

# 건설신소재(섬유보강 플라스틱관 : GFRP)의 좌굴해석에 관한 연구

## Buckling Analysis of New Construction Material(GFRP)

조 병 완\*  
Cho, Byung-Wan  
조 태 준\*\*  
Cho, Tae-Jun

요 약

유리섬유보강 플라스틱관의 좌굴해석을 하기위해 3차원의 유한 요소해석을 실시하였다. 비적합변위모드와 가정된 전단변형도장을 이용하여 각 절점에서 3개의 절점변위와 2개의 회전변위를 갖는 개선된 감절점 쉘요소를 사용하여 적층두께와 섬유배향각도에 따른 좌굴하중을 산정하였다. 해석결과, 섬유배향을 2, 4, 6, 8층까지 0°/90° 교대로 적층시킨 경우, 적층수가 증가함에 따라 좌굴하중이 커지면서 Coupling stiffness가 변함을 알 수 있다.

Abstract

The buckling analysis of Glass Fiber Reinforced Plastic pipes was studied through a three dimensional finite element method. In the finite element analysis, an improved degenerated shell element with incompatible modes and assumed shear strain fields are employed with 3 displacements and 2 rotations for each joints. Buckling analysis is carried out for various thicknesses and different fiber orientations. Finite element results show that the buckling load increases as the thickness does with the variation of coupling stiffness.

1. 서 론

섬유강화 복합재료는 재료의 높은 비강도(high strength to weight), 비강성(high stiffness to weight) 등으로 중량에 민감한 첨단산업 구조물에 섬유방향 및 적층 방법을 조절함으로써 예상되

는 복잡한 하중조건에 적합한 이상적인 구조요소를 제작 또는 건설할 수 있다는 장점때문에 여러 산업분야에서 이에 대한 연구개발 및 응용이 증대되고 있다. 여기서 복합재료(Composite material)란 단일소재로서 재료의 강도 및 역학적 특성을 만족시킬 수 없는 경우 두 종류 이상의 소재

\* 한양대학교 공과대학 토목공학과 조교수  
\*\* 한양대학교 공과대학 토목공학과 석사과정

이 논문에 대한 토론을 1995년 12월 31일까지 본 학회에 보내주시면 1996년 6월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

를 조합 결합시켜, 보다 개선된 우수한 역학적 성질을 갖는 재료를 지칭한다. 복합재료는 기지의 재료(matrix)와 보강재(Reinforcement)의 조합에 따라 여러 종류의 복합재료가 있으나 일방향 보강섬유를 가진 단층의 적층(lay-up)에 의한 적층 복합재(Laminated Composite)를 의미한다. 기지의 재료(matrix)는 무기계의 시멘트, 석고, 석회질, 생석회, 인산 알루미늄, 유리, 유기계의 염화비닐, 불포화 폴리에스테르, 아크릴 그리고 가장 많이 이용되는 에폭시 계열이고 보강섬유로는 강섬유(Steel fiber), 탄소섬유(Carbon fiber), 유리섬유(Glass fiber), 흑연섬유(Graphite), boron섬유, kevlar로 불리는 아라미드섬유 등이 있다. 일반적으로 많이 이용되는 AF-994 유리섬유는 표 1에 보인바와 같이 밀도(density) 2.49mg/cm<sup>3</sup>, 0.38mm 직경의 섬유 한 가닥의 인장강도가 665,000psi(46800kg/cm<sup>2</sup>), 탄성계수는 1.24×10<sup>7</sup>psi(868000kg/cm<sup>2</sup>) 정도이고 boron 섬유는 유리섬유 탄성계수의 약 5배 정도(55×10<sup>6</sup>psi)에 강도(strength)는 유리섬유보다 조금 적거나 거의 같고, boron 섬유의 직경은 텅스텐 입자의 직경 0.5mm으로 인해 유리섬유 직경의 약 10배 정도인 3~5mm 정도이다.<sup>(1)</sup>

표 1. Comparison of properties of boron fibers with those of glass fibers<sup>(1)</sup>

Property	Boron fibers	AF-994 glass fibers
Density, gm/cm <sup>3</sup>	2.5-2.8	2.49
Diameter, mils	3-5	0.38
Single filament ultimate tensile strength at room temperature, psi	300,000-500,000	665,000(virgin fiber) 500,000(usable strength in composite)
Modulus of elasticity at room temperature, psi	55×10 <sup>6</sup>	12.4×10 <sup>6</sup>
Modulus of rigidity, psi	26×10 <sup>6</sup>	
Modulus of rupture in shear, psi	500,000	

이러한 복합재료에 의한 구조물의 역학적 특성은 먼저 재료의 방향성을 고려하게 된다. 섬유방향에 의하여 한 단층은 등방성(Orthotropy)을 가지고 적층 구조로 구성될 때 각 단층의 방향성의 차이로 인하여 이방성(Anisotropy)을 나타내며

이에 따른 하중과 변위 성분들의 연계현상(Coupling)은 복합적층 재료가 실제 구조물에 사용되기 전에 미리 연구되어야 할 중요한 문제이다.

따라서 본 연구에서 제시하고자 하는 복합적층 원통형 관의 유한요소법에 의한 좌굴해석 연구는 항공 및 기계 분야의 얇은 적층복합 재료의 구조 거동 연구에 효과적인 해석방법을 제시할 뿐만 아니라 대량 소비가 예상되는 건설분야의 신소재 창출로 인해 국가 산업 발전에 크게 기여하리라 생각된다.

2. 등방성 원통형관의 지배방정식

건설재료로서 널리 쓰이고 있는 파이프 구조는 원통형 셸구조로서, 외부면(outer surface)과 내부면(inner surface)의 중간 곡면(middle surface)을 기준면(reference surface)으로 하고, 기준면에 수직방향의 길이를 두께 h로 하여, 기준면의 변위에 대한 3차원의 탄성론에서 미소요소의 평형방정식과 연속방정식을 만족하는 셸구조의 지배방정식을 유도하게 된다. 셸구조물은 반경(r)과 축방향 길이(l)의 비에 따라

긴 원통 셸 :  $r/l < 0.4$

중간 원통 셸 :  $0.4 < r/l < 2.0$

짧은 원통 셸 :  $r/l > 2.0$

로 구분된다.<sup>(3)</sup>

여기서 일반 하중을 받는 원통형 셸구조의 지배방정식은 다음과 같이 유도된다.

그림 1에 보인바와 같이 반경 r인 원통 셸의 표면에서 축방향으로 d<sub>x</sub>, 원주방향으로 r · dθ인 미소요소의 면에 작용하는 모든 힘과 모멘트는 축방향력과 모멘트 N<sub>x</sub>, M<sub>x</sub>, 원주방향의 힘과 모멘트 N<sub>θ</sub>, M<sub>θ</sub>, 반경방향의 전단력 Q<sub>x</sub>, Q<sub>θ</sub>, 양두께 방향의 평면전단력 N<sub>xθ</sub>, N<sub>θx</sub>, 그로 인한 비틀림 모멘트 M<sub>xθ</sub>, M<sub>θx</sub> 등이 있다. 그림 2에서 N<sub>x</sub><sup>+</sup>는 축방향력의 변화성분으로  $N_x + \left\{ \frac{\partial N_x}{\partial x} \right\}$ 를 나타내며, x, y, z 방향의 힘의 평형방정식과 x, y 방향의 모멘트 평형방정식을 d<sub>x</sub>, d<sub>θ</sub>로 나누어 정리하고, 기준면에서의 변형과 변위 관계식, 후크의 법칙을 적용하여 두

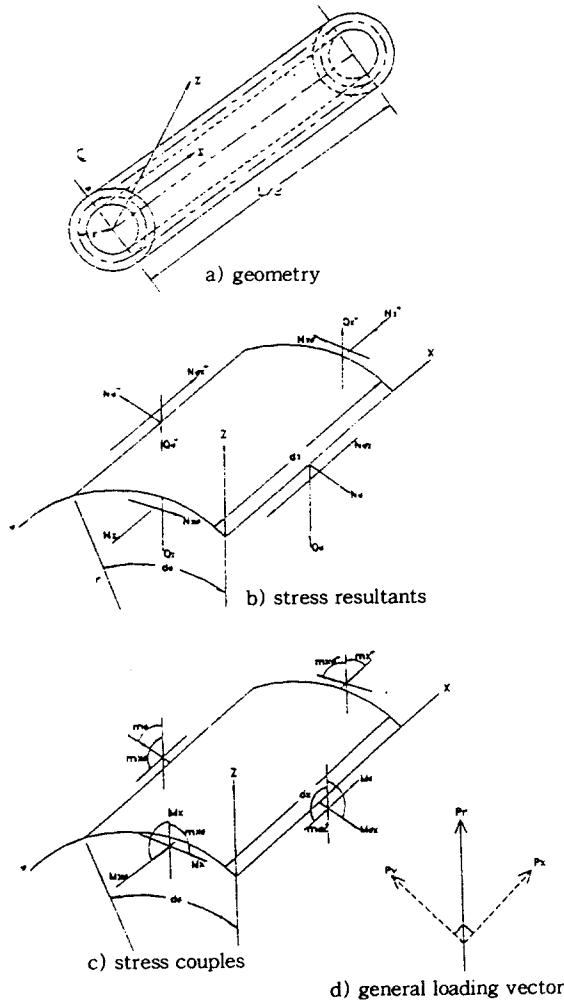
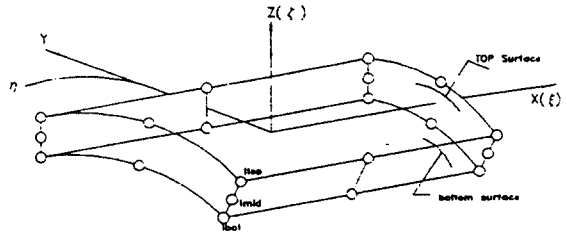


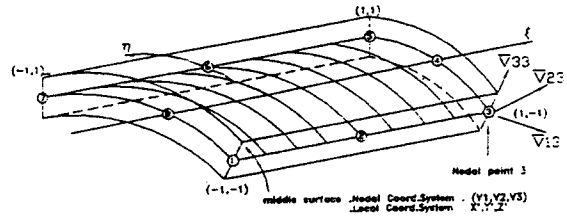
그림 1. Cylindrical shell

계 t에 대해 적분하면 다음과 같은 일반 하중을 받는 원통형 셸 구조의 지배방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{1-\nu}{2r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} + \frac{1+\nu}{2r} \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial \theta} - \frac{\nu}{r} \frac{\partial w}{\partial x} \\ &= -\frac{P_x(1-\nu^2)}{Et} - \frac{1+\nu}{2r} \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial \theta} + \frac{1-\nu}{2} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \\ &+ \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial w}{\partial \theta} + \frac{t^2}{12r^2} \left[ \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial \theta} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^3 w}{\partial \theta^3} \right] \\ &+ \frac{t^2}{12r^2} \left[ (1-\nu) \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2} \right] = \frac{P_y(1-\nu^2)}{Et} \\ &\frac{\nu \partial u}{r \partial x} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial v}{\partial \theta} - \frac{w}{r^2} - \frac{t^2}{12} \left[ \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial \theta^2} \right] \end{aligned}$$



(a) 3-D Quadratic Element  
 · Global cartesian Coord : X Y Z  
 · Curvilinear Coord  $-1 \leq \xi, \eta, \zeta \leq 1$



(b) Degenerated Cylindrical Shell Element

그림 2. Degenerated shell element and coordinates

$$\begin{aligned} & + \frac{1}{r^4} \frac{\partial^4 w}{\partial \theta^4} ] - \frac{t^2}{12r^2} \left[ \frac{\partial^3 v}{\partial x^2 \partial \theta} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^3 v}{\partial \theta^3} \right] \\ &= -\frac{P_r(1-\nu^2)}{Et} \end{aligned}$$

### 3. 복합적층 원통형 셸의 유한요소해석

유한요소법(Finite Element Method)은 구조공학 분야에서 발전하여 과학기술 전반에 통용하는 수치해석 또는 시뮬레이션 기법으로, 수학적으로 보면 변분법에 기초를 두는 비분방정식의 수치해석법이라 할 수 있다. 원통형 파이프 구조에 있어서 휨모멘트의 불연속성을 개선하기 위해 연속체역학의 3차원 육면체 요소로부터 직접 곡면 셸 요소를 형성하는 방법으로 그림 2에 보인바와 같이 1970년대 초 Ahmad가 제안한 감절점 셸 유한요소(Degenerated shell finite element)의 단점을 개선하여 복합적층 원통형 파이프에 적용할 수 있는 개선된 감절점 원통형 셸 유한요소를 사용하였다. 이러한 감절점 셸 유한요소는 연속체역학의

3차원 방정식(3-D equation)에서 직접적으로 분할하여 곡면 셀 요소를 형성하는 방법으로 셀의 전단변형을 허용하는 기본적인 셀 이론과 유한요소 근사화시 등매개개념(Isoparametric concepts)을 사용함으로써 특별한 셀 이론에 구속됨이 없이 임의의 형상의 셀 구조를 요소간의 틈(gap)이 없이 모델링 할 수 있다. 또한 셀의 변형거동을 간단히 표현하기 때문에 비선형 해석에로의 확장도 간단히 적용할 수 있다.

개선된 감절점 원통형 셀 요소는 shear locking 현상을 제거하기 위해 가장 효과적인 가정된 전단 변형 도장(assumed shear strain fields)을 사용하고, 막변형도에 감차적분 기법을 사용함으로써 membrane locking 현상을 제거하며, 셀 요소 전체의 거동을 유연하게 하기위해 비적합 변위형을 선택적으로 추가한다. 소성변형을 고려한 기하학적 비선형 방정식을 total Lagrangian 수식화를 사용하여 정형화하였고, 비선형 평형방정식은 하중제어 및 변위제어법을 사용한 Newton-Raphson 반복법으로 계산한다.

4. 적층 모델링(Layered Modelling)과 후크의 법칙

복합적층 원통형 셀의 경우 두께방향( $\zeta$ )으로 섬유 적층각도와 방법에 따라 재료의 특성이 불연속적으로 존재하게 된다. 따라서 응력이나 모멘트 등을 구하는 경우 두께방향으로의 적분하는 방식을 변경하여야 한다. 비선형 재료 문제의 경우 두께방향으로의 응력분포를 고려하여 적층수를 정하고 합리적으로 적분차수를 결정해야 한다. 본 연구에서는 셀 두께방향으로 층을 나누고 각각의 단층에 2점 적분식을 사용한 적층모델을 사용하였다. 적층들은 밑으로부터 순차적으로 쌓여있고 각 단층의 응력은 각각의 단층의 적분점에서 구해진다. 그러므로 셀의 두께 방향에서 응력의 분포는 부분선형 함수로 보간된다. 각 단층들은 요소들마다 각각 상이하게 취할 수 있고 각 단층들의 두께도 동일할 필요는 없다.

복합적층인 경우 여러 단층으로 구성되어 있으므로 그림 3에 도시한 원통형 셀의 두께와 각 단층

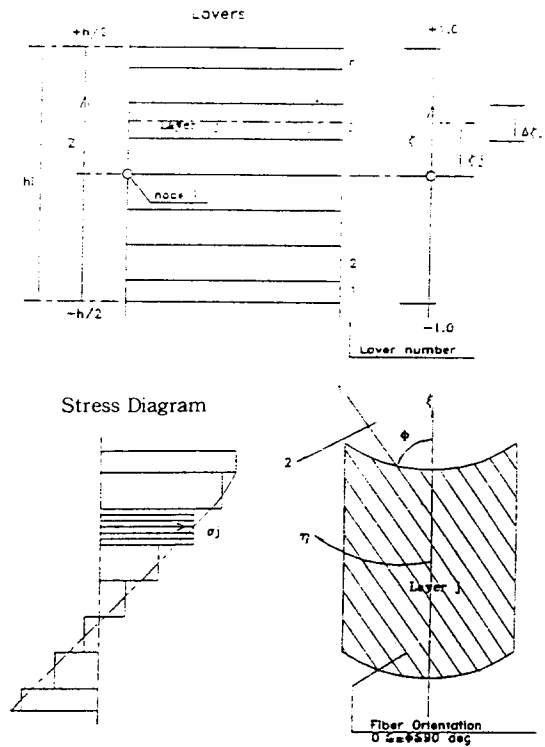


그림 3. Layered model and the corresponding stress representation

의 두께는 각각의 절점에서의 단층두께로부터 보간하여 계산된다.  $t_{ij}$ 를 절점  $i$ 에서  $j$ 번째 단층의 두께라고 하고  $h_i$ 를 절점  $i$ 에서의 셀 두께,  $t_j$ 는 요소 내부에서  $j$ 번째 단층의 두께로 표현하면 이들은 아래의 식으로 계산할 수 있다.

$$t_j = \sum_{i=1}^n N_i(\xi, \eta) t_{ij}$$

$$h_j = \sum_{i=1}^m t_{ij}$$

$$h = \sum_{i=1}^n N_i(\xi, \eta) h_i$$

여기서,  $n$ 은 절점 수,  $m$ 은 단층 수이다.

이때 임의의 한 적층판의 섬유가 좌표축과  $\theta$ 의 각도로 배치되어, 섬유방향축을 1축, 직각방향을 2축이라 할 때 응력-변형률 관계는 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{yz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & 0 & 0 \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} & 0 & 0 \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{44} & d_{45} \\ 0 & 0 & 0 & d_{54} & d_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_{xy} \\ \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{yz} \end{bmatrix}$$

또는

$$\{\sigma\} = [d'] \{\epsilon\}$$

여기서,

$$d'_{11} = d_{11}\cos^4\theta + d_{22}\sin^4\theta + (2d_{12} + 4d_{33})\sin^2\theta\cos^2\theta$$

$$d'_{12} = d_{12} + (d_{11} + d_{22} - 2d_{12} - 4d_{33})\sin^2\theta\cos^2\theta = d_{21}$$

$$d'_{22} = d_{11}\sin^4\theta + d_{22}\cos^4\theta + (2d_{12} + 4d_{33})\sin^2\theta\cos^2\theta$$

$$d'_{13} = (d_{11} - d_{12} - 2d_{33})\sin\theta\cos^3\theta$$

$$+ (d_{12} - d_{22} + 2d_{33})\sin^3\theta\cos\theta = d'_{31}$$

$$d'_{23} = (d_{11} - d_{12} - 2d_{33})\sin^3\theta\cos\theta$$

$$+ (d_{12} - d_{22} + 2d_{33})\sin\theta\cos^3\theta = d'_{32}$$

$$d'_{33} = (d_{11} + d_{22} - 2d_{12} - 2d_{33})\sin^2\theta\cos^2\theta$$

$$+ d_{33}(\sin^4\theta + \cos^4\theta)$$

$$d'_{44} = d_{44}\cos^2\theta + d_{55}\sin^2\theta$$

$$d'_{45} = \sin\theta\cos\theta(d_{55} - d_{44}) = d'_{54}$$

$$d'_{55} = d_{55}\cos^2\theta + d_{44}\sin^2\theta$$

그리고

$$d_{11} = \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}$$

$$d_{12} = \frac{\nu_{12}E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}$$

$$d_{22} = \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}$$

$$d_{33} = G_{12}$$

$$d_{44} = G_{13}$$

$$d_{55} = G_{23}$$

여기서,  $\nu_{ij}$ 는  $i$ 방향으로 힘을 받을 때  $j$ 방향의 횡방향 변형율의 포아손비이고  $G_{ij}$ 는  $ij$  평면상에서 전단탄성계수이다.

이 응력들을 이용해서 고전적인 쉘이론(classical shell theory)에서 축방향력과 모멘트들을 구해 보면 다음과 같다.

$$\{R\} = [E] \{\bar{\epsilon}\}$$

여기서

$$[E] = \begin{bmatrix} A & B & 0 \\ B & D & 0 \\ 0 & 0 & G \end{bmatrix}$$

$$[A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}] = \int_{-h/2}^{h/2} d'_{ij}(1, z, z^2) dz$$

(i, j=1, 2, 3)

$$G_{ij} = \int_{-h/2}^{h/2} d'_{ij}(i, j=4, 5)$$

$$\{R\} = \{N_x, N_y, N_{xy}, M_x, M_y, M_{xy}, Q_{xz}, Q_{yz}\}^T$$

$$\{\bar{\epsilon}\} = \{\epsilon^0, k, \gamma\}$$

$N_x, N_y, N_{xy}$  : Normal Force

$$N_{ij} = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{ij} dZ = \frac{h}{2} \sum_{k=1}^m \left( \sum_{l=1}^{nl} \sigma_{ij}^{kl} \Delta\zeta^{kl} \right)$$

$M_x, M_y, M_{xy}$  : Bending moment

$$M_{ij} = - \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{ij} z dZ = \frac{h^2}{4} \sum_{k=1}^m \left( \sum_{l=1}^{nl} \sigma_{ij}^{kl} \zeta^{kl} \Delta\zeta^{kl} \right)$$

$Q_x, Q_y$  : Transverse shear stress resultant

$$Q_{ij} = \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{ij} dZ = \frac{h}{2} \sum_{k=1}^m \left( \sum_{l=1}^{nl} \tau_{ij}^{kl} \Delta\zeta^{kl} \right)$$

여기서,  $i, j$ 는  $x, y$ 이고,  $m$ 은 단층수  $nl$ 은 각 단층의 적분점수이다.

### 5. 유한요소 방정식

Total Lagrangian 수식화에서 Green-Lagrangian 변형도와 Piola-Kirchhoff 용력을 사용하여 미소 증분응력과 미소 증분변형도 관계는 재료 성질 행렬  $D$ 로써 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\delta\sigma = D\delta\epsilon$$

여기서,

$$\sigma = [\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}]^T$$

$$\epsilon = [\epsilon_x, \epsilon_y, \gamma_{xy}, \gamma_{xz}, \gamma_{yz}]^T$$

국부 좌표계에 대한 Green-Lagrangian 변형도는 다음과 같이 선형 비선형부분으로 나타내고,

$$\epsilon = \epsilon^L + \epsilon^{NL}$$

각각의 변형율은 막(membrane), 좌굴(buckling)과 횡전단(shear)을 고려하여

$$\begin{aligned}\epsilon_m &= \epsilon_m^L + \epsilon_m^{NL} \\ \epsilon_b &= \epsilon_b^L + \epsilon_b^{NL} \\ \epsilon_s &= \epsilon_s^L + \epsilon_s^{NL}\end{aligned}$$

으로 표현된다.

이때 곡률항들은 회전 매개변수의 2차함수로 나타나는 Novozhilov's의 비선형이론과 일치하며, 횡전단응력에서 비선형 항들은 항상 판과 셸의 중간 평면위에서 고려되어지고, 절점변위 Jacobian 매트릭스의 관계를 이용한 전체 좌표계로 변환되어야 한다.

Green-Lagrangian 변형도의 선형, 비선형 부분에 대해 변분을 취하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}d\epsilon &= d\epsilon^L + d\epsilon^{NL} \\ &= HdE + AdE\end{aligned}$$

여기서 dE는 다음과 같다.

$$dE = Gdu$$

그러므로 변형도의 변분은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$d\epsilon = Bdu$$

여기서 B는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}B &= B^L + B^{NL} \\ &= [H + A] G\end{aligned}$$

국부좌표에서 degenerated 셸 요소의 총위치에너지(total potential energy)는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned}\Pi &= \frac{1}{2} \int \epsilon^T D \epsilon' dV - W \\ &= \frac{1}{2} u^T \left[ \int B^T D B dV \right] u - W \\ &= \frac{1}{2} u^T \left[ \int B_f^T D_f B_f dV \right] u \\ &\quad + \frac{1}{2} u^T \left[ \int B_s^T D_s B_s dV \right] u - W\end{aligned}$$

여기서,  $D_f$  : In-plane elasticity matrix,

$D_s$  : Shear elasticity matrix,

$W$  : External work due to applied load

총 위치에너지를 절점 변위에 대해 변분을 취하면 다음과 같은 유한요소 방정식을 얻을 수 있다.

$$K_{ij} u_j = f_i$$

$K_{ij}$ 는 평면내 에너지 부분과 전단에너지 부분으로 다음과 같이 나눌 수 있다. 여기서 평면에너지 부분은 막(membrane)과 굽힘(bending) 효과가 함께 포함된 부분이다.

$$\begin{aligned}K_{fij} &= \int B_{fi}^T D_f B_{fj} dV \\ K_{sij} &= \int B_{si}^T D_s B_{sj} dV\end{aligned}$$

여기서 변형도 행렬  $B_{fi}$ ,  $B_{si}$ 는 감절점 원통형 셸 요소의 평면내 변형도  $\epsilon_f$ 와 전단변형도  $\epsilon_s$ 의 전체좌표계의 절점변수의 관계연산자이다.

유한요소법을 이용한 구조해석에서 선형강성행렬의 구성은 횡전단변형효과를 포함하지만, 기하학적 강성행렬은 membrane forces에 의존한다. 때문에 이전에 사용했던 유한요소들이 좌굴해석 또는 상대적으로 두꺼운 판과 셸의 해석에서는 정확하지 않았다. 현재의 요소에서, 기하학적인 강성행렬은 횡전단응력의 합력, 즉 전단력을 포함한다.

한 요소의 내부 응력장에 있어서 평형인 절점힘은 축방향력(N), 모멘트(M), 전단력(Q)를 고려할 때,

$$\int (N \delta \Delta \epsilon_m + M \delta \Delta \epsilon_b + Q \delta \Delta \epsilon_s) ds = \delta \Delta u^T F^e$$

여기서  $F^e$ 는 요소에 작용하는 요소력들이다.

초기 변위 매트릭스를 0으로 놓고 하중이 증가함에 따라 변위가 최대치에 도달하게 되면 선형 고유치해석을 실행함으로써 극한 좌굴하중이 얻어진다. 이때 전체하중 이력곡선을 통해서 평형방정식을 만족해야 하고, 비선형 좌굴해석에서는 오

차가 수렴범위 내에 있을 때 정지하게 된다. 만약 한계상태를 넘어서 안정해석, 즉 후좌굴거동을 연구하기 위해서는 Newton-Raphson method와 Arclength control method를 같이 사용하는 것이 필요하다.

6. 좌굴해석

원통형 파이프 구조물이 축방향 압축을 받게 되면 정적인 압축강도보다도 적은 응력에서 좌굴이 발생한다. 이러한 구조물의 좌굴현상은 하중이 어느 정도 이상이 될 때 막에너지(membrane energy)가 휨 에너지(bending energy)로 변화하면서 구조물이 안전성을 잃고 대변형과 대회전을 일으키게 되는 구조적 거동이고, 기둥의 변위가 급격하게 증가하면서 더이상 하중을 지탱할 수 없을 때의 하중이 좌굴하중이다. 유한요소식을 이용하여 좌굴하중을 구할 경우 하중이 축방향으로만 작용하고 등방성재료일 경우 좌굴모드의 변화에 따라 좌굴하중이 많이 변하지 않으나, 원주방향의 압력하중이나 이방성재료일 경우는 좌굴모드의 영향은 아주 중요하다. 이때 여러 개의 좌굴모드에서 최소의 좌굴하중을 나타내는 모드를 좌굴모드로 취하고 그때의 하중을 좌굴하중으로 하지만 최소값을 취하는 것이 실제적으로 어렵기 때문에 편미분방정식을 이용하여 선형적인 좌굴 하중과 좌굴모드를 먼저 구한 다음 유한요소법을 이용하여 정확한 모드와 좌굴하중을 구한다.

6.1 복합적층 원통파이프의 좌굴하중

복합적층 파이프의 좌굴하중을 구하기 위해 경계조건을 무시할 수 있을 정도로 긴 적층관을 사용하였으며, Coupling Stiffness의 값을 변환시키기 위해 원통 쉘의 두께는 일정하게 하고 layer의 수를 변환시켰다. 경계조건은 한 쪽은 고정되었고 다른 한쪽은 x축 방향으로만 변위가 일어날 수 있게 하고 나머지 변위에 대해서는 모두 고정시켰다.

- 단면제원 및 재료상수
- 반지름  $R=7.5"$
- 길이  $L=60"$

두께  $h=2.0162"$   
 $E_1=18 \times 10^6 \text{psi}$   
 $E_2=1.3 \times 10^6 \text{psi}$   
 $G_{12}=0.5 \times 10^6 \text{psi}$   
 $\gamma_{12}=0.31$

6.2 Axial Buckling Load

적층수	적층각도	좌굴하중 Nc (lb /in)
2	0 / 90	-46.9
2	90 / 0	-47.8
4	0 / 90 / 0 / 90	-62.5
4	90 / 0 / 90 / 0	-62.8
8	0 / 90...0 / 90	-65.6
8	90 / 0...90 / 0	-65.9

(섬유방향 외부 → 내부)

위 표에서 나타낸 바와 같이 축방향 좌표인 경우 적층방법에 따라 coupling stiffness가 변하게 되며 적층수가 증가함에 따라 좌굴하중이 커짐을 알 수 있다. 그러나 대부분의 건설현장에서의 GFRP관의 길이에 대한 두께의 형상비가 작아서 횡전단변형을 무시하더라도 많은 적층수가 요구되어질 수 있다. 따라서 Tsai가 제안한 quasi-isotropic constants를 사용하여 근본적인 설계를 한 후 몇 개의 수정 계수를 사용하면 정확한 임계하중을 구할 수 있다.

7. 결 론

플라스틱, 강관, 콘크리트 파이프 같은 등방성 재료의 원통형관을 적절한 경계 조건을 사용하여 지배방정식을 풀어 좌굴하중을 구할 수 있다. GFRP 같은 복합적층관은 두께방향으로 섬유의 적층각도와 방법에 따라 재료의 특성이 불연속적으로 변하게 되므로, 두께방향으로의 응력분포를 고려하여 적층수를 정하고, 각각의 단층에 그 적분식을 사용한 적층모델을 고려한 유한요소법을 이용하여 좌굴하중을 산정하였다. 섬유배향을 외부에서 내부방향으로 2, 4, 6, 8층까지 0° / 90° / 교대로 적층시킨 경우, 적층 수가 증가함에 따라 좌굴하중이 커짐을 알 수 있다. 또한 적층방법에 따

라 coupling stiffness가 변하게 되며, 단면의 재료 및 모양, 방향성 등이 대칭일 때는 소거된다고 알려져 있으므로 토목공사구조물의 특성상 두꺼운 적층을 필요로 할 경우는 Tsai가 제안한 Quasi-Isotropic Concept을 이용하여 좌굴하중을 산정하는 것이 바람직한 것으로 판단된다.

감사의 글

본 논문은 1994년 산학협동재단과 (주)동남합성의 학술연구비지원에 의해 이루어진 논문으로 이에 감사를 드립니다.

참 고 문 헌

1. Schwartz, R. T., "Characteristics of Boron Fibers and Boron Fiber Reinforced Plastic Composites", *AIAA Jo*, Vol. 5, No. 2, 1967
2. Billington, D. P., *Thin Shell Concrete Structures*, McGRAW-HILL, 2nd ED., 1982
3. Calcote, L. R., *The Analysis of Laminated Composite Structures*, Van Nostrand Reinhold Co.
4. Ugural, A. C., *Stresses in Plates and Shells*, McGRAW-HILL, 1981
5. Budiansky, B. and Sanders, J. L., "On the Best First Order Linear Shell Theory", *Progress in Applied Mechanics*, The prager: Anniversary Vol., 1963, pp. 129-140
6. Ahmad, S., Irons, B. M., and Zienkiewicz, O. C., "Analysis of Thick and Thin Shell Structures by Curved Elements", *Int. J. Num. Mthd. Eng.*, 2, 1978, pp. 159-178
7. Ambartsumyan, S. A., "Theory of Anisotropic Shells", Moscow, (1961), English translation, NASA TT F-118, May(1964)
8. Dong, S. B. and Taylor, R. L., "On the Theory of Laminated Anisotropic Shells and Plates", *J. of Aerospace Sci.* 29, 1962, pp. 969-975
9. Hinton, E. and Owen, D. R. J., *F. E. Software for Plates and Shells*, Pineridge press

(접수일자 : 1995. 5. 24)