

면내힘을 받는 2변단순지지 2변 탄성지지 유공 보강판의 좌굴해석

The Buckling Analysis of Stiffened Opening Plates with Two Opposite Elastic Supports and Two Other Opposite Simply Supports Subjected to In-Plane Pure Bending

김 일 중*

Kim, Il-Zoong

정 동 조**

Jung, Dong-Jo

이 용 수***

Lee, Yong-Soo

요 약

열간압연된 형강은 수직재나 휨재 등으로 사용할 때 파이프나 덕트 등의 설비에 필요한 공간을 확보하기 위해 웹에 개구부를 두기도 한다. 개구부를 갖는 형강의 웹은 면내력을 받는 사각형 평판으로 고려하여 좌굴하중을 구하였다. 재하변은 단순지지로 하고 재하변에 직각인 변은 탄성지지단으로 보고 해석하였으며, 국부좌굴에 대한 보강을 위해 개구부 주위(하중 방향과 평행한 두변)에 보강재를 두어 단면 손실에 대한 좌굴하중의 감소를 보강하였다.

본 연구에서는 평판에 대한 고전적인 이론해와 유한요소에 의한 해석해를 비교하여, 해석에 대한 해의 정확성을 검증한 후 개구부의 크기, 보강재의 크기와 탄성지지단의 비틀림 상수의 변화에 대한 효과를 알아 보았다.

그 결과 이론해와 해석해의 오차는 0.31%로 상당히 정밀한 해석해를 얻었으며, 비틀림 상수의 크기와 보강재의 크기에 따라 有孔 보강판의 효과적인 개구부 크기를 결정하였다.

Abstract

When hot-rolled wide flanges are used as vertical compressive or bending member, opening web are often to take a space for equipments of pipe or duct. The Web of hot-rolled wide flange steel with opening may be analyzed as a rectangular plate, subjected to in plane force, and the buckling load is governed by the ultimate force of web.

The result of the theory showed close agreement with the result of the finite element analysis. It was also shown that the buckling loads of stiffened opening plates could be larger than those of the plate.

The stiffened opening plates for the 4-side simply supported case showed more stiffening effect than the Two Opposite Elastic Supports and Two Other Opposite Simply Supports case.

In this study, we proposed the effective opening sizes that buckling loads of stiffened opening plate could be greater than those of the plates.

* 원광대학교 대학원 건축공학과 박사과정
 ** 전주대학교 건축공학과 교수
 *** 원광대학교 건축공학과 교수

이 논문에 대한 토론을 1996년 6월 31일까지 본 학회에 보내주시면 1996년 12월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

1. 서 론

H형강 철골보를 건축 구조물에 사용할 때 웹부분에 개구부를 뚫으로써 층고를 작게 하여 유효공간을 증대시키고 건축공사 비용을 줄일 수 있다. H형강보의 웹은 면내 힘을 받는 장방형 판으로 해석할 수 있다. 이때 플랜지와 접속면은 탄성지지로 해석할 수 있다. 이 탄성지지면은 플랜지 접속면에 비틀림 강성을 갖는 보강재를 뚫으로써 고려할 수 있다. 웹판에 개구부를 둘 경우 압축측 개구부에서 국부좌굴을 일으켜 내력이 감소되는 경우가 많다. 따라서 개구부 크기에 해당되는 강성 이상의 보강재를 개구부 주위에 보강함으로써 전술한 문제점을 해결할 수 있다. 개구부 보강이 인장측은 효과가 거의 없는 것으로 판단되므로 압축측의 개구부 주위에 하중재하방향과 평행하게 보강재를 두어 보강하는 것으로 한다. 유한요소 해석의 정밀도를 검증하기 위해 Timoshenko의 이론해와 유한요소 해석해를 비교한다.

본 연구에서는 장방형판의 재하하중과 평행한 면에 보강재를 두어 보강재의 비틀림강성 GJ에 의해 구속정도가 결정되는 탄성지지단을 형성하고 개구부 주위의 압축측에 하중 재하 방향과 평행하게 보강재를 위치시켜 보강재의 강성 및 개구부 크기를 변화시키면서 좌굴하중을 구하고 그 결과를 비교 분석하여 적절한 개구부의 크기 및 보강재의 휨강성을 제시한다.

판 및 개구부의 크기는 정방형으로 하고 컴퓨터 용량, 수행속도 및 대칭성을 고려하여 요소수 one-half wave인 경우는 12×5, two-half wave인 경우는 13×5로 하여 유한요소해석을 행하였다.

유공보강판 해석은 다음과 같은 가정에 의한다.

- 1) Kirchhoff의 가정을 만족한다.
- 2) 평판의 재질은 균일하고 등방성이며 훅크의 법칙을 따르고 초기결함(initial imperfection)은 없다.
- 3) 보강재의 재축방향은 하중재하 방향과 일치한다.

2. 에너지법에 의한 좌굴해석

Timoshenko의 에너지 법에 의해 면내 힘을 받는 그림 2-1과 같은 평판을 해석한다.

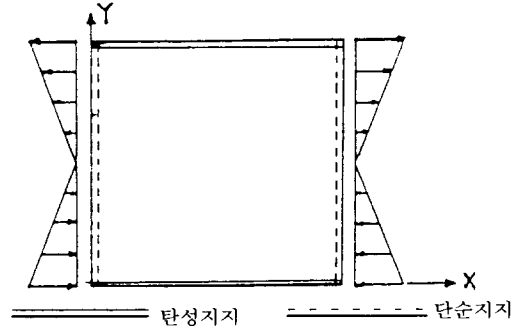


그림 2-1. 면내힘을 받는 평판

그림과 같이 y축에 따라 변하는 압축응력은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$N_x = N_0(1 - \frac{2y}{b}) \quad (2-1)$$

4변단순지지판의 처짐은 다음과 같이 2중 삼각급수로 표시할 수 있다.

$$W = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} a_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (2-2)$$

에너지 법에 의해 좌굴응력 σ_{cr} 를 구한다.

판의 처짐에 의한 휨 변형에너지는 다음과 같다.

$$\Delta U = \frac{\pi^4 abD}{8} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} a_{mn}^2 \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right)^2 \quad (2-3)$$

판이 좌굴하는 동안 外力이 한 일은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Delta T = \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b N_0 \left(1 - \frac{2y}{b}\right) \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 dx dy \quad (2-4)$$

(2-4)식을 정리하면

$$\Delta T = \frac{N_0 ab}{8} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} a_{mn}^2 \frac{m^2 \pi^2}{a^2} - \frac{N_0}{2} \frac{a}{b} \sum_{m=1}^{\infty}$$

$$\frac{m^2\pi^2}{a^2} \left[\frac{b^2}{4} \sum_{n=1}^{\infty} a_{mn}^2 - \frac{8b^2}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{a_{mn}a_{ni}\Omega_i}{(n^2-i^2)^2} \right]$$

여기서 i 는 $n \pm i$ 가 홀수가 되는 값만을 취한다.
 $\Delta U = \Delta T$ 를 적용 N_0 를 구하면

$$N_0 = \frac{\pi^4 D \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} a_{mn}^2 \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right)^2}{\sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} a_{mn}^2 \frac{m^2\pi^2}{a^2} - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{m^2\pi^2}{a^2} \left[\sum_{m=1}^{\infty} a_{m^2}^2 - \frac{32}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{a_{4mn}a_{ni}\Omega_i}{(n^2-i^2)^2} \right]} \quad (2-5)$$

위 N_0 는 a_{mn} 값에 따라 변하고 N_0 의 최소값이 $(N_0)_{cr}$ 이 되므로 N_0 를 a_{mn} 으로 미분하여 zero로 놓고 a_{mn} 을 구하여 N_0 에 다시 대입하면

$$Da_{mn}\pi^4 \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right)^2 = (N_0)_{cr} \frac{16m^2}{a^2} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{a_{ni}\Omega_i}{(n^2-i^2)^2} \quad (2-6)$$

m 은 x 축 방향의 좌굴모드를 나타내므로 반파라고 가정하면 $m=1$ 이 되고 $\sigma_{cr} = \frac{(N_0)_{cr}}{h}$ 을 (2-6)식에 대입하면

$$a_{1n} \left(1 + \frac{n^2 a^2}{b^2} \right)^2 - \frac{16\sigma_{cr} a^2 h}{\pi^4 D} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{a_{ni}\Omega_i}{(n^2-i^2)^2} = 0 \quad (2-7)$$

3개의 연립방정식을 취하면

$$a_{11} \left(1 + \frac{a^2}{b^2} \right)^2 - \frac{16\sigma_{cr} a^2 h}{\pi^4 D} \frac{2}{9} a_{12} = 0 \quad (2-8a)$$

$$a_{12} \left(1 + 4 \frac{a^2}{b^2} \right)^2 - \frac{16\sigma_{cr} a^2 h}{\pi^4 D} \left(\frac{2}{9} a_{11} + \frac{6}{25} a_{13} \right) = 0$$

$$-16\sigma_{cr} \frac{a^2 h}{\pi^4 D} \frac{6}{25} a_{12} + \left(1 + 9 \frac{a^2}{b^2} \right)^2 a_{13} = 0 \quad (2-8c)$$

위 방정식의 계수행렬에 대해 행렬식값을 0로 놓고 그때의 σ_{cr} 을 구하면 이 σ_{cr} 이 좌굴응력이 된다.

좌굴응력은 다음과 같다.

$$\sigma_{cr} = \frac{(1+t)(1+4t)(1+9t)}{\sqrt{(1+t)^2 \left(\frac{96}{25} \beta \right)^2 + (1+9t)^2 \left(\frac{32}{9} \beta \right)^2}}$$

$$\left(t = \frac{a^2}{b^2}, \beta = \frac{a^2 h}{\pi^2 D} \right)$$

3. 유한요소 해석

면내힘을 받는 평판과 면내력을 받는 보강재의 좌굴방정식에 의해 강성매트릭스를 각각 구하고 조합하여 보강판의 좌굴강도를 얻는다.

3.1 평판의 강성매트릭스

평판의 변형에너지 변분은 참고문헌(1)에 의해 다음과 같다.

$$\delta U_p = \{\delta^e\}^T \left[[A]^{-1T} \int [C]^T [D] [C] dx dy [A]^{-1} \right] \delta \{\delta^e\} \quad (3-1)$$

여기서 $\{\delta^e\}$: 절점변위

[A] : 절점변위와 변위 w 의 계수행렬과의 관계를 나타내는 매트릭스

[C] : 곡률과 변위 w 의 계수행렬과의 관계를 나타내는 매트릭스

[D] : 평판의 휨강성

(3-1)의 대괄호안이 순수휨에 대한 평판의 요소 강성매트릭스를 나타낸다. 또 평판의 외력에 대한 좌굴시의 가상일의 변분은 참고문헌(1)에 의해 다음과 같다.

$$\delta W_p = \{\delta^e\}^T \left[t [A]^{-1T} \int [G]^T [\sigma] [G] dx dy [A]^{-1} \right] \delta \{\delta^e\} \quad (3-2)$$

여기서, t : 판두께

[G] : 처짐각과 변위 w 의 계수행렬과의 관계를 나타내는 매트릭스

$$[\sigma] : [\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} \\ \tau_{xy} & \sigma_y \end{bmatrix} \quad (3-3)$$

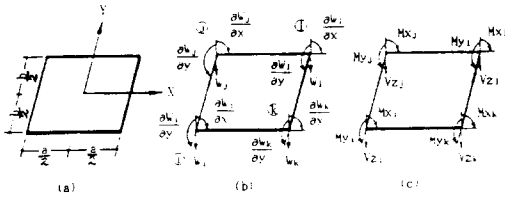
판의 휨에 대한 변위함수는 다음과 같이 가정한

$$W = a_1 + a_2x + a_3y + a_4x^2 + a_5xy + a_6y^2 + a_7x^3 + a_8x^2y + a_9xy^2 + a_{10}y^3 + a_{11}y^3y + a_{12}xy^3$$

σ_x 는 절점의 위치에 따라 변하므로 $\sigma_x = (1 - \frac{2y'}{b'})\sigma_0$

여기서 b' : 평판의 세로방향 전체길이
 y' : 전체좌표계에 의한 대응되는 절점의 좌표값
 σ_0 : 면내힘에 있어 최대 면내력

판의 요소에 대한 좌표축, 변위 및 힘은 그림과 같이 나타낼 수 있다.



(3-2)의 대괄호안이 기하강성매트릭스이며 다음과 같이 된다.

$$[K_{pw}^e] = t[A]^{-1T} \int [G]^T [\sigma] [G] dx dy [A]^{-1} \quad (3-5)$$

3.2 비틀림을 고려한 보강재의 강성매트릭스

3.2.1 보강재의 휨에 대한 변위함수

변위를 x 좌표값에 대해 3차식으로 가정하고 경계조건을 대입하여 정리하면 다음과 같이 변위함수를 나타낼 수 있다.

$$w = [H_b]\{w_x\} \quad (3-6)$$

$$[H_b] = \left[\left(2\frac{x^3}{a^3} - 3\frac{x^2}{a^2} + 1 \right), \left(\frac{x^3}{a^2} - 2\frac{x^2}{a} - x \right), \left(3\frac{x^2}{a^2} - 2\frac{x^3}{a^3} \right), \left(\frac{x^3}{a^2} - \frac{x^2}{a^2} \right) \right] \quad (3-7)$$

$$\{w_x\} = \{w_i, \dot{w}_i, w_j, \dot{w}_j\}$$

여기서 w_i, \dot{w}_i 는 i 절점의 처짐 및 처짐각을 나타낸다.

3.2.2 비틀림에 대한 변위함수

양단에서 비틀림모멘트를 받는 보강재의 평형방정식은 다음과 같다.

$$EI_w \frac{\partial^4 \phi}{\partial x^4} - GJ \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = 0 \quad (3-8a)$$

여기서 ϕ : 비틀림각
 EI_w : 뒤틀림강성
 GJ : 비틀림강성

뒤틀림을 고려하지 않으면 (3-8a)는 다음과 같이 된다.

$$GJ \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = 0 \quad (3-8b)$$

유한요소의 경계조건은 다음과 같다.

$$x = 0 : \phi = \phi_i \quad (3-9)$$

$$x = a : \phi = \phi_j$$

여기서, ϕ_i, ϕ_j : i, j 절점의 비틀림각

(3-8b)의 일반해에 (3-9)의 경계조건을 대입하면 다음을 얻는다.

$$\{\phi\} = [H_t] \{\phi_x\} \quad (3-10)$$

$$\text{여기서 } [H_t] = \left[1 - \frac{x}{a}, \frac{x}{a} \right]$$

$$\{\phi_x\} = \{\phi_i, \phi_j\}^T \quad (3-11)$$

3.2.3 보강재의 변형에너지와 외력의 일

A. 보강재의 변형에너지

보강재의 변형에너지는 휨과 비틀림에 의한 것으로 나눌 수 있다.

$$U_s = U_{sb} + U_{st} \quad (3-12)$$

여기서 U_{sb} : 휨 변형에너지

U_{st} : 비틀림 변형에너지

$$U_{sb} = \frac{1}{2} \int \{M_b\}^T \{x_b\} dx \quad (3-13)$$

여기서 $\{M_b\}$ 는 보강재의 휨모멘트이고 $\{x_b\}$ 는 곡률이다.

(3-6) 과 $\{x_b\} = \left\{ -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right\}$ $\{M_b\} = EI\{x_b\}$ 를 (3-13) 에
대입하면 다음과 같다.

$$U_{sb} = \frac{1}{2} \{w_x\}^T \left[EI \int [H'_b]^T [H'_b] dx \right] \{w_x\} \quad (3-14)$$

뒤틀림을 무시한 순수비틀림에 의한 변형에너지는 비틀림모멘트의 1/2에 미소비틀림각을 곱하여 적분함으로써 얻어진다.

$$U_{st} = \frac{1}{2} \int T d\phi \quad (3-15)$$

$$\text{여기서 } T = GJ \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (3-16)$$

ϕ : 비틀림각

(3-10), (3-16) 을 (3-15) 에 대입하여 정리하면 다음이 얻어진다.

$$U_{st} = \frac{1}{2} \{\phi\}^T \left[\int GJ [H'_t]^T [H'_t] dx \right] \{\phi_x\}$$

B. 보강재의 外力이 한 일

보강재의 단면적을 A, σ 를 응력도라 하고 횡방향 변위를 무시하면 外力이 한 일은 참고문헌(1)에 의해 다음과 같이 된다.

$$v_2 = \frac{1}{2} \int_0^a \int_A \sigma \left[\left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + (y^2 + z^2) \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + 2y \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right) \right] dA dx \quad (3-18)$$

(3-6), (3-10) 을 (3-18) 에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} v_s = & \frac{1}{2} \int_0^a \left[\sigma A \{w_x\}^T [H'_b]^T [H'_b] \{w_x\} dx \right. \\ & + \sigma I_p \{\phi_x\}^T [H'_t]^T [H'_t] \{\phi_x\} dx \\ & \left. + 2\sigma S_z \{w_x\}^T [H'_b]^T [H'_t] \{\phi_x\} dx \right] \end{aligned} \quad (3-19)$$

여기서 $I_p = \int (y^2 + z^2) dA$, $S_z = \int y dA$

c. 보강재의 강성 매트릭스

$\delta U_s = \delta V_s$ 를 적용하여 보강재의 강성매트릭스를 구한다.

$$[K_s^e] = \begin{bmatrix} [K_{sb}] & 0 \\ 0 & [K_{ssv}^e] \end{bmatrix} \quad (3-20)$$

$$[K_{sv}^e] = \begin{bmatrix} [K_{sv1}^e] & [K_{sv3}^e] \\ [K_{sv3}^e] & [K_{sv2}^e] \end{bmatrix} \quad (3-21)$$

여기서 $[K_s^e]$: 보강재의 요소강성 매트릭스

$[K_{sv}^e]$: 보강재의 기하강성 매트릭스

$$[K_{sb}^e] = EI \int [H'_b]^T [H'_b] dx \quad (3-22)$$

$$[K_{ssv}^e] = GI \int [H'_t]^T [H'_t] dx \quad (3-23)$$

$$[K_{sv1}^e] = \sigma A \int [H'_b]^T [H'_b] dx \quad (3-24)$$

$$[K_{sv2}^e] = \sigma I_p \int [H'_t]^T [H'_t] dx \quad (3-25)$$

$$[K_{sv3}^e] = \sigma S_z \int [H'_b]^T [H'_t] dx \quad (3-26)$$

3.3 고유치 방정식

보강재의 비틀림각 $\phi = -\frac{\partial w}{\partial y}$ 는 평판의 절점변위에 포함되므로 절점당 자유도는 3으로 된다.

$$\{\delta^e\} = \left\{ w, -\frac{\partial w}{\partial y}, \frac{\partial w}{\partial x} \right\}^T \quad (3-27)$$

평판과 보강재의 강성매트릭스를 조합하면 다음 고유치 방정식이 얻어진다.

$$([K_p] + [K_s]) - ([K_{pv}] + [K_{sv}]) \{\delta\} = 0 \quad (3-28)$$

단위하중에 대한 좌굴강도의 비를 λ 로 하면 (3-28) 은 다음과 같이 된다.

$$([K_p] + [K_s]) - \lambda ([K_{p0}] + [K_{s0}]) \{\delta\} = 0 \quad (3-29)$$

여기서 $[K_{p0}]$: 평판의 단위하중에 대한 기하강성매트릭스

$[K_{s0}]$: 보강재의 단위하중에 대한 기하강성매트릭스

(3-29) 의 고유치 λ 중 가장 작은 값이 면내힘을 받는 보강판의 최대좌굴응력이 된다.

3.4 컴퓨터 프로그램

이상에서 기술한 해석 방법을 통해서 2번 단순

지지 2변 탄성지지 유공 보강판의 좌굴해석에 관한 프로그램을 작성하였으며, 전체적인 컴퓨터 프로그램 흐름도는 그림 3-3에 나타나 있다.

면내휨을 받는 판의 판요소강성매트릭스와 보요소강성매트릭스를 구한 후 절점변위가 0이 되는 매트릭스의 행과 열을 제외시키고, 조합하여 전체 강성 매트릭스를 구하고 고유치 문제 해석에 의해 좌굴 응력을 계산한다.

보강판의 요소는 PC의 용량, 수행속도 및 대칭성을 고려하여 one-half wave인 경우는 12×5(판의 1/2), two-half wave(판의 1/2)로 나누어 해석하였으며 Pc-486을 사용하였다.

4. 비교 분석

Timoshenko의 이론해와 비교하기 위해 평판을 해석하고 보강재가 없는 유공판과 보강재를 개구 부근처의 압축축에서 위치시킨 보강 유공판을 해석한다. 지지단은 하중 재하변은 단순지지로 하중 재하방향과 평행한 변은 탄성지지로 해석한다. 판 및 개구부의 형태는 정방형으로 가정한다.

보강 유공판의 해석 조건

판크기 : $a \times b = 50\text{cm} \times 50\text{cm}$

판두께 : $t = 0.1\text{cm}$

표 4-1. 보강재 크기에 의한 좌굴하중

r=0일 경우							
	0.2a	0.3a	0.4a	0.5a	0.6a	0.7a	
0	181.2794	146.1226	115.3852	96.01691	84.0995	75.18636	
1.00E-04	183.1635	146.9742	116.4291	97.10533	85.26045	76.40938	
1.00E-03	195.6108	157.8623	126.2533	107.3	96.15945	86.69813	
1.00E-02	255.4831	220.3371	186.7566	169.4632	149.3484	123.3054	
1.00E-01	286.7571	270.4335	243.5387	233.7418	188.3636	143.302	
1	291.0574	274.61	245.6446	242.2006	191.4594	145.9845	
10	291.5201	274.976	245.9932	242.877	191.6494	146.2035	
100	291.558	275.0127	246.0246	242.9063	191.6675	146.2094	

r=5일 경우							
	0.2a	0.3a	0.4a	0.5a	0.6a	0.7a	
0	188.0583	157.8562	121.8619	98.86749	86.12476	76.07677	
1.00E-04	190.2578	158.8746	122.846	99.91608	87.30546	77.29615	
1.00E-03	209.3748	169.719	132.2648	110.0165	97.89175	87.41805	
1.00E-02	265.5671	230.3247	190.8427	171.3043	150.6072	123.691	
1.00E-01	298.8207	281.2094	250.2665	239.2383	189.5496	143.6356	
1	298.8996	284.8943	252.2551	248.4067	192.5334	146.3711	
10	298.8604	285.4626	252.5725	249.4845	192.8095	146.5973	
100	298.8566	285.4608	252.6042	249.5144	192.828	146.6025	

r=2(0.095)일 경우							
	0.2a	0.3a	0.4a	0.5a	0.6a	0.7a	
0	188.8824	155.6041	120.4461	98.2055	85.6059	75.86283	
1.00E-04	190.7482	156.6788	121.476	99.20736	86.78628	77.06921	
1.00E-03	205.1138	166.9079	131.133	109.3836	97.44719	87.23447	
1.00E-02	258.7635	228.1949	189.8539	170.5741	150.194	123.5829	
1.00E-01	291.3615	275.5552	247.0448	236.1815	188.9079	143.5665	
1	296.4574	280.2601	248.8491	244.9681	191.8369	146.2947	
10	296.5505	280.6364	249.1658	246.0224	192.1117	146.4447	
100	296.5891	280.674	249.1974	246.0521	192.1302	146.4501	

r=15일 경우							
	0.2a	0.3a	0.4a	0.5a	0.6a	0.7a	
0	198.1003	158.9409	122.6823	99.37796	86.53879	76.25446	
1.00E-04	199.3155	160.2603	123.7188	100.3862	87.69787	77.46906	
1.00E-03	212.396	170.4807	133.2022	110.4974	98.3111	87.5575	
1.00E-02	274.9236	231.0821	191.6349	171.4435	150.9091	123.7651	
1.00E-01	298.1859	281.0523	257.107	245.9074	191.4012	143.7392	
1	298.3435	284.9653	259.0237	255.2022	194.4009	146.45	
10	298.2976	282.5039	259.3425	256.2302	194.6301	146.7166	
100	298.2929	284.2864	259.3759	256.2619	194.6486	146.7211	

r=1(0.048)일 경우							
	0.2a	0.3a	0.4a	0.5a	0.6a	0.7a	
0	188.5279	153.6263	119.3529	97.7032	85.24571	75.68929	
1.00E-04	189.9443	154.8986	120.5169	98.75039	86.4007	76.91914	
1.00E-03	204.2905	164.8447	130.0069	108.8848	97.14636	87.10813	
1.00E-02	257.7656	226.3	189.3078	170.4486	150.0353	123.5659	
1.00E-01	290.6113	274.3156	246.5665	235.9271	188.7384	143.5264	
1	295.4958	278.9801	248.3704	244.4921	191.6632	146.2594	
10	295.8109	279.3513	248.682	245.5437	191.9385	146.4089	
100	295.8507	279.3884	248.7132	245.5733	191.9569	146.4138	

r=20일 경우							
	0.2a	0.3a	0.4a	0.5a	0.6a	0.7a	
0	198.1572	158.9513	122.8138	99.44588	86.60174	76.28372	
1.00E-04	199.2668	160.062	123.7886	100.4995	87.74444	77.4983	
1.00E-03	212.4191	170.6761	133.3387	110.5598	98.36831	87.5887	
1.00E-02	275.9107	231.2444	190.7905	171.591	150.9421	123.7819	
1.00E-01	298.1055	280.8981	257.711	246.4144	191.6251	143.7548	
1	298.277	283.6714	259.5919	255.6909	194.58	146.4425	
10	298.2429	282.6213	259.9144	256.7863	194.8589	146.7187	
100	298.2394	282.2867	259.9474	256.8177	194.8777	146.7235	

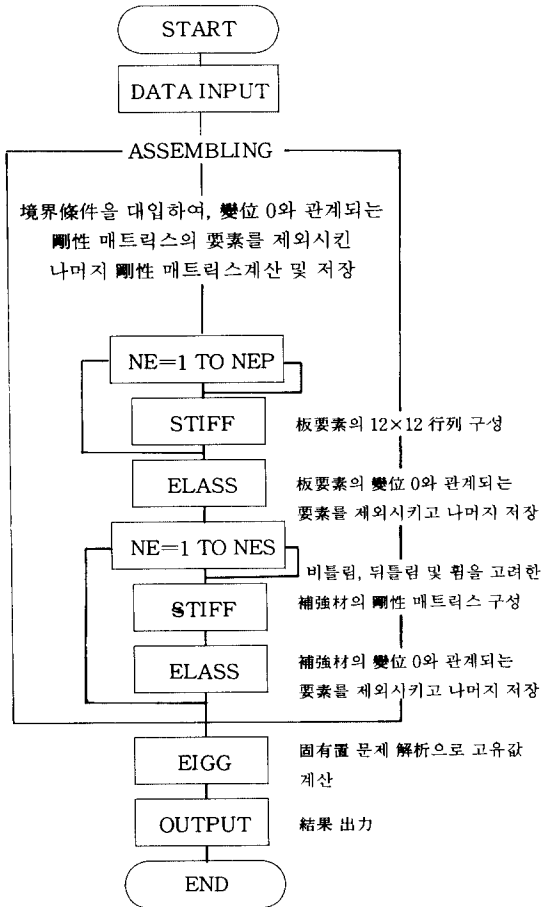


그림 3-3. 컴퓨터 프로그램 흐름도

개구부 크기 : 0.2b, 0.3b, 0.4b, 0.5b, 0.6b, 0.7b

보강재 조건 : $\gamma = \frac{EI}{bD}$: 0, 1, 2, 5, 10, 15, 20

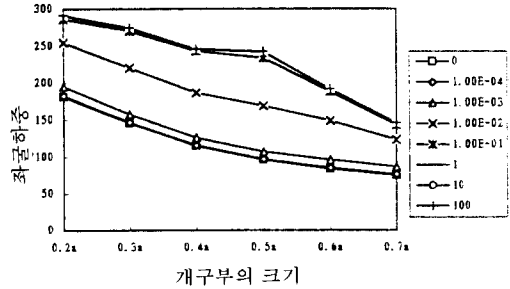
탄성지지단 조건 : J(0, 10^{-4} , 10^{-3} , 10^{-2} , 10^{-1} , 10, 100)

4.1 이론해와 해석해의 비교

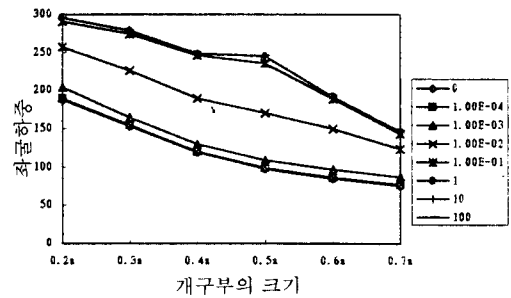
프로그램의 실행에 대한 신뢰성을 확인하기 위해 4변 단순지지 평판에 대한 이론해와 해석해를 비교하였다.

Timoshenko의 이론해는 194.3552kg/cm^2 이고, 참고문헌(5)의 HAND BOOK에 의한 이론해는 193.596kg/cm^2 이며, 프로그램 실행에 의한 해는 193.3695kg/cm^2 의 좌굴강도를 얻었다.

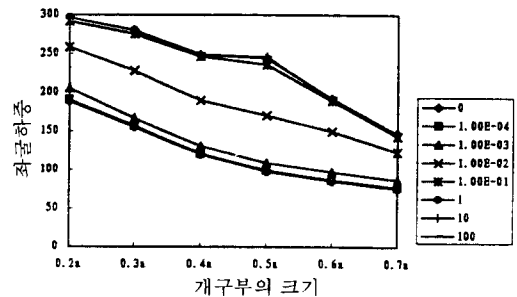
개구부 크기에 따른 좌굴하중



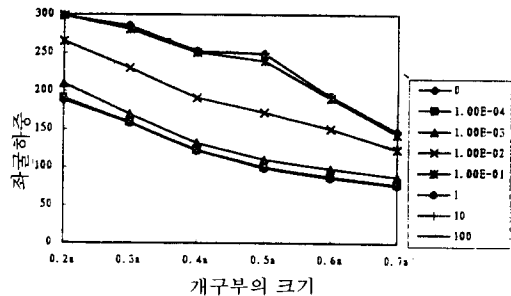
그림(a) $\gamma=0$ 일 경우의 좌굴하중



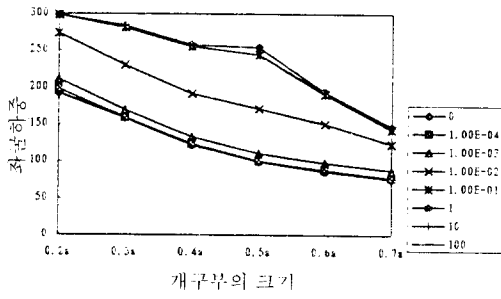
그림(b) $\gamma=1$ 일 경우의 좌굴하중



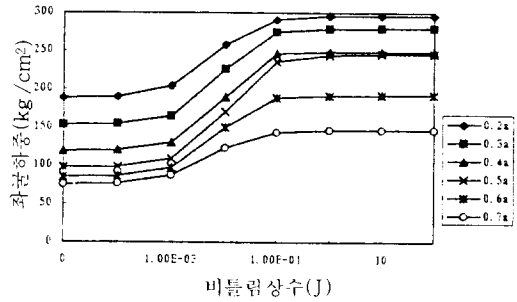
그림(c) $\gamma=2$ 일 경우의 좌굴하중



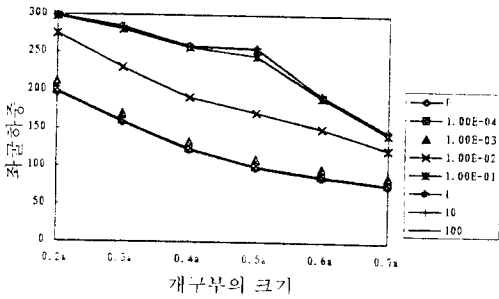
그림(d) $\gamma=5$ 일 경우의 좌굴하중



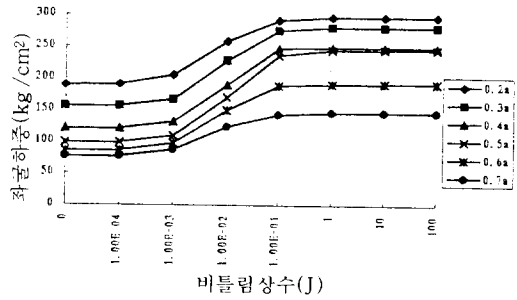
그림(e) $\gamma=10$ 일 경우의 좌굴하중



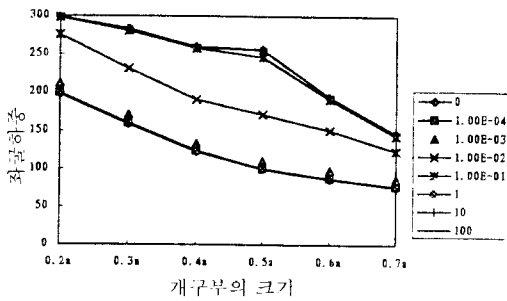
그림(i) $\gamma=1$ 일 경우의 좌굴하중



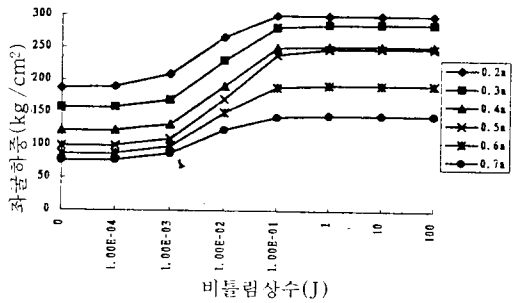
그림(f) $\gamma=15$ 일 경우의 좌굴하중



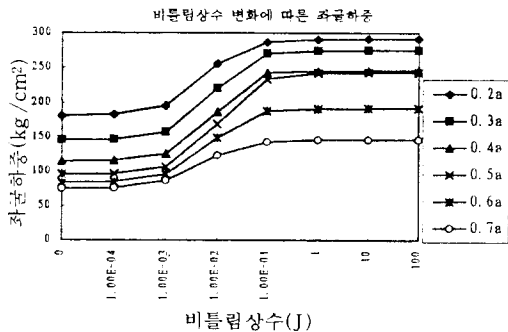
그림(j) $\gamma=2$ 일 경우의 좌굴하중



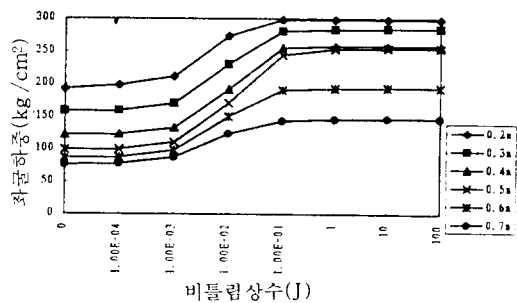
그림(g) $\gamma=20$ 일 경우의 좌굴하중



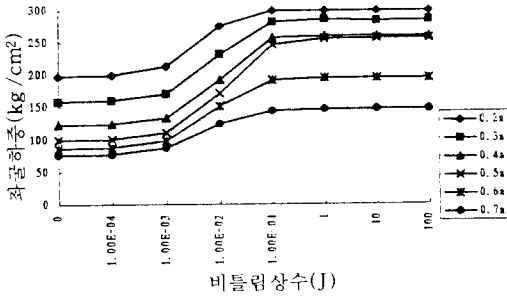
그림(k) $\gamma=5$ 일 경우의 좌굴하중



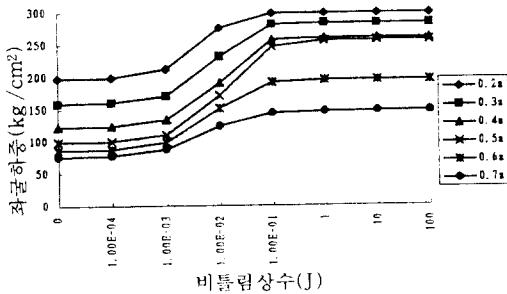
그림(h) $\gamma=0$ 일 경우의 좌굴하중



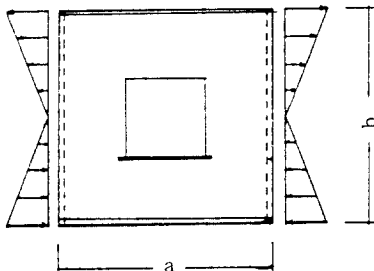
그림(l) $\gamma=10$ 일 경우의 좌굴하중



그림(m) $\gamma=15$ 일 경우의 좌굴하중



그림(n) $\gamma=20$ 일 경우의 좌굴하중



——— 탄성지지 - - - - - 단순지지

그림 4-1. 유한요소 해석을 위한 有孔 보강판

프로그램 실행에 대한 오차는 Timoshenko의 이론해와는 약 0.51%, HAND BOOK의 이론해와는 약 0.12%의 오차를 보였으며, Timoshenko이론해 자체가 약 0.33%의 오차를 갖고 있음을 감안하면 해석에 의해서 상당히 정확한 해를 얻었음을 알 수 있다. 또한 평판의 경우 좌굴파장은 two-half wave로 결정이 된다.

4.2 개구부의 크기에 따른 좌굴하중

그림(a)~그림(g)는 개구부의 크기에 따른 좌굴하중을 나타낸 것이며 개구부는 판크기의 20%에서부터 70%까지의 변화를 주었으며 압축측에만 수평하게 보강재를 두어 개구부 크기에 따른 좌굴하중의 변화를 알아 보았다.

개구부의 크기가 판크기의 20%인 경우 판의 단부 상태가 단순지지에서 고정지지로 변화함에 따라 좌굴파장은 one-half wave에서 two-half wave로 바뀔을 알 수 있다.

하중의 크기는 단순지지인 $J=0$ 과 단순지지에 가까운 $J=10^{-4}$ 에서는 평판보다 낮은 좌굴하중을 갖고, $J=10^{-3}$ 부터 고정단에 가까운 $J=100$ 에서는 평판의 좌굴하중 값보다 높게 나타났다.

개구부의 크기가 판크기의 30%, 40%, 50%, 60%인 경우는 $J=10^{-2}$ 와 $J=10^{-1}$ 사이에서 좌굴파장이 one-half wave에서 two-half wave로 변화하였으며, 좌굴하중값도 급격히 증가함을 알 수 있다.

개구부를 판크기의 70%를 두었을 경우는 좌굴파장은 거의 one-half wave로 결정이 되었으며 고정단에 가까운 $J=100$ 에서 보강재의 크기 $r=20$ 인 경우 좌굴하중은 146.7235 kg/cm^2 로 개구부를 70% 두었을 경우에는 보강 효과를 기대할 수 없을 것으로 판단된다.

4.3 보강재의 변화 따른 좌굴하중

유공 보강판의 개구부 크기와 비틀림상수의 변화에 따른 좌굴하중은 단순지지인 $J=0$ 에서 부터 고정단에 가까운 $J=100$ 까지 단의 비틀림 상수의 변화를 주었다. 앞의 그림(j)~그림(n)에서 보듯이 $J=10^{-3}$ 과 $J=10^{-1}$ 사이에서는 하중이 급격히 증가하며 단의 상태가 단순지지와 고정단에 가까워질수록 기울기(하중의 변화)가 완만해져 어느 일정한 값에 수렴함을 알 수 있다.

개구부의 크기가 20%에서 50%까지는 비틀림상수가 $J=10^{-1}$ 보다 클 경우, 평판의 좌굴하중보다 컸음을 알 수 있다. 또한 보강재의 크기보다 단의 비틀림 상수의 크기($J=10^{-2}$ 와 $J=10^{-1}$ 사이) 커짐에 따라 좌굴파장이 one-half wave에서 two-half wave로 바뀌어짐을 알 수 있다. 이로 미

루어 좌굴과장의 결정은 보강재의 크기에 의한 영향보다 단부의 지지조건에 의한 영향이 더 크게 미치는 것으로 보인다.

좌굴 과장의 변화에 있어서 좌굴하중은 one-half wave에서 two-half wave로 바뀌기 전에 좌굴하중이 급격히 증가하는 것은 좌굴이 생길 때 판의 처짐 및 처짐각의 양상이 바뀌면서 일어나는 현상으로 보이며 보강재 $\gamma=5$ 와 $\gamma=10$ 사이의 값을 가질 때 좌굴하중은 최대값을 가지며 이는 보강재의 크기가 클수록 보강재의 위치가 단의 상태로 변화하면서 일어나는 것으로 판단된다.

5. 결 론

본 연구는 유공판의 보강재를 보강함으로서, 보강효과를 규명하기 위해 고전적 해석 방법으로 불가능한 유공 보강판을 유한요소법에 의해 보강재의 크기, 개구부의 크기, 비틀림 상수 등을 변화시키면서 좌굴하중을 구하였다. 그 결과는 다음과 같다.

1. 평판에 대한 이론해와 해석해를 비교한 결과 Timoshenko 이론해는 194.3552kg/cm^2 이고 HAND BOOK에 의한 이론해는 193.3695kg/cm^2 이며 유한요소법에 의한 해석해는 193.3695kg/cm^2 이다. 따라서 오차는 약 0.51%(Timoshenko 이론해)와 0.12%(HAND BOOK 이론해)로 Timoshenko의 해가 약 0.33%의 오차를 갖고 있는 것을 고려하면 상당히 정밀한 해석해를 얻은 것으로 사료된다.

2. 판의 개구부 크기를 20%에서 70%에서 변화를 주어 해석한 결과 좌굴과장은 비틀림 상수가 $J=10^{-3}$ 이하일 경우는 one-half wave로 $J=10^{-2}$ 이상일 경우에는 two-half wave로 결정되며, 좌굴하중값도 급격히 증가한다.

3. 보강재의 크기가 $\gamma=0$ 에서 $\gamma=10$ 까지는 하중이 계속 증가하나 $\gamma=10$ 이상에서는 좌굴하중이

감소함을 알 수 있다. 이는 보강재의 크기가 클수록 보강재의 위치가 단의 상태로 바뀌어 지는 것으로 판단된다.

4. 비틀림 상수 값이 $J=10^{-1}$ 보다 클 때, 개구부 크기가 판의 20%에서 50%까지는 좌굴하중이 평판의 좌굴하중보다 크게 나타난다. 따라서 개구부의 크기를 판크기의 50% 이하로 하는 것이 적절한 것으로 나타났다.

참 고 문 헌

1. Chajes, A., *Principle of Structural Stability Theory*, Prentice-Hall, 1982.
2. Cordon, J.G. and Redwood, R.G., "Plastic Behavior of Beams with Reinforced Holes", *Journal of the Structural Division, ASCE*, Vol. 96, No. ST9, September 1970.
3. Gerard, G., *Introduction to Structural Stability Theory*, Mc-Graw Hill, 1962.
4. Hinton, E.D. and Owen, R.J., *Finite Element Programming*, Academic Press, 1977.
5. Column Research Committee of JAPAN, *Hand Book of Structural Stability*, CORONA, 1981.
6. Uenoya, M., "Buckling of Webs with Openings", *Computers and Structures*, Vol. 9, 1978.
7. Segner, E.P., "Reinforced Requirement for Girder with Web Openings", *Journal of the Structural Division, ASCE*, Vol. 90, No. ST3, June, 1963, pp.147-164.
8. 寺澤一雄, "有限要素法による 平板の 弾塑性 挫屈 - 補強板 -", 日本造船學會 講演會 論文集, 昭和 45年 5月.
9. 이용수, 오종섭 "彈性支持 補強 長方形板의 挫屈 解析에 관한 研究", 圓光大學校 工學技術 開發 研究所, Vol. 8, 1988.

(접수일자 : 1995. 9. 11)