

유한요소-경계요소 조합에 의한 터널의 3차원 동적해석

Three Dimensional Dynamic Analysis of Underground Tunnels by Coupling of Boundary and Finite Elements

이 찬 우*

Lee, Chan-Woo

김 문 겸**

Kim, Moon-Kyum

황 학 주***

Hwang, Hak-Joo

.....

요 약

지하터널은 그 경계가 반무한영역에서 설정되고 재료나 형상의 복잡성을 갖고 있기 때문에, 동적하중에 대하여 정확한 거동을 해석하기 위해서는 3차원 동적해석이 필요하다. 이때 일반적인 수치해석기법인 유한요소만을 이용한 방법은 인위적 경계에서의 파의 반사, 입력자료의 방대함 등으로 인하여 효율적이지 못하게 된다. 본 연구는 이러한 점을 고려하여 지하터널에 직접 가해지는 동적하중에 대한 효율적인 해석기법을 개발하는데 그 목적이 있다. 개발된 프로그램에서 지반의 반무한성은 3차원 경계요소로 고려되었으며, 구조물에는 감절점 곡면판요소를 적용하여 구조물-지반계의 동적응답을 효율적으로 얻을 수 있도록 하였다. 지하터널의 3차원 동적해석을 수행한 결과 기존의 2차원 터널해석에서 고려가 곤란했던 차량의 진행하중으로 인한 반복 효과가 합리적으로 반영되는 것으로 분석되었다.

Abstract

For the wave propagation problems, the influence of time-dependent dynamic behavior must be accounted in the analysis. In this study, the dynamic analysis method which combines finite elements and boundary elements is developed for the wave propagation problem modelling the infinity of medium through 3-D boundary elements and underground structure through degenerated finite shell elements. Performing dynamic analysis of underground tunnels by the proposed coupling method of boundary and finite elements, it is found that the change of the stiffness of structures has a good effect on the response. It is also found that the consideration of the repeating effect due to moving traffic loads which is difficult with existing 2-D dynamic analysis can be possible with the 3-D analysis in time domain.

.....

* 유원건설 지하공간팀장 차장
 ** 연세대학교 토목공학과 교수
 *** 연세대학교 토목공학과 명예교수

이 논문에 대한 토론을 1996년 3월 31일까지 본 학회에 보내주시면 1996년 9월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

1. 서 론

점차 도시가 복잡해지고 인구나 교통수요의 급증으로 인하여 지하공간의 개발과 지하교통수단의 개발이 절실하게 되었다. 이러한 필요성 때문에 지하구조물의 건설에 앞서 시공 중에 일어날 수 있는 진동이나 소음, 그리고 시공후에 일어날 수 있는, 사용하중으로 인한 구조물의 손상이나 진동, 소음 등을 예측하기 위한 연구가 필요하게 되었다.

구조물-지반계의 동적해석을 위한 수치해석기법으로는 유한요소법, 경계요소법, 유한요소-경계요소 조합에 의한 방법 등이 있다. 여태까지 실제 공학문제에서 사용되어 왔던 수치방법중에서 가장 보편적인 것은 유한요소법이라 할 수 있다.

유한요소법은 손쉽게 재료의 비선형성이나 기하학적 비선형성 등을 고려할 수 있는 잇점이 있는 반면, 전영역에 걸쳐 유한요소망을 생성해야 하는 시간적 손실외에 무한 매개체인 지반 등을 해석할 때 인위적인 경계조건을 설정해야 하는 등의 문제점이 있다.

경계요소법은 비선형성 등을 고려하는 데는 적절한 기본해가 필요하지만 특히 3차원 문제에 있어 유한요소법이나 유한차분법보다 높은 정확도를 나타내며^[1], 경계에서만 이산화시키면 되기 때문에 무한 매개체에 대한 효율적인 수치해석 방법이라고 할 수 있다. 경계요소법은 유한요소법과는 달리 에너지흡수 경계를 사용하지 않고도 방사조건이 자동적으로 만족된다. 또 입력자료의 작성이나 프로그램 실행에 있어 많은 시간적 손실을 줄일 수 있다. 그러나 경계요소법은 복잡한 형상으로 이루어졌거나 비선형성 등을 가지는 구조물을 다루는 데에는 유한요소법보다 취약하다.

구조물-지반계에서의 차량 진동하중, 기계 진동하중, 발파하중 등 직접 작용하중으로 인한 동적응답을 구하고자 할 경우, 유한요소나 경계요소만을 이용한 방법은 각 요소의 제한성 때문에 비효율적이다. 따라서 구조물-지반계의 동적 거동을 규명하기 위해서는 유한요소와 경계요소의 장점은 살리고 단점은 상호 보완하는 유한요소-경계요소 조합에 의한 방법이 효율적일 것이다. 또

한 장치 비선형문제로의 확장성을 고려하고 차량 하중과 같은 이동하중에 대한 동적응답을 효율적으로 얻기 위해서는 시간영역에서의 3차원 동적해석의 수행이 요구된다.

유한요소와 경계요소 조합에 대한 연구는 1970년대 부터 이루어졌다. Zienkiewicz 등^[2]은 경계요소를 일반화된 유한요소의 특별한 경우의 것이라고 생각하고 변이이론을 이용하여 유한요소방정식과 적합해지도록 계방정식을 구성하였다.

동적해석에 대해서는 1984년 Beskos와 Spyrakos^[1]에 의해 2차원의 유연한 표면기초의 동적응답 연구결과가 발표되었다. 1985년에는 Karabalis와 Beskos^[3], 1986년에는 Spyrakos와 Beskos^[4,5]가 각각 시간영역에서 3차원과 2차원 지반-기초문제의 동적응답에 대한 연구를 발표하였고, 이어서 Gaitanaros와 Karabalis^[6]는 진동수 영역에서의 응답을 구하였다. 국내에서는 1993년 이찬우 등^[7]이 비완화 경계조건을 적용한 3차원 구조물-지반계의 동적응답을 구한 바 있다.

1988년에 Touhei 등^[8]은 유한요소와 경계요소를 조합하기 위하여 가중간차방법을 이용하여 접합면에서의 평형조건을 완화시키는 방법에 관한 연구를 발표하였으며, 1990년과 1991년에는 Estorff 등^[9-12]이 시간영역에서의 일반적인 2차원 탄성동역학문제에 대한 동적응답을 연구하였다.

정적해석에 관해서는 Brebbia^[13], Beer^[14], Li^[15], Swoboda^[16] 등의 연구가 발표되었고, 국내에서는 김문겸 등^[17-18]이 조합 해석에 관한 연구를 발표하였다.

그러나 이들 대부분의 연구들은 지상 및 지하를 연계하는 계에서의 동적 거동을 규명하지 못하였고, 임의 형상으로 된 구조물을 대상으로 하지 못하는 단점이 있기 때문에 실제문제에 적용하는데는 어려움이 있으며 지상의 기초(foundation)나 2차원 문제에 국한된 것들이었다. 또한 유한요소도 구조물이 아니라 지반에 적용한 것이 대부분이었기 때문에 진정한 의미의 유한요소-경계요소 조합이라 하기에는 미흡한 것들이었다.

본 연구에서는 이러한 점을 고려하여 구조물-

값들을 나타낸다. 경계조건에 따라 자유면에서의 표면력벡터 $\{t_c^N\}=0$ 이며 첫번째 시간단계에서의 표면력벡터는 0인 것을 고려하여, 식 (3)을 접촉면에서의 변위벡터 $\{u_c\}$ 에 대해서 전개하면

$$0.5\{u_c^N\}=[G_{cc}^1]\{t_c^N\}+\{R_c^N\} \quad (4)$$

가 된다. 여기서 $\{R_c^N\}$ 은 지나간 모든 시간단계의 파가 현재의 시간단계에 대한 영향을 나타내는, 접촉면에서의 벡터를 의미하며 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\{R_c^N\}=\begin{cases} \sum_{n=2}^N [G_{cc}^n]\{t_c^{N-n+1}\}-[H_{cc}^n]\{u_c^{N-n+1}\}-[H_{cc}^n]\{u_c^{N-n+1}\} & \text{if } N>1 \\ 0 & \text{if } N=1 \end{cases} \quad (5)$$

3. 유한요소와 경계요소의 조합

유한요소와 경계요소의 조합은 단일요소만을 사용했을 때의 장점은 보존하고 단점은 상호 보완하여 임의의 물성 및 형상을 가진 구조물에 적용할 수 있으며 아울러 지반에서의 방사조건(radiation condition)도 자동적으로 만족할 수 있다는 점에서 바람직한 수치해석기법이라 할 수 있다. 유한요소와 경계요소를 조합하기 위해서는 경계요소의 표면력-변위 관계식과 유한요소의 하중-변위 관계식을 상호 적합시켜야 하는데 본 연구에서는 경계요소의 계방정식을 유한요소형 계방정식으로 변환시키는 유한요소형 접근방법을 사용하기로 한다.

대부분의 경계요소 행렬은 병치과정(collocation)과 이산화과정으로부터 비대칭 행렬로 존재하며 이는 특정 기본해의 특성에 기인한다. 따라서 양요소를 조합할 경우, 경계요소의 비대칭행렬은 계산의 편의와 효율성을 위하여 유한요소와 같이 대칭화하여야 하며, 이를 위해서는 경계요소 행렬 비대칭항에서의 오차를 최소화하기 위한 과정을 거쳐 대칭형 등가 강성행렬을 만들어야 한다. 그러나 이것은 번거로운 뿐만 아니라 이미 대칭행렬 생성과정에서 오차발생 요인을 포함하고

있으므로 효율적인 방법이라 할 수 없다. 여기에 비해 본 연구에서 사용하는 Stokes의 기본해 한쌍은 기본해의 대칭조건을 만족하고 있으므로 유한요소-경계요소 조합에 효율적이라 할 수 있다^[19].

3.1 유한요소-경계요소의 계방정식

유한요소와 경계요소를 조합하기 위해서는 지반과 구조물 접합면에서의 평형조건과 적합조건을 만족시키면 되며 다음 관계가 성립한다.

$$\begin{aligned} \{u_c^N\} &= \{u_{st}^N\} \\ \{t_c^N\} &= -\{t_{st}^N\} \end{aligned} \quad (6)$$

여기서 하첨자 c는 접촉면, st는 구조물을 각각 의미하며 부호규약은 하향을 양(+)으로 하며 상향은 음(-)으로 한다.

임의의 한 요소에 대한 지반 반력 $\{P_s^N\}$ 과 표면력과의 관계를 살펴보면 다음과 같은 식이 성립한다.

$$\begin{aligned} \{P_s^N\} &= \int_A N_a^T(\eta) t_{(n)ka}^n(\underline{x}, t) dA \\ &= \int_A N_a^T(\eta) N_a(\eta) t_{(n)ka}^n(\underline{x}) dA \end{aligned} \quad (7)$$

여기서 A는 요소의 면적을 나타낸다. 식 (7)에서 형상함수 $N_a^T(\eta)$ $N_a(\eta)$ 는 절점에서의 표면력의 값과 관련되므로 결국 1이 되며, $t_{(n)ka}^n(\underline{x})$ 를 접촉면에 대한 절점의 표면력 $\{t_c^N\}$ 로 표시하면

$$\{P_s^N\} = [AAA]\{t_c^N\} \quad (8)$$

의 관계가 성립한다. 여기서 $[AAA]_{(3Q \times 3Q)}$ 는 요소내 절점의 면적을 나타내는 대각선행렬을 의미한다.

그림 1은 유연한 구조물에 하중 $\{P^N\}$ 이 작용했을 때 구조물과 지반 접합면에서의 절점 평형조건을 나타낸 것이다. 그림에서 하중과 표면력과의 관계를 살펴보면 외부하중이 작용했을 때 구조물로부터의 반력, 즉 강성도, 질량, 감쇠에 의한 반발력은 구조물측에서의 상향의 표면력 $\{t_{st}^N\}$ 과 같으며 이 표면력은 다시 지반측에 그대로 전달되므로 하향의 표면력 $\{t_c^N\}$ 과 평형을 이룬다. 이는 식 (6)

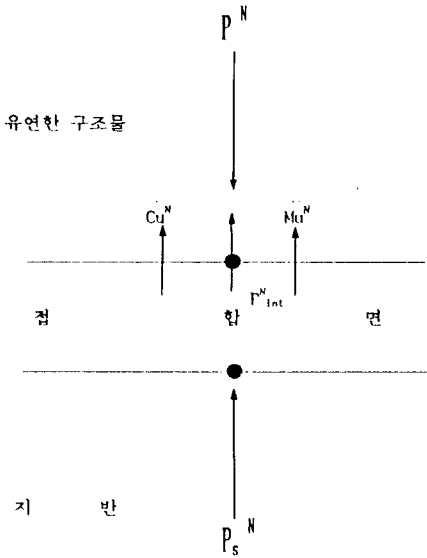


그림 1. 유연한 구조물-지반 접합면에서의 질점 평형조건

의 표면력에 관한 식이 의미하는 바와 같다. 그럼 으로부터 외부 작용하중에 구조물과 지반이 동시에 반발하는 것을 알 수 있으므로 평형조건을 생각해 보면 다음과 같은 구조물-지반계의 계방정 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \{P^N\} &= \{P_{int}^N\} + [M]\{\ddot{u}_{st}^N\} + [C]\{\dot{u}_{st}^N\} + \{P_s^N\} \\ &= \frac{[K]\{u_{st}^N\} + [M]\{\dot{u}_{st}^N\} + [C]\{\ddot{u}_{st}^N\}}{\text{유한요소}} \\ &\quad + \frac{\{P_s^N\}}{\text{경계요소}} \end{aligned} \quad (9)$$

여기서 하첨자 int는 내력(internal force)을 나타내며, $\{P_{int}^N\} = [K]\{u_{st}^N\}$ 의 관계가 성립한다. 다시 식 (9)는 불평형계와 자기-평형계로 나누어서 생각할 수 있다.

i) 불평형계

$$\{P^N\} = [M]\{\ddot{u}_c^N\} + [C]\{\dot{u}_c^N\} + [K]\{u_{st}^N\} + \{P_s^N\} \quad (10)$$

여기서 식 (4), (6), (8)의 관계를 이용하여 식 (10)을 정리하면 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} [M]\{\ddot{u}_c^N\} + [C]\{\dot{u}_c^N\} \\ + ([K] + 0.5[AAA][G_{cc}^I]^{-1})\{u_c^N\} = \{P^N\} \end{aligned} \quad (11)$$

이제 식 (11)로부터 $\{u_c^N\}$ 를 구할 수 있으며, 자유면에는 직접적으로 외부하중이 작용하지 않으므로

$$\{u_f^N\} = 0 \quad (12)$$

이 된다.

ii) 자기평형계

$$\begin{aligned} [M]\{\ddot{u}_c^N\} + [C]\{\dot{u}_c^N\} + [K]\{u_c^N\} \\ + [AAA]\{t_c^N\} = \{0\} \end{aligned} \quad (13)$$

불평형계에서와 마찬가지로 식 (4), (6)의 관계를 이용하여 식 (13)을 정리하면 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} [M]\{\ddot{u}_c^N\} + [C]\{\dot{u}_c^N\} \\ + ([K] + 0.5[AAA][G_{cc}^I]^{-1})\{u_c^N\} \\ = [AAA][G_{cc}^I]^{-1}\{R_c^N\} \end{aligned} \quad (14)$$

이제 식 (14)로부터 $\{u_c^N\}$ 을 구할 수 있으며, $\{u_f^N\}$ 은 식 (3)으로부터 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\{u_f^N\} = 2[R_f^N] \quad (15)$$

여기서 $[R_f^N]$ 지나간 모든 시간단계의 과거 현재의 시간단계에 대한 영향을 나타내는, 자유면에서의 벡터를 의미하는 것으로서 다음 식과 같다.

$$\begin{aligned} \{R_f^N\} = \sum_{n=2}^N [G_{fc}^n]\{t_c^{N-n+1}\} - [H_{ff}^n]\{u_f^{N-n+1}\} \\ - [H_{fc}^n]\{u_c^{N-n+1}\} \end{aligned} \quad (16)$$

결국 전체 계에서의 해는 불평형계와 자기평형계에서의 해가 중첩된 것이므로 각각 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \{t_c^N\} &= \{t_c^{*N}\} + \{t_c^{**N}\} \\ \{u_c^N\} &= \{u_c^{*N}\} + \{u_c^{**N}\} \\ \{u_f^N\} &= \{u_f^{*N}\} \end{aligned} \quad (17)$$

최종적으로, 전체 계방정식은 불평형계와 자기 평형계의 계방정식을 중첩한 것으로 다음 식과 같이 나타낼 수 있으며

$$\begin{aligned} [M]\{\ddot{u}_c^N\} + [C]\{\dot{u}_c^N\} \\ + ([K] + 0.5[AAA][G_{cc}^1]^{-1})\{u_c^N\} \\ = \{P^N\} + [AAA][G_{cc}^1]^{-1}\{R_c^N\} \end{aligned} \quad (18)$$

식 (18)은 간단히 표현하여 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$[M]\{\ddot{u}_c^N\} + [C]\{\dot{u}_c^N\} + [\bar{K}]\{u_c^N\} = \{\bar{F}^N\} \quad (19)$$

이제 식 (19)를 단순화하기 위하여 질량과 감쇠 항을 무시하면 다음과 같은 관계식을 얻을 수 있어 쉽게 변위를 구할 수 있으며, 기존의 여러가지 직접적분기법을 이용하면 질량과 감쇠항을 무시하지 않고도 원하는 해를 얻을 수 있다.

$$\{u_c^N\} = [\bar{K}]^{-1}\{\bar{F}^N\} \quad (20)$$

4. 수치해석 및 결과분석

4.1 검증

유한요소-경계요소 조합해석 방법의 검증을 위하여 유연한 표면기초의 3차원 동적해석을 수행하였으며 개발된 프로그램의 결과를 이미 검증된 참고문헌의 결과와 비교하였다.

비교대상인 참고문헌^[20]은 지반에는 시간영역에서의 완화 경계조건을 적용한 일정 경계요소를 사용하였으며 구조물(평판요소)은 형상함수로서 다항급수를 이용하여 휨강성도를 고려하였다. 참고문헌^[21,22]은 유한요소를 이용하여 얻어진 지반과 기초의 강성도를 Lamb 문제의 해석적 결과와 결합하여 표면기초의 3차원 동적해석을 수행하였다.

따라서 참고문헌^[20]은 지반에 완화 경계조건하에서의 일정요소를 적용한 점에서 비완화 경계조

건하에서의 일정요소 및 선형요소를 적용한 본 연구와 차이가 있으며, 구조물의 경우 다항급수를 이용한 휨강성도만을 고려한 점에서 감절점 곡면판요소를 적용하여 휨강성도, 막강성도, 전단강성도 등을 고려한 본 연구와 구별된다. 참고문헌^[21,22]은 지반과 기초에 대하여 유한요소를 적용한 점에서 지반에는 경계요소, 구조물에는 감절점 곡면판요소를 적용한 본 연구와 차이가 있다.

해석은 균등질이며 등방성인 선형탄성 반무한 영역에서의 질량이 없는 표면기초를 대상으로 한다. 기초의 제원은 가로 세로가 각각 1.524m (60in)이며 두께는 0.293m (11.517in), 탄성계수는 $E_p = 2.07 \times 10^6 \text{kpa}$ ($30.004 \times 10^6 \text{psi}$), 질량밀도 $\rho_p = 800 \text{kg} \cdot \text{sec}^2 / \text{m}^4$ ($7.34 \times 10^{-4} \text{lb} \cdot \text{sec}^2 / \text{in}^4$), 포아송비 $\nu_p = 0.3$ 이며, 지반의 물성치는 탄성계수 $E_s = 60.9 \times 10^6 \text{kpa}$ ($8.84 \times 10^6 \text{psi}$), 질량밀도 $\rho_s = 310 \text{kg} \cdot \text{sec}^2 / \text{m}^4$ ($2.82 \times 10^{-4} \text{lb} \cdot \text{sec}^2 / \text{in}^4$), 포아송비 $\nu_s = 0.3$ 이다.

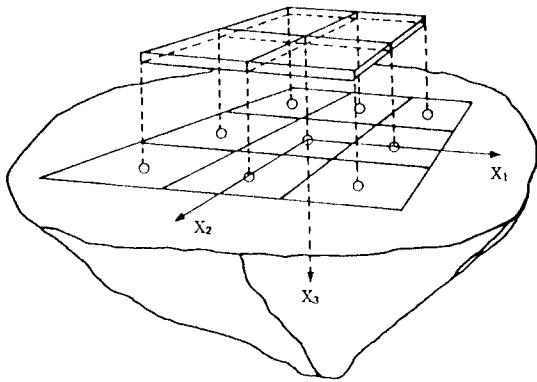
여기서 본 연구 및 참고문헌간의 사용 물성치의 비교를 용이하게 하기 위하여 다음과 같은 무차원 강성비 K를 도입하였는데

$$K = \frac{E_p h^3 (1 - \nu_s)}{12 (1 - \nu_p^2) \mu_s b^3} \quad (21)$$

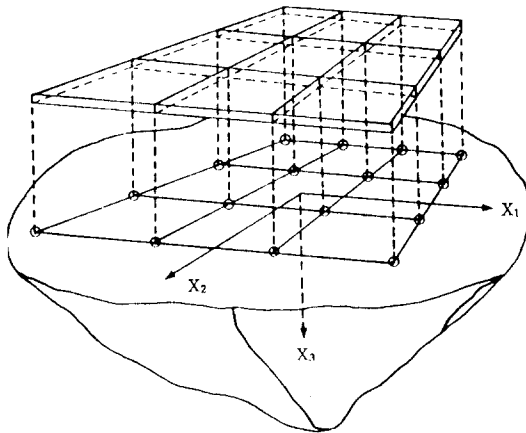
본 연구에서의 사용 물성치는 식 (21)의 무차원 강성비 $K = 0.004$ 에 대응하는 것으로, K값이 커질수록 더 큰 강성을 나타낸다. 식 (21)에서 μ_s 는 지반의 전단탄성계수, b는 기초의 최대폭, h는 기초의 두께를 각각 나타낸다.

검증에 이용된 유한요소와 경계요소의 조합모형은 그림 2와 같다. 그림 2(a)는 지반은 일정요소, 구조물은 선형요소로 모형화한 것이며 그림 2(b)는 지반과 구조물 모두를 선형요소로 모형화한 것으로 차이가 있다.

그림 3-7은 기초 중심에 가해지는 수직력에 대한 기초 중심점의 수직응답으로서 기초의 강성이 그림 3, 4, 5에서는 $K = 0.004$, 그림 6에서는 $K = 3$, 3, 3.9이다. 그림에서 강성이 커질수록 기초의 거동은 강제운동과 유사해지는 것을 알 수 있다. 그림 7은 강제운동 변환행렬을 이용하여 동적응답을



(a) 일정요소-선형요소 모형



(b) 선형요소-선형요소 모형

그림 2. 지반과 기초의 경계요소-유한요소의 모형

구한 것이다.

수치해석에 사용된 요소의 수는 그림 3에서 유한요소는 (6×6)개, 경계요소는 (7×7)개, 그림 4에서 유한요소는 (4×4)개, 경계요소는 (5×5)개를 사용하여 모형화하였으며 그림 5, 6, 7에서 사용된 요소의 수는 참고문헌에 따라 각기 다르다. 본 연구의 경우 경계요소의 이산화에 사용된 부요소는 요소당 (3×3)개, 가우스점은 요소당 (6×6)개를 일률적으로 사용하였다.

그림 3은 다음의 수직 사각형 충격력에 대한 유연한 기초의 수직응답을 나타낸 것이다.

$$P_3 = \begin{cases} 890 \text{ kN} & \text{: 첫번째 시간단계} \\ 0 & \text{: 나머지 시간단계} \end{cases} \quad (22)$$

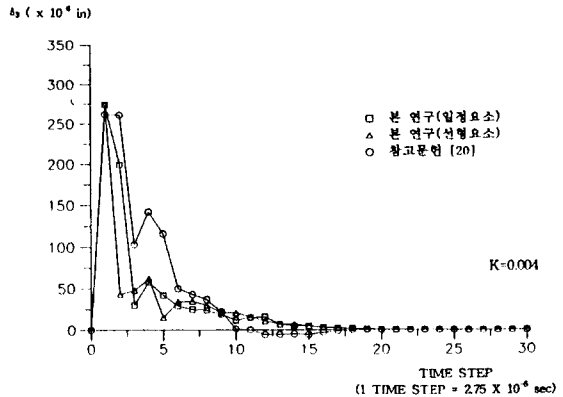


그림 3. 수직 충격력에 대한 수직변위의 시간이력

그림에서 본 연구와 참고문헌^[20]의 일반적인 경향은 비슷하나 대체적으로 본 연구에서 에너지의 감소가 많이 나타나고 있다. 이는 본 연구가 판요소의 막강성도와 휨강성도, 전단강성도 모두를 고려한 것에 비해 참고문헌은 휨강성도만을 고려하였기 때문에 본 연구의 값이 작게 나오는 것은 당연한 결과이다. 다만 첫번째 시간단계에서의 최대 정점부(maximum peak point)의 값이 참고문헌보다 크게 나타나는 것은 참고문헌^[20]의 완화 경계조건과 본 연구의 비완화 경계조건 적용의 차이로, 경계요소의 영향이 지배적이어서 일어난 것으로 판단된다.

그림 4는 수직 조화력에 대한 기초의 수직응답을 나타낸 것이다. 그림에서 본 연구는 참고문헌^[20]보다 더 작은 진폭을 보이고 있으며 주기는 본 연구가 조금 빠른 것으로 나타났다. 이는 강성도가 강한 구조물일수록 주기는 더 빨라지고 진폭은

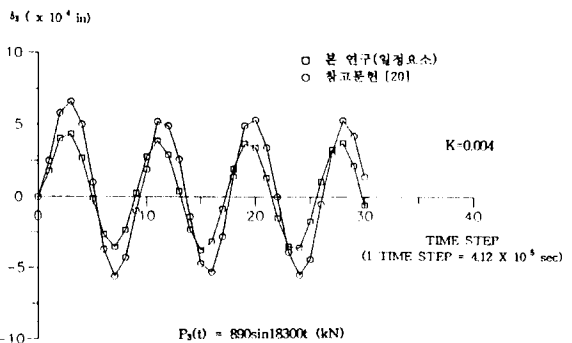


그림 4. 수직 조화력에 대한 수직변위의 시간이력

작아지는 것을 고려해 볼 때 타당한 현상이다.

그림 5, 6, 7은 진동수영역에서의 응답^[21,22]과 시간영역에서의 응답^[20]을 직접 비교하기 위하여 다음의 무차원 진동수 α_0 를 이용하여 각 진동수에 대한 최대진폭을 도식한 것이다.

$$\alpha_0 = b\omega / c_2 \quad (23)$$

여기서 b 는 기초의 수평길이의 최대폭, ω 는 회전진동수, c_2 는 S파의 전파속도를 각각 나타낸다.

그림 5는 수직 조화력에 대한 기초($K=0.004$)의 응답을 나타낸 것이다. 그림에서 본 연구는 그림 3, 4에서 비교한 바 있는 참고문헌^[20] 보다는 역시 작은 값을 보이고 있으며, 유한요소와 Lamb 문제의 해석적 결과를 결합하여 표면기초의 응답을 구한 참고문헌^[22]과 비슷한 값을 보이고 있다. 그림에서 참고문헌^[20]이 기초의 휨강성도만을 고려한 것을 생각해 보면 휨강성도, 전단강성도, 막강성도 등을 고려한 본 연구의 결과가 더 작게 나오는 것은 타당한 것이다.

그림 6은 유한요소를 이용하여 강성기초의 강성도를 고려한 것으로 수직 조화력에 대한 응답을 나타낸 것이다. 그림에서 본 연구는 그림 5와 정반대의 현상으로 참고문헌^[20]보다 오히려 큰 값을 보이고 있다. 이는 구조물의 강성이 크면 지반의 영향이 지배적으로 되기 때문이며, 본 연구는 비완화 경계조건을 적용한 반면, 참고문헌^[20]은 완화 경계조건을 적용했으므로 당연히 경계요소상에서 고려하는 에너지가 많아져서 생기는 현상으로 설명할 수 있다.

그림 7은 강체변환행렬을 이용하여 강성기초의 수직 조화력에 대한 응답을 나타낸 것이다. 그림에서 본 연구의 일정요소는 그림 6과 마찬가지로 참고문헌^[20,21]보다 큰 값을 나타내나 선형요소를 사용했을 경우 참고문헌^[20,21]에 근사한 값을 갖는 것을 알 수 있다.

이상과 같이 살펴볼 때 그림 6에서 본 연구에서 사용한 방법보다 더 제약적이며 부정확한 접근방법에 의한 참고문헌^[20]이 다른 참고문헌^[22]과 더 비슷한 값을 보이는 것은, 본 연구에 비하여 참고문헌^[20]이 경계요소에 의한 지반의 강성도는 더 크게

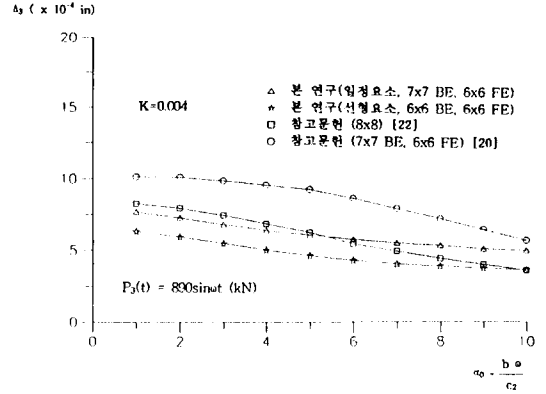


그림 5. 수직력의 진동수에 따른 수직변위($K=0.004$)

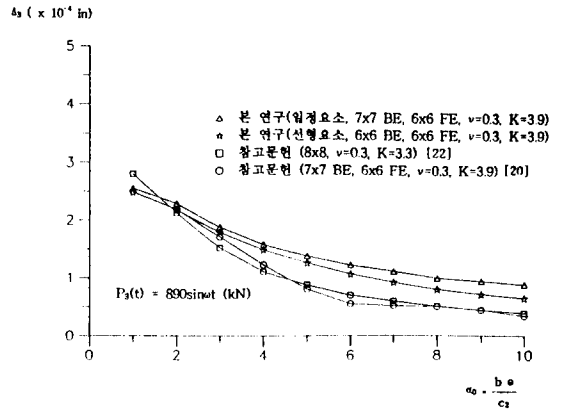


그림 6. 수직력의 진동수에 따른 수직변위($K=3.3, 3.9$)

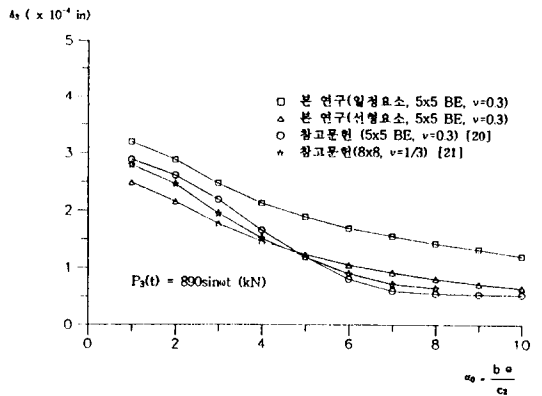


그림 7. 수직력의 진동수에 따른 강성기초의 수직변위

표현되는 것에 반해 유한요소에 의한 기초의 강성도는 더 작게 표현되기 때문에 이들이 우연히 서로 상쇄되어 생기는 결과로 분석되며 이는 그림 7에서 본 연구의 선형요소를 사용했을 때 다른 참고문헌^[20,21]과 잘 맞는 것을 보면 알 수 있다.

따라서 개발된 유한요소-경계요소 조합 해석 프로그램의 검증을 위한 유연한 표면기초의 3차원 동적해석 결과, 본 연구의 결과치는 참고문헌과의 결과치의 비교에서 볼 수 있듯이 타당하며 보다 더 실제에 근접해 있기 때문에 효율적인 것이라 할 수 있다.

4.2 수치해석

본 연구에서는 지하터널에서의 기차의 속도별 이동하중으로 인한 지하터널과 지상의 응답 및 영향 정도를 알아보기 위하여 본 연구에서 개발한 유한요소-경계요소 조합 해석프로그램을 이용하여 유연한 지하터널의 3차원 동적해석을 수행하였다.

해석모형은 그림 8과 같으며 지반의 물성은 탄성계수 $E=0.27\text{GPa}$, 포아송비 $\nu=0.33$, 질량밀도 $\rho=204.08\text{kg} \cdot \text{sec}^2/\text{m}^3$ 로 가정하며, 터널(구조물)의 물성은 탄성계수 $E=2.10\text{GPa}$, 포아송비 $\nu=0.3$, 질량밀도 $\rho=255.10\text{kg} \cdot \text{sec}^2/\text{m}^3$ 로 가정하였다. 여기서 토피 H는 직접작용 동적하중이 터널에 가해졌을 때 지상점에서의 응답감소 효과

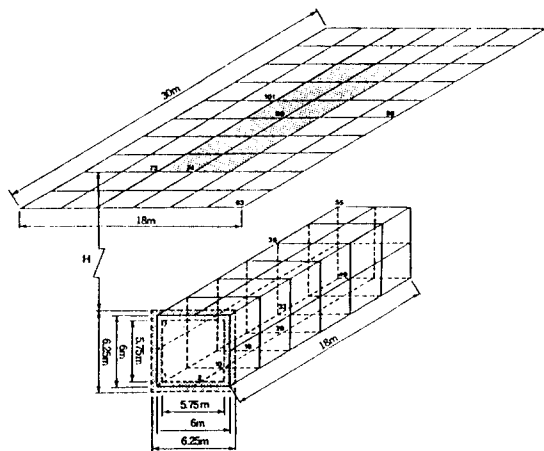


그림 8. 지하터널의 경계요소-유한요소 조합모형

(attenuation)를 알아보기 위하여 4m와 6m로 다르게 변화시켜 보았다.

본 연구에서는 구조물 강성도의 변화로 인한 응답의 차이를 알아보기 위하여 터널구조체의 두께를 기준두께 $t=0.5\text{m}$ 외에 $t=0.6\text{m}$, $t=0.7\text{m}$ 로 하여 이에 대한 응답을 각각 구하였다. 이때 하중은 터널저면 중심점인 절점 26에 수직으로 작용하는 것으로 가정하였다.

실제의 기차하중은 한개의 바퀴축에 2개의 바퀴가 있으므로 하중작용 위치는 2곳에 병렬로 설정해야 하나 본 절에서는 지하터널의 속도별 이동하중에 따른 동적응답을 구하는 것이 목적이므로 제한적으로 터널 저면중심을 따라 하중을 작용시키기로 한다. 해석에 적용한 동적하중은 1985년 Pan^[23] 등이 모형화한 동적 기차하중과 우리나라의 고속전철 차종으로 선정된 프랑스의 TGV 하중을 각각 적용하였다. 고속전철하중은 Pan 등이 모형화한 동적 기차하중을 식 (24)와 같이 근사적으로 관련항을 변환시켜 차량 진행속도에 따라 각기 적절하게 적용시킴으로써 터널과 지상에서의 응답 및 영향 정도를 알아보기로 한다.

$$P(t) = 8500 + 15000\sin 25t + 16000\sin 100t + 24000\sin 250t \quad (24)$$

여기서 하중의 단위는 kg, 회전 진동수의 단위는 rad/sec이다.

그림 9는 TGV의 차량하중 형식으로서 기차 전면으로부터의 바퀴하중을 나타낸 것이며, 모든 P_i 는 동일한 크기로 P의 첨자는 바퀴하중의 번호이다. 그림에서 설정한 기차 1대당 바퀴의 거리가 17m임에 비추어 볼 때 본 절에서의 해석모형의 길이 18m는 지나치게 짧은 것임에 틀림없으나 본 절의 연구목적은 속도별 이동하중으로 인한 응답과

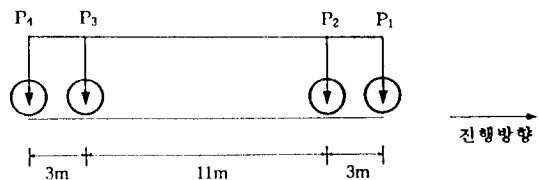


그림 9. TGV의 차량하중

고정하중과의 응답의 차이를 알아보기 위한 것이므로 별 무리는 없을 것으로 판단된다.

진행하중을 고려하는 경우, 본 연구에서 설정한 해석시간($30\text{단계} \times 0.38 \times 10^{-2}\text{sec}$) 동안에 전면의 바뀌는 최고속도 300km/hr 라 가정하더라도 해석모형($L=18\text{m}$)의 절반인 9m 밖에 진행하지 못하므로 전면 2개의 바뀌만이 본 절의 수치해석에 영향을 미친다. 본 절의 수치해석에서 각기 다른 속도의 고려는 근사적으로 기차 진행속도에 따라 적절하게 하중위치를 옮기며 작용시킴으로써 가능하게 될 수 있다. 본 절에서는 100km/hr , 200km/hr , 300km/hr 의 TGV 속도를 고려하며, 이럴 경우 전면 2개의 바뀌하중만을 고려하면 된다.

본 연구에서는 특이상태의 해결을 위하여 시간단계 $\Delta t=0.38 \times 10^{-2}\text{sec}$ 를 산정하였다^[19]. 본 연구에서 고려할 100km/hr , 200km/hr , 300km/hr 의 속도는 각각 $0.106\text{m}/\Delta t$, $0.213\text{m}/\Delta t$, $0.315\text{m}/\Delta t$ 이므로 임의의 시간단계동안 진행할 수 있는 거리가 계산될 수 있다.

그림 10은 TGV의 진행속도에 따른 시간단계별 하중위치도이다. 기차바뀌는 연속적으로 진행하므로 원칙적으로 진행효과를 고려하기 위해서는 무수히 많은 절점이 필요하다. 그러나 이는 비경제적일 뿐만 아니라 실제 불가능한 일이기 때문에 차량하중 형식을 고려하고 임의의 시간단계에서의 바뀌의 진행으로 인한 각 절점의 영향범위를 고려하여 하중을 재하시키는 것이 합리적인 방법이 될 것이다. 그림에서 각 요소길이는 3m 이기 때문에, 예컨대 차량 바뀌가 시작점(절점 2)으로부터 임의의 시간단계동안 1.6m 까지 진행해 왔다면 이때의 하중은 절점 2보다는 절점 10의 영향범위에 있기 때문에 절점 10에 하중을 재하시키는 것이 올바른 선택이라고 할 수 있다.

그림 11은 TGV 이동하중에 의한 터널 저면중심에서의 수직입자속도를 나타낸 것이다. 그림에서 TGV 하중이 터널 저면중심점에 고정 작용될 때의 응답과 실제와 같이 속도를 고려한 응답은 상당히 다른 것을 알 수 있다. 지하터널에 대한 종래의 2차원 해석이나 진동수영역 해석의 경우, 그림의 고정 작용하중에 대한 응답밖에 얻지 못하나 본 연구와 같이 시간영역 3차원 해석을 수행할 경

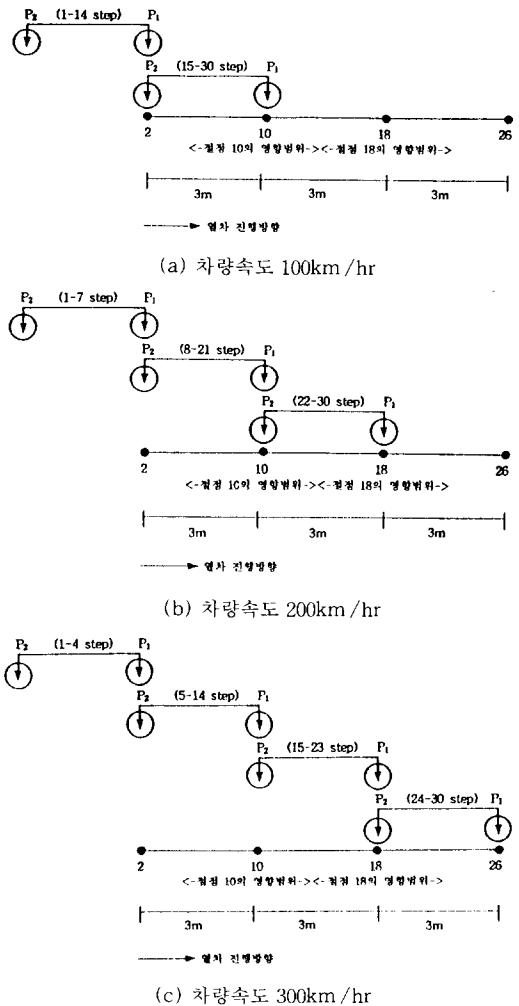


그림 10. TGV의 차량속도에 따른 시간단계별 하중위치도

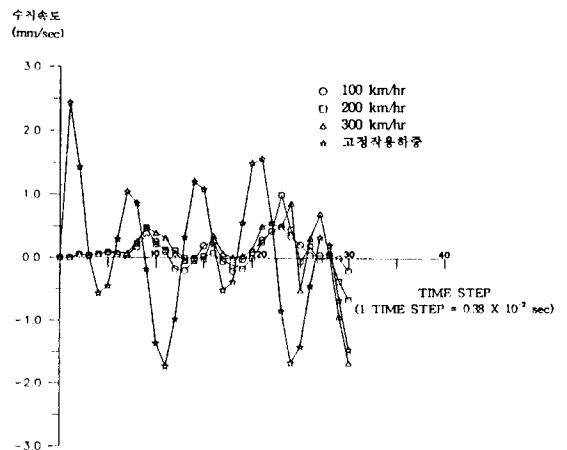


그림 11. 터널 저면중심에서의 속도별 수직입자속도

우에는 실제와 같이 기차의 이동하중을 고려할 수 있다. 그림에서 볼 수 있듯이 고정 작용하중을 적용하여 해석을 수행했을 경우, 실제의 이동하중으로 인한 응답보다 과도한 응답이 얻어지며 하중이 가해지는 순간(첫번째 시간단계)에 최대값을 보이는 반면 본 연구에서와 같이 이동하중을 고려했을 경우, 기차 바퀴가 응답점에 도달할 때 비로소 최대값을 나타냄을 알 수 있다. 따라서 이것은 실제에 근접한 응답이라고 할 수 있다. 그림에서 속도가 빨라질수록 구조물의 최대입자속도는 증가하는 것을 알 수 있는데 이는 그림 10에서 볼 수 있듯이 주어진 시간단계동안 속도가 빨라질수록 터널 저면중심점인 절점 26 부근에 작용하는 하중 (P_1, P_2)이 많아지고 있기 때문이다. 따라서 진행 속도에 따른 동적 응답으로부터 터널구조물은 기차바퀴의 고속진행으로 인한 고진동의 영향을 많이 받는 것을 알 수 있다. 여기서 기차의 속도가 고속으로 되면 그로 인한 변형률이 재료의 강도와 탄성계수에 영향을 미쳐 비선형성을 일으키게 되나 본 연구에서는 기본적으로 선형상태를 가정하고 있다.

5. 결 론

본 연구에서는 구조물-지반계에 직접 가해지는 동적하중에 대하여 효율적인 거동해석을 할 수 있는 유한요소-경계요소 조합해석기법을 개발하였다. 얻어진 결과를 요약하면 다음과 같다.

1) 구조물-지반계의 동적응답을 얻는데 있어 유한요소-경계요소 조합방법을 사용하면 지반의 경계조건 및 구조물의 복잡한 형상 및 물성 등을 고려할 수 있으므로 합리적이며 시간영역에서의 해를 얻으므로써 장래의 동적 비선형성문제로의 확장이 용이할 것으로 판단된다.

2) 본 연구에서 개발한 경계요소 해석프로그램은 유한요소와 같이 기본행렬의 구성이 대칭성을 가지기 때문에 대칭성이 아닌 기존의 다른 경계요소 해석프로그램과 달리 유한요소와의 조합이 용이하였으며 얻어진 결과도 타당함을 보였다.

3) 본 연구에서 개발한 프로그램은 시간영역 3차원 동적해석 프로그램이므로 기존의 2차원 동적

해석 프로그램에서 고려가 곤란했던 지하터널에서의 기차의 진행하중으로 인한 반복효과를 고려할 수 있게 되었다.

4) 유한요소-경계요소 조합에 의한 지하터널의 동적해석을 통하여 최대입자속도, 최대변위, 최대응력 등을 산정함으로써 지하터널의 안전성 및 지상에서의 영향의 정도를 예측 가능하게 되었다.

참 고 문 헌

- [1] Beskos, D. E., and Spyarakos, C. C., "Dynamic Response of Strip Foundations by the Time Domain BEM-FEM Method," *Final Report Part A: NSF Earthquake Hazards Mitigations Programs*, 1984.
- [2] Zienkiewicz, O. C., Kelly, D. W., and Bettess, P., "The Coupling of the Finite Element Method and Boundary Solution Procedures," *Int. J. for Num. Meth. in Engr.*, Vol.11, 1977, pp.335-375.
- [3] Karabalis, D. L., and Beskos, D. E., "Dynamic Response of 3-D Flexible Foundations by Time Domain BEM and FEM," *Soil Dyn. Earthquake.*, Vol.4, 1985, pp.91-101.
- [4] Spyarakos, C. C., and Beskos, D. E., "Dynamic Response of Flexible Strip-Foundations by Boundary and Finite Elements," *Soil Dyn. Earthquake Engr.*, Vol.5, 1986, pp.84-96.
- [5] Spyarakos, C. C., Patel, P. N., and Beskos, D. E., "Dynamic Analysis of Flexible Embedded Foundations: Plane Strain Case," *3rd. Int. Conf. on Comp. Meth. and Exper. Measur.*, Porto Carras, Greece, 1986.
- [6] Gaitanaros, A. P., and Karabails, D. L., "Dynamic Analysis of 3-D Flexible Embedded Foundations by Frequency Domain BEM-FEM," *Earth. Engr. and Structural Dynamic*, Vol.16, 1988, pp.653-674.
- [7] 이찬우, 김문겸, 황학주, "강성기초의 3차원 동적 경계요소 해석," 대한토목학회 논문집, 13권, 5호, 1993, pp.53-65.
- [8] Touhei, T., and Yoshida, N., "Dynamic Response Analysis of Ground Using a Coupled

- Finite and Boundary Element Method for Time Marching Analysis," *Num. Methods in Geomechanics*, Swoboda, ed. Innsbruck, 1988, pp.1707-1713.
- [9] Von Estorff, O., and Prabucki, M. J., "Dynamic Response in the Time Domain by Coupled Boundary and Finite Elements," *Computational Mechanics*, Vol.6, 1990. pp. 35-46.
- [10] Von Estorff, O., "Dynamic Response of Elastic Blocks by Time Domain BEM and FEM," *Computers and Structures*, Vol.38, No.3, 1991, pp.289-300.
- [11] Von Estorff, O., and Kausel, E., "Coupling of Boundary and Finite Elements for Soil-Structure Interaction Problems," *Earth. Engr. and Structural Dynamics*, Vol.18, 1989, pp. 1065-1075.
- [12] Von Estorff, O., and Antes, H., "Dynamic Response of Tunnel Structures," *Structural Dynamics*, Kratzig et al., eds., 1990, pp. 803-810.
- [13] Brebbia, C. A., and Georgiou, P., "Combination of Boundary and Finite Elements in Elastostatics," *Appl. Math. Modelling* 3, 1979, pp.212-220.
- [14] Beer, G., and Meek, J. L., "The Coupling of Boundary and Finite Element Methods for Infinite Domain Problems in Elasto-Plasticity," *Int. Conf. on BEM III*, Irvine, CA, 1981.
- [15] Li, H. B., et al., "A New Method for the Coupling of Finite Element and Boundary Element Discretized Subdomains of Elastic Bodies," *Comp. Meth. in Appl. Mech. Engr.*, 54, 1986, pp.161-185.
- [16] Swoboda, G., Mertz, W., and Beer, G., "Rheological Analysis of Tunnel Excavation by means of Coupled Finite Element and Boundary Element Analysis," *Int. J. for Num. and Analytical Meth. in Geomechanics* 11, pp. 115-129.
- [17] 김분겸, 임윤묵, 황학주, "유한요소와 경계요소의 조합에 의한 반무한 영역문제의 비선형해석," 전산구조공학회 논문집, 2권, 1호, 1989, pp.55-64.
- [18] Kim, M. K., et al., "Nonlinear Finite Element-Boundary Element Analysis of Multi-Layered Structural Systems," *Proc. of First Korea-French seminar on Computational Mech. in Structural Engr.* French, 1992.
- [19] 이찬우, "유한요소-경계요소 조합에 의한 구조물-지반계의 시간영역 동적해석," 연세대학교 박사학위 논문, 1993.
- [20] Von Estorff, O., and Kausel, E., "Coupling of Boundary and Finite Elements for Soil-Structure Interaction Problems," *Earth. Engr. and Structural Dynamics*, Vol.18, 1989, pp. 1065-1075.
- [21] Wong, H. L., and Luco, J. E., "Dynamic Response of Rigid Foundations of Arbitrary Shape," *Earth. Engr. and Structural Dynamics*, Vol.4, 1976, pp.579-587.
- [22] Whittaker, W. L., and Christiano, P., "Dynamic Response of Plate on Elastic Half-Space," *ASCE*, 108-EM1, 1982, pp.133-154.
- [23] Pan, C. S., and Pande, G. N., "Dynamic Response of a Railway Tunnel Due to Passing Trains," *Fifth Int. Con. on Num. Meth. in Geomechanics*, Nagoya, April, 1985, pp.1149-1160.

(접수일자 : 1995. 4. 10)