1}{2} \left(\frac{x(1)+x(4)}{2} - \frac{x(2)+x(3)}{2} \right) + \frac{1}{4} \eta_0 (x(1) - x(2) + x(3) - x(4)) \quad (2)$$

여기서 괄호안의 숫자는 4개의 코너절점을 나타낸다. 구속조건은 다양한 파괴거동상태에 영향을 주지는 않는다. 왜냐하면 Negtegaal, Park, Rice 등은 거의 압축이 불가능한 소성변형문제를 처리하기 위한 유한요소법에서 어떤 trivial 문제도 없다는 것을 보여주었다. 또한 8절점 isoparametric 요소는 요소의 직선부분이 구속되었을 때만 적합하다는 것이 증명되었다.^{5, 8)}

Lorenzi의 식과 다소 다른 방법이 코너주위의 적분을 위해 이용된다. 그림 3에 표현된 것과 같은 적분은 인접한 경로의 가중적분법으로 계산된다.⁴⁾

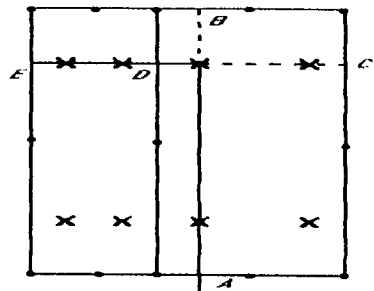


Fig. 3 The integral path around a corner

$$\int_B^A ds = W(1) \int_A^B ds + W(2) \int_C^D ds + W(3) \int_D^E ds \quad (3)$$

가중적분은 요소마다의 적분점수와 인접한 요소의 상대적인 크기에 따라 결정된다. 균열선단 주위의 요소들은 그림 1과 같은 상태로 배열된다. 따라서 근사식(1)은 균열선단으로부터 떨어진 곳에서만 필요하게 되며, 이때 피적분함수가 점차 변화한다.

4. 해석결과 및 고찰

4.1 재료법칙의 공식화

컴퓨터 프로그램 ADINA의 Lagrangian 공식이 이용된다. 따라서 유한변형율에 대한 von-Mises의 항복기준으로 알려진 Prandtl-Reuss식을 수정하여 일반화한 탄소성 해석모델을 공식화하는 것이 가능하다. 그와 같은 해석모델의 주된 형식은 Lee, Hibbit, Marcal, Rice 등에 의해 제안되었다.^{2,3)} 그때의 변형에 따른 재료계수의 계산은 각 적분점과 하중단계 마다 추가곱의 급수로 나타나게 되므로 다음과 같은 과정이 첫 단계로 이용된다: 즉 계산은 기하학적으로는 1차인 반면 prandtl-Reuss의 식에 대한 입력자료인 응력-변형률 곡선은 실험적인 응력-변형률의 항으로 계산된다. 실험적인 응력값에 따른 재료법칙에서 변형에 대한 종속성은 부분적으로 성립되며, 만일 그렇지 않으면 다축 상태로 일반화되어야 한다.

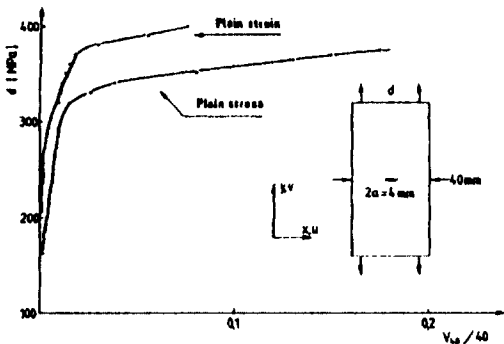


Fig. 4 Load versus displacement curves

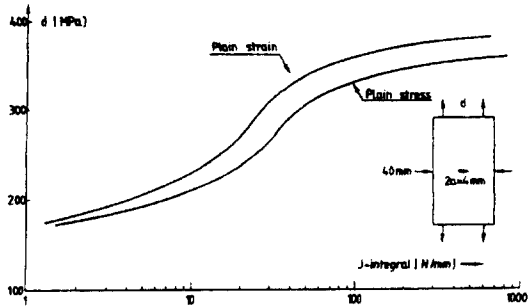


Fig. 5 Load versus J-curve

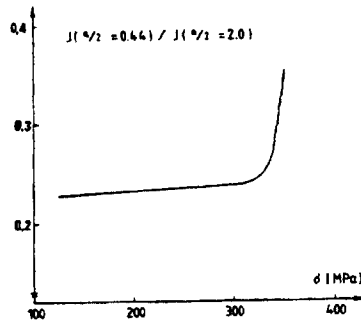


Fig. 6 Ratio of J-integrals

4.2 결과 및 고찰

2mm의 중앙부 반균열길이를 가진 폭 40mm 강판의 평면변형률과 평면응력상태에 대한 하중-변위곡선이 그림 4에 나타난다. 또한 그림 5는 같은 상태에 대한 하중-J적분값을 보여준다. 물론 균열 개구변위의 계산이 쉬울 수도 있으나 실험치와의 비교가 곤란하기 때문에 유용하지는 않다. 서로 다른 크기의 시편에 대한 실험값들을 비교하기 위해서 J적분이 매개변수로 이용된다. 즉 얇은 시편에서 구한 하중이나 변위의 어떤 값도 두꺼운 구조물에서 관측된 하중, 변위의 값과 일치하며, 이것은 같은 J적분 값을 갖는다.

서로 다른 시편의 같은 하중에 대한 J적분 값들의 관계는 기하학적인 계수로 나타나며, 그림 6에 두개의 비슷한 시편에 대한 관계가 표현된다. 작은 시편의 균열길이나 폭 모두 큰 시편의 균열길이나 폭에 0.22배이다.

위에 표현된 해석모델이 측정된 모든 변형율에 대해 유효한지에 대한 의문이 남는다. 만일 그렇다면 Piola-Kirchhoff 응력과 Cauchy응력 즉 기

하학적인 선형과 비선형 해석간에는 어떤 차이도 없어야 한다. 이와같은 사실은 전체 변형율의 값들이 5%에 도달할 때까지는 거의 일치한다. 그러나 변형율이 10% 이상 초과되면 최종 변위값들 사이의 차가 점차 증가한다. 1차 계산의 유효범위에 대한 한계를 구하기 위하여 앞으로는 같은 문제들이 Lagrangian 방정식과 파괴역학 공식에 의해 계산 될 수 있을 것이다.

5. 결 론

균열을 가진 강판에 대해 평면변형율과 평면응력 상태로 한계하중상태까지의 수치파괴해석과 실험이 수행되었으며 해석결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 서로 다른 크기의 시편에 대한 실험값들을 비교하기 위하여 J적분이 매개변수로 이용되며, 얇은 시편에서 구한 하중이나 변위의 어떤 값도 두꺼운 구조물에서 관측된 하중, 변위의 값과 일치하며 같은 J적분값을 갖는다.
2. 같은 하중에서 서로 다른 크기의 시편에 대한 J적분값들의 관계는 기하학적인 계수로 나타난다.
3. 기하학적인 선형, 비선형해석 결과는 전체 변형율의 값들이 5%에 도달할 때까지는 거의 일치

하고, 변형율이 10%이상 초과되면 최종변위값들의 차가 점차 증가한다.

參 考 文 獻

1. Barsoum, R. S, *Int. J. Num. Mech. Eng.*, Vol. 11, pp.85-98, 1977.
2. Hibbit, H. D, Marcal, P. V, Rice, J. R, *Int. J. Solid Structures*, Vol. 6, pp.1069-1086, 1970.
3. Lee, E. H, *J. Appl. Mech*, Vol. 36, pp.1-6, 1969.
4. Lorenzi, H. G, "J-integral and crack growth calculations with ADINA," General Electric Co., Rep. SRD-78-124, 1978.
5. Nagteggal, J. C, Park, D. M, Rice, J. C, *Com. Methods Appl. Mech. & Eng.*, Vol. 4, pp.153-177, 1974.
6. Tada, H, Paris, P. C, Irwin, G. R, *The stress analysis of crack handbook*, DEL. Research Co., Hellertown Pennsylvania, 1973.
7. Owen, D. R. J, Fawkes, A. J, *Engineering fracture mechanics numerical methods and Applications*, Pineridge Press, 1983.
8. Owen, D. R. J, Hinton, E, *Finite elements in plasticity*, Pineridge Press, 1980.

(접수일자 : 1994. 10. 10)